

Кинематика твердого тела

- Поступательное, вращательное и плоское движение твердого тела.
- Мгновенная ось вращения.
- Движение твердого тела с одной закрепленной точкой. Теорема Эйлера.
- Свободное движение твердого тела.

Кинематика твердого тела

Механика твердого тела, как и механика материальной точки, включает два основных раздела: кинематику и динамику.

- **Задача кинематики** – описать движение твердого тела и, исходя из закона движения, определить положение, скорость и ускорение любой точки.

На первый взгляд **задача очень сложная !!!**

Облегчающее обстоятельство заключено в модели **«абсолютно твердого тела»**

Абсолютно твердое тело

- **Абсолютно твердое тело** – тело у которого расстояние между двумя любыми материальными точками которого можно считать постоянными (не изменяется со временем) в условиях данной задачи.

Цилиндр



Полый цилиндр (трубка)



Абсолютно твердое тело

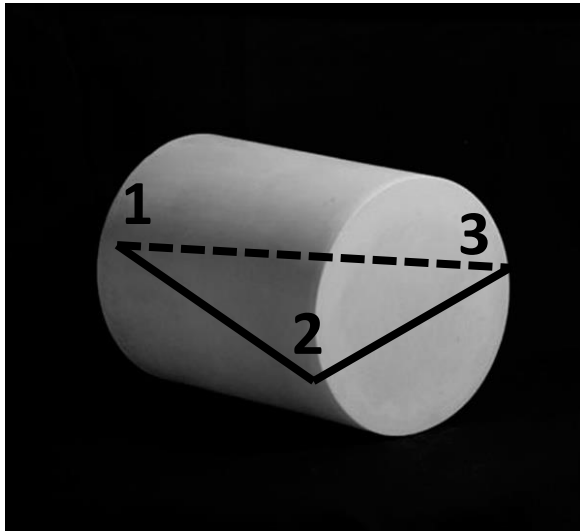
- **Абсолютно твердое тело** – тело у которого расстояние между двумя любыми материальными точками которого можно считать постоянными (не изменяется со временем) в условиях данной задачи, т.е. **твердое тело не деформируется**. Далее мы будем вместо термина «абсолютно твердое тело» использовать термин «твердое тело»



Число степеней свободы

- **Число степеней свободы** – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

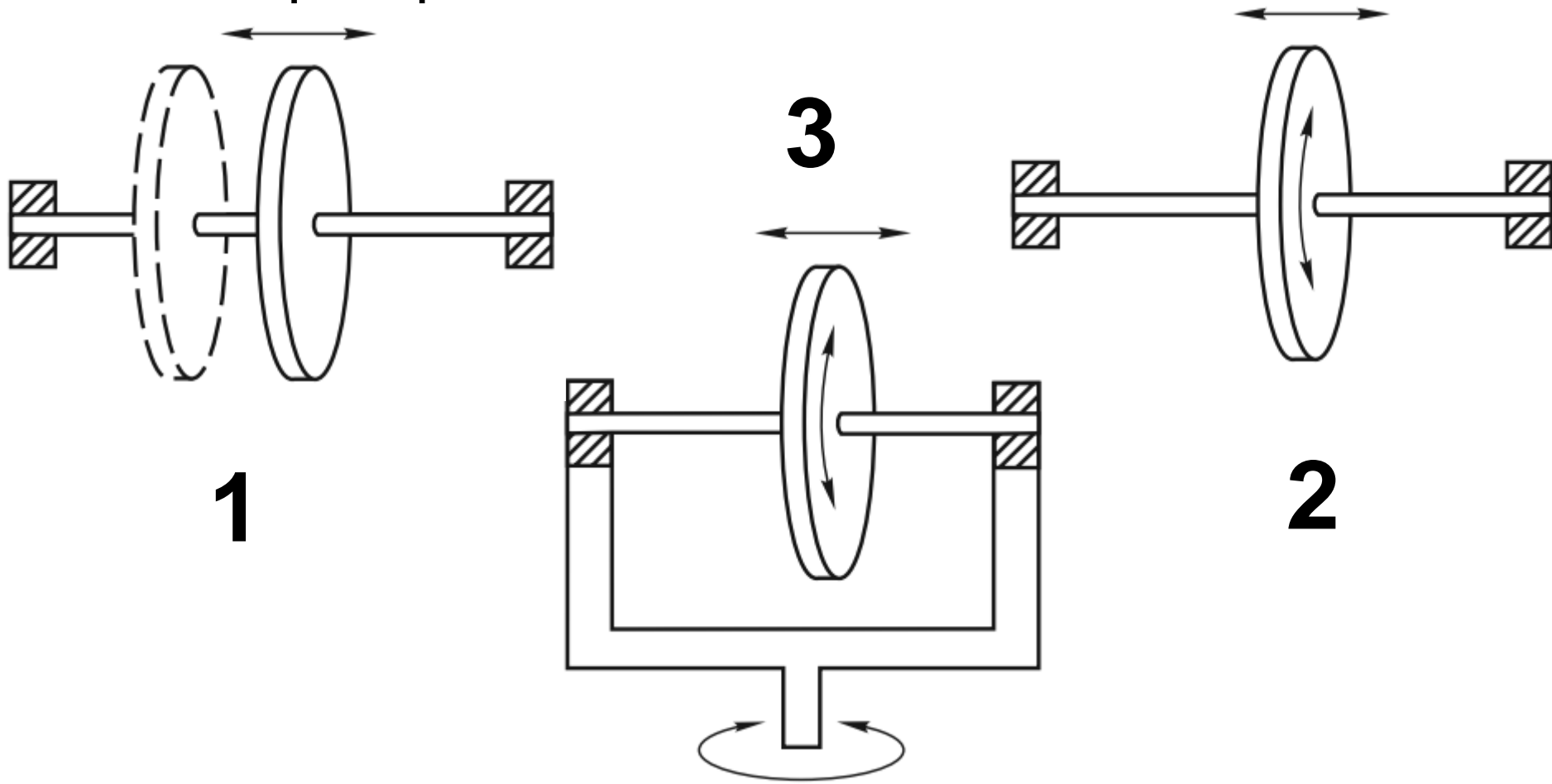
Для того, чтобы однозначно определить положение твердого тела в пространстве, нужно задать координаты трех его точек, не лежащих на одной прямой.



$$l_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$$

Число степеней свободы (Примеры)

- **Число степеней свободы** – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

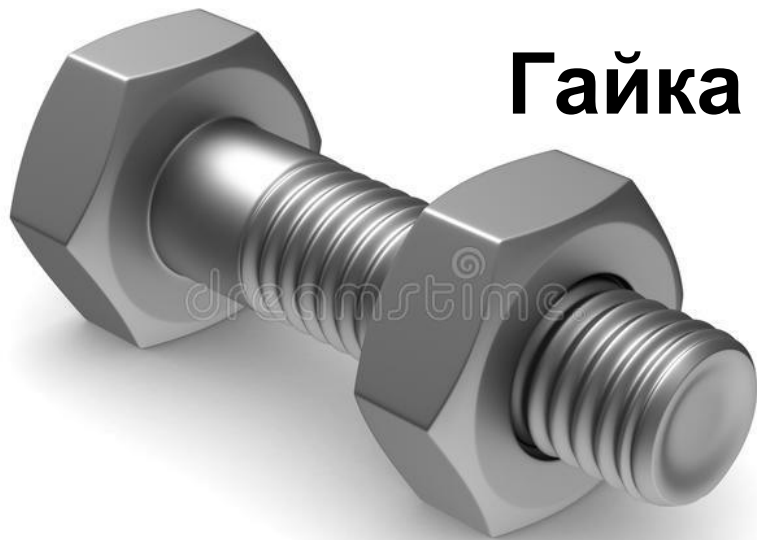


Число степеней свободы (Примеры)

- **Число степеней свободы** – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

Болт

Гайка



1

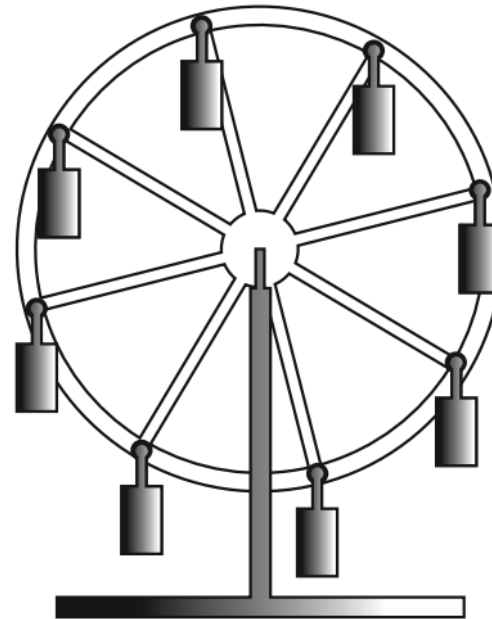
Виды движения твердого тела

При анализе движения твердого тела обычно выделяют специальные случаи движения:

- **Поступательное движение**
- **Вращательное движение**
- **Плоское движение**
- **Движение твердого тела с одной неподвижной точкой**
- **Движение свободного твердого тела**

Поступательное движение твёрдого тела

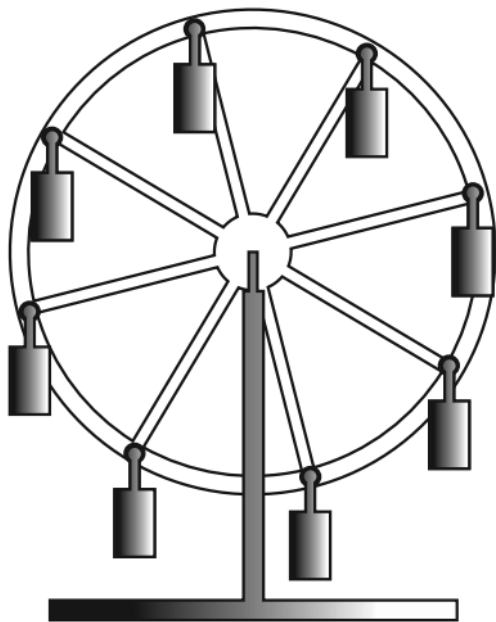
Поступательным называется такое движение, при котором любой отрезок тела движется, оставаясь параллельным своему первоначальному положению (три степени свободы).



Колесо обозрения

Вращательное движение твёрдого тела

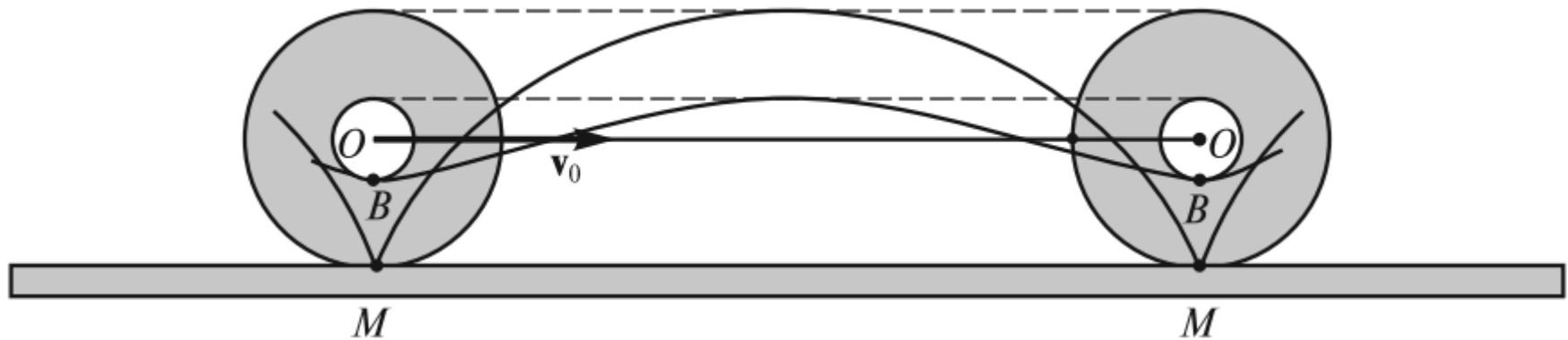
Вращательным движением относительно оси называется такое движение, при котором траектории всех точек тела являются окружностями с центрами, лежащими на одной прямой, называемой осью вращения (одна степень свободы).



- Угловая скорость
- Угловая скорость связана с линейной скоростью любой точки тела \mathbf{V} соотношением $\vec{V}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$
- Угловое ускорения

Плоское движение твердого тела

Плоским движением твердого тела называется такое движение, при котором траектории всех его точек лежат в параллельных плоскостях (три степени свободы).

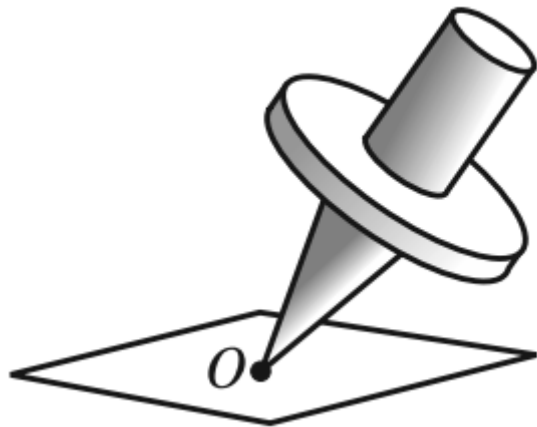


Движение твердого тела с одной неподвижной точкой

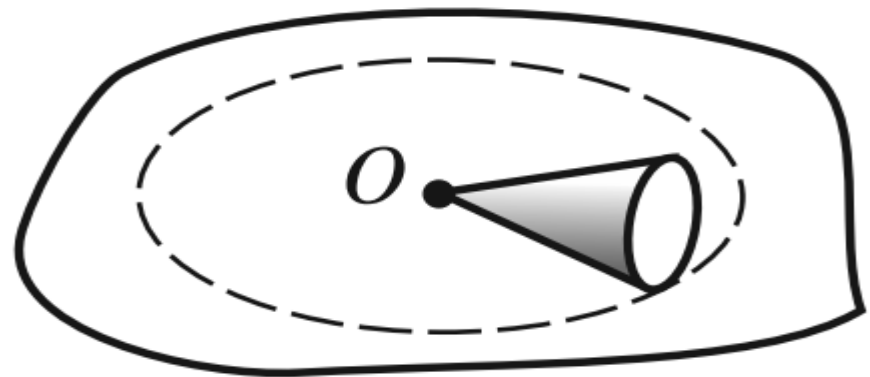
Движение твердого тела с одной неподвижной точкой – это движение, при котором одна точка тела закреплена (три степени свободы).

Движение твердого тела с одной неподвижной точкой

Для твердого тела с **одной неподвижной точкой** справедлива **теорема Эйлера**: твердое тело, закрепленное в одной точке может быть переведено из одного положения в любое другое одним поворотом вокруг неподвижной оси, проходящей через точку закрепления.



Волчок с точкой
закрепления



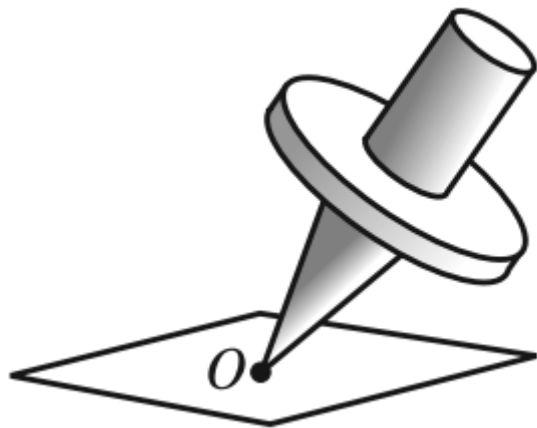
Конус, катящийся по плоскости
без проскальзывания

Свободное движение твердого тела

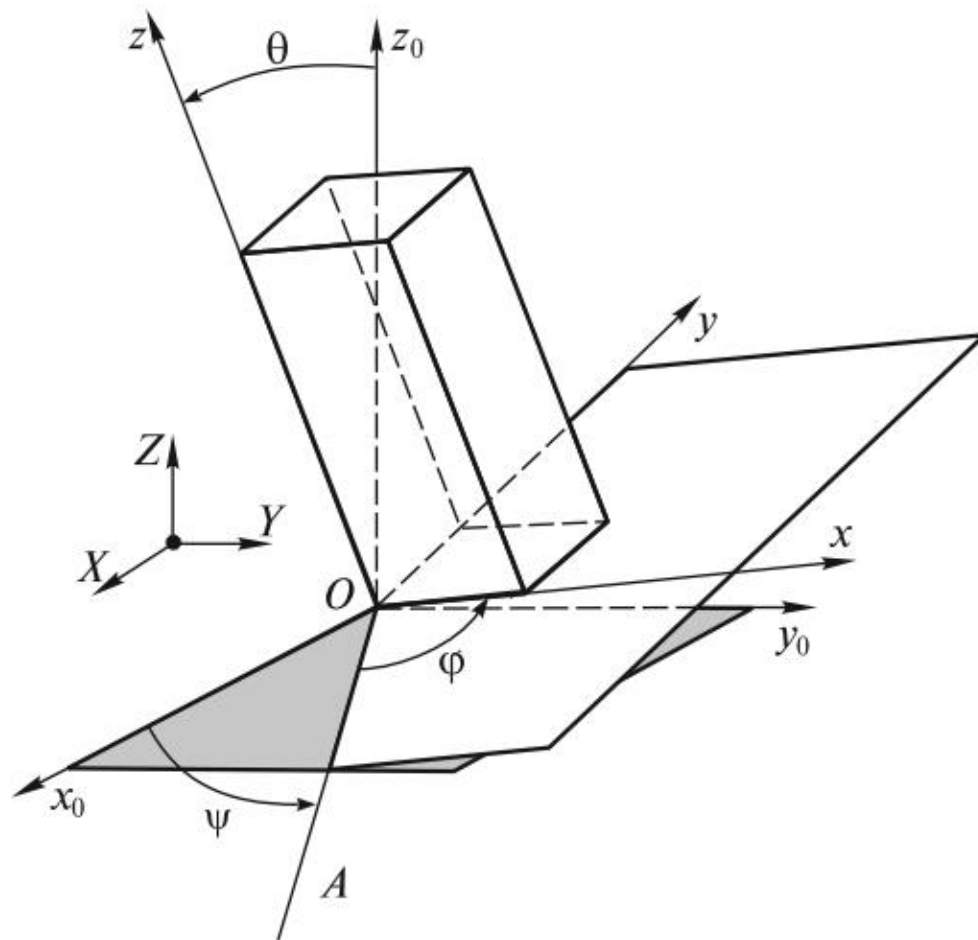
Свободное движение твердого тела – это общий случай движения тела (шесть степеней свободы).

Движение твердого тела с одной неподвижной точкой

В этих случаях тела имеют три степени свободы и для описания движения тел можно использовать три угла Эйлера



Волчок с точкой
закрепления



Мгновенная ось вращения

Мгновенная ось вращения – ось вращения, относительно которой в течение бесконечно малого интервала времени можно представить движение абсолютно твердого тела, как "чистый" поворот.

Мгновенная ось вращения твердого тела – покоящаяся в лабораторной системе отсчета ось, относительно которой поступательная скорость тела равна нулю.

Свободное движение твердого тела

Можно показать, что произвольное движение твердого тела можно свести к суперпозиции вращательного движения вокруг мгновенной оси и поступательного перемещения вдоль этой же оси (шесть степеней свободы).

- Для произвольной точки A тела можно записать

$$\vec{R}_A = \vec{R}_0 + \vec{r}$$

- Скорость точки A так же, как и для плоского движения, определяется из соотношения

$$\vec{V}_A = \vec{V}_o + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

