

Глава 8. Волны

П.8.1.Распространение импульса в среде. Волновое уравнение

П.8.1.1. Распространение импульса в среде.Бегущие волны.Волновое уравнение.

П.8.1.2. Волны на струне.

П.8.1.3. Продольные волны в стержне

П.8.1.4. Волны в жидкости и газе

П.8.1.5. Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений.

П.8.2. Поток энергии в бегущей волне. Вектор Умова.

П.8.3. Отражение волн, моды колебаний.

П.8.3.1. Стоячие волны, моды колебаний.

П.8.3.2. Явления на границе раздела двух сред

П.8.4. Элементы акустики.

П.8.4.1. Звук и его характеристики.

П.8.4.2.Эффект Доплера.

П.8.4.3. Движение со сверхзвуковой скоростью. Ударные волны

***Волна** - изменения некоторой совокупности физических величин (полей), способные перемещаться (распространяться), удаляясь от места возникновения или колебаться в ограниченной области пространства (физическая энциклопедия, "волны").*

П.8.1.Распространение импульса в среде. Волновое уравнение.

8.1.1. Распространение импульса в среде. Бегущие волны. Волновое уравнение.

Обычно выделяют элементарные виды волн, которые являются универсальными – то есть их можно рассматривать с общих позиций, независимо от их природы.

Стационарные волны – такие волны, профиль которых перемещается без искажений.

То есть они могут быть описаны одной волновой функцией.

$$u(x, t) = F(x - vt) \quad (8.1.1)$$

то есть значение этой функции остается неизменным при

$$\xi = x - vt = \text{const} \quad (8.1.2)$$

величина v является **скоростью волны**

условие постоянства функции u при $\xi = \text{const}$ можно записать в следующем виде

$$du|_{\xi=\text{const}} = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial t} dt = 0 \quad (8.1.3)$$

При $\frac{dx}{dt} = v$ получаем простейшее уравнение волны

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (8.1.4)$$

Обычно среда допускает распространение волн как в прямом, так и в обратном направлениях. В этом случае выполняется следующее уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad - \quad (8.1.5)$$

его называют **волновым уравнением**.

Решением этого уравнения являются произвольные функции вида

$$f_1\left(t - \frac{x}{c}\right), f_2\left(t + \frac{x}{c}\right),$$

или суперпозиция этих функций. В этом легко убедиться, если подставить, например $f_1\left(t - \frac{x}{c}\right)$ в исходное уравнение..

Большое значение имеют гармонические волны.

Бегающая гармоническая волна

Частный случай гармонической волны – распространяющиеся гармонические колебания. Можно считать, что это простейшее волновое движение.

$$u(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0), \quad (8.1.6)$$

A - амплитуда, $\Phi = \omega t - kx + \varphi_0$ - фаза волны (*полная фаза*), ω - угловая (циклическая) частота, φ_0 - начальная фаза (*постоянный сдвиг фазы или просто фаза*).

В случае распространения в произвольном направлении можно записать

$$u(\vec{r}, t) = A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0) \quad (8.1.7)$$

функция $u(\vec{r}, t)$ периодична как во времени ($T = \frac{2\pi}{\omega}$ - *период*), так и в

пространстве ($\lambda = \frac{2\pi}{k}$ - *длина волны*)

Волновой фронт – поверхность постоянной фазы. Для плоской волны – это плоскости перпендикулярные вектору $\vec{k}$, движущиеся вдоль $\vec{k}$ с **фазовой скоростью** v_ϕ . Отметим, что скорость перемещения фазового фронта может быть рассмотрена и в направлении, составляющем,

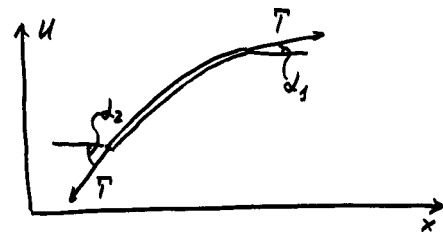
например, угол α с вектором $\vec{k}$, эта скорость равна $\frac{v_\phi}{\cos \alpha} > v_\phi$.

П.8.1.2. Волны на струне.

В отличие от уже рассмотренных систем, для описания произвольных движений в распределенных системах, вообще говоря, необходимо использовать бесконечное число параметров, то есть такие системы обладают бесконечным числом степеней свободы.

Любое возмущение, возникающее в среде, передается соседним частицам, и, в частности, колебания в такой среде не локализованы в одной точке. Колебание в одной точке пространства приводит к возникновению волнового процесса - распространению в пространстве колебаний. Очевидно, что в безграничной среде не возможны свободные колебания с амплитудой, отличной от нуля. Иная картина наблюдается в ограниченных системах. В таких системах может существовать дискретный набор собственных колебаний.

В качестве примера рассмотрим колебания струны, натянутой между двумя неподвижными зажимами. В результате произвольного возмущения струны, например, удара, ее точки начинают совершать колебания около своих положений равновесия. В этом случае говорят, что струна совершает собственные колебания, поскольку они



происходят под действием только внутренних сил системы - сил натяжения. Колебания струны полностью описывается одной функцией: $u_y(x, t) \equiv u(x, t)$, характеризующей вертикальные отклонения струны.

Предположим, что струна является идеальной - упругой и достаточно тонкой, а амплитуда колебаний каждой точки струны мала. Будем считать также, что натяжение струны P во всех точках одинаково. На некоторый участок струны длиной δl действуют силы упругости со стороны соседних участков уравнение движения выделенного участка имеет вид

$$\delta m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T \cdot (\sin(\alpha_1) - \sin(\alpha_2)),$$

где δm - масса выделенного участка струны, u - его отклонение от положения равновесия.

Поделим правую часть на $\partial x = \delta l \cdot \cos \alpha$, где δl - длина участка струны, а затем умножим на эту же величину. Учитывая, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\partial u}{\partial x}$,

а отношение $\frac{\delta m}{\delta l}$ является погонной плотностью струны ρ , получаем для малых отклонений ($\cos \approx 1$)

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

или

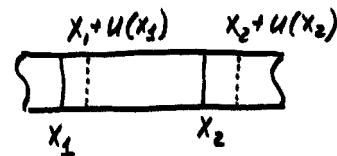
$$\frac{d^2 u}{dt^2} = v^2 \cdot \frac{d^2 u}{dx^2},$$

где скорость волны равна

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}. \quad (8.1.8)$$

П.8.1.3 Продольные волны в стержне.

Пусть в положении равновесия некоторая частица имела координату $x_1 = x$, а близкая к ней точка $x_2 = x + l$, тогда после деформации координаты точек будут $x + u(x)$ и $x + l + u(x + l)$



Расстояние между этими точками составит

$$(x + l + u(x + l)) - (x + u(x)) = l + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot l \equiv l + \Delta l$$

Относительная деформация этого элемента стержня равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

В соответствии с законом Гука для напряжения в стержне можно записать

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

Напряжения в стержне зависят от координаты x , поэтому выделенный элемент стержня двигаться вблизи положения равновесия. Это смещение можно описывать изменением величины u . Уравнение движения выделенного элемента объема имеет вид

$$\rho S l \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\sigma(x+l) - \sigma(x))S = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \cdot S l$$

В левой части этого уравнения предполагается, что в первом приближении смещение разных точек выделенного элемента одинаково.

Окончательно получаем

$$\rho S l \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot E S l$$

Это уравнение является волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

где скорость распространения импульса равна

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (8.1.9)$$

П.8.1.4. Волны в жидкости и газе

В жидкости и газе, так же, как и в упругом теле могут распространяться волны. Их распространение описывается волновым уравнением, его вывод подобен тому, как это было сделано для волн в упругом стержне.

Движение жидкости или газа определяется величиной избыточного давления, действующего на выделенный малый элемент среды с разных сторон. Будем считать, что избыточное давление мало по сравнению с величиной p_0 . Для величины избыточного давления можно записать соотношение, аналогичное закону Гука для твердых тел. В частности, для выделенного объема можно записать

$$\Delta p = \frac{dp}{dV} \Delta V = \frac{dp}{dV} V \frac{\Delta V}{V} = -E \frac{\Delta l}{l}$$

здесь модуль Юнга равен

$$E = -\frac{dp}{dV} V$$

Вместо объема выделенного элемента тела удобнее воспользоваться его плотностью. Так как масса выделенного объема остается постоянной, то $\rho V = \text{const}$, отсюда следует, что

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho}$$

то есть

$$\Delta p = E \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

Используя ранее полученное выражение для скорости звука в упругой среде, получаем:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (8.1.10)$$

Подкоренное выражение определяется для определенных значений p_0, ρ_0 .

В частности, для газа воспользуемся уравнением Клапейрона-Менделеева

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \text{ предположим также, что распространение волны}$$

соответствует адиабатическому процессу, тогда

$$pV^{\frac{c_p}{c_v}} = \text{const}.$$

Перейдем, как и ранее, к переменным p и ρ :

$$p = \frac{\rho}{\mu} RT; \quad p \cdot \rho^{-\frac{c_p}{c_v}} = \text{const} = p_0 \cdot (\rho_0)^{-\frac{c_p}{c_v}}.$$

Отсюда получаем выражения

$$dp = \frac{c_p}{c_v} \cdot p_0 \left(\frac{1}{\rho_0} \right)^{\frac{c_p}{c_v}} \rho^{\frac{c_p}{c_v}-1} d\rho$$

или

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{p_0}{\rho} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{c_p}{c_v}},$$

учитывая, что $\rho \approx \rho_0$, получаем выражение для скорости волн, распространяющихся в газе

$$v = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \frac{p_0}{\rho_0}}. \quad (8.1.11)$$

П.8.1.5. Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений.

$u(x, t) = u_0 \cos(\omega t - kx)$ - волна смещений.

$\frac{\partial u}{\partial t} = -u_0 \omega \sin(\omega t - kx)$ - волна скоростей частиц.

$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = u_0 k \sin(\omega t - kx)$ - волна деформаций.

$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x} = u_0 Ek \sin(\omega t - kx)$ - волна напряжений.

П.8.2. Поток энергии в бегущей волне. Вектор Умова. Интенсивность волны.

Пусть в упругой среде распространяется не затухающая плоская гармоническая волна. Найдем среднюю плотность полной энергии колебаний $\langle w \rangle$, переносимой этой волной.

Мгновенное значение плотности энергии складывается из потенциальной и кинетической энергии единичного объема. То есть

$$w = w_{кин} + w_{пот} = \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2. \quad (8.2.1)$$

Пусть за единицу времени через единичную площадку поперечного сечения стержня за единицу времени проходит энергия S . Эту величину называют плотностью потока энергии.

Рассмотрим элемент объема стержня, заключенный между координатами x и $x+dx$.

Закон сохранения энергии в объеме $dV = sdx$ в этом случае можно записать в виде

$$sS(x, t) - sS(x + dx, t) = -s \frac{\partial S}{\partial x} dx = \frac{\partial w}{\partial t} sdx \quad (8.2.2)$$

то есть

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \quad (8.2.3)$$

воспользуемся волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (8.2.4)$$

и выражением (1.5.1) для полной энергии в единичном объеме, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right) = \\ &= \rho \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + v^2 \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \right\} = \rho v^2 \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \right\} \\ &= \rho v^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (8.2.5)$$

Следовательно

$$S = -\rho v^2 \frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$$

Рассмотрим частный случай гармонической волны, распространяющейся вдоль оси x

Пусть $u = u_0 \cos(\omega t - kx)$, тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -u_0 \omega \sin(\omega t - kx) \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= u_0 k \sin(\omega t - kx) \end{aligned} \quad (8.2.6)$$

или

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{2} \rho_0 u_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx) + \frac{1}{2} E u_0^2 k^2 \sin^2(\omega t - kx) = \\ &= \frac{1}{2} u_0^2 [\rho_0 \omega^2 + E k^2] \sin^2(\omega t - kx) \end{aligned} \quad (8.2.7)$$

Так как скорость волны равна $v = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}$, то

$$\begin{aligned} \rho_0 \omega^2 &= E \frac{\omega^2}{v^2}, \text{ откуда следует,} \\ w &= u_0^2 \rho_0 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx) = \frac{1}{2} w_0 (1 - \cos(2(\omega t - kx))), \end{aligned} \quad (8.2.8)$$

Для среднего значения плотности энергии получаем

$$\langle w \rangle = \left\langle \frac{1}{2} w_0 (1 - \cos 2(\omega t - kx)) \right\rangle = \frac{1}{2} w_0. \quad (8.2.9)$$

Для потока энергии в гармонической волне получаем

$$\begin{aligned} S &= -\rho v^2 \frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \\ &= -\rho v^2 (-u_0 \omega \sin(\omega t - kx)) \cdot (u_0 k \sin(\omega t - kx)) = \\ &= \rho v^2 u_0^2 \omega k \sin^2(\omega t - kx) = \rho v \omega^2 u_0^2 \sin^2(\omega t - kx) = wv \end{aligned} \quad (8.2.10)$$

Профессором Умовым в 1874 г. Было введено понятие вектора плотности потока энергии (вектор Умова)

$$\vec{S} = w\vec{v} \quad (8.2.11)$$

Тогда поток энергии через произвольную площадку $d\vec{s}$, нормаль к которой составляет угол α с направлением распространения волны, может быть выражен как

$$d\Phi = \vec{S} \cdot d\vec{s} = wv ds \cos \alpha \quad (8.2.12)$$

Плотность потока энергии будет периодически меняться, поэтому удобно пользоваться усредненным значением за период

$$I = \langle w \rangle v = \frac{1}{2} v \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot u^2 \quad (8.2.13)$$

- эта величина носит название **интенсивности** волны.

П.8.3. Отражение волн, моды колебаний.

П.8.3.1. Стоячие волны, моды колебаний

Предположим, что одна из точек струны (с координатой $x = x_0$) под действием внешней силы совершает колебания по гармоническому закону. То есть, будут выполнены следующие условия

$$u(x_0, t) = u_{00} \cos \omega t, \quad (8.3.1)$$

$$u(0, t) = 0, \quad (8.3.2)$$

$$u(L, t) = 0, \quad (8.3.3)$$

ω - циклическая частота внешней силы.

Возмущение от колеблющейся точки закрепления будет распространяться по струне в обе стороны со скоростью v . Через некоторое время в струне установятся две бегущие во встречных направлениях волны

$$u^+(x, t) = u_0^+ \cos(\omega t - \frac{\omega}{v} x + \theta_0^+) \text{ и } u^-(x, t) = u_0^- \cos(\omega t + \frac{\omega}{v} x + \theta_0^-). \text{ Граничное}$$

условие на закрепленном конце струны имеет вид

$$\begin{aligned} u(L, t) &= u^+(L, t) + u^-(L, t) = \\ &= u_0^+ \cos(\omega t - \frac{\omega}{v} L + \theta_0^+) + u_0^- \cos(\omega t + \frac{\omega}{v} L + \theta_0^-) = 0 \end{aligned} \quad (8.3.4)$$

Так как это условие должно выполняться в любой момент времени, то

$$u_0^+ = u_0^- = u_0,$$

а аргументы косинусов должны различаться на $(2k + 1)\pi$.

Из (8.3.4) следует

$$2u_0 \cos(\omega t + \frac{\theta_0^+ + \theta_0^-}{2}) \cos(\frac{\omega}{v} L + \frac{\theta_0^- - \theta_0^+}{2}) = 0, \quad (8.3.5)$$

то есть

$$\frac{\omega}{v} L + \frac{\theta_0^+ - \theta_0^-}{2} = \frac{\pi}{2} (2k + 1), \quad (8.3.6)$$

где $k = 1, 2, \dots$.

Для другой точки закрепления

$$\begin{aligned} u(0, t) &= u^+(0, t) + u^-(0, t) = \\ &= u_0^+ \cos(\omega t + \theta_0^+) + u_0^- \cos(\omega t + \theta_0^-) = 0 \end{aligned} \quad (8.3.7)$$

Отсюда следует, что

$$2u_0 \cos(\omega t + \frac{\theta_0^+ + \theta_0^-}{2}) \cos(\frac{\theta_0^- - \theta_0^+}{2}) = 0 \quad (8.3.8)$$

и

$$\frac{\theta_0^- - \theta_0^+}{2} = \frac{\pi}{2}. \quad (8.3.9)$$

Из (8.3.6) и (8.3.9) следует, что устойчивые колебания в струне возможны при условии

$$\frac{\omega}{v} L = \pi k, \quad (8.3.10)$$

где $k = 1, 2, \dots$.

Определим амплитуду u_0 . Для этого воспользуемся условием (8.3.1)

$$u(x, t) = u_0 \cos(\omega t - \frac{\omega}{v} x_0 + \theta_0^+) + u_0 \cos(\omega t + \frac{\omega}{v} x_0 + \theta_0^-) = u_{00} \cos \omega t.$$

Проводя тригонометрические преобразования и учитывая (8.3.9) и (8.3.10), получаем

$$u_0 = \frac{u_{00}}{2 \cos(\frac{\omega}{v} x_0 + \frac{\pi}{2})}. \quad (8.3.11)$$

То есть при x , удовлетворяющих выражению

$\frac{\omega}{v} x_0 = \pi n$, где $n = 1, 2, 3, \dots$ это отношение будет стремиться к бесконечности. Реально из-за потерь амплитуда колебаний, конечно, не будет бесконечно большой. При выполнении условия (8.3.10) каждая точка струны будет совершать движение по закону

$$u(x, t) = u^+(x, t) + u^-(x, t) = 2u_0 \sin(\frac{\omega}{v} x) \cos(\omega t) \quad (8.3.12)$$

Такое движение является колебательным с амплитудой

$$u(x) = 2u_0 \sin(\frac{\omega}{v} x). \quad (8.3.13)$$

Точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю называются узлами, а там, где амплитуда достигает максимальных значений называются пучностями. Очевидно (см. (8.3.11)), что для достижения максимальных амплитуд колебаний струны внешний источник нужно помещать в узел.

В общем случае в гибкой однородной струне, натянутой между двумя точками могут наблюдаться колебания различного вида. Наибольший интерес представляет рассмотренный нами случай, когда все точки струны совершают гармонические колебания. Такие собственные колебания струны получили название нормальных колебаний. Любое собственное колебание может быть однозначно представлено как суперпозиция (сумма) нормальных колебаний с определенными частотами. При возбуждении нормальных колебаний вдоль струны устанавливаются стоячие волны, причем на концах струны в соответствии с (8.3.2), (8.3.3) всегда имеем узел смещения, а вдоль струны укладывается целое число длин стоячих волн.

$$n \frac{\lambda_n}{2} = L, \quad (8.3.14)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$, λ_n - длина бегущей волны. Для всех рассматриваемых колебаний скорость распространения импульса по струне одинакова, а

частоты нормальных колебаний различны. Так как длина волны связана со скоростью ее распространения v и частотой ν соотношением $\lambda \nu = v$, то

$$v = \frac{2L}{n} \nu_n. \quad (8.3.15)$$

Струна, следовательно, может колебаться не с одной частотой, а с целым спектром частот.

$$\nu_n = \frac{n}{2L} \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{\rho}}$$

П.8.3.2. Явления на границе раздела двух сред. Волновое сопротивление

Рассмотрим прохождение продольной упругой волны через границу раздела двух сред. Пусть первая среда характеризуется модулем Юнга E_1 и плотностью ρ_1 . Вторая среда - модулем Юнга E_2 и плотностью ρ_2 . Запишем условия на границе раздела двух сред. Они сводятся к двум условиям.

Во-первых. Смещения в волнах слева и справа от границы будут одинаковыми.

Во-вторых. Одинаковы напряжения слева и справа от границы раздела.

В первой среде возбуждаются прямая (падающая) и обратная (отраженная) волны, смещение в зависимости от продольной координаты в первой среде равно

$$u_1(x, t) = u_{01}^+ \cos(\omega t - k_1 x) + u_{01}^- \cos(\omega t + k_1 x). \quad (8.3.16)$$

Во второй среде возбуждается только прямая (прошедшая) волна.

$$u_2(x, t) = u_{02}^+ \cos(\omega t - k_2 x) \quad (8.3.17)$$

Пусть координата границы раздела $x=0$. Тогда первое граничное условие запишется в виде.

$$u_1(0, t) = u_2(0, t),$$

$$u_{01}^+ \cos(\omega t - k_1 \cdot 0) + u_{01}^- \cos(\omega t + k_1 \cdot 0) = u_{02}^+ \cos(\omega t - k_2 \cdot 0) \quad (8.3.18)$$

То есть

$$u_{01}^+ + u_{01}^- = u_{02}^+ \quad (8.3.19)$$

Второе условие

$$\sigma_1(0,t) = \sigma_2(0,t) \quad (8.3.20)$$

$$E_1 \varepsilon_1(0,t) = E_2 \varepsilon_2(0,t)$$

так как

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\partial u}{\partial x}, \text{ то} \quad (8.3.21)$$

или

$$(u_{01}^+ - u_{01}^-) E_1 k_1 = u_{02}^+ E_2 k_2 \quad (8.3.22)$$

Введем в рассмотрение величину

$$Z = \frac{\sigma_0}{v_{q0}} = \frac{E}{v} = \rho v \quad (8.3.23)$$

Эта величина носит название волнового сопротивления.

Граничные условия, при этом, сводятся к системе уравнений

$$\begin{aligned} u_{01}^+ + u_{01}^- &= u_{02}^+ \\ (u_{01}^+ - u_{01}^-) E_1 k_1 &= u_{02}^+ E_2 k_2 \end{aligned} \quad (8.3.24)$$

или

$$\begin{aligned} u_{01}^+ + u_{01}^- &= u_{02}^+ \\ (u_{01}^+ - u_{01}^-) Z_1 &= u_{02}^+ Z_2 \end{aligned} \quad (8.3.25)$$

Решая полученную систему уравнений, получаем

$$u_{01}^- = \frac{1 - \frac{Z_2}{Z_1}}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}} u_{01}^+, \quad (8.3.26)$$

$$u_{02}^+ = \frac{2}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}} u_{01}^+$$

Величина

$$\Gamma = \frac{1 - \frac{Z_2}{Z_1}}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}} \quad (8.3.27)$$

называется коэффициентом отражения.

П.8.4 Элементы акустики.

Акустика- область физики, в которой исследуются упругие колебания и волны от самых низких частот (< 1 Гц) до предельно высоких (10^{12} - 10^{13} Гц)

П.8.4.1. Звук и его характеристики.

$$I = \frac{1}{2} \nu \rho_0 \omega^2 u_0^2 - \text{интенсивность звуковой волны}$$

$$\delta p = -E \varepsilon, - \text{избыточное давление в звуковой волне}$$

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}, - \text{скорость волны}$$

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = k u_0 \sin(\omega t - kx) - \text{деформации малого элемента среды.}$$

Следовательно, для амплитуды давления в звуковой волне можно записать.

$$\delta p_0 = \nu \rho \omega u_0$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta p_0^2}{\rho v}$$

Примеры.

1. Порог болевого ощущения.

$$\delta p_0 = 300 \text{ Па}$$

$$u_0 = \frac{\delta p_0}{\nu \rho \omega} = \frac{300}{330 \cdot 1.3 \cdot 6.28 \cdot (1 \cdot 10^3)} \approx 10^{-4} \text{ м} = 0.01 \text{ см}$$

2. Предел слышимости.

$$\delta p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$$

Отсюда

$$u_0 = 0.8 \cdot 10^{-9} \text{ см}$$

Ощущение звука связано с воздействием механических колебаний упругой среды на слуховой аппарат человека. Ухо человека

воспринимает колебания в пределах 20 Гц-20000 Гц. Область частот ниже слышимых частот - инфразвук, область частот выше слышимых частот – ультразвук. Источником звука может быть любое тело, совершающее механические колебания в окружающей среде, например, колеблющаяся струна, мембрана, свисток. Звуки различают по **высоте, тембру и громкости**. Для того, чтобы вызвать звуковое ощущение, волна должна иметь интенсивность, превышающую минимальную, или пороговую $I_{пор}$.

Громкость звука определяется величиной

$$\beta = \lg \frac{I}{I_{пор}} \quad (8.4.1)$$

и измеряется в фонах. Этот

закон носит название **закона Вебера-Фехнера**: чувствительность уха человека к звуку меняется как логарифм интенсивности звука. На рисунке показаны кривые, соответствующие постоянным значениям уровней громкости. Верхняя кривая практически соответствует порогу болевого ощущения. Уровни громкости различных звуков примерно таковы: шум в вагоне метро -90-95 фон, громкий разговор на расстоянии 0.5 м - приблизительно 30 фон, шепот – около 10 фон.

Это критерий субъективный, поэтому в акустике пользуются также объективной единицей – уровнем звукового давления

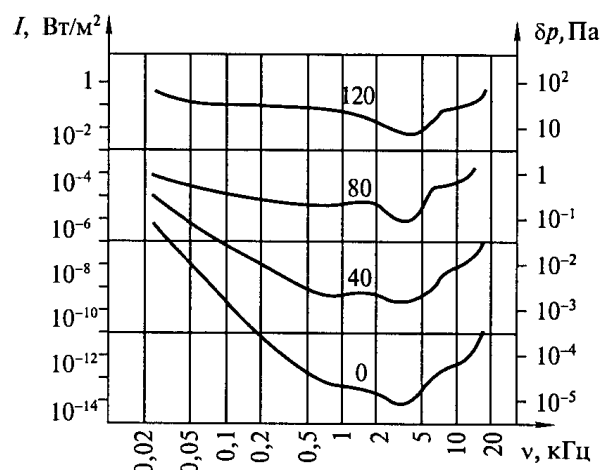
$$L_p = \lg \frac{I}{I_{пор}} = 2 \lg \frac{\delta p}{\delta p_{пор}}$$

В этом определении принято использовать стандартный порог слышимости $\delta p_{пор} = 2 \cdot 10^{-5}$ Па (ему соответствует значение пороговой интенсивности $I_{пор} = 10^{-12}$ Вт/м² – это пороговая чувствительность человеческого уха на частоте 1 кГц).

Уровень звукового давления обычно измеряют в децибелах

$$L_p = 10 \lg \frac{I}{I_{пор}} = 20 \lg \frac{\delta p}{\delta p_{пор}} \quad (8.4.2)$$

Наиболее чувствительно ухо к волнам с частотами около 3 кГц. В этом диапазоне интенсивность слышимых звуковых колебаний может отличаться в 10^{12} раз.



П.8.4.2.Эффект Доплера.

Эффект Доплера состоит в следующем. Если источник или приемник движутся относительно среды, в которой распространяются звуковые колебания, то частота, воспринимаемая приемником будет отличаться от частоты источника.

1) **Источник и приемник покоятся.** Пусть в течение времени t_n источник испустил n импульсов. В пространстве длина этого цуга импульсов равна $L_1 = t_n v$, частота равна

$$\nu = \frac{n}{t_n}.$$

Приемник принимает эти импульсы также в течение времени $t_{n1}' = t_n$, и частота принимаемого сигнала равна частоте испускаемого.

$$\nu = \frac{n}{t_n}$$

2) **Источник движется со скоростью u , приемник покоится.** Пусть в течение времени t_n источник испустил n импульсов, частота равна

$$\nu = \frac{n}{t_n}.$$

В пространстве длина этого цуга равна $L_2 = t_n(v - u)$. Приемник принимает эти импульсы в течение времени $t_{n2}' = \frac{L_2}{v}$, и частота принимаемого сигнала равна.

$$\nu' = \frac{n}{t_{n2}'} = \frac{nv}{L_2} = \frac{nv}{t_n(v - u)} = \nu \frac{v}{(v - u)}$$

3) **Источник движется со скоростью u , приемник движется со скоростью u' навстречу источнику.** Пусть в течение времени t_n источник испустил n импульсов, частота равна $\nu = \frac{n}{t_n}$. В пространстве

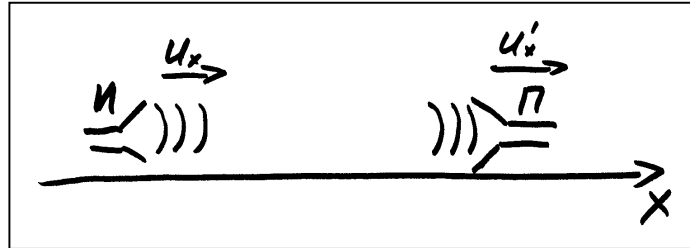
длина этого цуга равна $L_2 = t_n(v - u)$. Приемник принимает эти импульсы в течение времени $t_{n3}' = \frac{L_2}{v + u'}$ и частота принимаемого сигнала равна

$$\nu' = \frac{n}{t_{n3}'} = \frac{n(v + u')}{L_2} = \frac{nv}{t_n(v - u)} = \nu \frac{(v + u')}{(v - u)} \quad (8.4.3)$$

Последнюю формулу удобно переписать в следующем виде

$$v' = v \frac{(v - u_x')}{(v - u_x)}, \quad (8.4.4)$$

здесь u_x и u_x' – проекции скоростей источника и приемника на ось x (см. рисунок)



П.8.4.2. Движение со сверхзвуковой скоростью. Ударные волны. см. собственный конспект.