

Броуновское движение 布朗运动

- Броуновское движение 布朗运动
- Длина свободного пробега 平均自由程
- Явления переноса 转移现象
 - Диффузия 扩散
 - Вязкость 粘性
 - Теплопроводность 导热性

Броуновское движение

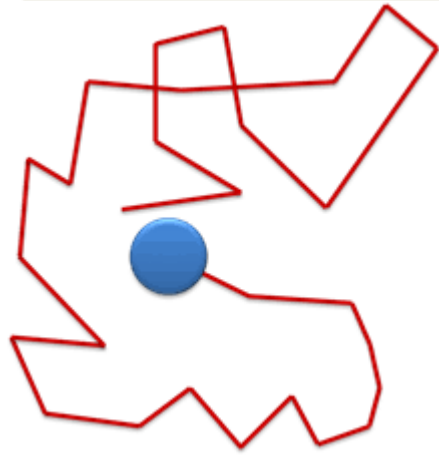
- В 1827 г. английский ботаник Р. Броун наблюдал в микроскоп с сильным увеличением беспорядочное движение субмикронных частиц (спор семян), взвешенных в воде. Интенсивность броуновского движения увеличивалась с ростом температуры среды и с уменьшением ее вязкости и размеров частиц.
- Впоследствии пришло понимание того, что Б. Д. является результатом многочисленных толчков, испытываемых субмикронной спорой со стороны окружающих ее молекул жидкости.

Броуновское движение

- **Броуновское движение 布朗运动** – это хаотическое (беспорядочное) тепловое движение взвешенной в жидкости или газе броуновской частицы под действием ударов молекул окружающей среды. Броуновская частица имеет размеры, значительно превосходящие размеры молекул среды (жидкости или газа), в которой она находится.
- **Причина броуновского движения 布朗运动原因** – флуктуации силы, действующей на броуновскую частицу со стороны молекул среды, возникающие в результате флуктуаций суммарного импульса, передаваемого молекулами среды, ударяющимися о броуновскую частицу.

Броуновское движение 布朗运动

Броуновское движение 布朗运动

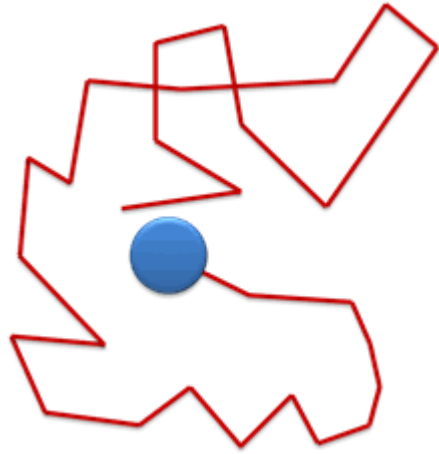


- За время наблюдения $t \gg \Delta t$ число блужданий равно за равные промежутки времени $n = t/\Delta t$.
- Пусть при каждом блуждании частица совершает случайное перемещение $\mathbf{q}_i$, тогда при блужданиях случайное смещение частицы от начальной точки (начала координат) будет определяться радиусом-вектором

$$\mathbf{r}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i$$

Броуновское движение 布朗运动

Броуновское движение



- Если проводить серию из большого числа опытов, то для среднего значения квадрата удаления частицы от начала координат можно записать

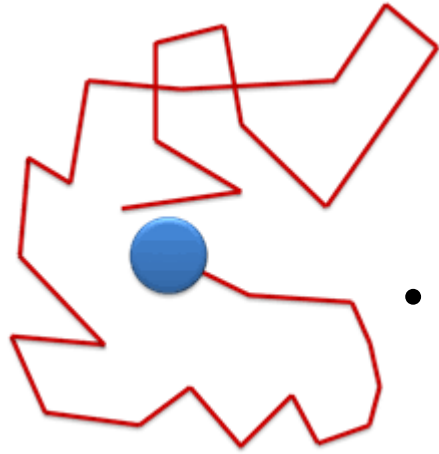
$$\langle r_n^2 \rangle = \left\langle \sum_{i,j=1}^n \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{q}_j \right\rangle = \sum_{i=1}^n \langle q_i^2 \rangle + \sum_{i \neq j}^n \langle \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{q}_j \rangle$$

- Поскольку блуждания статистически независимы, то положительные слагаемые второй суммы в среднем «уравновешиваются» точно такими же отрицательными слагаемыми

$$\sum_{i \neq j}^n \langle \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{q}_j \rangle = 0$$

$$\langle q_i^2 \rangle = q^2$$

Броуновское движение



$$\langle r_n^2 \rangle = \sum_{i=1}^n \langle q_i^2 \rangle = q^2 \frac{t}{\Delta t} = \alpha \cdot t$$

- При случайных блужданиях среднеквадратичное удаление частицы от начала координат пропорционально времени!

- Для движения центра масс частицы вдоль координатной оси Ox , можно записать уравнение движения в виде

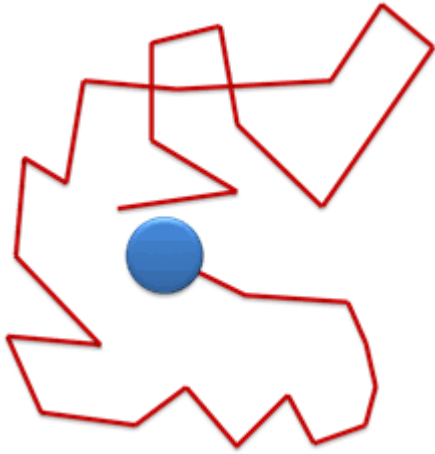
$$m\ddot{x} = -b\dot{x} + F_x$$

где b — коэффициент трения вязкой жидкости, F_x — проекция на координатную ось случайной силы, вызванной столкновениями.

$$\langle r_n^2 \rangle = \alpha \cdot t = \frac{6kT}{b} t$$

Броуновское движение 布朗运动

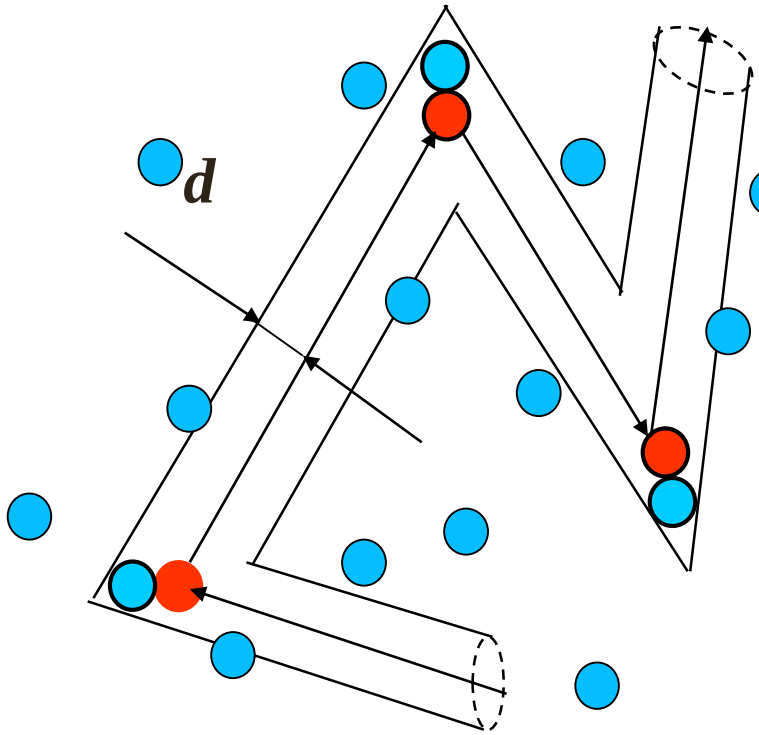
Броуновское движение



Подтверждение этой формулы было получено Перреном в 1906 г. на экспериментальной установке, на которой проверялось распределение Больцмана. Он фиксировал положения частиц гуммигута через интервалы времени.

- Перреном была вычислена постоянная Больцмана. Ее значение хорошо согласовывалось со значением K_B , полученным им в ранее описанном опыте. Все это доказывало справедливость молекулярно-кинетических представлений.
- Законами броуновского движения определяется диффузия в газах, случайные движения ионов в растворах электролитов и электронов в электрических цепях и пр.

Длина свободного пробега

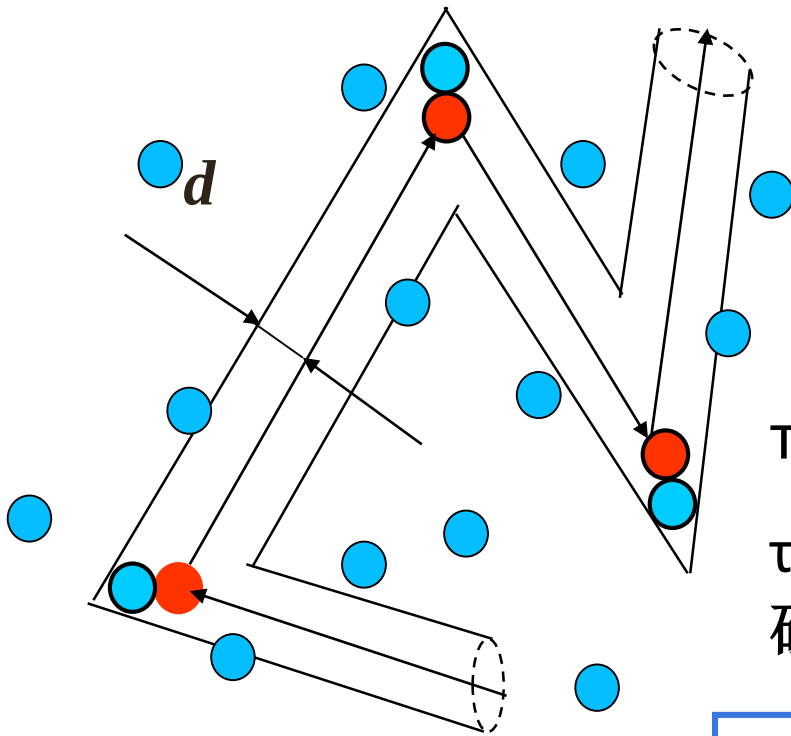


Расстояние, проходимое молекулой между двумя последовательными столкновениями называется *длиной свободного пробега*.

В кинетической теории важным параметром является **средняя длина свободного пробега** 平均自由程 (или просто **длина свободного пробега**).

Ее вычисление наиболее просто выполнить, используя представление о частице, являющейся упругим шариком диаметром $d=2r_0$ (r_0 — радиус шарика).

Длина свободного пробега



Средняя длина свободного пробега

$$\langle \lambda \rangle = \langle v \rangle \tau$$

$\langle v \rangle$ - Средняя скорость 平均速度
теплового движения молекулы

τ - время между столкновениями
碰撞时间

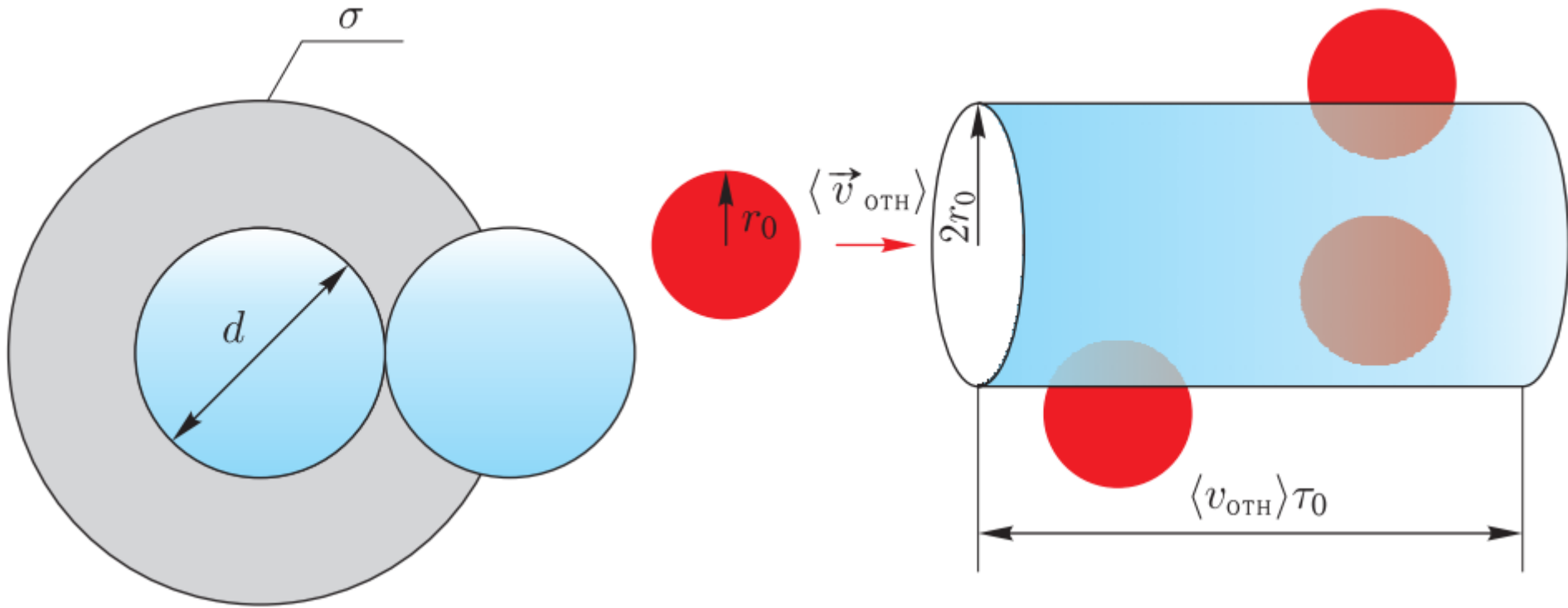
$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$$

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle}$$

$$\langle v_{отн} \rangle = \sqrt{2} \cdot \langle v \rangle$$

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n$$

Длина свободного пробега



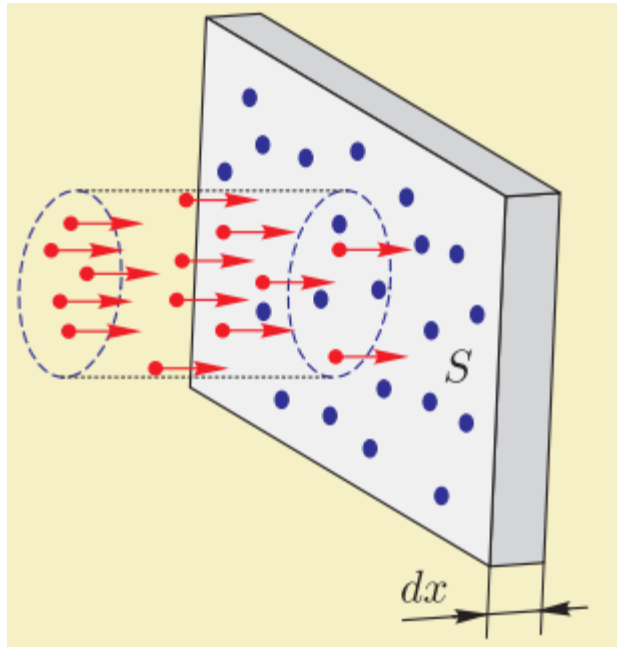
Столкновения будут только с теми молекулами, центры которых лежат внутри цилиндра радиусом d .

Если скорость частицы равна $\mathbf{v}$, а скорость мишени равна $\mathbf{v}'$,

то $\mathbf{v}_{\text{отн}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}'$

$$\langle \mathbf{v}_{\text{отн}}^2 \rangle = \langle (\mathbf{v} - \mathbf{v}')^2 \rangle = \langle \mathbf{v}^2 \rangle - 2 \langle \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}' \rangle + \langle \mathbf{v}'^2 \rangle = 2 \langle \mathbf{v}^2 \rangle$$

Вероятностный характер процесса столкновения

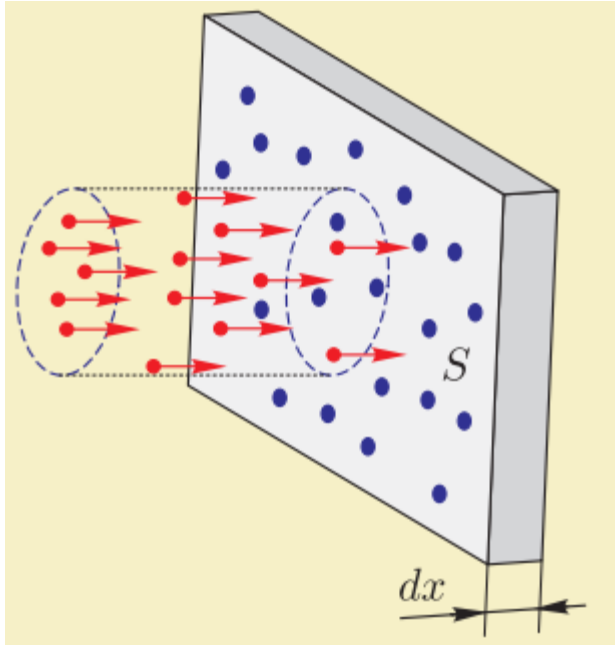


Процесс столкновения носит случайный характер: частица может пролететь самое разное расстояние между двумя ближайшими столкновениями.

Аналогично при бомбардировке вещества потоками частиц (электронами, протонами и др.) частицы могут рассеиваться.

При этом эти процессы носят случайный характер. Фундаментальной величиной процесса является **сечение рассеяния** 散射截面 σ , которое зависит от механизма взаимодействия бомбардирующих частиц с атомами вещества.

Вероятностный характер процесса столкновения

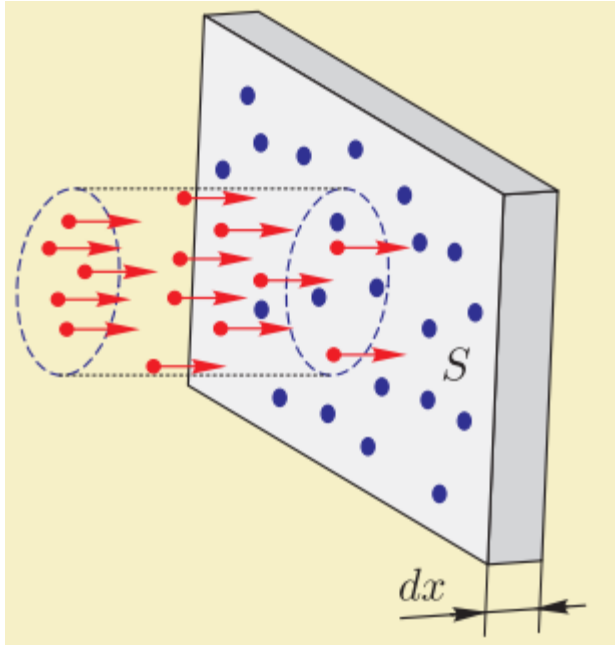


Пусть на слой рассеивающей среды площадью сечения S толщиной dx , падает поток частиц. В этом слое находится $dN = nSdx$, рассеивающих частиц среды (n — концентрация).

Тогда вероятность рассеяния этим слоем одной частицы равна $dP = (\sigma/S)dN$

$$dP = \frac{\sigma n S dx}{S} = \sigma n dx$$

Вероятностный характер процесса столкновения



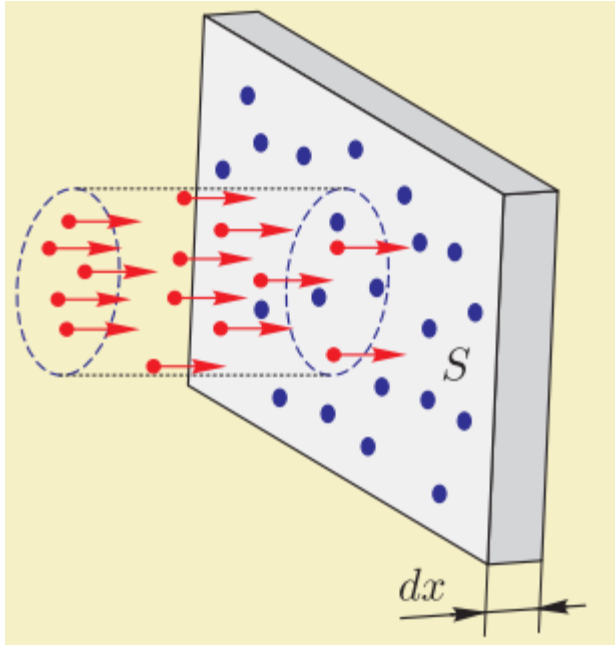
Если направить поток I_0 частиц в рассеивающую среду, то он будет постепенно ослабевать. Рассеяние в слое толщиной, приводит к уменьшению потока на величину $dI < 0$. Вероятность рассеяния связана с этим изменением соотношением

$$dP = -\frac{dI}{I(x)} = \sigma n dx$$

$$I(x) = I_0 \exp(-x/\lambda)$$

Измеряя ослабление потока при разных толщинах среды, рассчитывают длину свободного пробега, а затем и сечение рассеяния.

Вероятностный характер процесса столкновения



$$\frac{-dI}{I(x)} = \frac{-dn}{I(x)} u = \sigma n u dt$$

u - скорость частиц.

$$\sigma = \frac{1}{n} \frac{-dn'/dt}{I(x)}$$

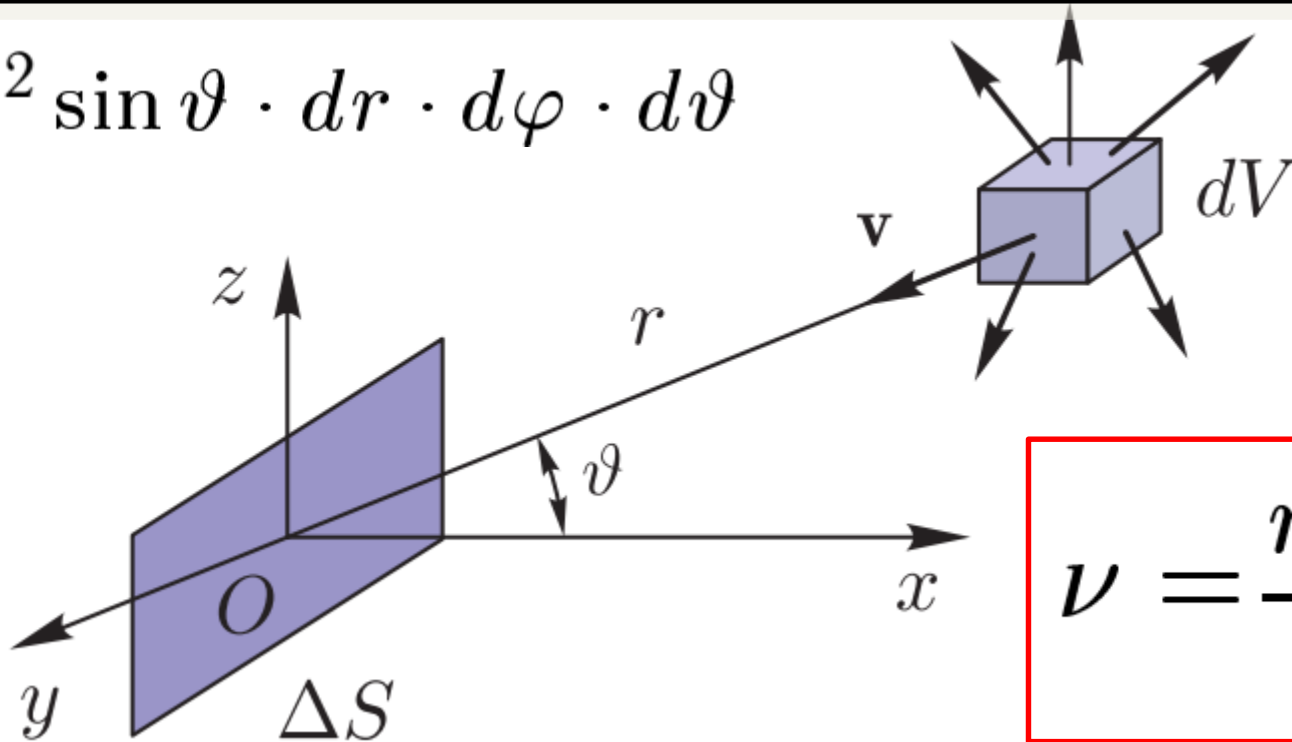
Эффективное сечение 有效散射截面
рассеяния равно отношению числа частиц,
выбывших из пучка за единицу времени
при взаимодействии с одной частицей
мишени, к величине потока этих частиц.

Эффективное поперечное сечение широко используется в ядерной и нейтронной физике для выражения вероятности протекания определенной ядерной реакции при столкновении двух частиц.

Столкновение частиц со стенкой сосуда

微粒和器皿壁的碰撞

$$dV = r^2 \sin \vartheta \cdot dr \cdot d\varphi \cdot d\vartheta$$

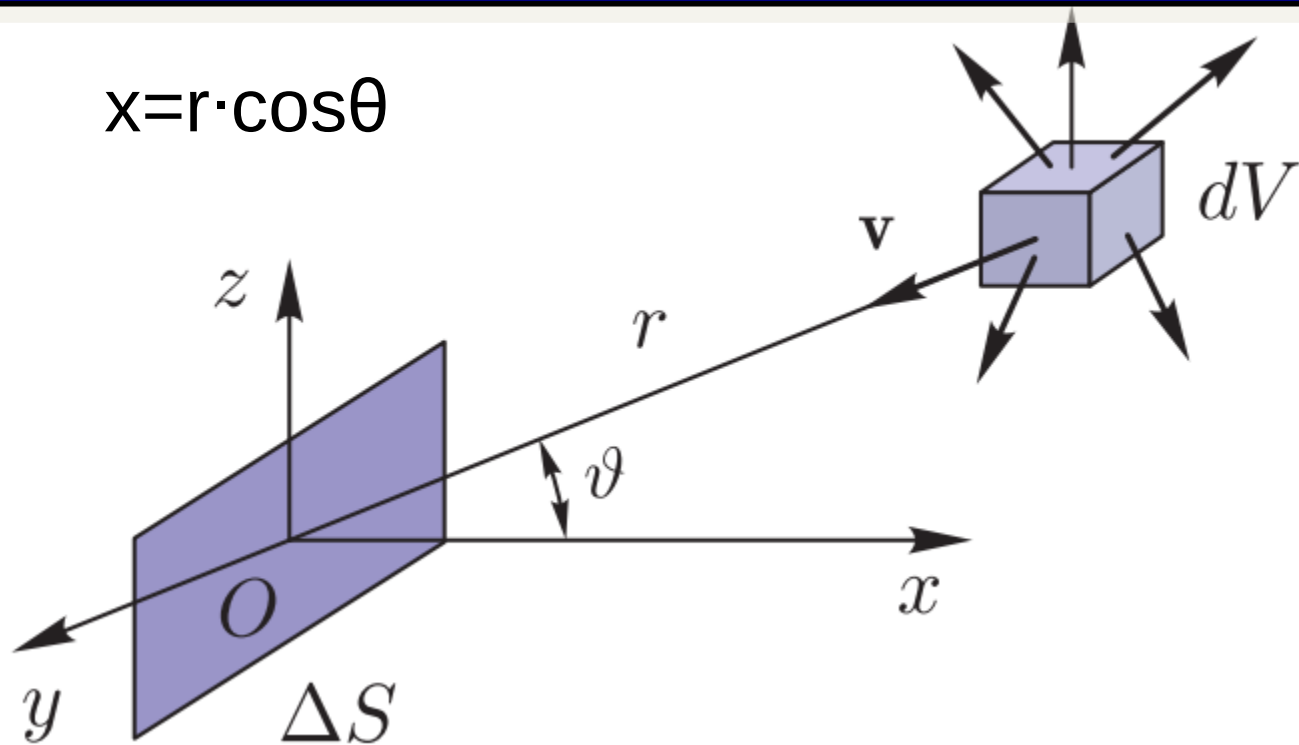


$$\nu = \frac{n_0 \langle v \rangle}{4}$$

Из объема dV изотропно по всем направлениям вылетают после столкновения частицы, число которых за время Δt равно

$$dN_0 = (\langle v \rangle / \lambda) \Delta t \cdot n \cdot dV$$

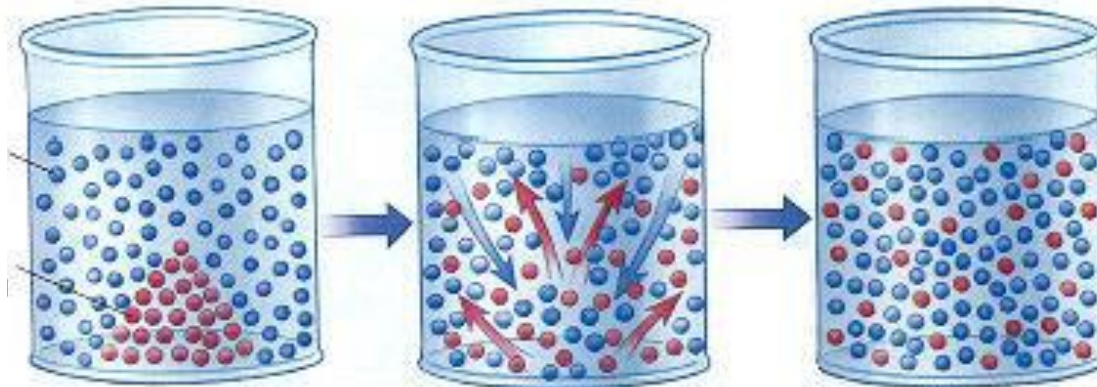
Столкновение частиц со стенкой сосуда



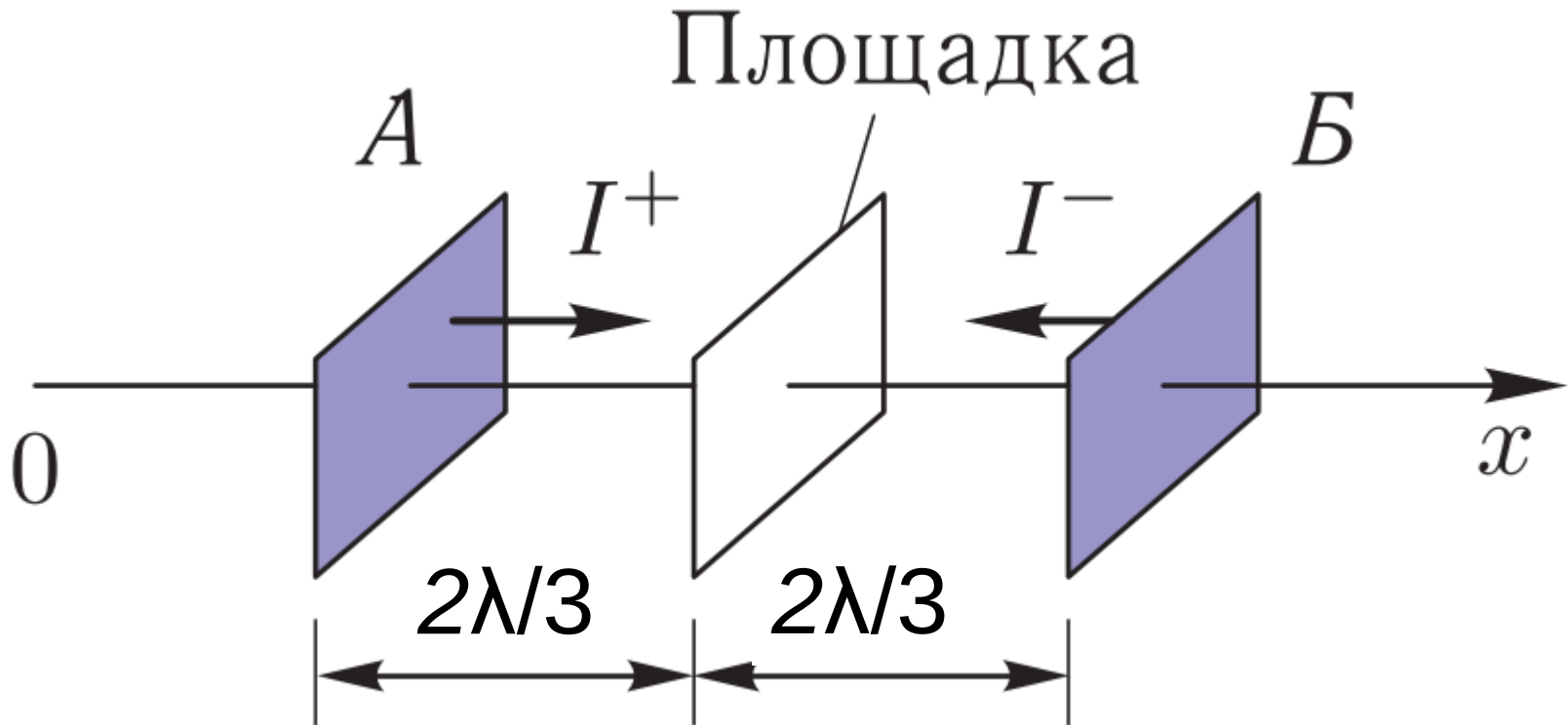
Вычислим среднее удаление λ_x , частиц от стенки в момент их последнего столкновения с другими частицами. Эта величина определяется интегрированием и равна $\lambda_x = 2\lambda/3$

Перенос вещества (Диффузия)

- Процессы переноса, происходящие в веществе, в каждой точке которого термодинамические параметры состояния не зависят от времени, называются **стационарными** 恒定.
- **Диффузия** 扩散 — процесс взаимного проникновения молекул или атомов одного вещества между молекулами или атомами другого, приводящий к самопроизвольному выравниванию их концентраций по всему занимаемому объёму.

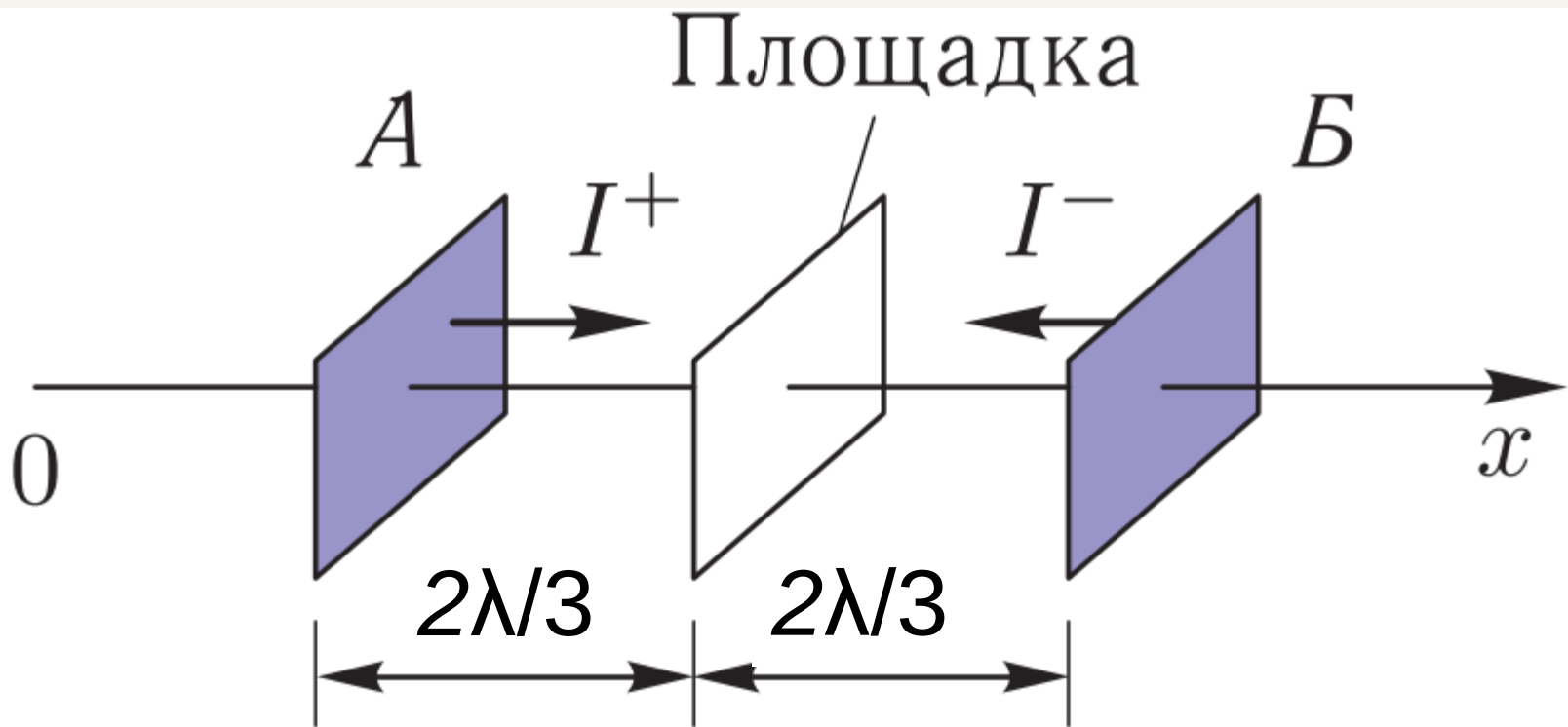


Перенос вещества (Диффузия)



Пусть концентрация газа $n(x)$ изменяется вдоль одной координатной оси. Будем считать, что характерный масштаб, на котором происходит изменение концентрации, намного превышает длину свободного пробега.

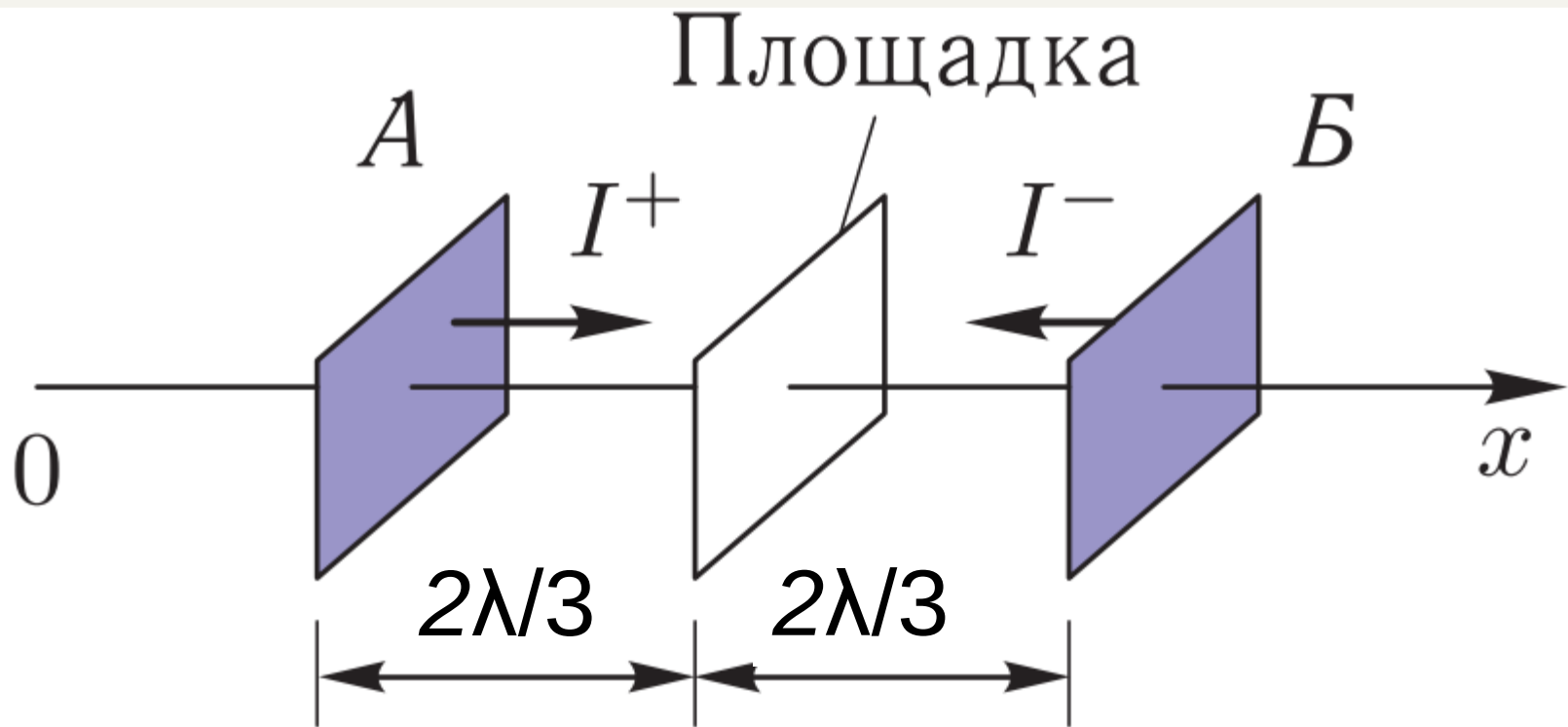
Перенос вещества (Диффузия)



Вычислим поток частиц через единичную площадку, перпендикулярную оси. Поток частиц, находящихся слева от площадки и движущихся в положительном направлении координатной оси будет равен частоте ударов о стенку A :

$$I^+ = \frac{n(x - l_X) \langle v \rangle}{4}$$

Перенос вещества (Диффузия)

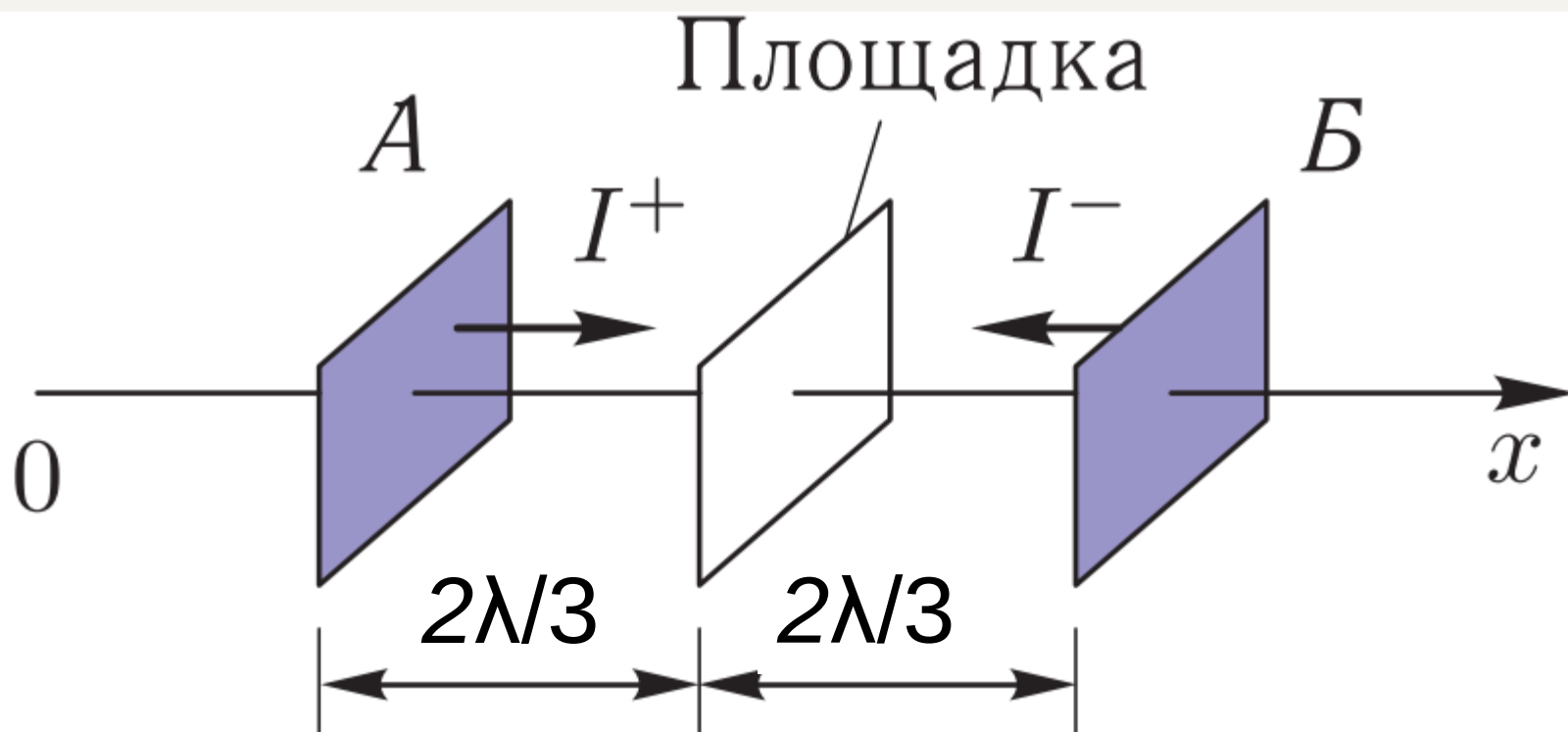


Поток частиц, находящихся справа от площадки и движущихся в отрицательном направлении координатной оси, будет равен частоте ударов о стенку Б:

$$I^- = \frac{n(x + l_X) \langle v \rangle}{4}$$

Диффузия (Закон Фика 斐克定律)

Диффузия (Закон Фика 斐克定律)



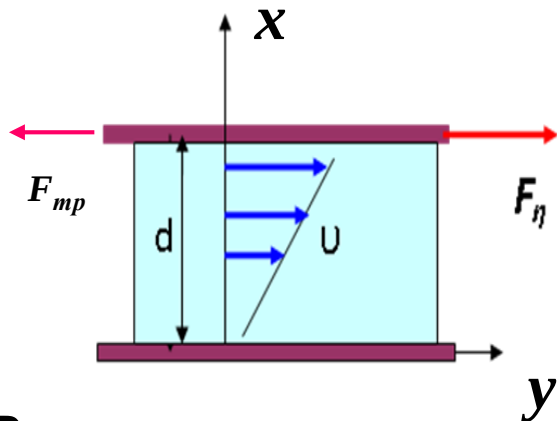
$$I = -D \frac{dn}{dx}$$

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle$$

Коэффициент диффузии
扩散系数

Перенос импульса

Вязкость (Закон Ньютона 牛顿定律)



Коэффициент вязкости
粘度系数

$$j_u = -\eta \frac{\partial u}{\partial x} \quad \eta = -\frac{1}{3} \langle v \rangle \ell \rho$$

Вязкость, или внутреннее трение в газах, обуславливается переносом импульса молекул поперек направления движения слоев газа, имеющих различные скорости.

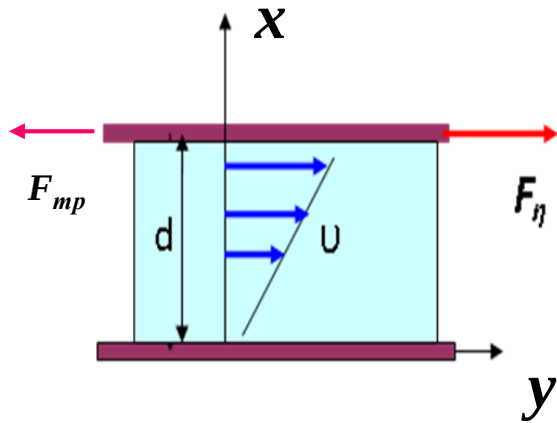
В результате теплового движения молекулы перелетают из одного слоя газа в другой, перенося при этом свой импульс упорядоченного движения из одного слоя в другой. В результате обмена молекулами между слоями, движущимися с различными скоростями, импульс упорядоченного движения быстрее движущегося слоя уменьшается, а медленнее движущегося — увеличивается.

Перенос импульса

Вязкость (Закон Ньютона 牛顿定律)

Перенос импульса

Вязкость (Закон Ньютона)



$$j_u = -\eta \frac{\partial u}{\partial x}$$

Вязкость — это процесс переноса импульса в направлении, перпендикулярном упорядоченному, направленному течению жидкости (или газа).

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho$$

Коэффициент вязкости

Перенос внутренней энергии

Теплопроводность (Закон Фурье 傅立叶定律)

Теплопроводность – перенос теплоты (энергии теплового движения микрочастиц) от более нагретых тел (или частей одного тела) к менее нагретым, приводящий к выравниванию температуры.

Поток энергии через единичную площадку в единицу времени равен q

$$\frac{dQ}{dSdt} = q = -\frac{1}{3} \lambda \langle v_T \rangle n \frac{i}{2} k \frac{dT}{dx}$$

$$q = -\chi \frac{dT}{dx}$$

$$\chi = \frac{1}{3} \lambda \langle v_T \rangle \rho C_{V_{\text{уд}}}$$

коэффициент теплопроводности

导热系数

Перенос внутренней энергии

Теплопроводность (Закон Фурье 傅立叶定律)

Явления переноса

Явление	Переносимая величина	Основной закон и уравнение переноса	Коэффициент переноса	Связь между коэффициентами переноса
Диффузия	Количество вещества, или масса, или число молекул	Закон Фика. $J = -D \frac{dn}{dx}$ $m = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t$	$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle$	$D = \frac{\eta}{\rho}$
Вязкость	Импульс упорядоченного движения слоёв	Закон Ньютона $F = \eta \left \frac{dv}{dx} \right S$	$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda$	$\eta = D \rho$
Теплопроводность	Количество теплоты (энергия)	Закон Фурье $q = -\chi \frac{dT}{dx} S$	$\chi = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \rho C_v$	$\chi = \eta C_v$

Коэффициент диффузии

Коэффициент диффузии газов и паров в воздухе

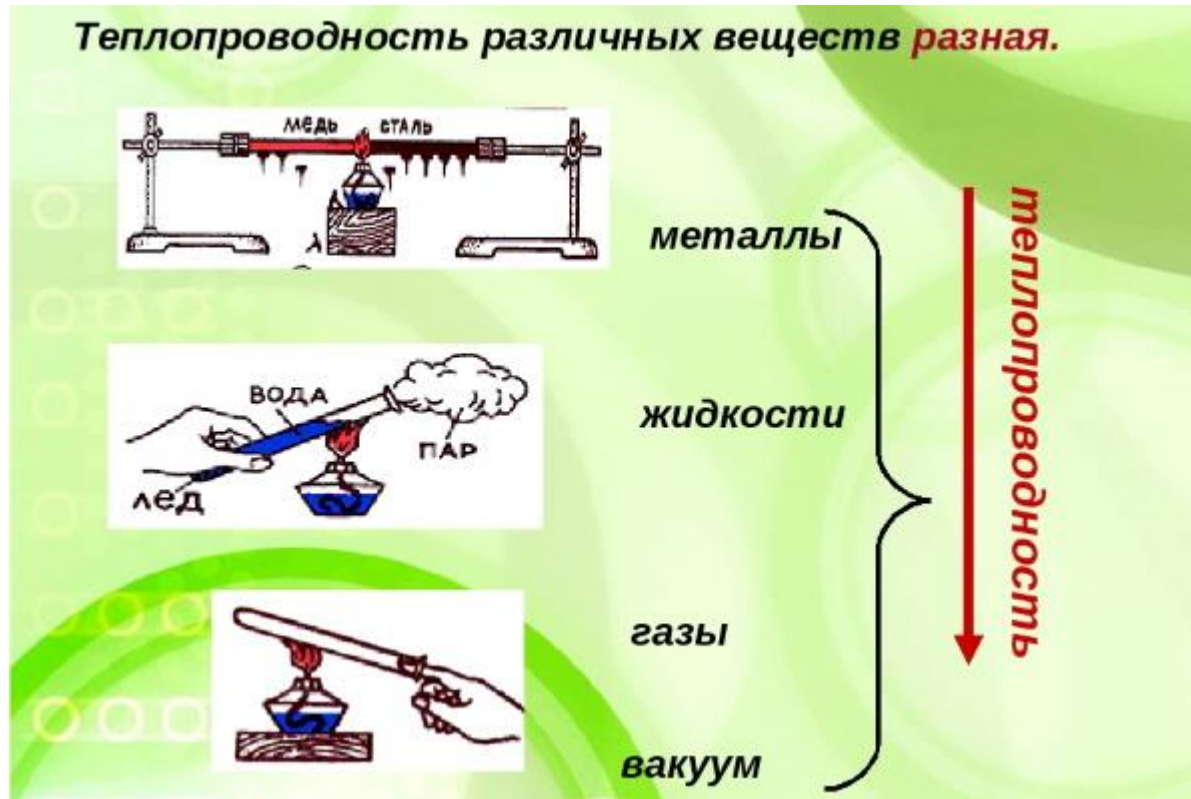
- Водяной пар: $0,21 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$
- Эфир этиловый : $0,08 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$

Коэффициент диффузии водных растворов в чистой воде

- Аммиак: $1,23 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$
- Спирт этиловый : $0,80 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$

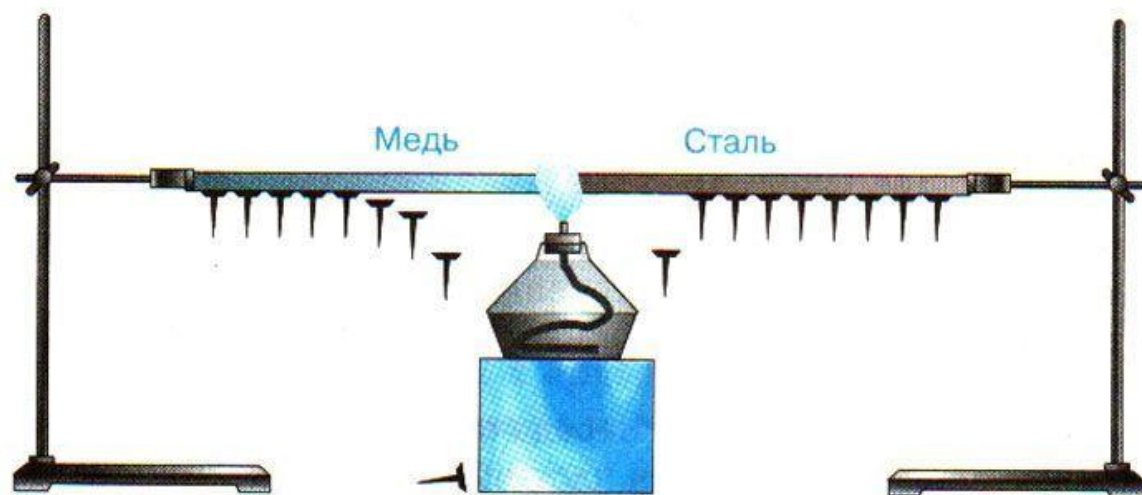
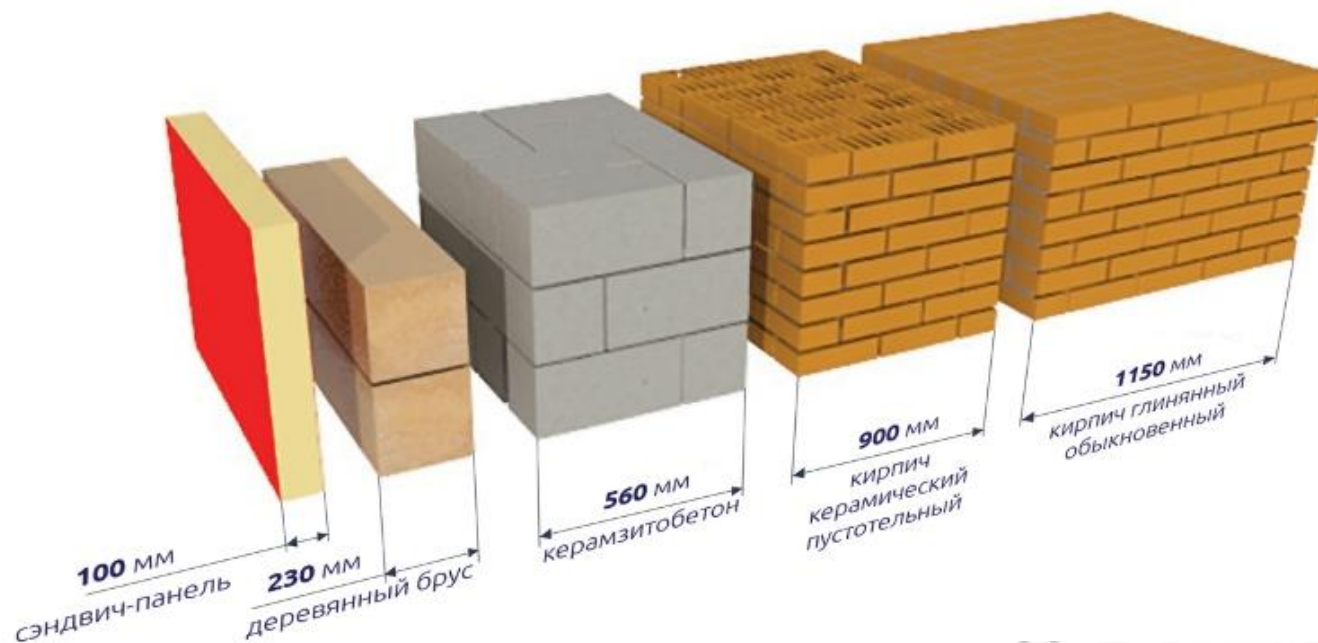
Твердое тело $\sim 10^{-17} \text{ м}^2/\text{с}$

Коэффициент теплопроводности



- Медь: $389 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$
- Вода: $0,569 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$
- Воздух: $0,22 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$

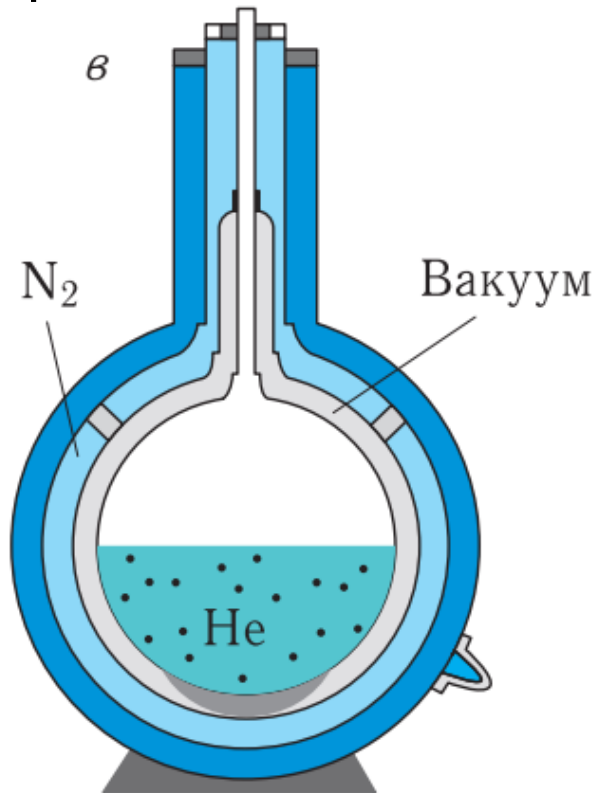
Коэффициент теплопроводности



Вещество	Коэффициент теплопроводности Вт/(м*град)
Алюминий	209,3
Железо	74,4
Золото	312,8
Латунь	85,5
Медь	389,6
Ртуть	29,1
Серебро	418,7
Сталь	45,4

Сосуд Дьюара 杜瓦瓶

Дж. Дьюар в 1892 г. изобрел сосуд, представлявший собой стеклянную колбу с двойными стенками, из пространства между которыми был выкачан воздух. Для уменьшения потерь на излучение обе внутренние поверхности колбы были покрыты серебром, хорошо отражавшим тепловое излучение.



- Вакуумную полость откачивают до давления 10^{-2} Па, а поверхности полости полируют.
- Это позволяет снизить потери от испарения до нескольких процентов в сутки.

Коэффициент вязкости

Коэффициент вязкости газов

- Вода: $8,90 \cdot 10^{-4}$ кг/(м·с) или Па·с
- Эфир этиловый : $0,08 \cdot 10^{-4}$ кг/(м·с) или Па·с

Коэффициент вязкости жидкости

- Воздух: $1,78 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с) или Па·с