

# Механика

---

## Лекция 6

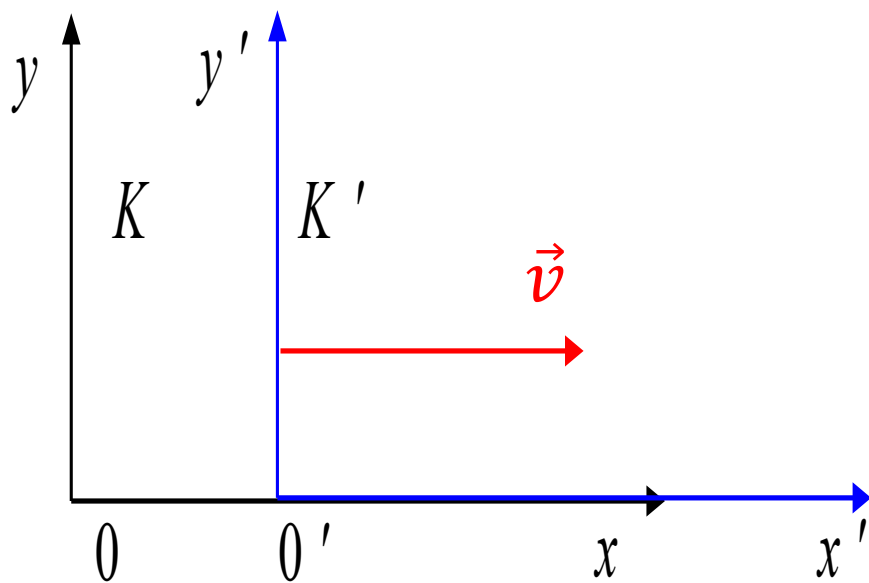


# План лекции

- Пространство и время в релятивистской механике.
- Два постулата Эйнштейна. Преобразования Лоренца.
- Скорость света как максимальная скорость распространения сигналов.
- Следствия преобразований Лоренца.
- Относительность одновременности.
- Замедление темпа хода движущихся часов.
- Сокращение длины движущихся отрезков.

# Исходные положения

## Преобразования Галилея

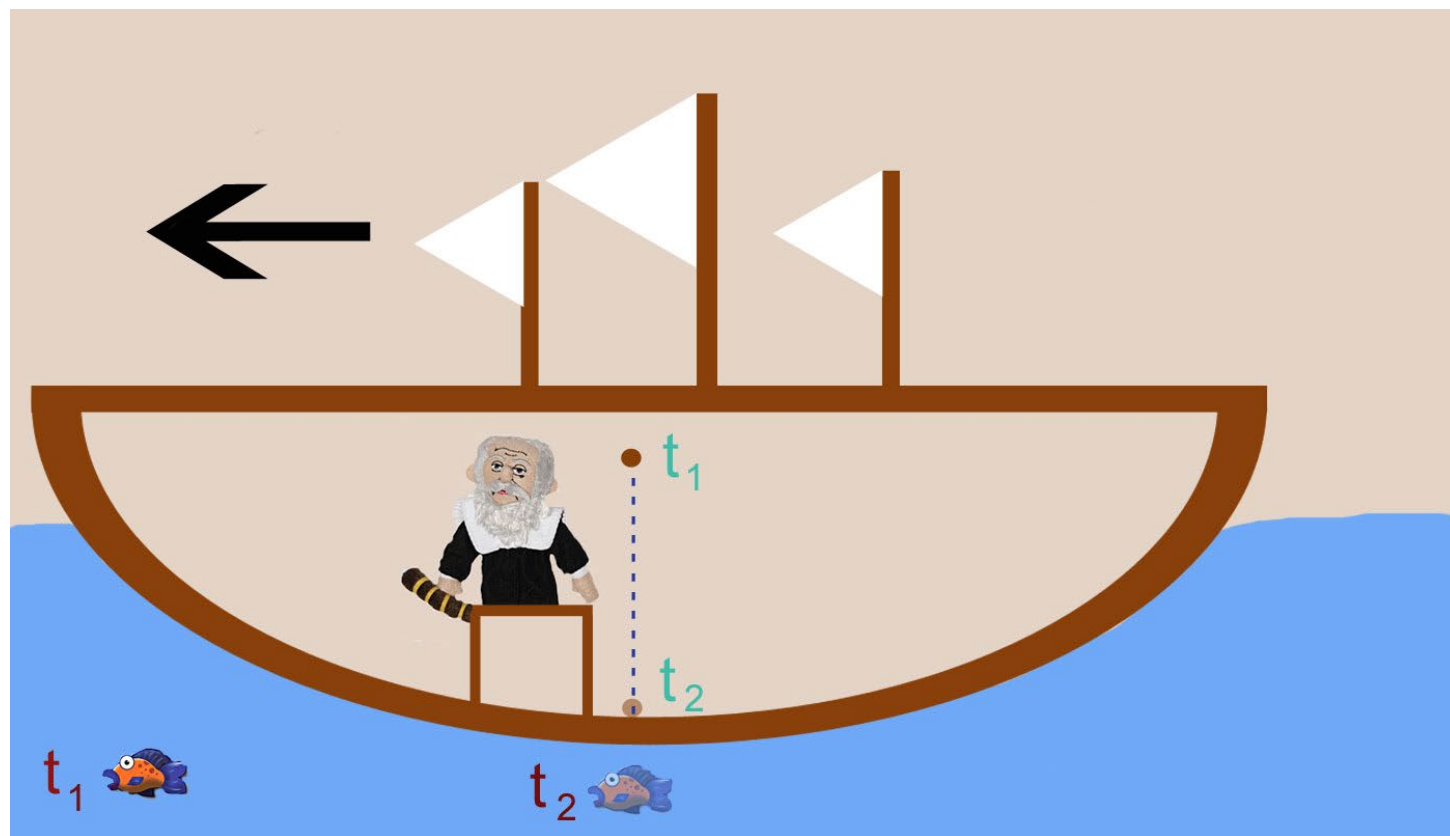


$$\vec{r} = \vec{v}t + \vec{r}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = v_x t + x' \\ y = v_y t + y' \\ z = v_z t + z' \\ t = t' \end{cases}$$

# Принцип относительности Галилея

Если в двух замкнутых лабораториях, одна из которых равномерно прямолинейно (и поступательно) движется относительно другой, провести одинаковый механический эксперимент, результат будет одинаковым.

Все механические явления в любых ИСО происходят одинаково — подчиняясь одинаковым законам.



# Исходные положения

- Пространство евклидово
- Длины всех отрезков остаются одинаковыми в любой ИСО  
$$l_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = inv > 0$$

- Временные промежутки не зависят от пространственных координат

$$t_{12} = t_2 - t_1 = inv$$

- Следовательно, в любой ИСО ускорение одинаково:  $a = inv$
- Отсюда, в любой ИСО уравнение движения неизменно
- Распространение взаимодействий – мгновенно при помощи среды

# Развитие взглядов на скорость света

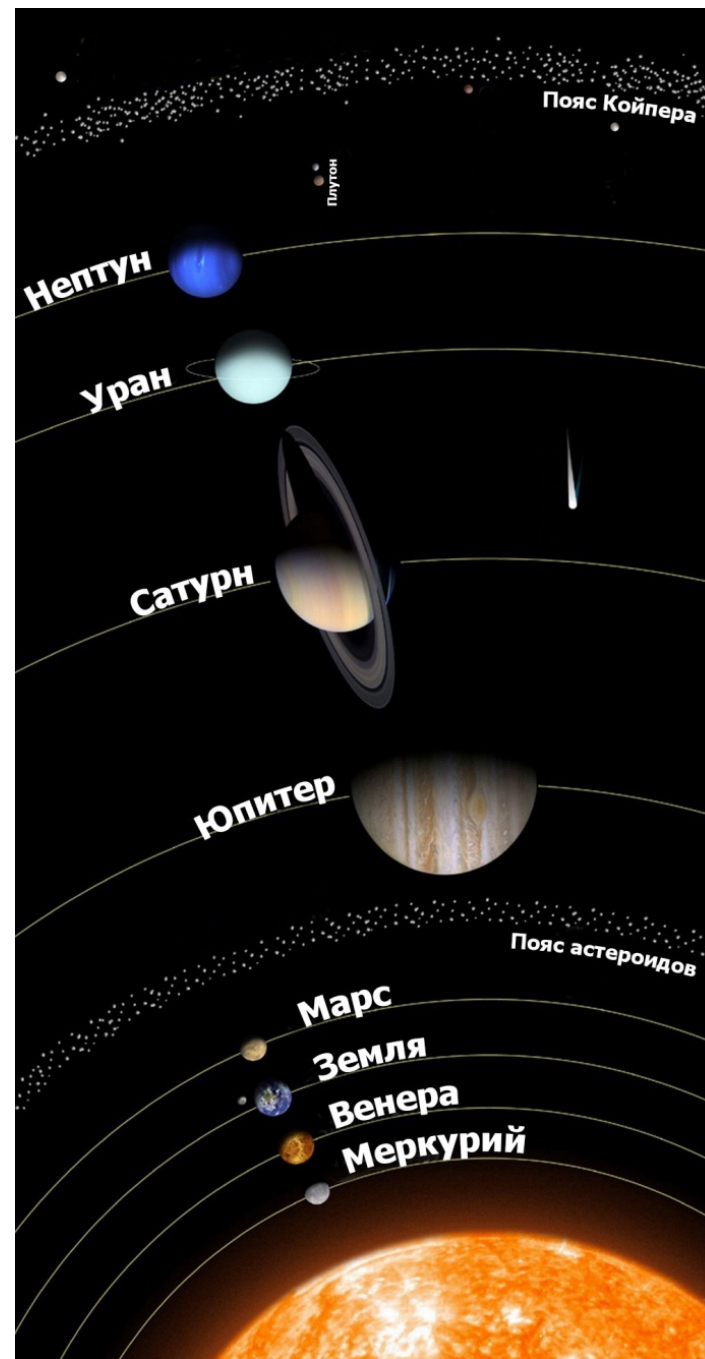
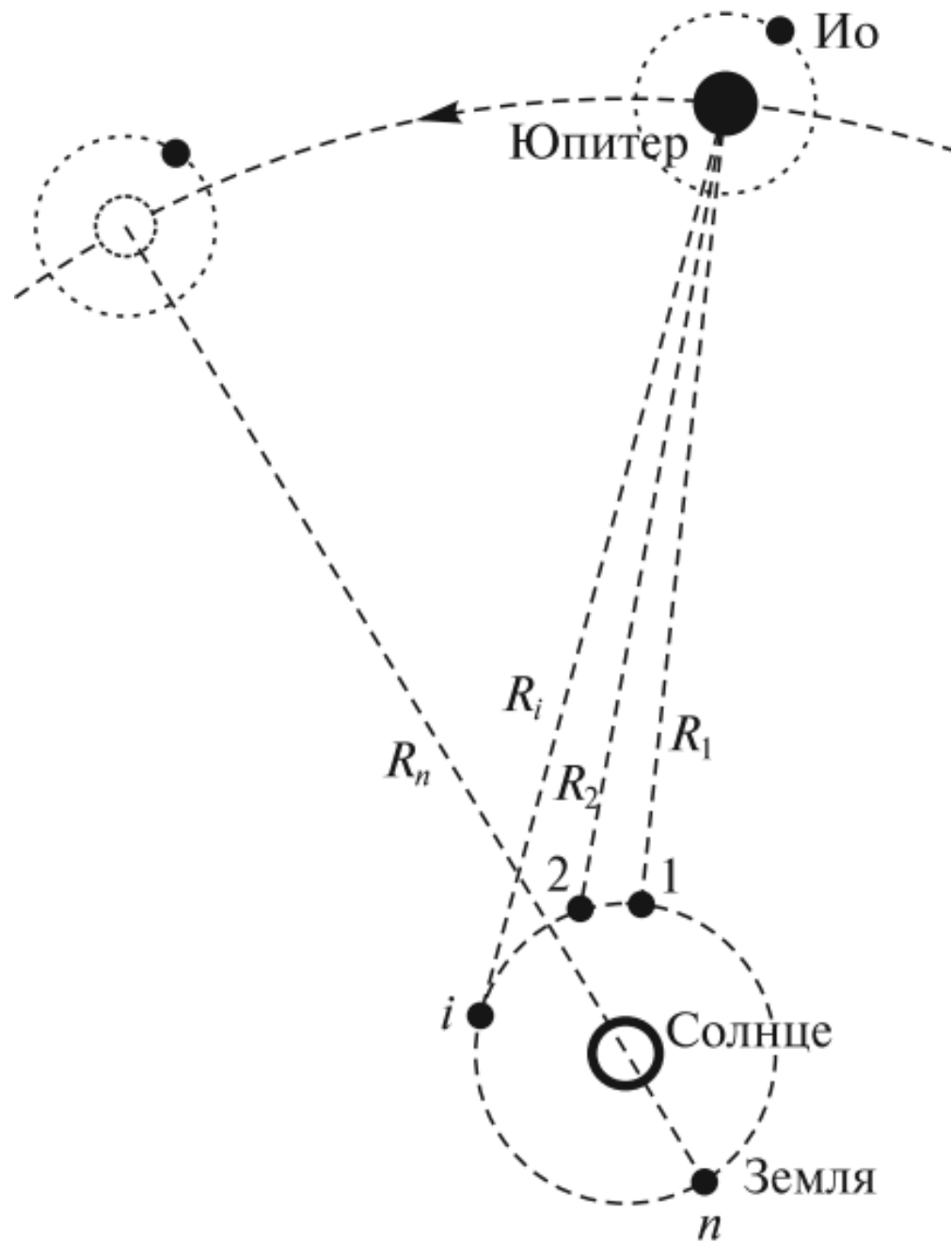
- **Галилей** (1564-1642) считал скорость света конечной, но не смог предложить пригодных методов для ее измерения.
- **Декарт** (1596-1650): Свет это давление, передаваемое через среду с бесконечной скоростью. Мысль о необходимости среды.
- **Гримальди** (1618-1660)  
**Гук** (1625-1695)  
**Гюйгенс** (1629-1695): Волновая точка зрения на свет.
- **Ньютон** (1643-1727): Свет — это поток частиц.

# Определение скорости света Рёмером

Первую оценку скорости света дал Олаф Рёмер (1676).

Он заметил, что, когда Земля и Юпитер находятся по разные стороны от Солнца, затмения спутника Юпитера Ио запаздывают по сравнению с расчётами на **22 минуты**. Отсюда он получил значение для скорости света около **220 000 км/с** — неточное, но близкое к истинному.

В 1676 году он сделал сообщение в Академии, но не опубликовал свои результаты в виде формальной научной работы, в результате чего научное сообщество приняло идею о конечной скорости света только в 1727 году.





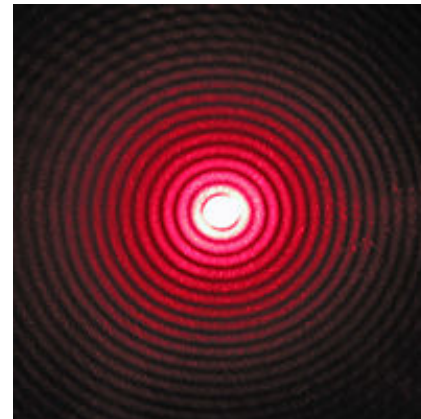
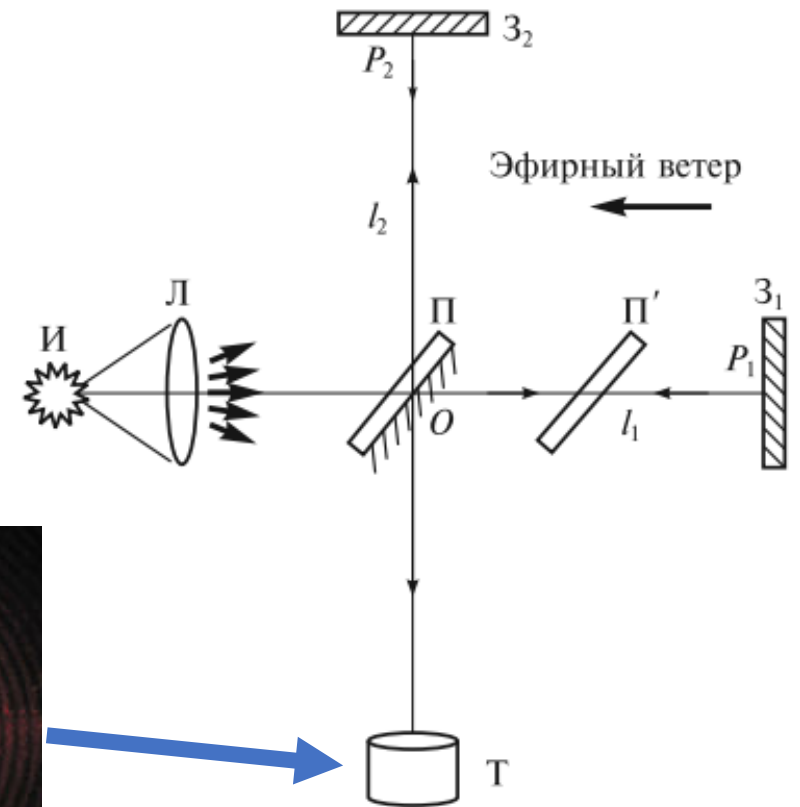
# Выводы

- **Скорость света конечна.**
- Если свет – волны в эфире, то существует абсолютная скорость, а скорость света относительно различных движущихся тел должна зависеть от их скорости.
- Если свет – корпускулы, то их скорость относительно источника постоянна.

В конце XIX века в теории эфира возникли непреодолимые трудности, вынудившие физиков отказаться от понятия эфира и признать электромагнитное поле самодостаточным физическим объектом, не нуждающимся в дополнительном носителе.

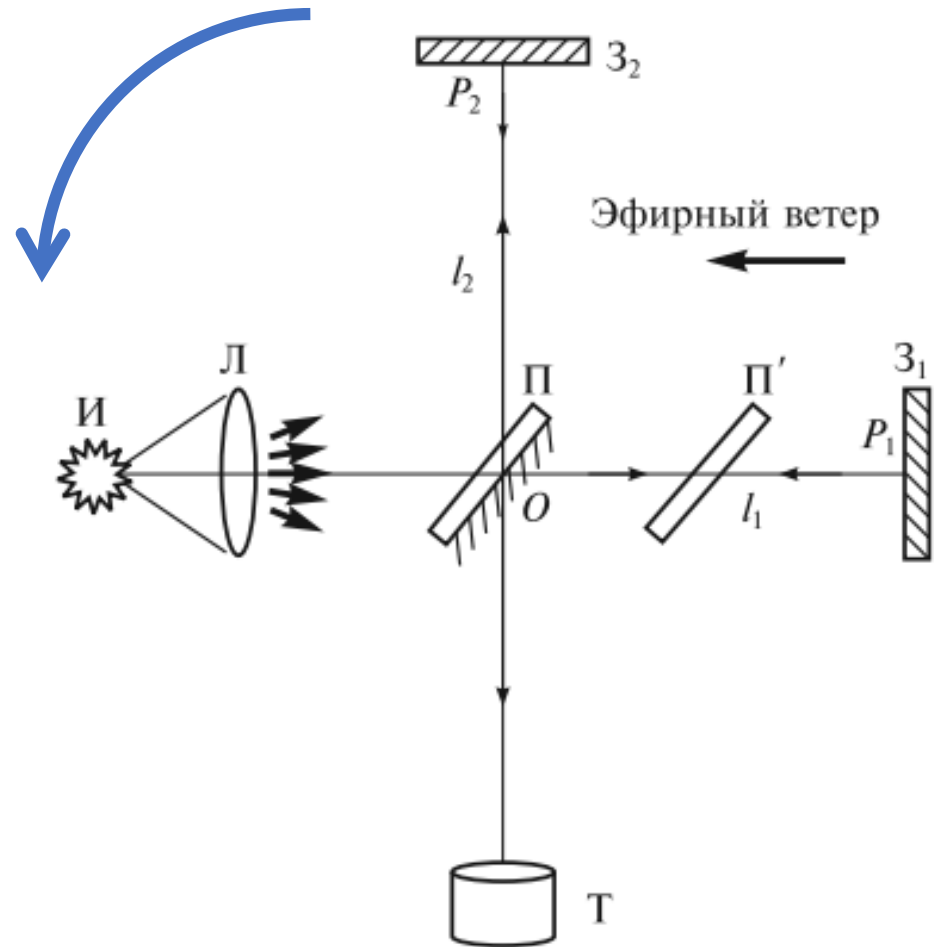
# Опыт Майкельсона-Морли

**Идея опыта** – сравнение прохождения светом двух путей, из которых один совпадает с направлением движения тела в эфире, а другой ему перпендикулярен. Первый надежный эксперимент, подтверждающий этот факт, выполнили Майкельсон и Морли в 1887 г.



В опыте интерферометр вращался — это должно было приводить к периодическому смещению полос интерференции. Никакого смещения полос обнаружено не было.

Впоследствии ряд прямых и косвенных экспериментов подтвердило постулат о постоянстве скорости света. Измеренное современными методами значение скорости света равно  $c = 299\,792\,458$  м/с.



Следовательно, свет от источника в интерферометре всегда распространяется со скоростью  $c$  относительно источника света.

**Вывод:** скорость света  $c$  не зависит от движения источника или наблюдателя.

Из опытов следует :

1.  $c$  инвариантна для всех инерциальных СО.
2.  $c$  – максимальная возможная скорость передачи сигнала, движения частицы, полей взаимодействия.

Эти выводы не согласуются с представлениями об абсолютном пространстве, абсолютном времени и бесконечной скорости передачи взаимодействия, на которых основана *механика Ньютона*.

# Основные положения СТО

Значит необходимо создать новую теорию, учитывающую новые факты, при этом переходящую в механику Ньютона при малых скоростях!

Альберт Эйнштейн, проанализировав неудачу опытов обнаружить относительное движение относительно мирового эфира, создал новое представление о пространстве и времени – **специальную теорию относительности (СТО)**.

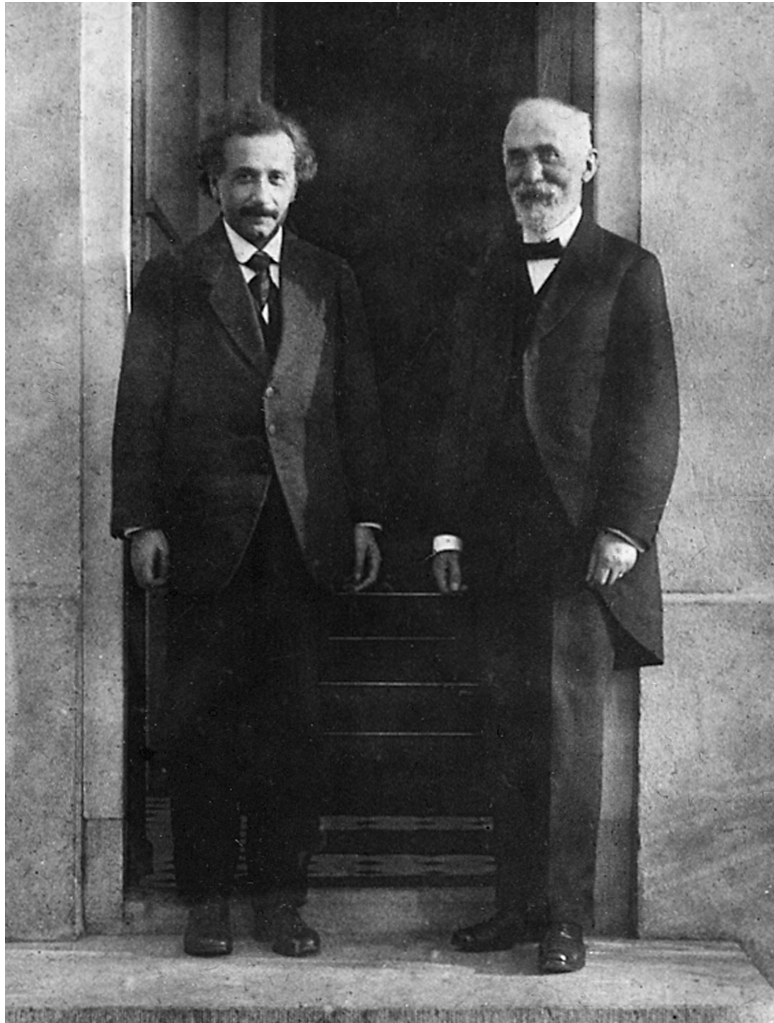
# Постулаты Эйнштейна

## 1. Принцип относительности

Не только механические, но и электромагнитные, оптические и другие явления в инерциальных системах отсчета (ИСО) протекают одинаково. ИСО равноправны, и нет таких опытов, с помощью которых их можно различить.

Принцип относительности распространяется на все явления. Все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной ИСО к другой. Если явления наблюдаются из разных ИСО, то они могут отличаться только из-за различных начальных условий. Поэтому в законы природы начальные условия не входят.

# Постулаты Эйнштейна



Эйнштейн и Лоренц (1921)

## 2. Принцип постоянства скорости света в вакууме

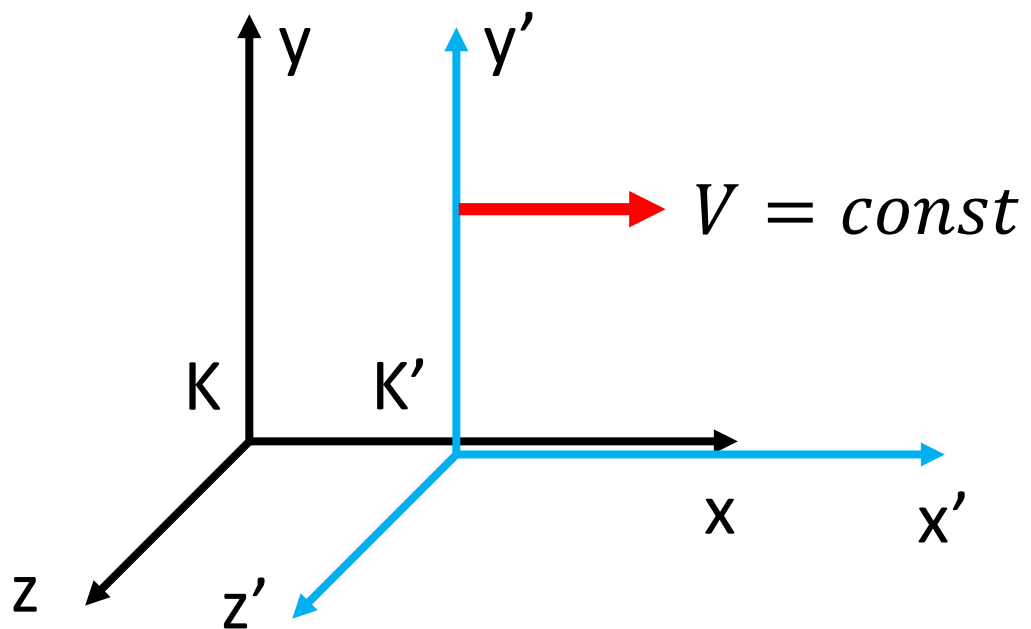
Скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника и приёмника, т.е. является инвариантом относительно ИСО.

Это фундаментальное свойство природы, констатируемое как опытный факт.

$$\tilde{c} \pm \Delta\tilde{c} = (2,997928 \pm 0,0000004) \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

# Преобразования Лоренца

Преобразования Галилея несовместимы с постулатами Эйнштейна.  
Нужно что-то другое!



$$\begin{cases} x = V_x t + x' \\ y = V_y t + y' \\ z = V_z t + z' \\ t = t' \end{cases}$$

The Galilean transformation equations are shown, crossed out with a large red X, indicating they are incompatible with the postulates of relativity.

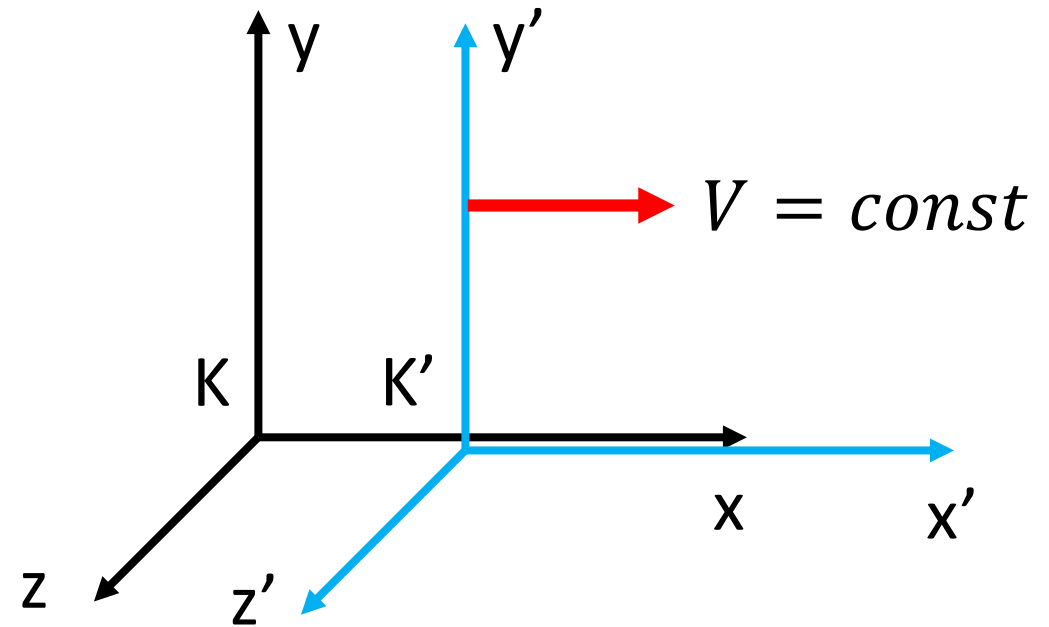


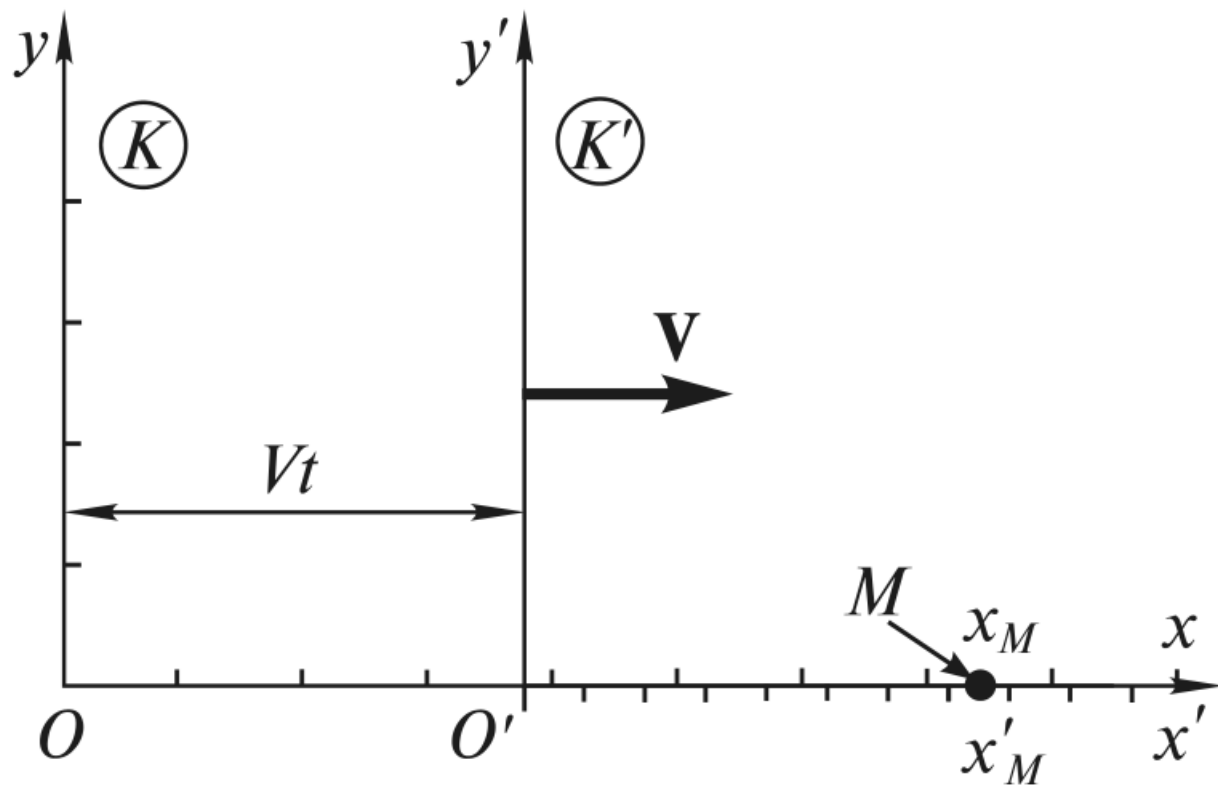
Рассмотрим две системы  $K$  и  $K'$  для которых начала координат при  $t = 0$  совпадали, пусть в момент времени  $t = 0$  в начале систем координат происходит вспышка света.

Тогда в обеих системах координат фронт должен представлять собой сферу, причем:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$$





$$x' = \gamma(x - Vt)$$

$$y' = py$$

$$z' = pz$$

$$t' = g(t - nx)$$

$$p = 1$$

$$\gamma = g = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$n = \frac{V}{c^2} \frac{\gamma^2}{g^2}$$

# Преобразования Лоренца

Прямые  $K \rightarrow K'$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Обратные  $K' \rightarrow K$

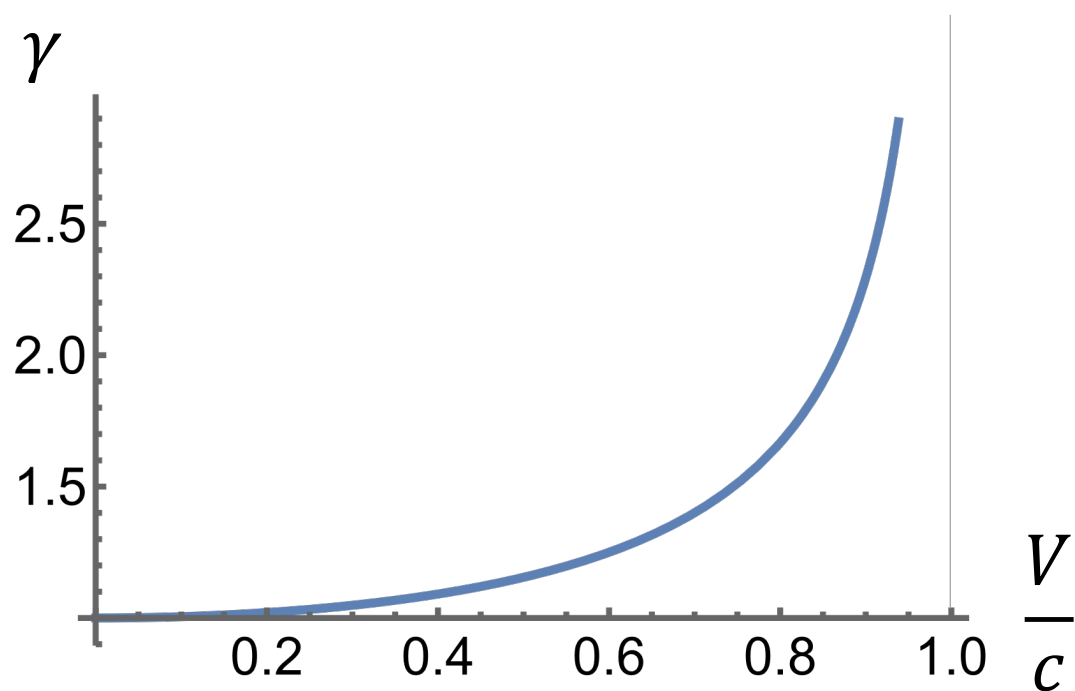
$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\begin{aligned} y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}$$

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\beta^2 = \left(\frac{V}{c}\right)^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

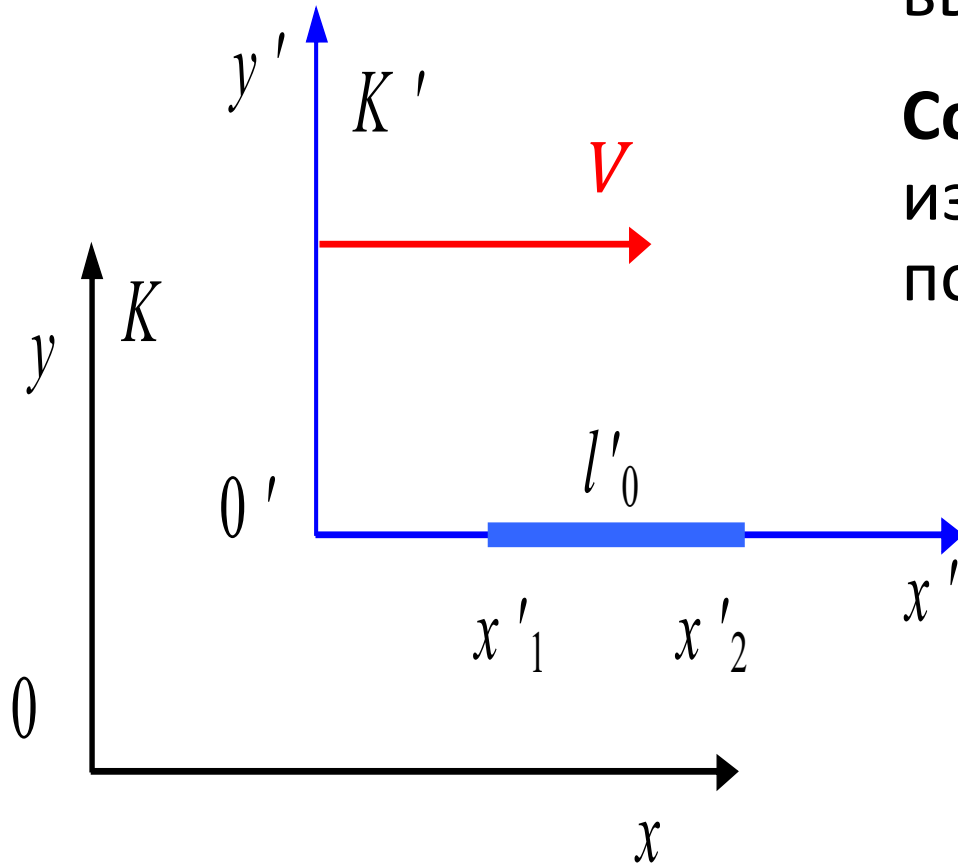


При  $V \ll c$   
преобразования Лоренца  
переходят в  
преобразования Галилея.

# Изменение длин движущихся отрезков

**Длина отрезка** – разность координат его начала и конца, измеренных одновременно в выбранной системе отсчёта.

**Собственная длина отрезка** – длина отрезка измеренная в системе отсчета в котором он покоится.



Длина в  $K'$ :  $l_0 = x'_2 - x'_1 = \gamma(x_2 - x_1)$

Длина в  $K$ :  $l = x_2 - x_1$

Стержень имеет максимальную длину в той системе отсчета, в которой он покоится.

# Замедление хода часов

Пусть вспышка лампы на ракете длится  $\Delta t_0 = t_2' - t_1'$ , где  $\Delta t_0$  – собственное время, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами. Чему равна длительность вспышки ( $\Delta t = t_2 - t_1$ ) с точки зрения человека находящегося на Земле, мимо которого пролетает ракета?

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

В собственной СО отрезок времени будет минимален.

# План лекции

- Инварианты преобразований Лоренца.
- Событие. Интервал между событиями. Инвариантность интервала. Светоподобные, времениподобные и пространственноподобные интервалы.
- Причинно-следственная связь между событиями.
- Релятивистское правило сложения скоростей.
- Релятивистская динамика. Импульс, энергия, масса и сила в релятивистской механике.
- Уравнение движения в релятивистской динамике.

# Интервалы

Согласно СТО ни пространственные отрезки, ни промежутки времени в общем случае не являются инвариантами преобразований при переходе от одной инерциальной СО к другой.

Инвариантом в СТО является скорость распространения света  $c$ . Другим инвариантом является квадрат интервала  $\Delta S^2$ .

$$\Delta S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

$$\begin{aligned} \Delta S'^2 &= c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \\ &= c^2 \gamma^2 \left( \Delta t - \frac{V}{c^2} \Delta x \right)^2 - \gamma^2 (\Delta x - V \Delta t)^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = \Delta S^2 \end{aligned}$$



$\Delta S^2 = 0$  – светоподобный интервал (а)

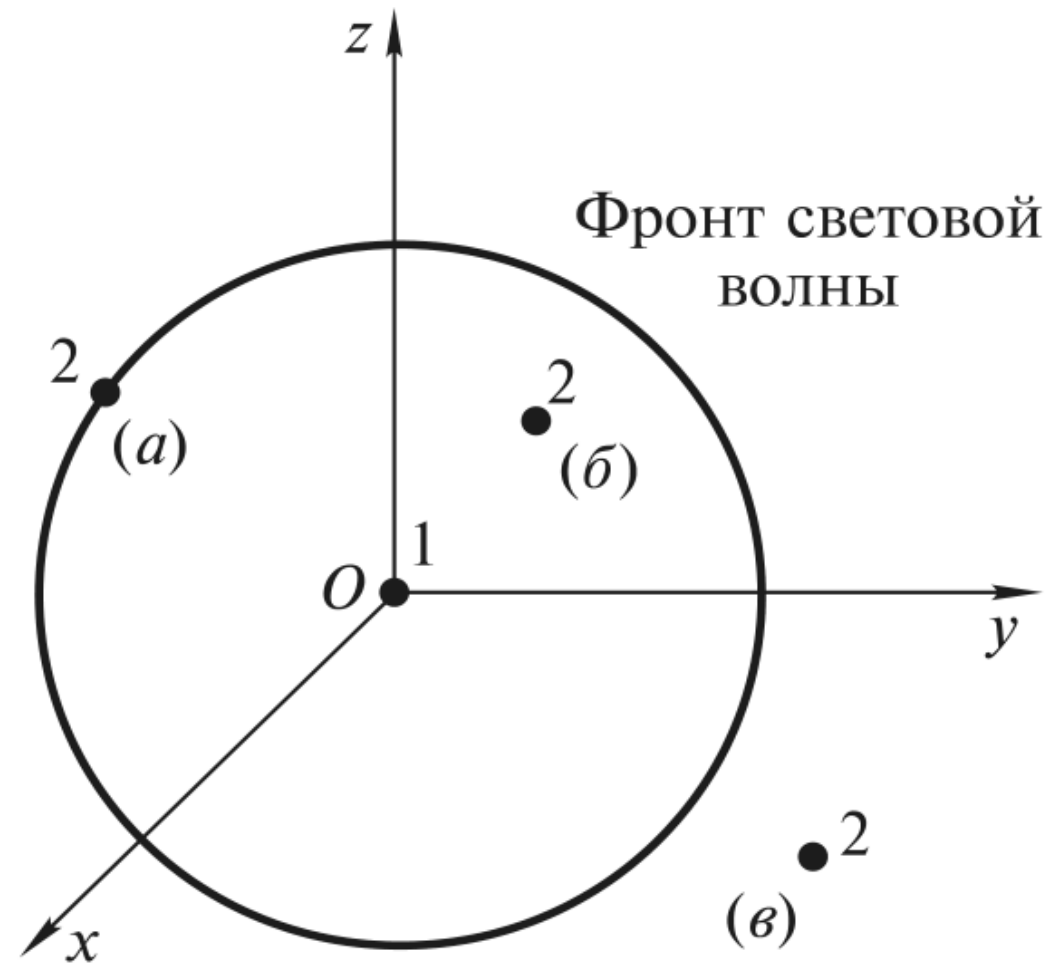
Есть причинно-следственная связь 1 – 2

$\Delta S^2 > 0$  – времениподобный интервал (б)

Есть причинно-следственная связь 1 – 2

$\Delta S^2 < 0$  – пространственноподобный интервал (в)

Нет причинно-следственной связи 1 – 2

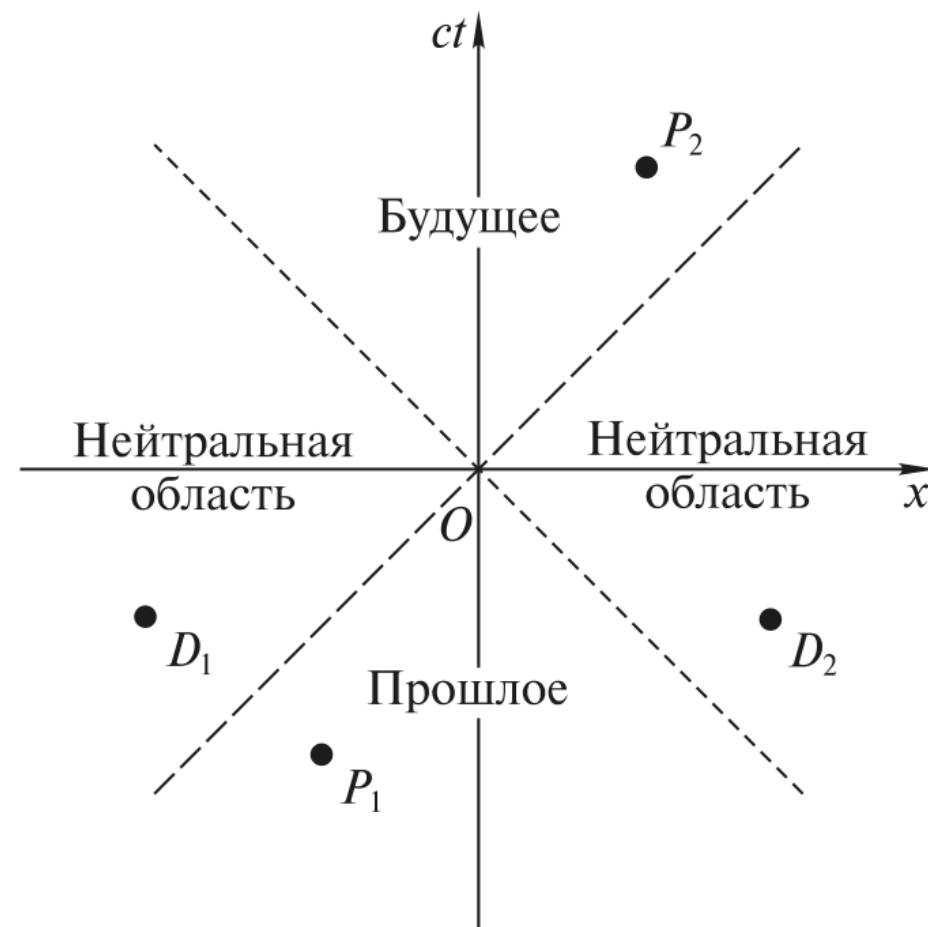


# Пространство Минковского

События из области «будущее»  $P_2$  и  $P_1$  связаны с «нулевым» событием в точке  $O$  времениподобными интервалами.

Любые события из нейтральной области (точки  $D_2$  и  $D_1$ ) связаны с событием в точке  $O$  пространственноподобными интервалами.

Между этими событиями и «нулевым» невозможны причинно-следственные связи.



# Релятивистское правило сложения скоростей

$$v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}; \quad v'_x = \frac{dx'}{dt'}; v'_y = \frac{dy'}{dt'}; v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

Прямое преобразование скоростей

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}; \quad v'_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}} v_y; \quad v'_z = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}} v_z$$

Обратное преобразование скоростей

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}; \quad v_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} v'_y; \quad v_z = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} v'_z$$

# Преобразования ускорений

$$a_x = \frac{1}{\gamma^3} \frac{a'_x}{\left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)^3}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}; a_y = \frac{dv_y}{dt}; a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

$$a'_x = \frac{dv'_x}{dt'}; a'_y = \frac{dv'_y}{dt'}; a'_z = \frac{dv'_z}{dt'}$$

$$a_y = \frac{1}{\gamma^2} \frac{a'_y}{\left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)^2} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{v'_y \frac{V}{c^2} a'_x}{\left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)^3}$$

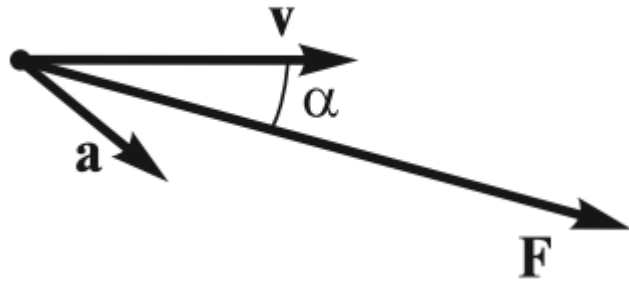
$$a_z = \frac{1}{\gamma^2} \frac{a'_z}{\left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)^2} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{v'_z \frac{V}{c^2} a'_x}{\left(1 + \frac{v'_x V}{c^2}\right)^3}$$

# Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m\vec{v}$$

Все эксперименты, которые проводились с частицами, движущимися с релятивистскими скоростями, показали, что закон сохранения импульса выполняется.

# Релятивистское уравнение движения



$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F}$$

$$\gamma m \vec{a} + \frac{\gamma^3 m v}{c^2} \vec{v} \frac{dv}{dt} = \vec{F}, \quad \text{где} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

«Инертная масса»  $m = F/a$  более не имеет смысла!

# Энергия релятивистской частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma mc^2$$

При  $V = 0$ :  $E = E_0$  – энергия покоя

$$E_0 = mc^2$$

Релятивистский инвариант

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4 = \text{inv}$$

Кинетическая энергия

$$T = E - E_0 = mc^2(1 - \gamma)$$