Механика

Лекция 6

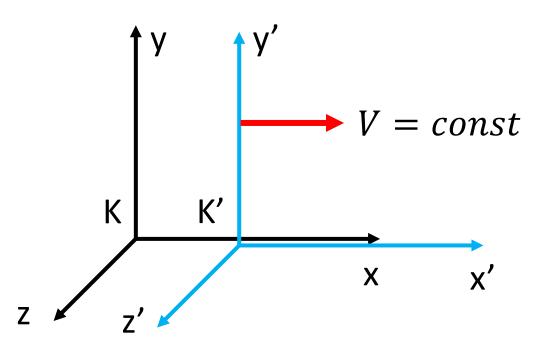


План лекции

- Пространство и время в релятивистской механике.
- Два постулата Эйнштейна. Преобразования Лоренца.
- Скорость света как максимальная скорость распространения сигналов.
- Следствия преобразований Лоренца.
- Относительность одновременности.
- Замедление темпа хода движущихся часов.
- Сокращение длины движущихся отрезков.

Исходные положения

Преобразования Галилея



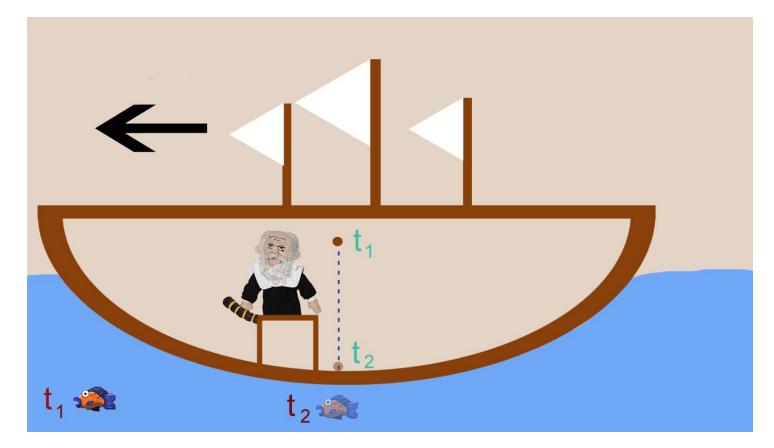
$$\vec{r} = \vec{v}t + \vec{r}' \iff \begin{cases} x = v_x t + x' \\ y = v_y t + y' \\ z = v_z t + z' \\ t = t' \end{cases}$$

Принцип относительности Галилея

Если в двух замкнутых лабораториях, одна из которых равномерно прямолинейно (и поступательно) движется относительно другой, провести одинаковый механический эксперимент, результат будет

одинаковым.

Все механические явления в любых ИСО происходят одинаково — подчиняясь одинаковым законам.



Исходные положения

- Пространство евклидово
- Длины всех отрезков остаются одинаковыми в любой ИСО $l_{12} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2} = inv > 0$
- Временные промежутки не зависят от пространственных координат

$$t_{12} = t_2 - t_1 = inv$$

- Следовательно, в любой ИСО ускорение одинаково: a = inv
- Отсюда, в любой ИСО уравнение движения неизменно
- Распространение взаимодействий мгновенно при помощи среды

Развитие взглядов на скорость света

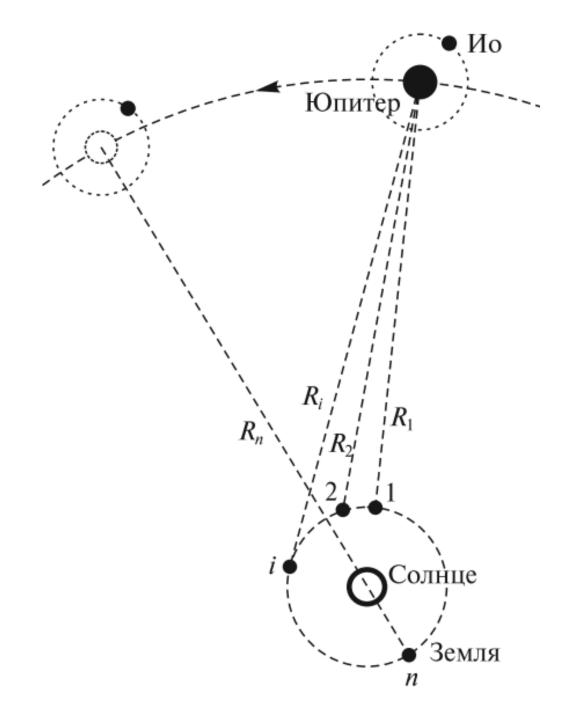
- Галилей (1564-1642) считал скорость света конечной, но не смог предложить пригодных методов для ее измерения.
- Декарт (1596-1650): Свет это давление, передаваемое через среду с бесконечной скоростью. Мысль о необходимости среды.
- Гримальди (1618-1660)
 Гук (1625-1695)
 Гюйгенс (1629-1695): Волновая точка зрения на свет.
- Ньютон (1643-1727): Свет это поток частиц.

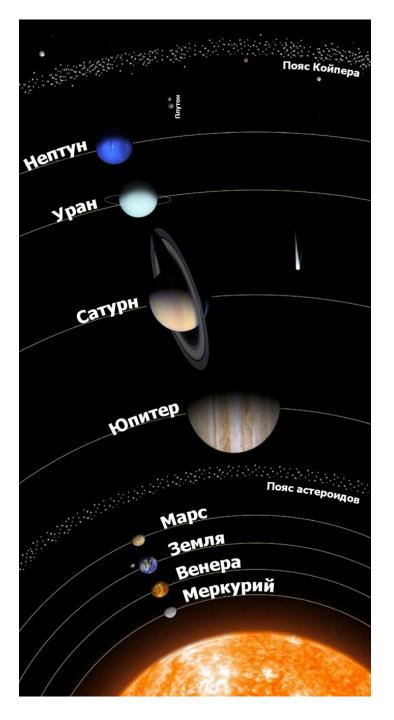
Определение скорости света Рёмером

Первую оценку скорости света дал Олаф Рёмер (1676).

Он заметил, что, когда Земля и Юпитер находятся по разные стороны от Солнца, затмения спутника Юпитера Ио запаздывают по сравнению с расчётами на **22 минуты**. Отсюда он получил значение для скорости света около **220 000 км/с** — неточное, но близкое к истинному.

В 1676 году он сделал сообщение в Академии, но не опубликовал свои результаты в виде формальной научной работы, в результате чего научное сообщество приняло идею о конечной скорости света только в 1727 году.





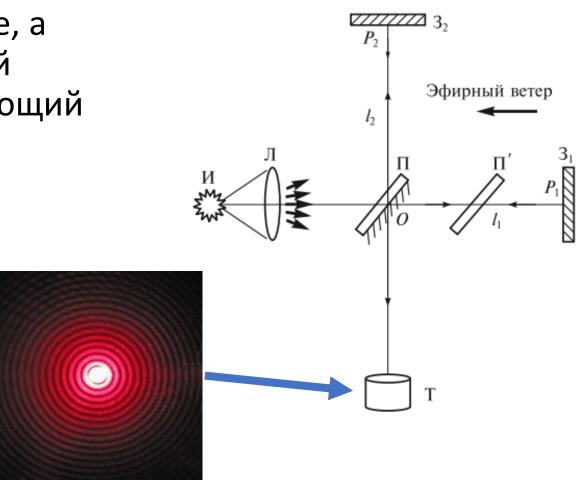
Выводы

- Скорость света конечна.
- Если свет волны в эфире, то существует абсолютная скорость, а скорость света относительно различных движущихся тел должна зависеть от их скорости.
- Если свет корпускулы, то их скорость относительно источника постоянна.

В конце XIX века в теории эфира возникли непреодолимые трудности, вынудившие физиков отказаться от понятия эфира и признать электромагнитное поле самодостаточным физическим объектом, не нуждающимся в дополнительном носителе.

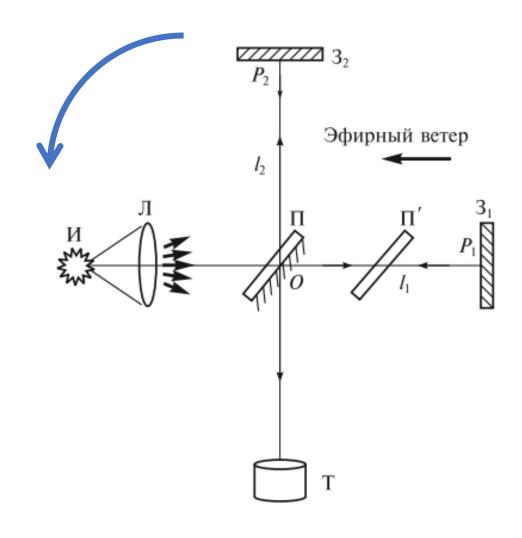
Опыт Майкельсона-Морли

Идея опыта — сравнение прохождения светом двух путей, из которых один совпадает с направлением движения тела в эфире, а другой ему перпендикулярен. Первый надежный эксперимент, подтверждающий этот факт, выполнили Майкельсон и Морли в 1887 г.



В опыте интерферометр вращался — это должно было приводить к периодическому смещению полос интерференции. Никакого смещения полос обнаружено не было.

Впоследствии ряд прямых и косвенных экспериментов подтвердило постулат о постоянстве скорости света. Измеренное современными методами значение скорости света равно $c = 299\ 792\ 458\ \mathrm{m/c}$.



Следовательно, свет от источника в интерферометре всегда распространяется со скоростью с относительно источника света.

Вывод: скорость света *с* не зависит от движения источника или наблюдателя.

Из опытов следует:

- 1. с инвариантна для всех инерциальных СО.
- 2. с максимальная возможная скорость передачи сигнала, движения частицы, полей взаимодействия.

Эти выводы не согласуются с представлениями об абсолютном пространстве, абсолютном времени и бесконечной скорости передачи взаимодействия, на которых основана механика Ньютона.

Основные положения СТО

Значит необходимо создать новую теорию, учитывающую новые факты, при этом переходящую в механику Ньютона при малых скоростях!

Альберт Эйнштейн, проанализировав неудачу опытов обнаружить относительное движение относительно мирового эфира, создал новое представление о пространстве и времени — специальную теорию относительности (СТО).

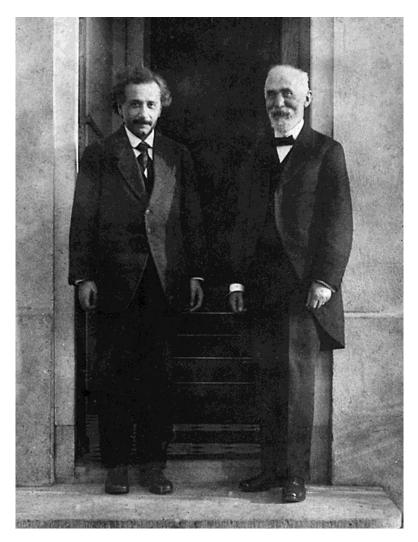
Постулаты Эйнштейна

1. Принцип относительности

Не только механические, но и электромагнитные, оптические и другие явления в инерциальных системах отсчета (ИСО) протекают одинаково. ИСО равноправны, и нет таких опытов, с помощью которых их можно различить.

Принцип относительности распространяется на все явления. Все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной ИСО к другой. Если явления наблюдаются из разных ИСО, то они могут отличаться только из-за различных начальных условий. Поэтому в законы природы начальные условия не входят.

Постулаты Эйнштейна



Эйнштейн и Лоренц (1921)

2. Принцип постоянства скорости света в вакууме

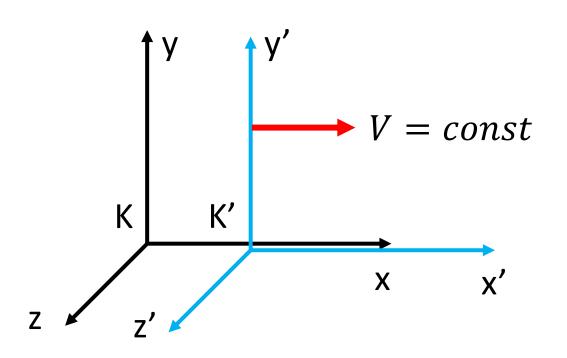
Скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника и приёмника, т.е. является инвариантом относительно ИСО.

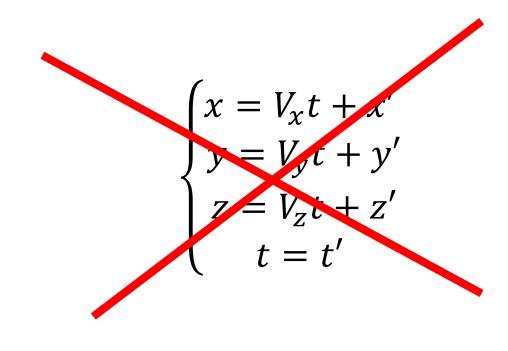
Это фундаментальное свойство природы, констатируемое как опытный факт.

$$\tilde{c} \pm \Delta \tilde{c} = (2,997928 \pm 0,000004) \cdot 10^8 \frac{M}{c}$$

Преобразования Лоренца

Преобразования Галилея несовместимы с постулатами Эйнштейна. Нужно что-то другое!



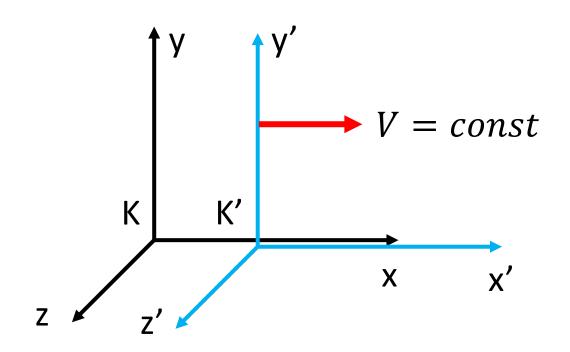


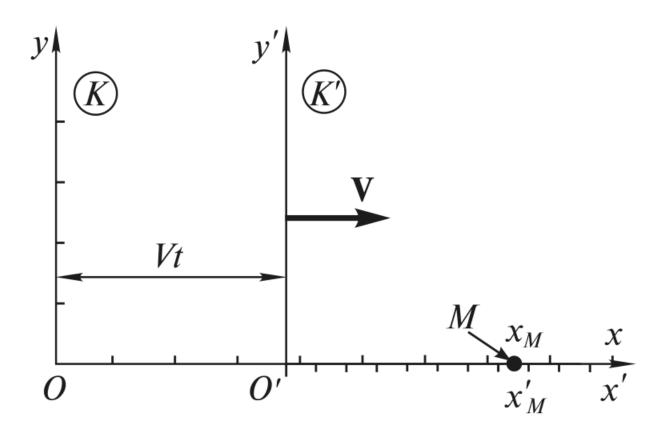
Рассмотрим две системы K и K' для которых начала координат при t=0 совпадали, пусть в момент времени t=0 в начале систем координат происходит вспышка света.

Тогда в обеих системах координат фронт должен представлять собой сферу, причем:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$$





$$x' = \gamma(x - Vt)$$

$$y' = py$$

$$z' = pz$$

$$t' = g(t - nx)$$

$$p = 1$$

$$\gamma = g = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$n = \frac{V}{c^2} \frac{\gamma^2}{g^2}$$

Преобразования Лоренца

Прямые $K \to K'$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$y' = y$$
$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Обратные $K' \to K$

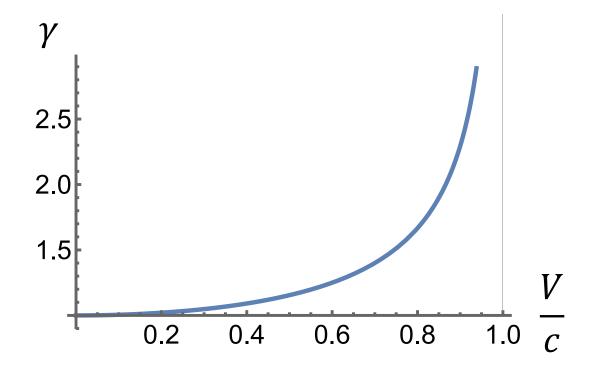
$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\beta^2 = \left(\frac{V}{c}\right)^2 \qquad \qquad y = y'$$

$$z = z'$$

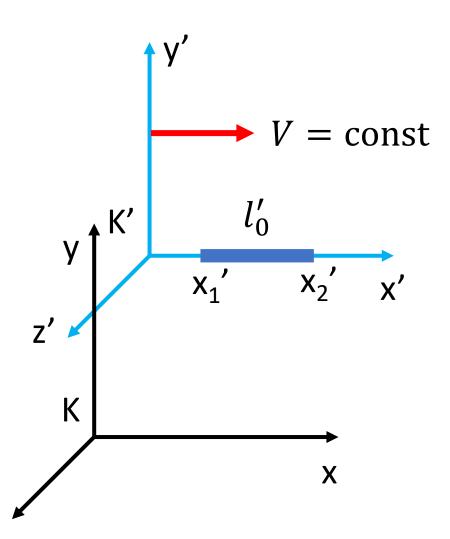
$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$



При $V \ll c$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

Изменение длин движущихся отрезков



Длина отрезка – разность координат его начала и конца, измеренных одновременно в выбранной системе отсчёта.

→ $V = {
m const}$ Собственная длина отрезка — длина отрезка, измеренная в системе отсчета в котором он l_0' покоится.

Длина в К': $l_0' = x_2' - x_1' = \gamma(x_2 - x_1)$

Длина в К: $l = x_2 - x_1$

<u>Стержень имеет максимальную длину в той</u> <u>системе отсчета, в которой он покоится.</u>

Замедление хода часов

Пусть вспышка лампы на ракете длится $\Delta t_0 = t_2{}' - t_1{}'$, где Δt_0 — собственное время, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами. Чему равна длительность вспышки ($\Delta t = t_2 - t_1$) с точки зрения человека находящегося на Земле, мимо которого пролетает ракета?

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

В собственной СО наблюдается сокращение интервала времени между событиями.

План лекции

- Инварианты преобразований Лоренца.
- Событие. Интервал между событиями. Инвариантность интервала.
 Светоподобные, времениподобные и пространственноподобные интервалы.
- Причинно-следственная связь между событиями.
- Релятивистское правило сложения скоростей.
- Релятивистская динамика. Импульс, энергия, масса и сила в релятивистской механике.
- Уравнение движения в релятивистской динамике.

Интервалы

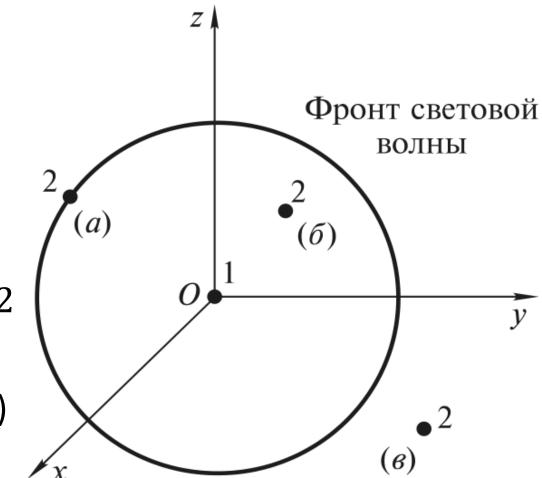
Согласно СТО ни пространственные отрезки, ни промежутки времени в общем случае не являются инвариантами преобразований при переходе от одной инерциальной СО к другой.

Инвариантом в СТО является скорость распространения света c. Другим инвариантом является квадрат интервала ΔS^2 .

$$\Delta S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

$$\Delta S'^{2} = c^{2} \Delta t'^{2} - \Delta x'^{2} - \Delta y'^{2} - \Delta z'^{2} =$$

$$= c^{2} \gamma^{2} \left(\Delta t - \frac{V}{c^{2}} \Delta x \right)^{2} - \gamma^{2} (\Delta x - V \Delta t)^{2} - \Delta y^{2} - \Delta z^{2} = \Delta S^{2}$$



 $\Delta S^2 = 0$ — светоподобный интервал (a) «Есть» причинно-следственная связь 1-2

 $\Delta S^2 > 0$ — времениподобный интервал (б) Есть причинно-следственная связь 1-2

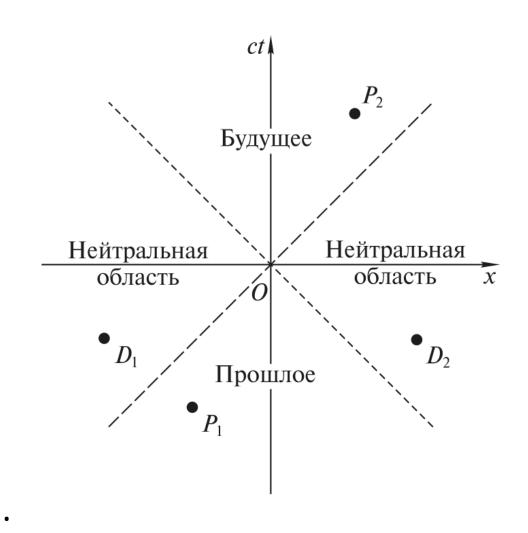
 $\Delta S^2 < 0$ — пространственноподобный интервал (в) Нет причинно-следственной связи 1-2

Пространство Минковского

События из области «будущее» P_2 и из области «прошлое» P_1 связаны с «нулевым» событием в точке О времениподобными интервалами.

Любые события из нейтральной области (точки D_2 и D_1) связаны с событием в точке О пространственноподобными интервалами.

Между этими событиями и «нулевым» невозможны причинно-следственные связи.



Релятивистское правило сложения скоростей

$$v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}; \quad v_x' = \frac{dx'}{dt'}; v_y' = \frac{dy'}{dt'}; v_z' = \frac{dz'}{dt'}$$

Прямое преобразование скоростей

$$v_{x}' = \frac{v_{x} - V}{1 - \frac{v_{x}V}{c^{2}}}; \quad v_{y}' = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^{2}}{c^{2}}}}{1 - \frac{v_{x}V}{c^{2}}}v_{y}; \quad v_{z}' = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^{2}}{c^{2}}}}{1 - \frac{v_{x}V}{c^{2}}}v_{z}$$

Обратное преобразование скоростей

$$v_{x} = \frac{v'_{x} + V}{1 + \frac{v_{x}V}{c^{2}}}; \quad v_{y} = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^{2}}{c^{2}}}}{1 + \frac{v_{x}V}{c^{2}}}v'_{y}; \quad v_{z} = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^{2}}{c^{2}}}}{1 + \frac{v_{x}V}{c^{2}}}v'_{z}$$

Преобразования ускорений

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$
; $a_y = \frac{dv_y}{dt}$; $a_z = \frac{dv_z}{dt}$

$$a'_{x} = \frac{dv'_{x}}{dt'}; a'_{y} = \frac{dv'_{y}}{dt'}; a'_{z} = \frac{dv'_{z}}{dt'}$$

$$a_{\chi} = \frac{1}{\gamma^3} \frac{a_{\chi}'}{\left(1 + \frac{v_{\chi}'V}{c^2}\right)^3}$$

$$a_{y} = \frac{1}{\gamma^{2}} \frac{a'_{y}}{\left(1 + \frac{v'_{x}V}{c^{2}}\right)^{2}} - \frac{1}{\gamma^{2}} \frac{v'_{y}\frac{V}{c^{2}}a'_{x}}{\left(1 + \frac{v'_{x}V}{c^{2}}\right)^{3}}$$

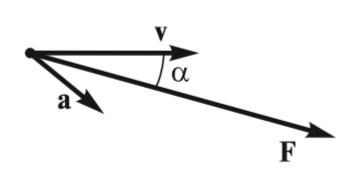
$$a_{z} = \frac{1}{\gamma^{2}} \frac{a'_{z}}{\left(1 + \frac{v'_{x}V}{c^{2}}\right)^{2}} - \frac{1}{\gamma^{2}} \frac{v'_{z}\frac{V}{c^{2}}a'_{x}}{\left(1 + \frac{v'_{x}V}{c^{2}}\right)^{3}}$$

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma m\vec{v}$$

Все эксперименты, которые проводились с частицами, движущимися с релятивистскими скоростями, показали, что закон сохранения импульса выполняется.

Релятивистское уравнение движения



$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F}$$

$$\gamma m \vec{a} + rac{\gamma^3 m v}{c^2} \vec{\mathrm{v}} rac{d v}{d t} = \vec{F}$$
, где $\vec{a} = rac{d \vec{v}}{d t}$

«Инертная масса» m = F/a более не имеет смысла!

Энергия релятивистской частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma mc^2$$

При V=0: $E=E_0$ — энергия покоя

$$E_0 = mc^2$$

Релятивистский инвариант

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 = inv$$

Кинетическая энергия

$$T = E - E_0 = mc^2(1 - \gamma)$$