

Содержание

3 Неинерциальные системы отсчета.	1
3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.	1
3.2 Проявление сил инерции на Земле.	2
3.2.1 Силы, действующие на материальную точку в гравитационном поле Земли.	2
3.2.2 Маятник Фуко.	5
3.2.3 Отклонение падающих тел к Востоку.	6
3.3 Принцип эквивалентности.	7

3 Неинерциальные системы отсчета.

3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

Будем называть **неинерциальной** такую систему отсчета, которая движется ускоренно или вращается относительно инерциальных систем отсчета.

В общем случае ускорение материальной точки можно записать в виде (см. гл.1, штрихом обозначены величины, измеренные относительно неинерциальной системы координат):

$$\vec{a} = \left(\dot{\vec{v}}_{o'} + \left[\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}' \right] + [\vec{\omega} \times [\omega \times \vec{r}']] \right) + 2[\omega \times \vec{v}'] + \vec{a}'$$

$$= \vec{a}_{\text{пер}} + \vec{a}_{\text{кор}} + \vec{a}'$$

$$\vec{a}_{\text{пер}} = \left(\dot{\vec{v}}_{o'} + \left[\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}' \right] + [\vec{\omega} \times [\omega \times \vec{r}']] \right) \quad -$$

переносное ускорение

$$\vec{a}_{\text{кор}} = 2[\omega \times \vec{v}'] \quad -$$

кориолисово ускорение

$$\vec{a}' \quad -$$

относительное ускорение

Уравнение движения м.т. имеет вид

$$m\vec{a} = \vec{F},$$

или

$$m(\vec{a}' + \vec{a}_{\text{пер}} + \vec{a}_{\text{кор}}) = \vec{F},$$

Относительно неинерциальной системы координат уравнение движения удобно записать в виде

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_{\text{пер}} - m\vec{a}_{\text{кор}} \quad .$$

Второе и третье слагаемое в правой части называются соответственно переносной и кориолисовой силой инерции

$$\vec{F}_{\text{пер}} = -m\vec{a}_{\text{пер}} = -m \left(\vec{a}_0 + \left[\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}' \right] + [\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}']] \right),$$

$$\vec{F}_{\text{кор}} = -m\vec{a}_{\text{кор}} = -m \cdot 2 \cdot [\vec{\omega} \times \vec{v}'].$$

Составляющую переносной силы инерции, связанную со слагаемым $[\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}']]$ называют центробежной силой инерции

$$\vec{F}_{\text{цб}} = -m \cdot [\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}']] = -m\omega^2 \vec{r}'_{\perp}.$$

Замечание 1. Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета. Поэтому на силы инерции 3-й закон Ньютона не распространяется.

Замечание 2. Силы инерции существуют только в неинерциальных системах отсчета.

Замечание 3. Силы инерции подобно силам тяготения пропорциональны массам.

3.2 Проявление сил инерции на Земле.

3.2.1 Силы, действующие на материальную точку в гравитационном поле Земли.

Представим силу, действующую на материальную точку в виде суммы 4-х сил

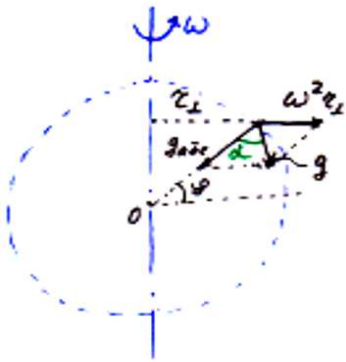
$$\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_3 + \vec{F}_0 + \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}$$

Здесь $\vec{F}_3$ - сила, действующая со стороны Земли.

$\vec{F}_0$ - сила, действующая со стороны Солнца, Луны и планет. В пределах Земли ее можно считать однородной.

$\vec{F}$ - другие силы, $\vec{F}_{\text{ин}}$ - силы инерции.

Уравнение движения м.т. в неинерциальной системе отсчета связанной с Землей имеет вид (см. рис.)



$$m\vec{a} = \vec{F} + \left(\vec{F}_3 + m\omega^2 \vec{r}_\perp \right) - 2m[\vec{\omega} \times \vec{v}] + \left(\vec{F}_0 - m\vec{a}_0 \right)$$

Последнее слагаемое равно нулю, так как в пределах Земли $\vec{F}_0$ - однородна и именно она вызывает движение Земли с постоянным ускорением a_0 .

Пусть материальная точка не движется относительно Земли, тогда $0 = \left(\vec{F}_3 + m\omega^2 \vec{r}_\perp \right) + \vec{F}$,
или

$$\vec{F} = - \left(\vec{F}_3 + m\omega^2 \vec{r}_\perp \right),$$

здесь $r_\perp = R_3 \cos \varphi$.

Силу, действующую со стороны м.т. на подвес или опору, называют весом тела P . Вес тела равен

$$\vec{P} = -\vec{F} = \left(\vec{F}_3 + m\omega^2 \vec{r}_\perp \right)$$

Введем обозначение

$$\left| \vec{F}_3 \right| = G \frac{M_3 m}{R_3^2} = mg_{\text{абс.}}$$

Измеряемое значение ускорения свободного падения равно

$$\vec{g} = \vec{g}_{\text{абс}} + \omega^2 \vec{r}_\perp$$

или

$$g^2 = g_{\text{абс}}^2 + (\omega^2 r_{\perp})^2 - 2g_{\text{абс}}\omega^2 r_{\perp} \cos \varphi$$

откуда в первом приближении получаем

$$g = g_{\text{абс}} - \omega^2 R_{\text{З}} \cos^2 \varphi$$

Кроме того из геометрии следует

$$g \sin \alpha = \omega^2 r_{\perp} \sin \varphi,$$

то есть

$$\sin \alpha = \frac{\omega^2 R_{\text{З}}}{2g} \sin 2\varphi$$

Измерения показывают, что на полюсе

$$g_{\text{пол}} = 9.832_{\text{м}}/\text{с}^2 \quad ,$$

на экваторе

$$g_{\text{эКВ}} = 9.780_{\text{м}} \quad / \text{с}^2,$$

$$g_{\text{абс}} = g_{\text{эКВ}} + \omega^2 R_{\text{З}} = 9.780 + \frac{4\pi^2}{(86164)^2} 6.378 \cdot 10^8 = 9.814_{\text{м}} \quad / \text{с}^2$$

Если бы Земля была правильным шаром, то должно выполняться равенство $g_{\text{абс}} = g_{\text{пол}}$. Таким образом, Земля имеет форму, отличную от шара (форма Земли близка к эллипсоиду вращения и называется геоид).

3.2.2 Маятник Фуко.

В 1851 г. французский ученый Фуко продемонстрировал неинерциальность Земли, обнаружив экспериментально, что плоскость колебаний математического маятника в поле тяжести Земли вращается. Его маятник имел длину 67 м, масса тела маятника - 28 кг. При одном колебании плоскость колебаний поворачивалась на 3 мм по окружности. Полный оборот маятник совершал за 32 часа.

Рассмотрим теорию этого явления. Уравнение движения маятника равно

$$m\vec{a} = m\vec{g} - 2m[\vec{\omega} \times \vec{v}] + \vec{F}.$$

Разложим вектор угловой скорости вращения Земли на вертикальную и горизонтальную составляющие (см.рисунок). Горизонтальную составляющую, в свою очередь, разложим на составляющую, лежащую в плоскости колебаний маятника и перпендикулярную ей.

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_v + \vec{\omega}_\Gamma = \vec{\omega}_v + \vec{\omega}_\perp + \vec{\omega}_\parallel.$$

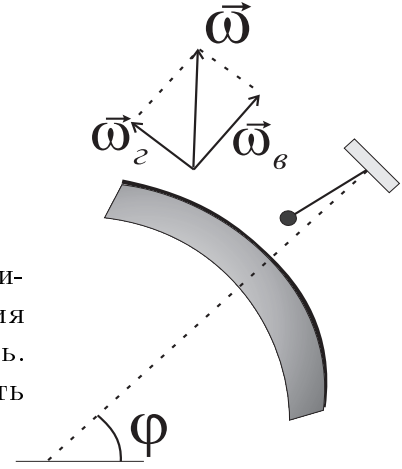
В результате получаем

$$[\vec{\omega}_\parallel \times \vec{v}] = 0.$$

Вектор $[\vec{\omega}_\perp \times \vec{v}]$ направлен по вертикали и приводит к незначительному изменению натяжения нити подвеса, этим слагаемым можно пренебречь.

То есть уравнение движения можно записать в виде

$$m\vec{a} = m\vec{g} - 2m[\vec{\omega}_v, \vec{v}] + \vec{F}.$$



Сила Кориолиса в этом уравнении действует перпендикулярно плоскости качания и приводит к повороту плоскости качания.

Чтобы исключить действие силы Кориолиса перейдем в систему координат, вращающуюся с угловой скоростью $\vec{\omega}_v$, в этой системе координат плоскость колебаний маятника не будет менять свое направление. Следовательно, угловая скорость поворота плоскости колебаний маятника на широте φ равна

$$\omega_v = \omega \sin \varphi.$$

Отсюда получаем выражение для времени поворота на полный оборот

$$T_{\text{вр}} = \frac{2\pi}{\omega \sin \varphi} = \frac{T}{\sin \varphi}.$$

3.2.3 Отклонение падающих тел к Востоку.

Все тела, свободно падающие на Землю, отклоняются к востоку.

Для простоты будем рассматривать падение тела с высоты h на экваторе. На тело действует сила притяжения и сила Кориолиса, поэтому скорость тела будет иметь две составляющие. Наличие вертикальной составляющей скорости приводит к появлению силы Кориолиса, что в свою очередь приводит к возникновению горизонтальной компоненты скорости и отклонению от вертикали.

$$ma_x = (-2m [\vec{\omega} \times \vec{v}'_2])_x$$

Приближенно можно считать, что вертикальная составляющая скорости меняется по закону

$$v'_2 = -gt,$$

следовательно

$$a_x = 2g\omega t.$$

Для зависимости горизонтальной скорости от времени получаем

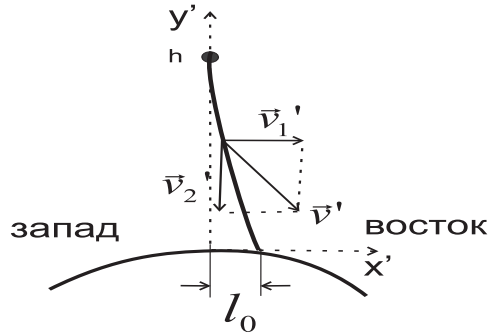
$$v_1 = \int_0^t a_x dt = g\omega t^2 \quad .$$

Тогда отклонение к востоку

$$l_0 = \int_0^\tau v'_1 dt = \int_0^\tau g\omega t^2 dt = \frac{1}{3}g\omega\tau^3$$

Учитывая, что $\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, находим

$$l_0 = \frac{1}{3}g\omega \left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2} = \frac{2}{3}\omega h \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$



Численная оценка: для $h=100$ м, $l_0=2.2$ см

3.3 Принцип эквивалентности.

Силы гравитационного взаимодействия пропорциональны массе тела, которую называют гравитационной массой тел, силы инерции также пропорциональны массе тела, только его инертной массе. Если инертная и гравитационная массы равны, то невозможно отличить, какая сила действует на данное тело – гравитационная или сила инерции.

Лифт Эйнштейна. Эйнштейн предложил следующий мысленный эксперимент. Пусть тела находятся в лифте, который удален от массивных тел и движется с ускорением. Тогда на все тела, находящиеся в лифте действуют сила инерции равная $\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_0$, тела под действием этих сил будут давить на опору или подвес, то есть будут обладать весом. Если лифт не движется, а висит в однородном поле тяжести, то все тела также будут обладать весом. Находясь в лифте невозможно отличить эти две силы. Поэтому все механические явления будут в обоих лифтах проходить одинаково.

Эйнштейн обобщил это положение на все физические явления. Принцип эквивалентности состоит в следующем: “Все физические явления в гравитационном поле происходят точно так же, как в соответствующем поле сил инерции, если совпадают напряженности полей и одинаковы начальные условия для тел системы”.

Принцип эквивалентности лежит в основе общей теории относительности или релятивистской теории гравитации.