

Специальная теория относительности

- Пространство и время в релятивистской механике.
- Два постулата Эйнштейна. Преобразования Лоренца.
- Скорость света как максимальная скорость распространения сигналов.
- Следствия преобразований Лоренца.
- Относительность одновременности.
- Замедление темпа хода движущихся часов.
- Сокращение длины движущихся отрезков.

<http://genphys.phys.msu.ru/rus/sci/nanogroup/lectures.html>

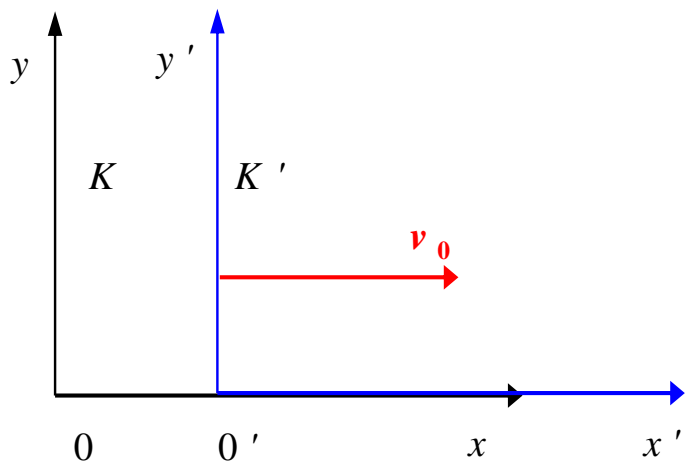


Преобразования Галилея

K – инерциальная система отсчёта, неподвижная (лабораторная система отсчёта).

K' – система движется равномерно и прямолинейно относительно K со скоростью $v_0 = \text{const}$.

В частном случае, когда K' движется с v_0 вдоль положительного направления оси x системы K :



$$x = v_{0x}t + x',$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

$$t = t'.$$

Инварианты преобразований Галилея

Величины, численное значение которых не изменяется при преобразовании координат, называются инвариантами преобразований.

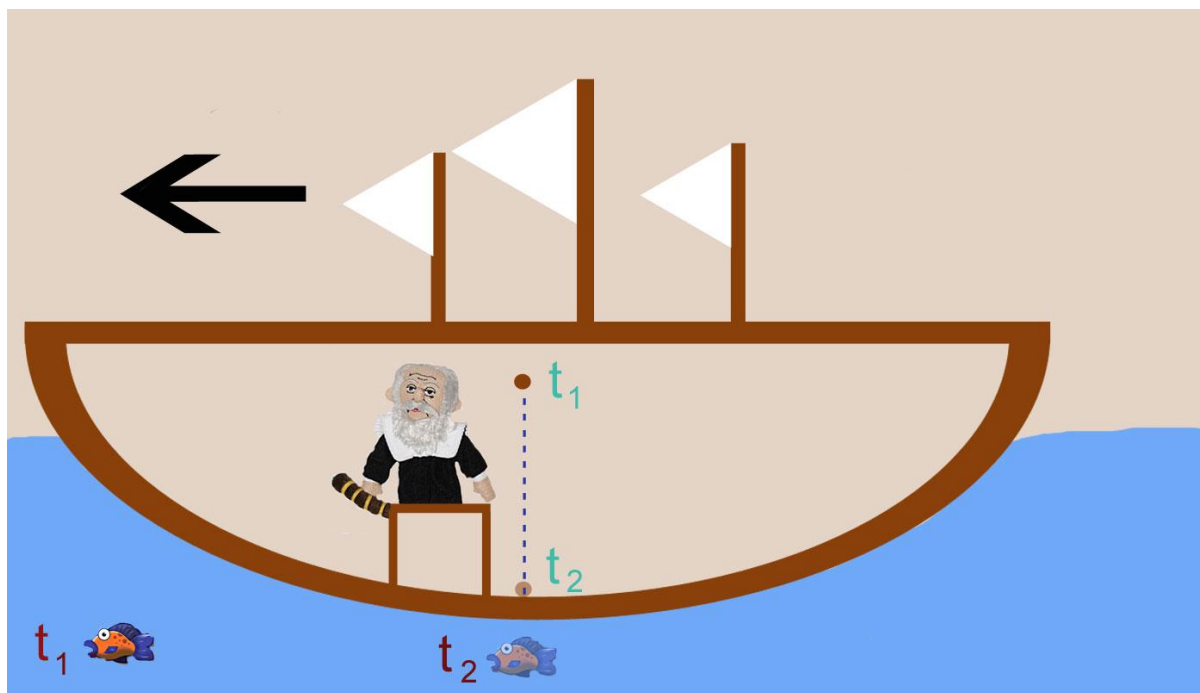
- **Инвариантность длины**
- **Инвариантность интервала времени**
- **Инвариантность ускорения**

Ускорение движения материальной точки является инвариантным (не меняется) относительно инерциальной системы отсчёта (ИСО). Следовательно, второй закон Ньютона (основное уравнение динамики) не меняет своего вида при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой.

Принцип относительности Галилея

Принцип относительности Галилея.

Все механические явления в различных ИСО подчиняются одним и тем же физическим законам.



Исходные положения механики Ньютона

Еще одним положением механики Ньютона является утверждение о бесконечно большой скорости распространения взаимодействия.

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{R^3} \vec{R}$$



Ньютон не допускал возможность распространения взаимодействия в «пустом» пространстве. Поэтому он предполагал, что существует особая субстанция (вещество) – **эфир**, которая заполняет все пространство между телами. Именно через этот эфир одно тело воздействует на другое. Для объяснения бесконечно большой скорости распространения взаимодействия эфир надеялся фантастическими упругими свойствами.

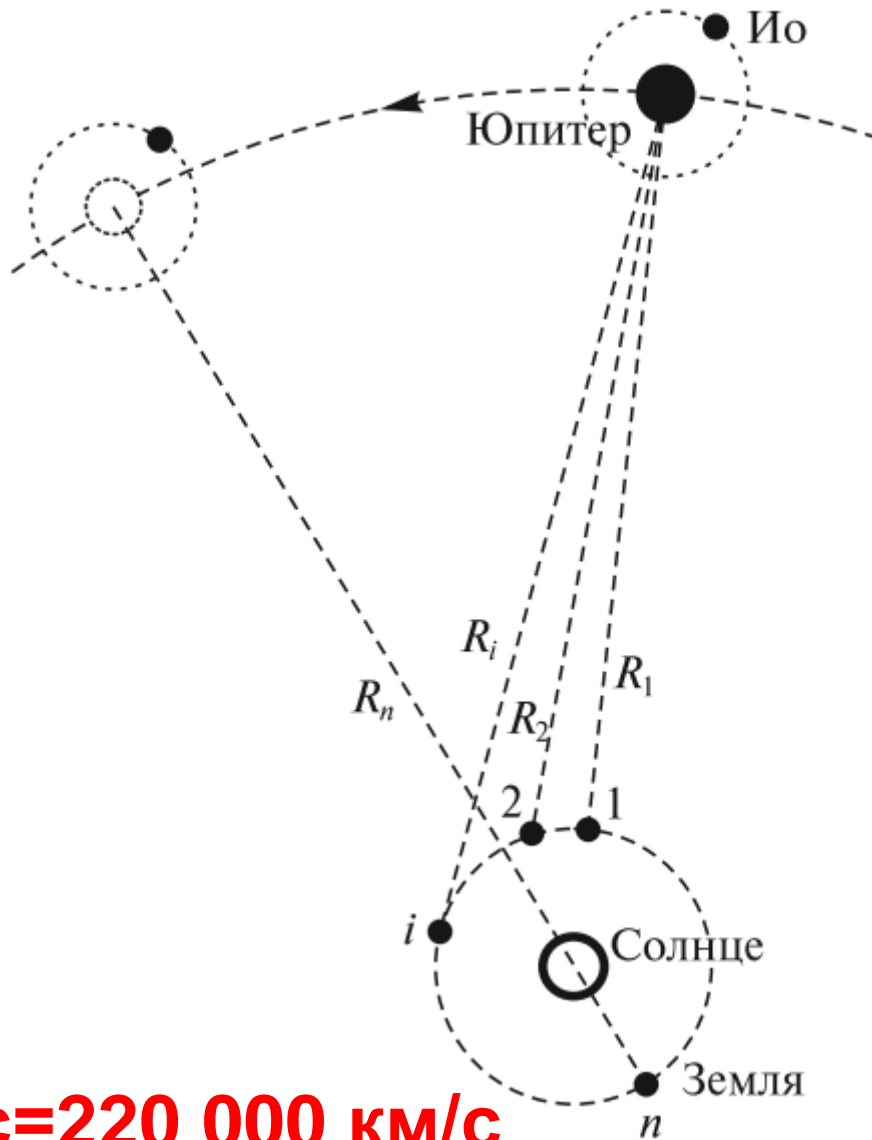
Развитие взглядов на скорость света

- **Галилей** (1564-1642) считал скорость света конечной, но не смог предложить пригодных методов для ее измерения.
- **Декарт** (1596-1650) - свет это давление, передаваемое через среду с бесконечной скоростью. Мысль о необходимости среды.
- **Гримальди** (1618-1660),
Гук (1625-1695),
Гюйгенс (1629-1695)
волновая точка зрения на свет
- **Ньютон** (1643-1727)- свет – поток частиц.

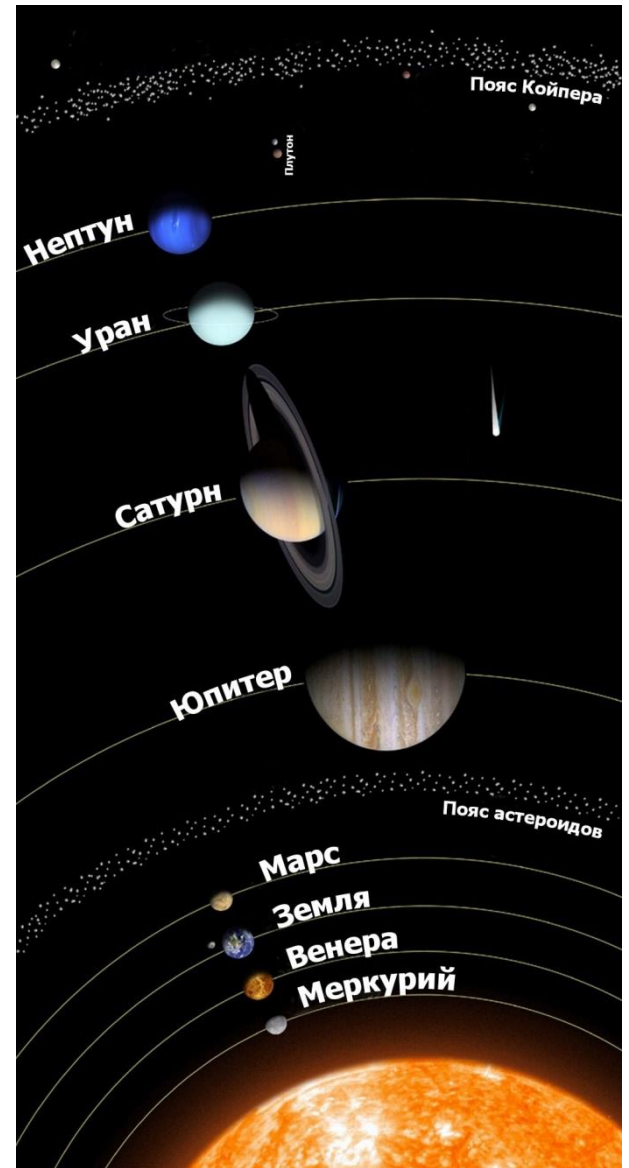
Определение скорости света Рёмером

Первую оценку скорости света дал Олаф Рёмер (1676). Он заметил, что, когда Земля и Юпитер находятся по разные стороны от Солнца, затмения спутника Юпитера Ио запаздывают по сравнению с расчётами на **22 минуты**. Отсюда он получил значение для скорости света около **220 000 км/с** — неточное, но близкое к истинному. В 1676 году он сделал сообщение в Академии, но не опубликовал свои результаты в виде формальной научной работы, в результате чего научное сообщество приняло идею о конечной скорости света только в 1727 году.

Определение скорости света Рёмером



$c=220\ 000\ \text{км/с}$



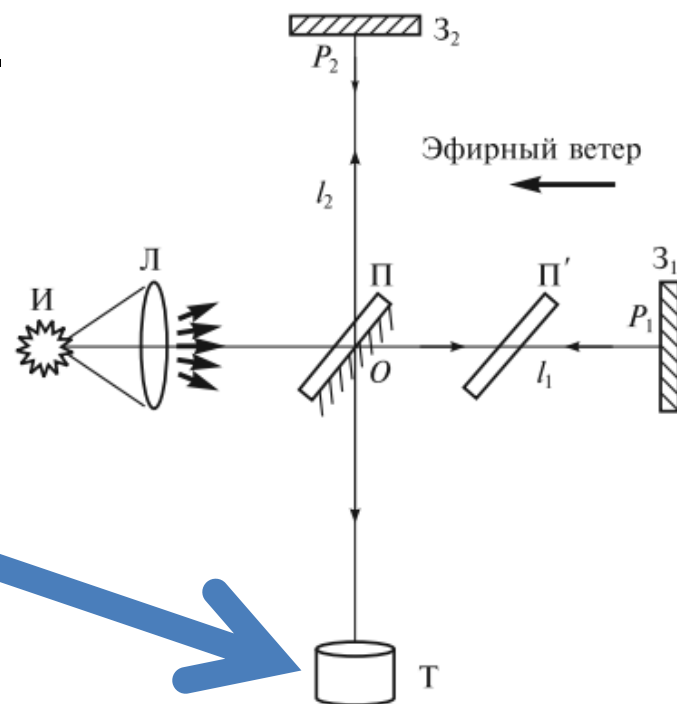
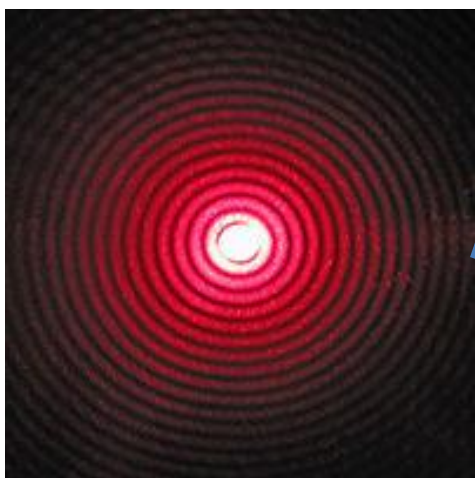
Выводы

- **Скорость света конечна.**
- Если свет волны в эфире, то существует абсолютная скорость, а скорость света относительно различных движущихся тел должна зависеть от их скорости.
- Если свет корпускулы, то их скорость относительно источника – постоянна.

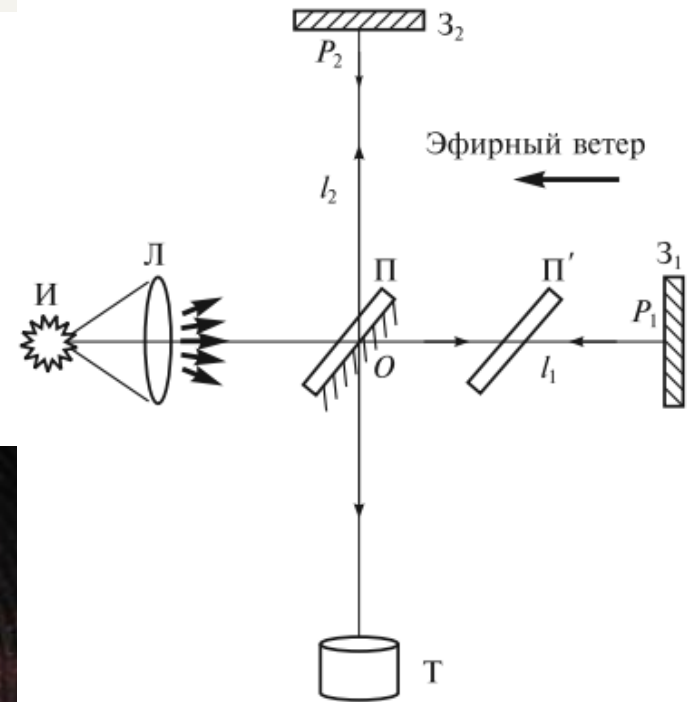
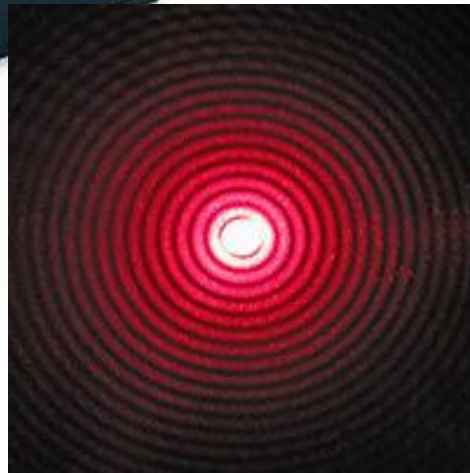
В конце XIX века в теории эфира возникли непреодолимые трудности, вынудившие физиков отказаться от понятия эфира и признать электромагнитное поле самодостаточным физическим объектом, не нуждающимся в дополнительном носителе.

Опыт Майкельсона и Морли

Идея опыта – сравнение прохождения светом двух путей, из которых один совпадает с направлением движения тела в эфире, а другой ему перпендикулярен. Первый надежный эксперимент, подтверждающий этот факт, выполнили Майкельсон и Морли в 1887 г. (опубликовали).



Интерферометр Майкельсона



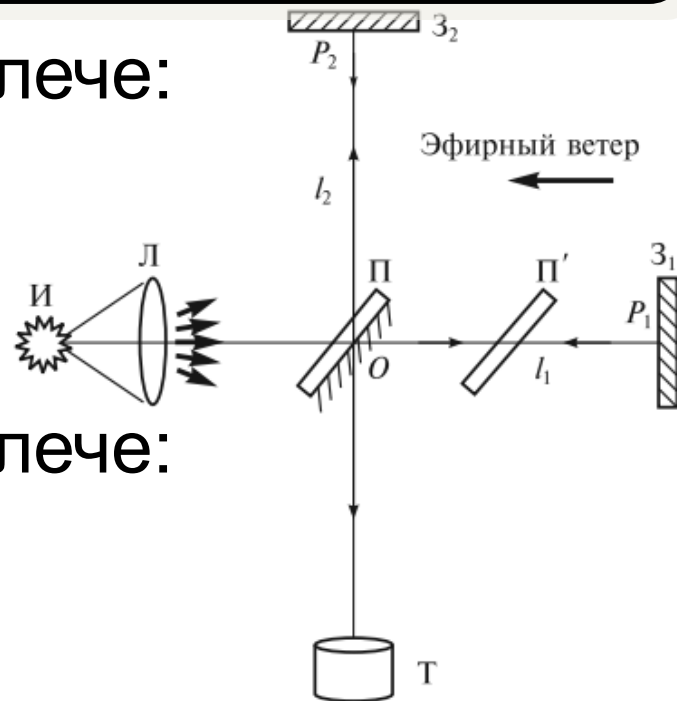
Опыт Майкельсона и Морли

Время прохождения света в 1-м плече:

$$t_1 = \frac{D}{c - V} + \frac{D}{c + V} = D \frac{2c}{c^2 - V^2}$$

Время прохождения света в 2-м плече:

$$t_2 = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - V^2}}$$



Расстояние, которое прошел свет за это время

$$d_1 = t_1 c = 2D \frac{c^2}{c^2 - V^2} \approx 2D \left(1 + \frac{V^2}{c^2} \right),$$

$$d_2 = t_2 c = 2D \frac{c}{\sqrt{c^2 - V^2}} \approx 2D \left(1 + \frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2} \right).$$

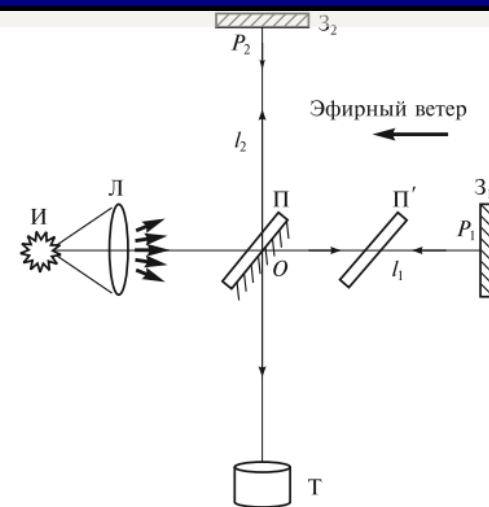
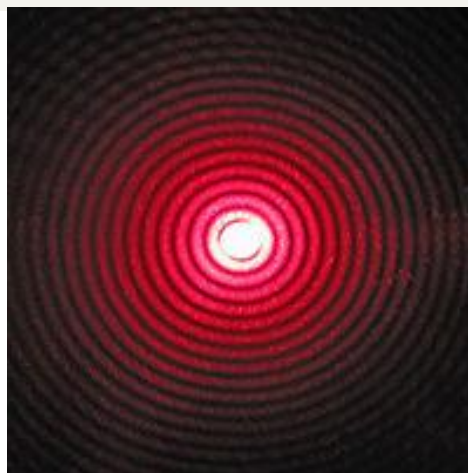
разность хода
двух лучей

$$d_1 - d_2 = D \frac{V^2}{c^2}$$

Опыт Майкельсона и Морли

разность хода
двух лучей

$$d_1 - d_2 = D \frac{V^2}{c^2}$$



Это должно приводить к смещению интерференционных полос. В опыте интерферометр вращался – это должно было приводить к периодическому смещению полос интерференции. Никакого смещения полос обнаружено не было.

Впоследствии ряд прямых и косвенных экспериментов подтвердило постулат о постоянстве скорости света. Измеренное современными методами значение скорости света равно $c=299792458$ м/с.

Выводы

Следовательно, свет от источника в интерферометре всегда распространяется со скоростью c относительно источника света.

Вывод: скорость света c не зависит от движения источника или наблюдателя.

Из опытов следует :

1. c инвариантна для всех инерциальных СО.
2. c – максимальная возможная скорость передачи сигнала, движения частицы, полей взаимодействия.

Эти выводы не согласуются с представлениями об абсолютном пространстве, абсолютном времени и бесконечной скорости передачи взаимодействия, на которых основана *механика Ньютона*.

Основные положения специальной теории относительности

Требовалось пересмотреть фундаментальные представления о пространстве, времени, скорости передачи взаимодействий для случая движения с $v \approx c$. Эта новая теория должна была переходить в механику Ньютона при $v \ll c$.

А.Эйнштейн, проанализировав неудачу опытов обнаружить относительное движение относительно мирового эфира, создал новое представление о пространстве и времени - **специальную теорию относительности (СТО)**.

Постулаты Эйнштейна

В основе СТО лежат постулаты Эйнштейна.

I. Принцип относительности.

Не только механические, но и электромагнитные, оптические и другие явления в инерциальных системах отсчета (ИСО) протекают одинаково. ИСО равноправны, и нет таких опытов, с помощью которых их можно различить.

Принцип относительности распространяется на все явления. Все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной ИСО к другой. Если явления наблюдаются из разных ИСО, то они могут отличаться только из-за различных начальных условий. Поэтому в законы природы начальные условия не входят.

Постулаты Эйнштейна

II. Принцип постоянства (инвариантности) скорости света в вакууме.

Скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника и приёмника, т.е. является инвариантом относительно ИСО

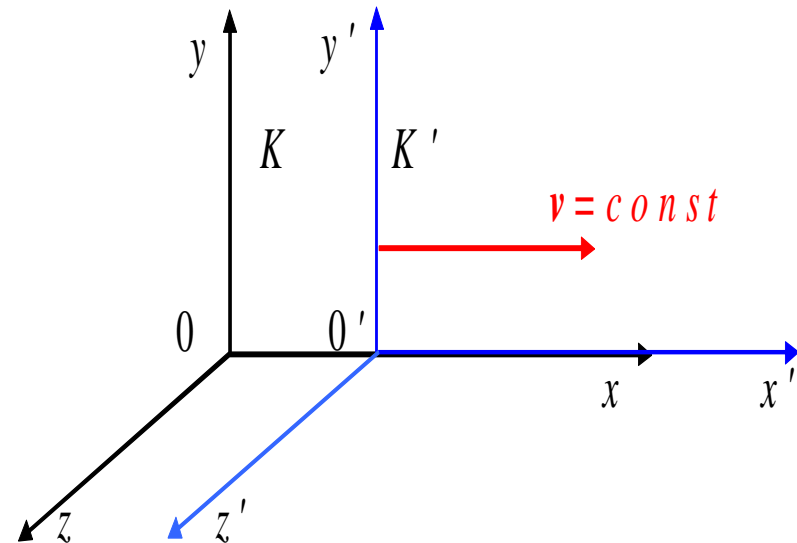
$$\tilde{c} \pm \Delta\tilde{c} = (2,997928 \pm 0,0000004) \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Постоянство скорости света – фундаментальное свойство природы, констатируемое как опытный факт.

Преобразования Лоренца

Классические преобразования Галилея несовместимы с постулатами Эйнштейна.

Постулатам Эйнштейна удовлетворяют преобразования Лоренца, предложенные им в 1904 г., как преобразования, относительно которых инвариантны уравнения Максвелла.



$$x' = \gamma(x - Vt),$$

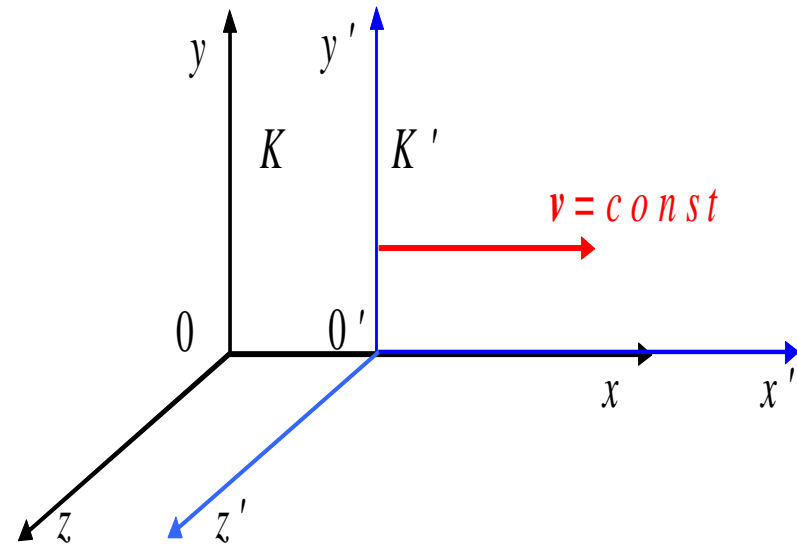
$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right).$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Преобразования Лоренца



Рассмотрим две системы K и K' для которых начала координат при $t=0$ совпадали, пусть в момент времени $t=0$ в начале систем координат происходит вспышка света.

Тогда в обеих системах координат фронт должен представлять собой сферу, причем:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

Преобразования Лоренца

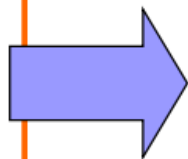
П.4.2. Преобразования Лоренца.

$$x' = \gamma(x - Vt)$$

$$t' = at + bx$$

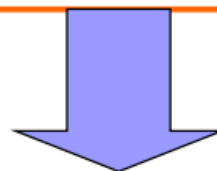
$$y' = y,$$

$$z' = z.$$



$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$



$$\begin{cases} \gamma^2 - c^2 b^2 = 1, \\ c^2 a^2 - \gamma^2 V^2 = c^2, \\ c^2 2ab + 2\gamma^2 V = 0. \end{cases}$$

Преобразования Лоренца

Прямые преобразования Обратные преобразования

$K \rightarrow K'$:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = \frac{t - x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \beta^2$$

$K' \rightarrow K$:

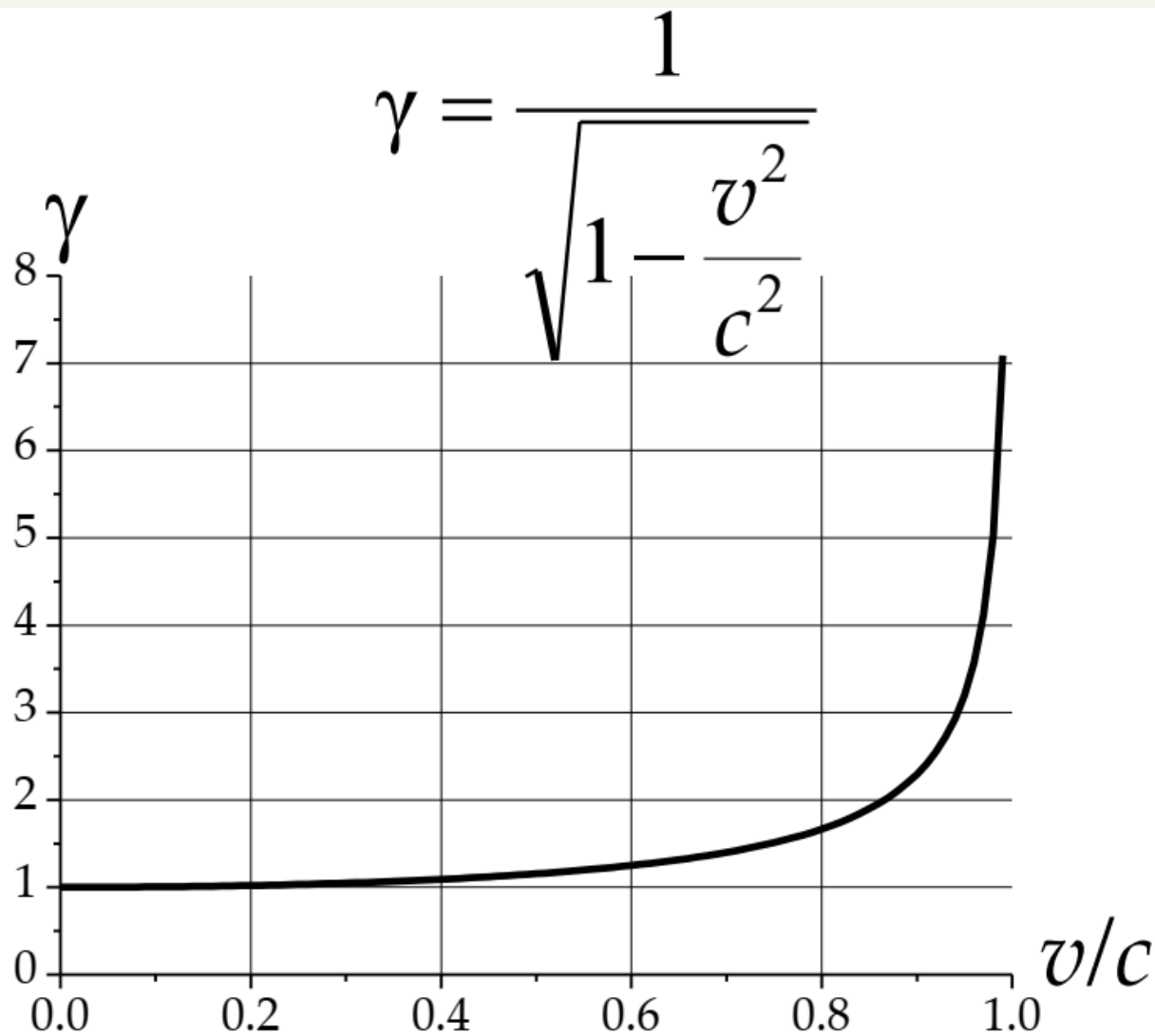
$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

$$t = \frac{t' + x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Преобразования Лоренца



Классические преобразования Галилея

При $v \ll c$: $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \beta^2 \ll 1$,

преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

$$x' = x - vt,$$

$$x = x' + vt,$$

$$y' = y,$$

$$y = y',$$

$$z' = z,$$

$$z = z',$$

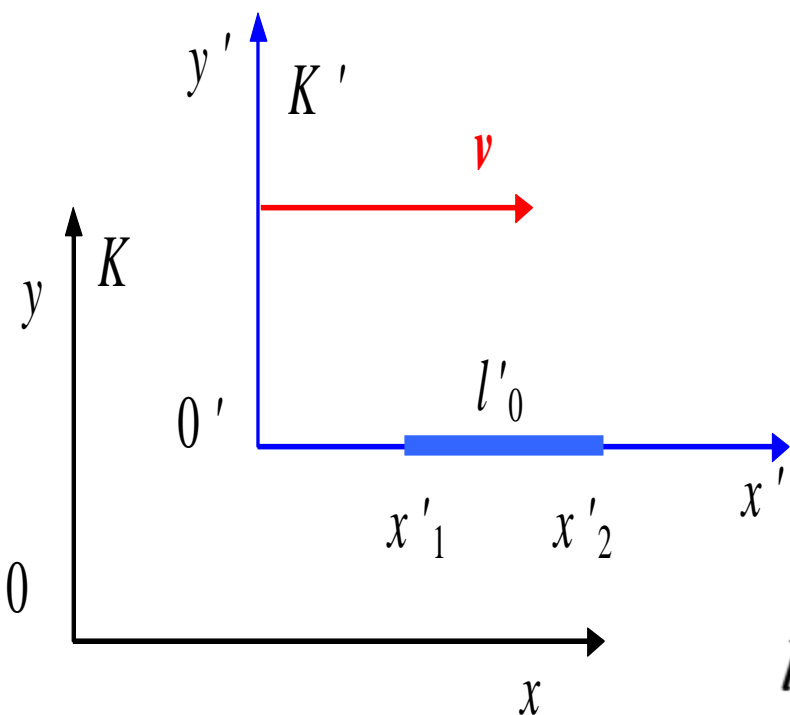
$$t' = t.$$

$$t = t'.$$

Изменение длин движущихся отрезков

Длина отрезка – разность координат его начала и конца, измеренных одновременно в выбранной системе отсчёта.

Собственная длина отрезка – длина отрезка измеренная в системе отсчета в котором он покоится.

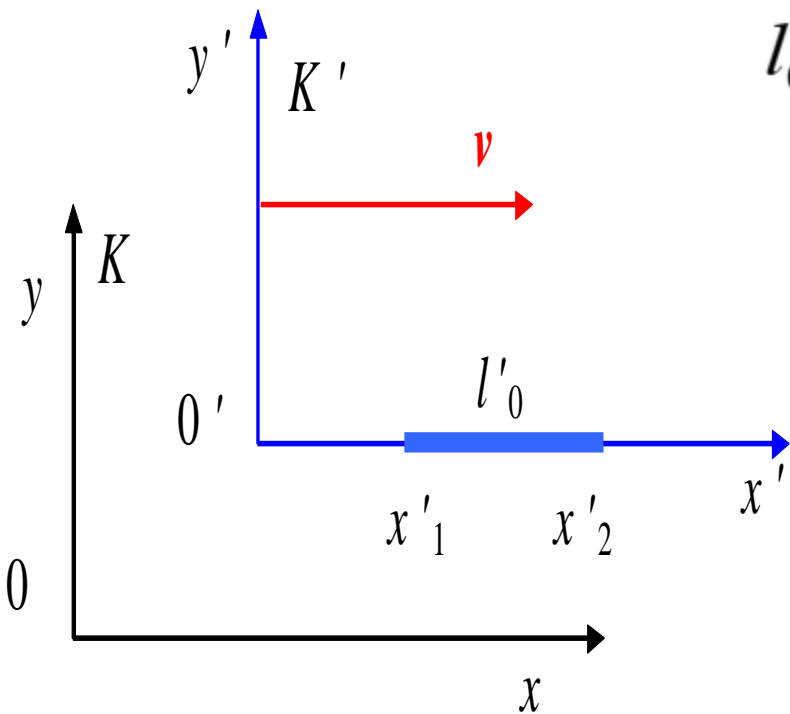


Отрезок (стержень) расположен вдоль оси x' и покоится относительно K' . Его длина в K' :
Используя преобразования Лоренца, получаем

$$l_0 = x_2' - x_1'$$

$$l_0 = x_2' - x_1' = \gamma(x_2 - Vt_2) - \gamma(x_1 - Vt_1)$$

Изменение длин движущихся отрезков



$$l_0 = x_2' - x_1' = \gamma(x_2 - Vt_2) - \gamma(x_2 - Vt_1)$$

В K - системе длина l определяются как разность $x_2 - x_1$ измеренных в один и тот же момент времени $t_2 = t_1$, поэтому

$$l_0 = \gamma(x_2 - x_1) = \gamma l$$

Стержень имеет максимальную длину в той системе отсчета, в которой он покоится.

$$l = \frac{l_0}{\gamma} = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Лоренцево сокращение

Замедление темпа хода движущихся часов

Пусть часы покоятся в системе K' .
Воспользуемся обратным преобразованием Лоренца. Длительность временного интервала будем измерять в одной точке пространства ($x_1' = x_2'$).

Задача

Пусть вспышка лампы на ракете длится $\Delta t_0 = t_2' - t_1'$, где Δt_0 - собственное время, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами. Чему равна длительность вспышки ($\Delta t = t_2 - t_1$) с точки зрения человека находящегося на Земле, мимо которого пролетает ракета?

Обратные

Преобразования $K' \rightarrow K$:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

$$t = \frac{t' + x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Замедление темпа хода движущихся часов

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- Часы в лабораторной системе отсчета покажут больший интервал времени, чем в движущейся (в которой часы покоятся).
- Этот вывод имеет множество экспериментальных подтверждений.

Относительность одновременности

Парадоксы

Специальная теория относительности

- Инварианты преобразований Лоренца.
- Событие. Интервал между событиями. Инвариантность интервала. Светоподобные, времениподобные и пространственноподобные интервалы.
- Причинно-следственная связь между событиями.
- Релятивистское правило сложения скоростей.
- Релятивистская динамика. Импульс, энергия, масса и сила в релятивистской механике.
- Уравнение движения в релятивистской динамике.
- Сопутствующая система отсчета.

Интервалы

Согласно СТО ни пространственные отрезки, ни промежутки времени в общем случае не являются инвариантами преобразований при переходе от одной инерциальной СО к другой. Инвариантом в СТО является скорость распространения света c . Другим инвариантом является интервал

$$\Delta S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

$$\Delta S'^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 =$$

$$= c^2 \gamma^2 \left(\Delta t - \frac{V}{c^2} \Delta x \right)^2 - \gamma^2 (\Delta x - V \Delta t)^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 =$$

$$= c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = \Delta S^2,$$

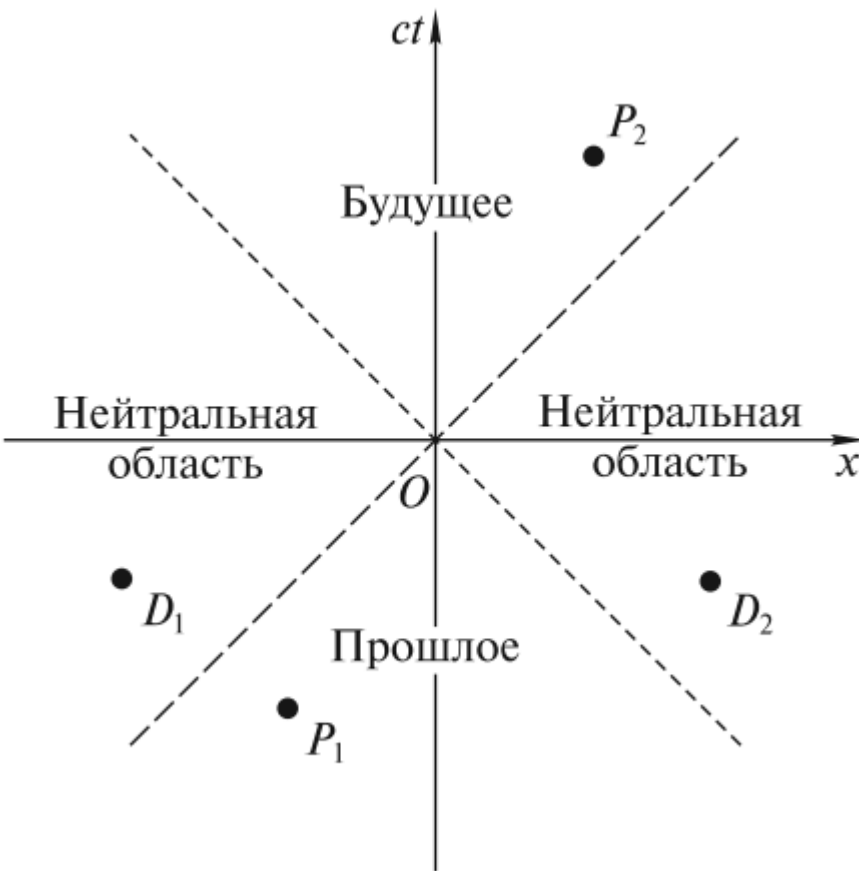
Интервалы

- **Интервал времениподобный**, если $\Delta S^2 > 0$
- **Пространственноподобный**, если $\Delta S^2 < 0$
- **Светоподобный**, если $\Delta S^2 = 0$

В случае пространственноподобного интервала ни в одной системе отсчета события не могут оказать влияние друг на друга.

События, разделенными светоподобными и времениподобными интервалами могут оказывать влияние друг на друга.

Пространство Минковского



События из области «будущее» P_2 и P_1 связаны с «нулевым» событием в точке O времениподобными интервалами.

Любые события из нейтральной области (точки D_2 и D_1) связаны с событием в точке O пространственноподобными интервалами.

Между этими событиями и «нулевым» невозможны причинно-следственные связи.

Релятивистское правило сложения скоростей

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt};$$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}; \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'}; \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}.$$

Прямое преобразование скоростей:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - v_x V / c^2}; \quad v'_y = \frac{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 - v_x V / c^2} v_y; \quad v'_z = \frac{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 - v_x V / c^2} v_z.$$

Обратное преобразование скоростей:

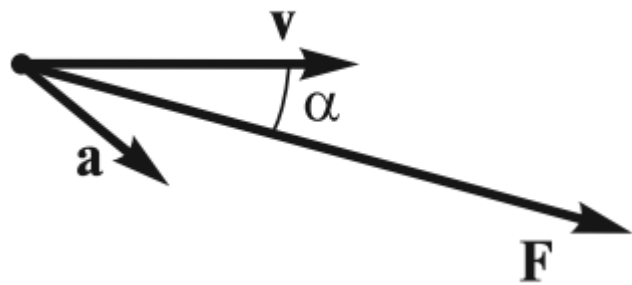
$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + v'_x V / c^2}; \quad v_y = \frac{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 + v'_x V / c^2} v'_y; \quad v_z = \frac{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 + v'_x V / c^2} v'_z.$$

Импульс в теории относительности

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma m\mathbf{v}$$

Все эксперименты, которые проводились с частицами, движущимися с релятивистскими скоростями, показали, что закон сохранения импульса выполняется

Уравнение движения в релятивистской динамике



$$\frac{d}{dt} \mathbf{p} = \mathbf{F}$$

$$\gamma m \mathbf{a} + \frac{\gamma^3 m v}{c^2} \mathbf{v} \frac{dv}{dt} = \mathbf{F}, \quad \text{где } \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

Преобразования ускорений

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

$$a'_x = \frac{dv'_x}{dt'}; \quad a'_y = \frac{dv'_y}{dt'}; \quad a'_z = \frac{dv'_z}{dt'}$$

$$a_x = \frac{1}{\gamma^3} \frac{a'_x}{(1 + v'_x V/c^2)^3};$$

$$a_y = \frac{1}{\gamma^2} \frac{a'_y}{(1 + v'_x V/c^2)^2} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{v'_y (V/c^2) a'_x}{(1 + v'_x V/c^2)^3};$$

$$a_z = \frac{1}{\gamma^2} \frac{a'_z}{(1 + v'_x V/c^2)^2} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{v'_z (V/c^2) a'_x}{(1 + v'_x V/c^2)^3}.$$

Энергия частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma mc^2$$

Видно, что даже при $v=0$ частица обладает энергией

$$E_0 = mc^2 \quad \text{Энергия покоя.}$$

Основное кинематическое тождество

$$E^2 - (pc)^2 = m^2 c^4$$