

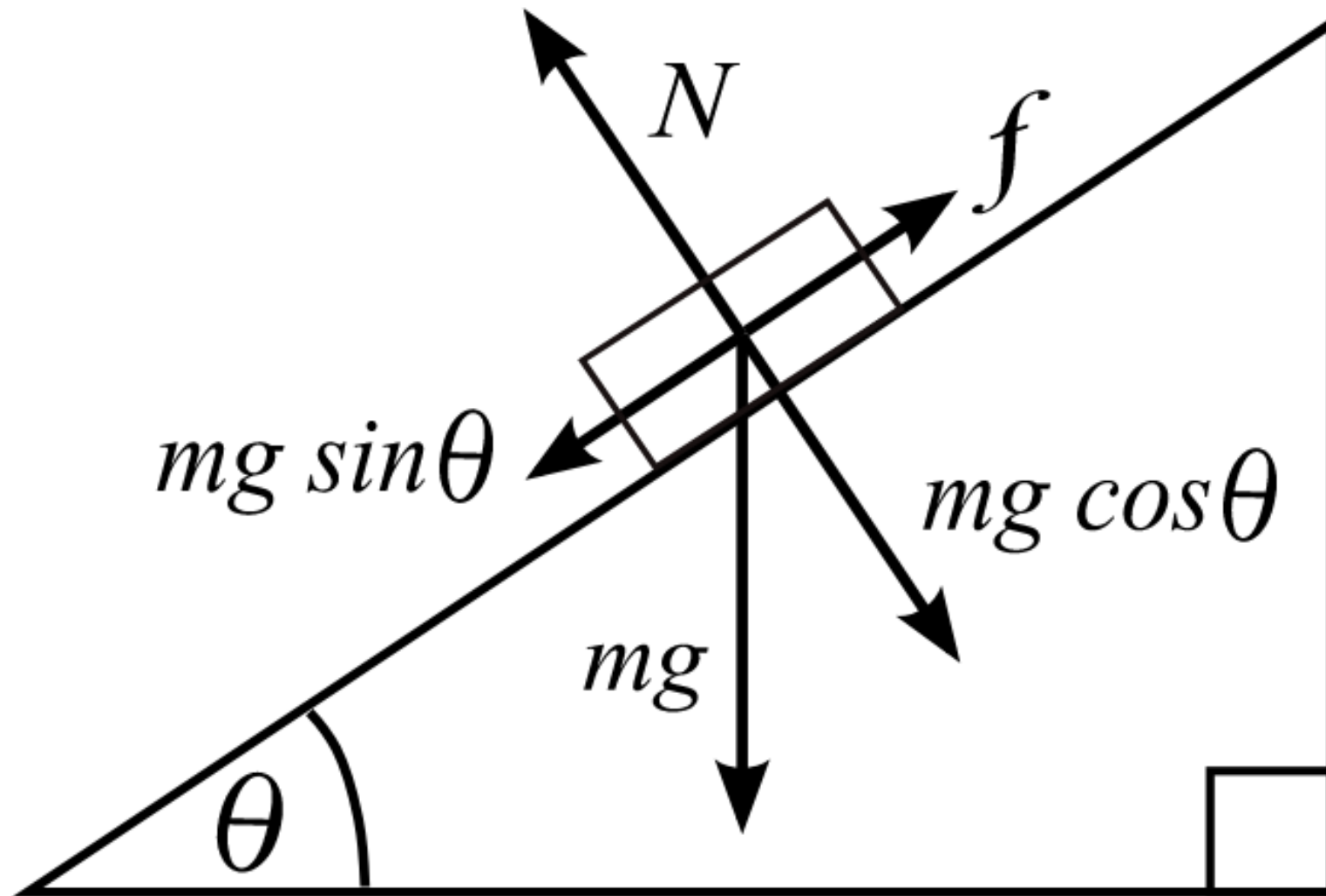
# Механика

---

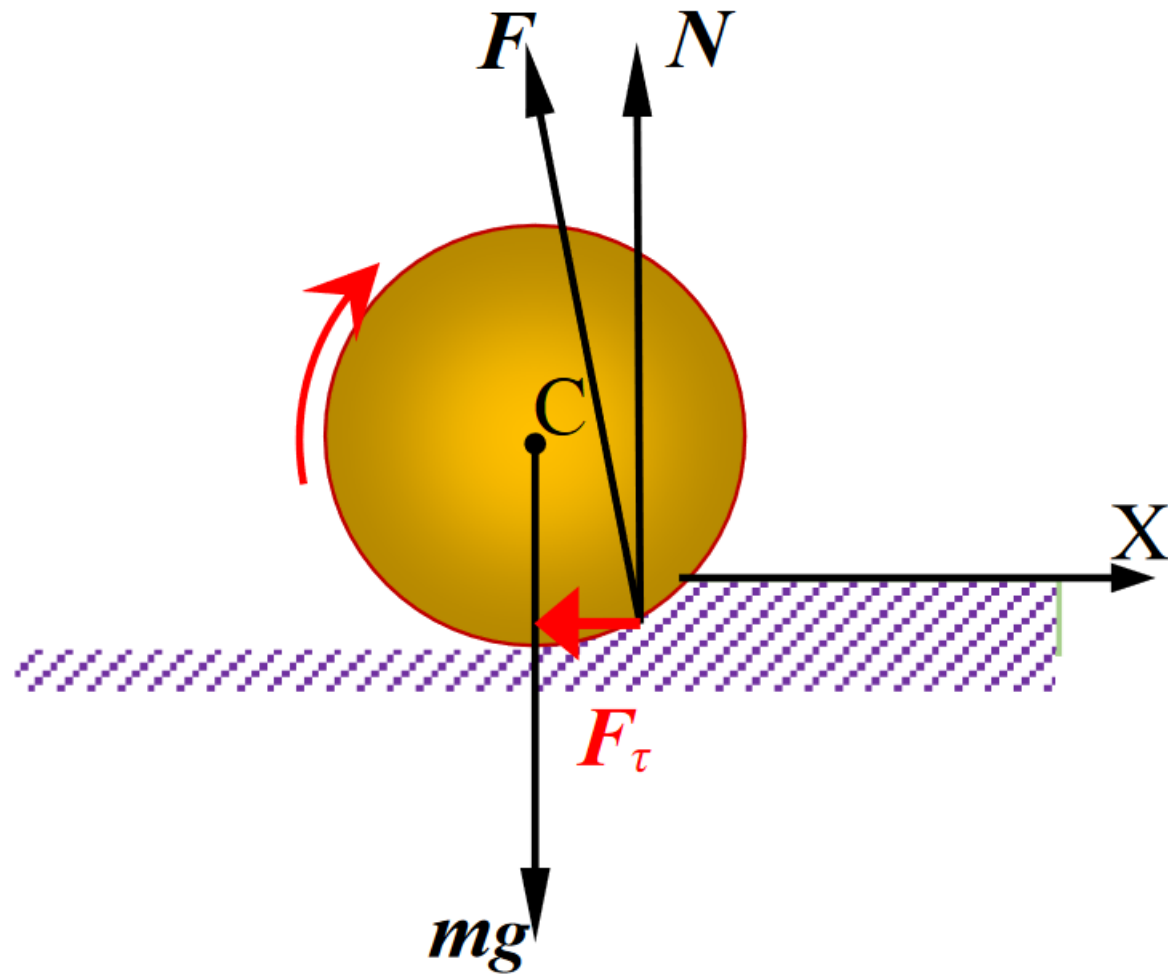
## Лекция 3



# Сила нормальной реакции опоры



# Трение качения



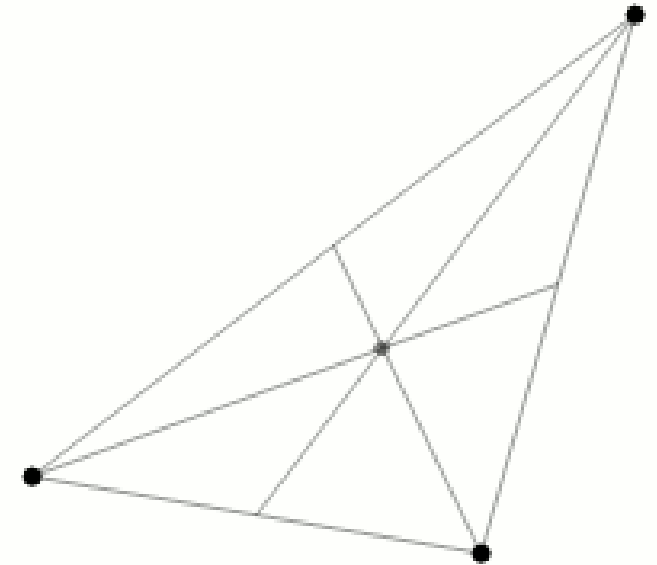
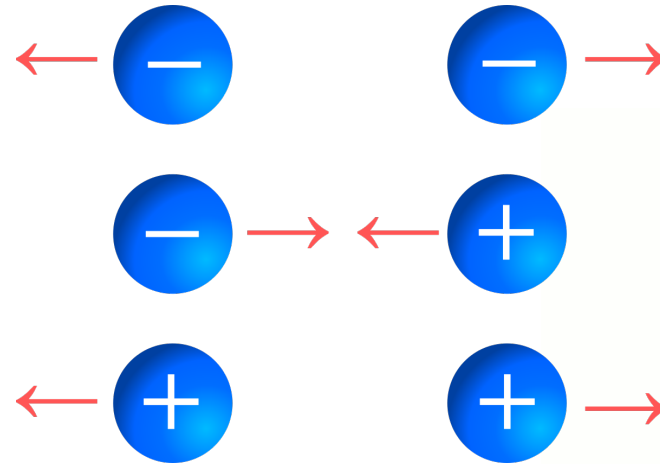
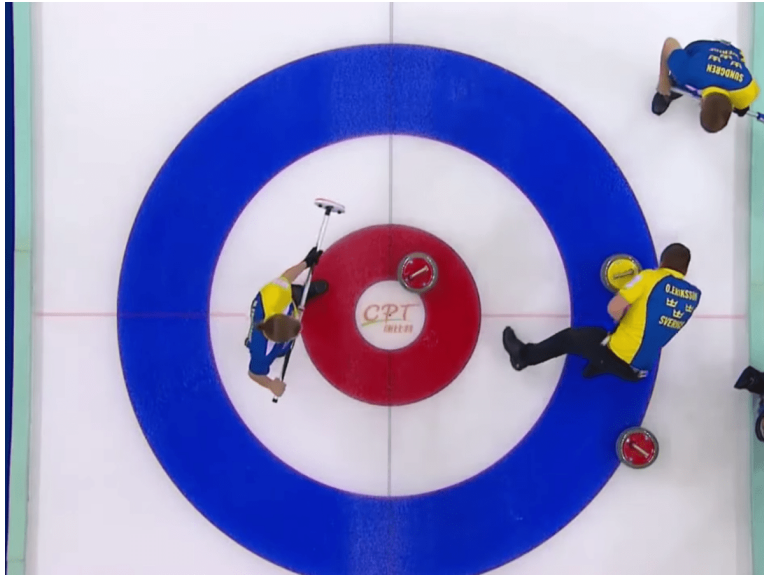
# Явление застоя



# План лекции

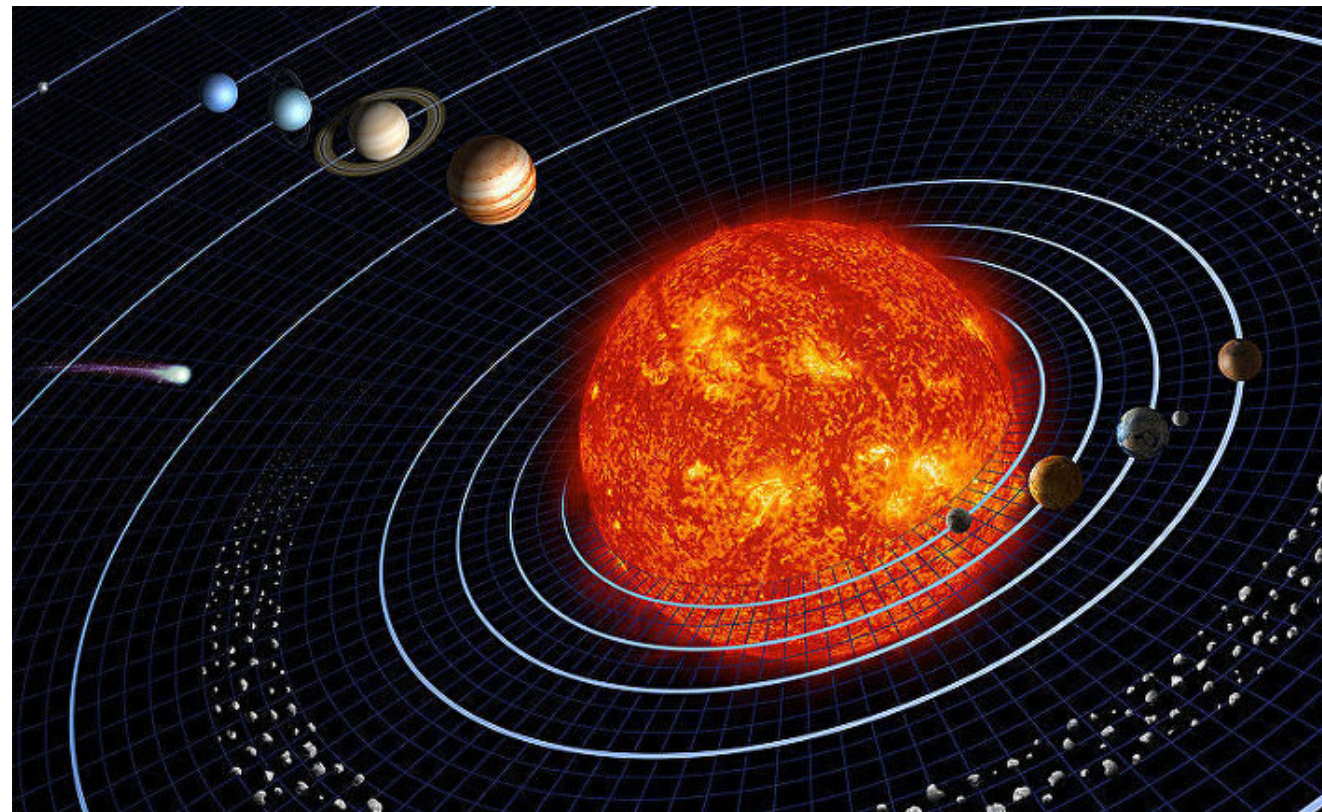
- Тело как система материальных точек.
- Число степеней свободы системы.
- Изолированная и замкнутая системы тел.
- Закон сохранения импульса.
- Центр масс. Теорема о движении центра масс.
- Движение тел с переменной массой.
  - Уравнение Мещерского.
  - Формула Циолковского.

# Описание системы материальных точек

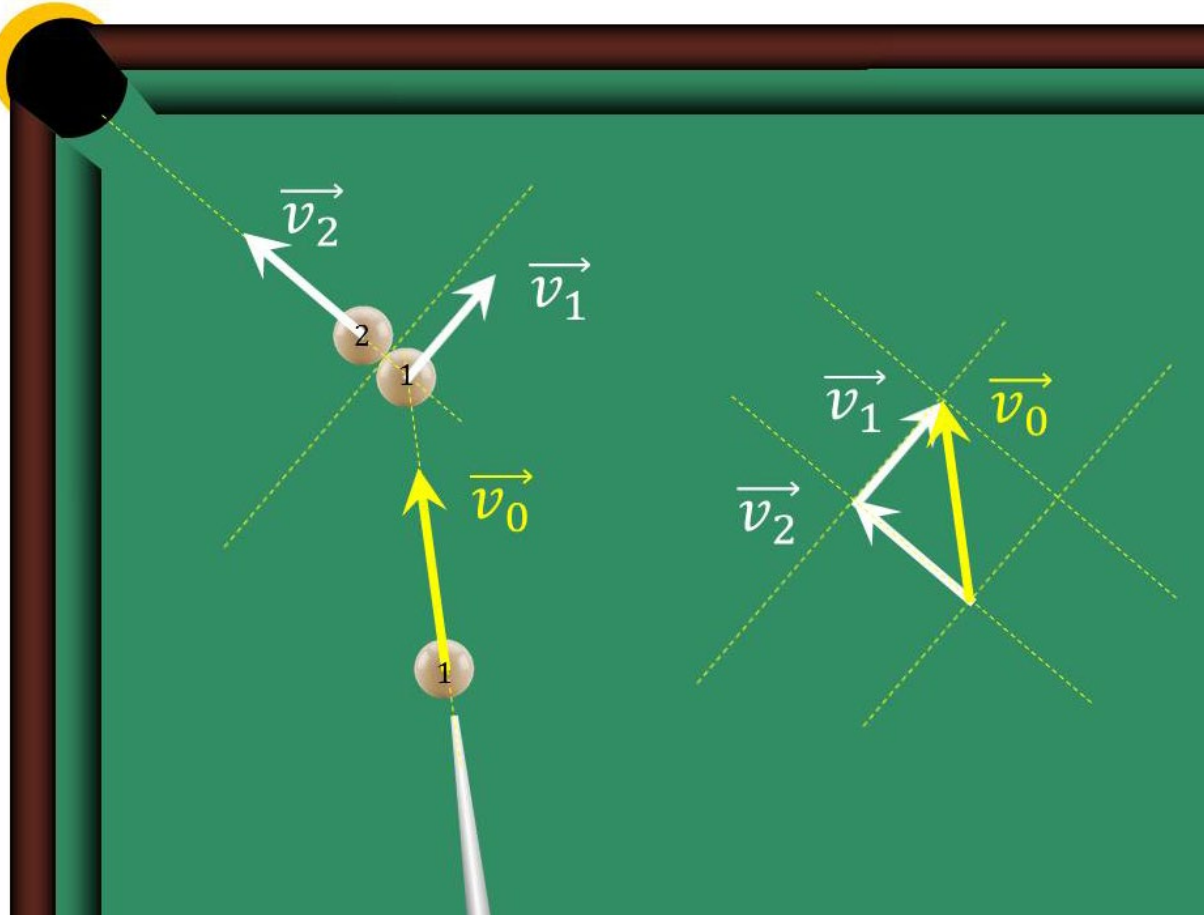


При решении многих задач механики приходится иметь дело не с одним телом, а с множеством тел.

В некоторых случаях детальное рассмотрение поведения системы бывает либо затруднительно, либо не нужным с практической точки зрения. Существуют задачи, которые не требуют знания всех деталей движения – необходимо определить лишь конечное состояние системы после многочисленных взаимодействий составляющих ее частиц.



# Законы сохранения



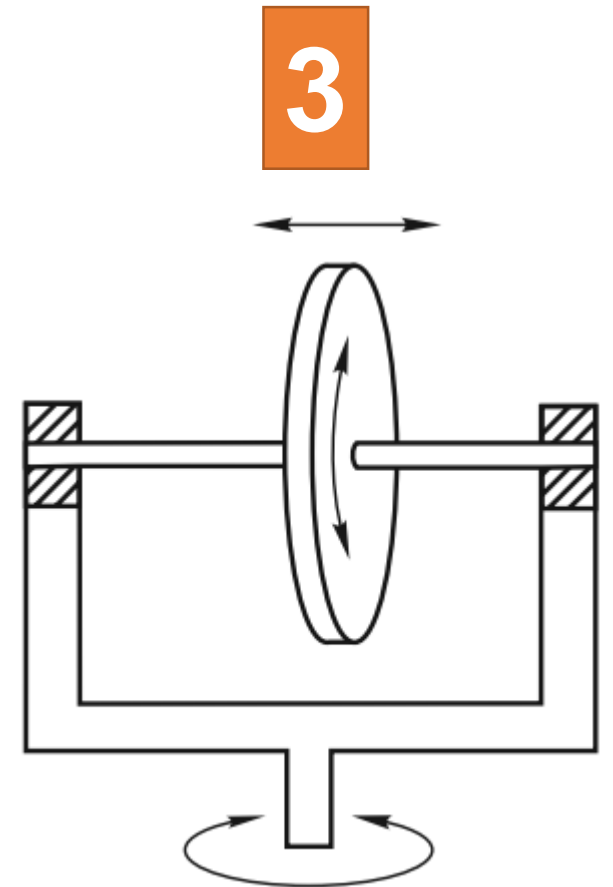
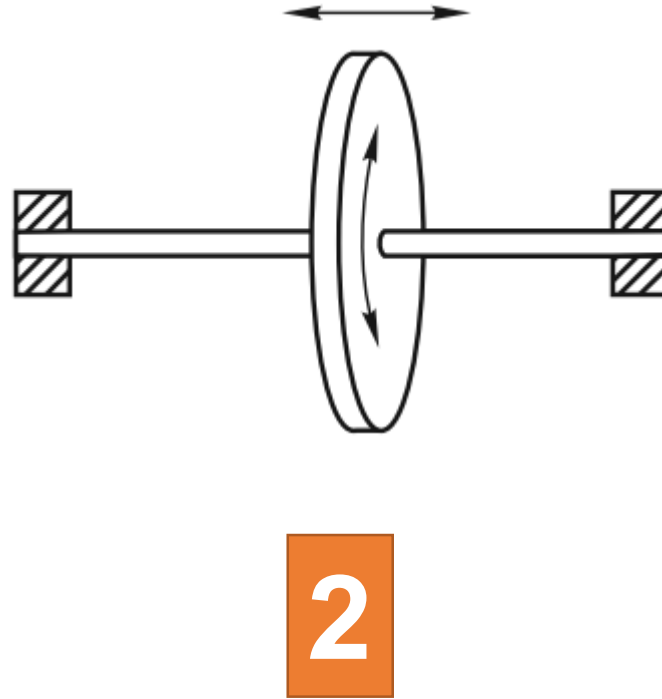
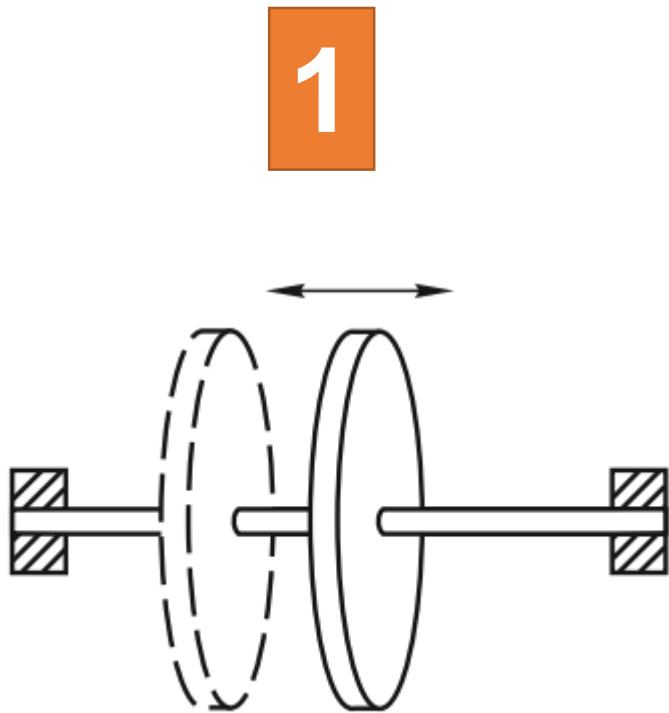
Возникает вопрос:  
существуют ли какие-нибудь  
общие принципы, которые  
позволили бы, не вдаваясь в  
детали поведения системы,  
связать ее начальное и  
конечное состояния?

Оказывается, что такие принципы есть – это **законы сохранения**.



# Число степеней свободы

**Число степеней свободы** – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.



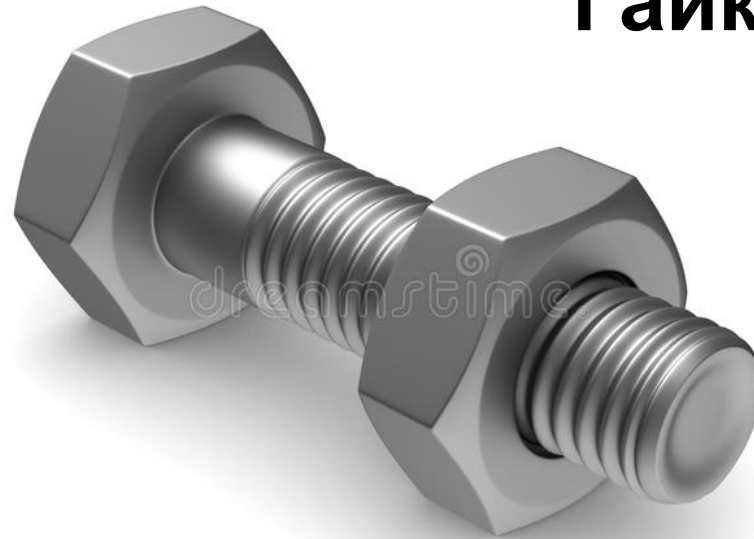
# Число степеней свободы

**Число степеней свободы** – число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве.

**Болт**

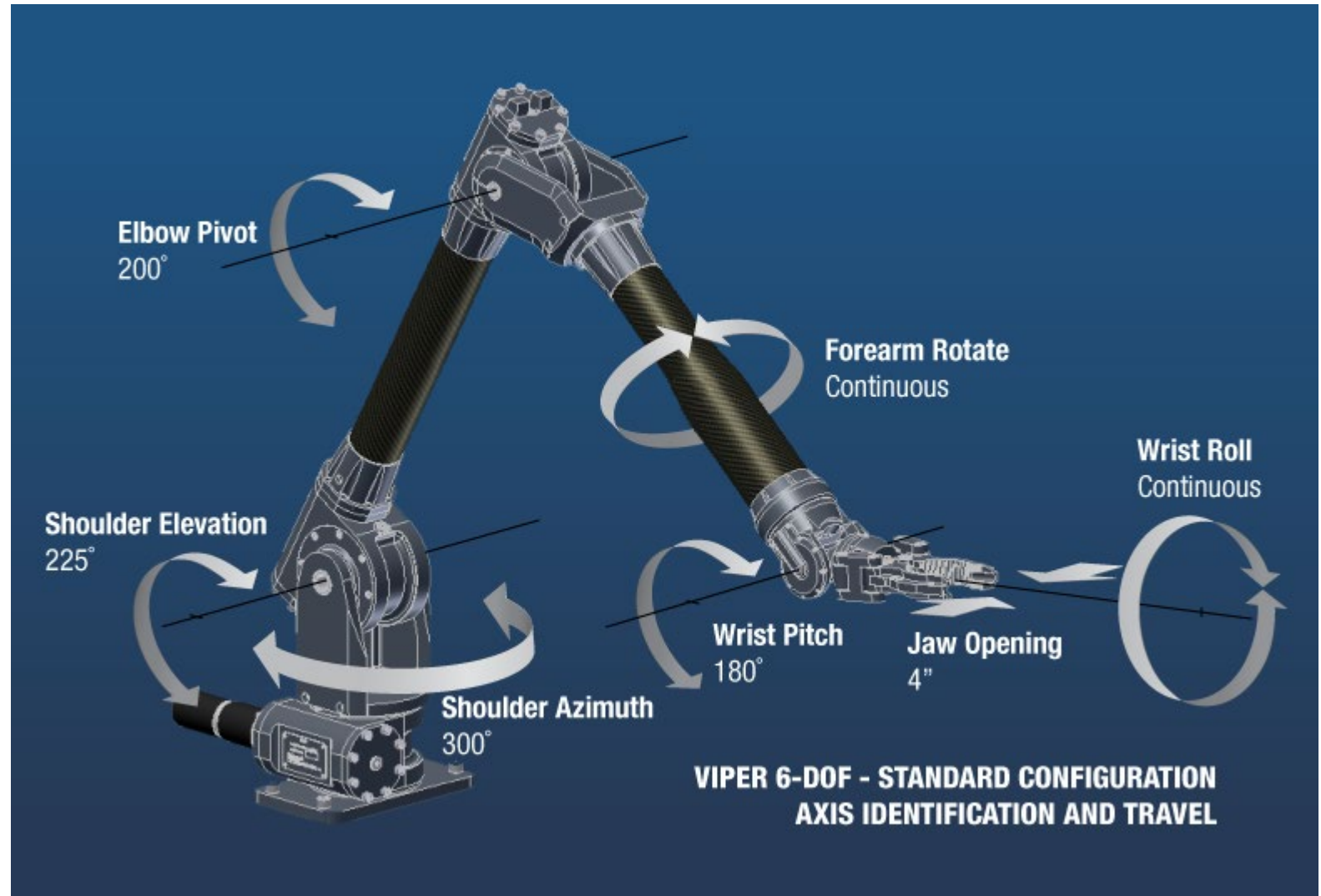
**Гайка**

**1**



# Число степеней свободы

3 степени свободы –  
это не предел



# Закон сохранения импульса

- **Импульс материальной точки** – векторная величина  $\vec{p} = m\vec{v}$ .
- **Импульс силы**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \int_{t_0}^t \vec{F}(t) dt$$

- **Импульс системы материальных точек**

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

- **Закон изменения импульса механической системы**

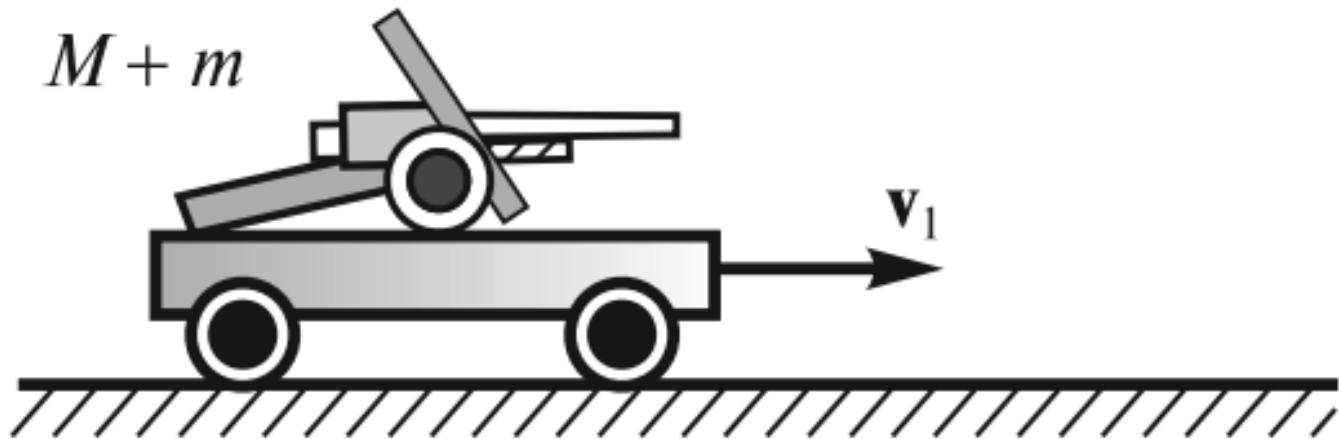
$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}$$

# Закон сохранения импульса

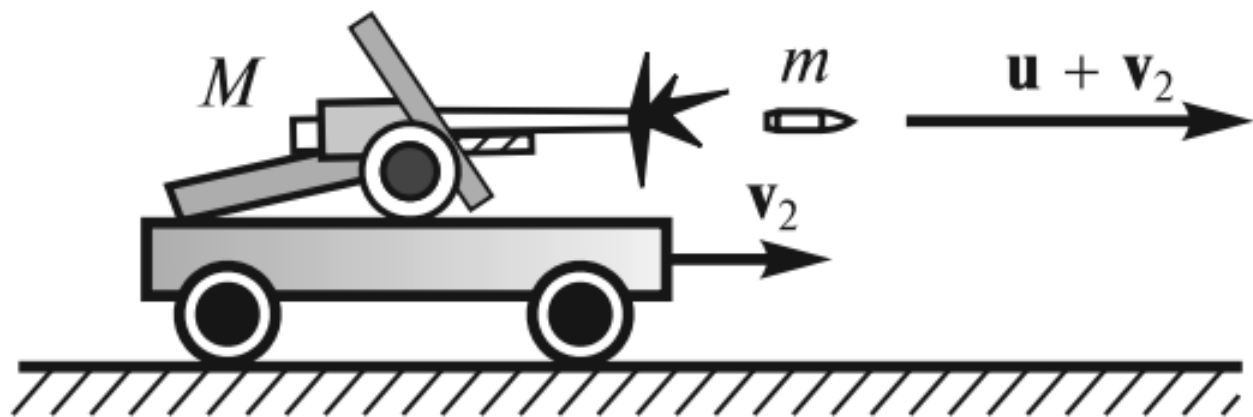
- **Изолированная механическая система** – механическая система, на которую не действуют внешние силы.
- **Замкнутая механическая система** – механическая система, для которой сумма всех внешних сил равна нулю.
- **Закон сохранения импульса механической системы** – если механическая система замкнута, то ее импульс относительно инерциальной системы отсчета сохраняется.

# Закон сохранения импульса

- **Замкнутая в данном направлении механическая система** – механическая система, для которой проекция суммы всех внешних сил на неподвижное относительно инерциальной системы отсчета направление равна нулю.
- **Закон сохранения проекции импульса механической системы** – если система замкнута в данном направлении, то проекция ее импульса относительно инерциальной системы отсчета на это направление сохраняется.



$$(M + m)v_1 = Mv_2 + m(u + v_2)$$



# Центр масс

- Центр масс механической системы

$$\vec{r}_{\text{цм}} = \frac{\sum_{i=0}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=0}^n m_i} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^n m_i \vec{r}_i$$

- Скорость центра масс

$$\vec{v}_{\text{цм}} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^n m_i \vec{v}_i$$

- Ускорение центра масс

$$\vec{a}_{\text{цм}} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^n m_i \vec{a}_i$$

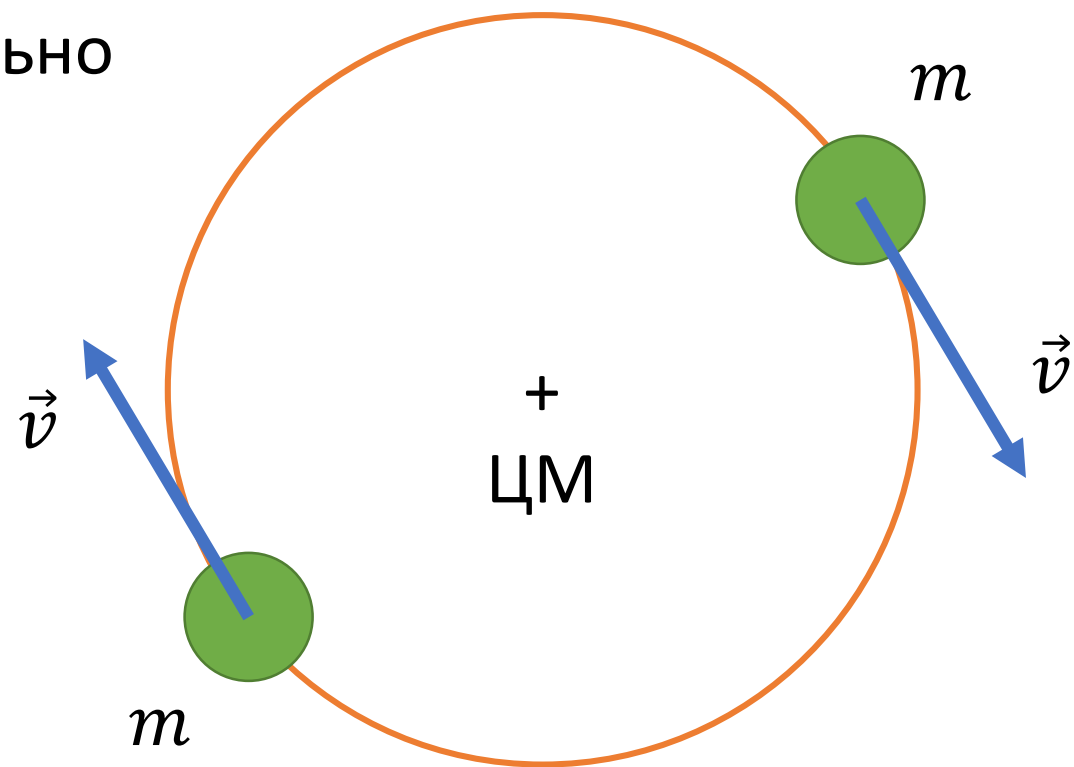
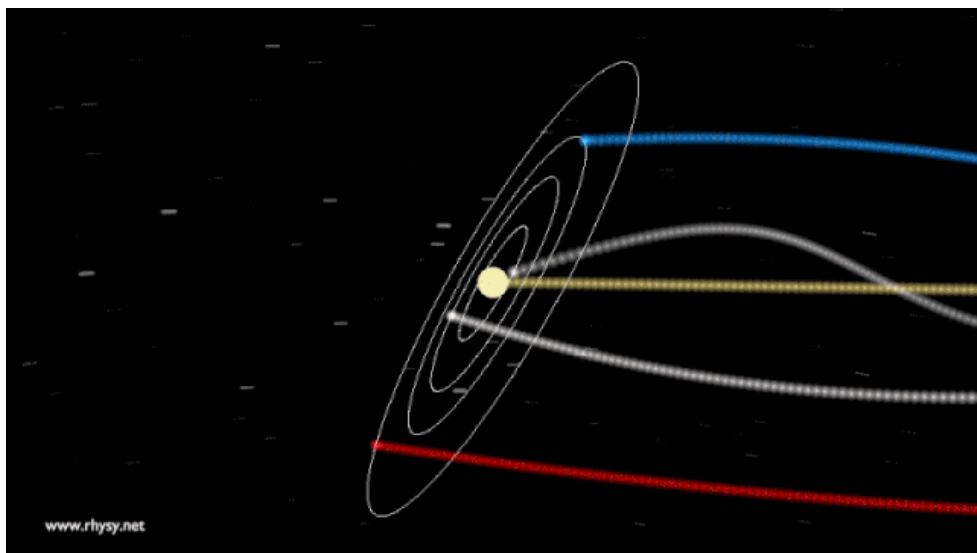


# Теорема о движении центра масс

- **Теорема о движении центра масс механической системы (уравнение движения центра масс)** – произведение массы системы на ускорение ее центра масс относительно инерциальной системы отсчета равно сумме всех внешних сил, действующих на механическую систему со стороны тел, не входящих в систему.
- **Теорема о движении центра масс** – центр масс системы тел движется так, как двигалась бы материальная точка с массой равной суммарной массе всех тел системы под действием равнодействующей внешних сил, действующих на эту систему.

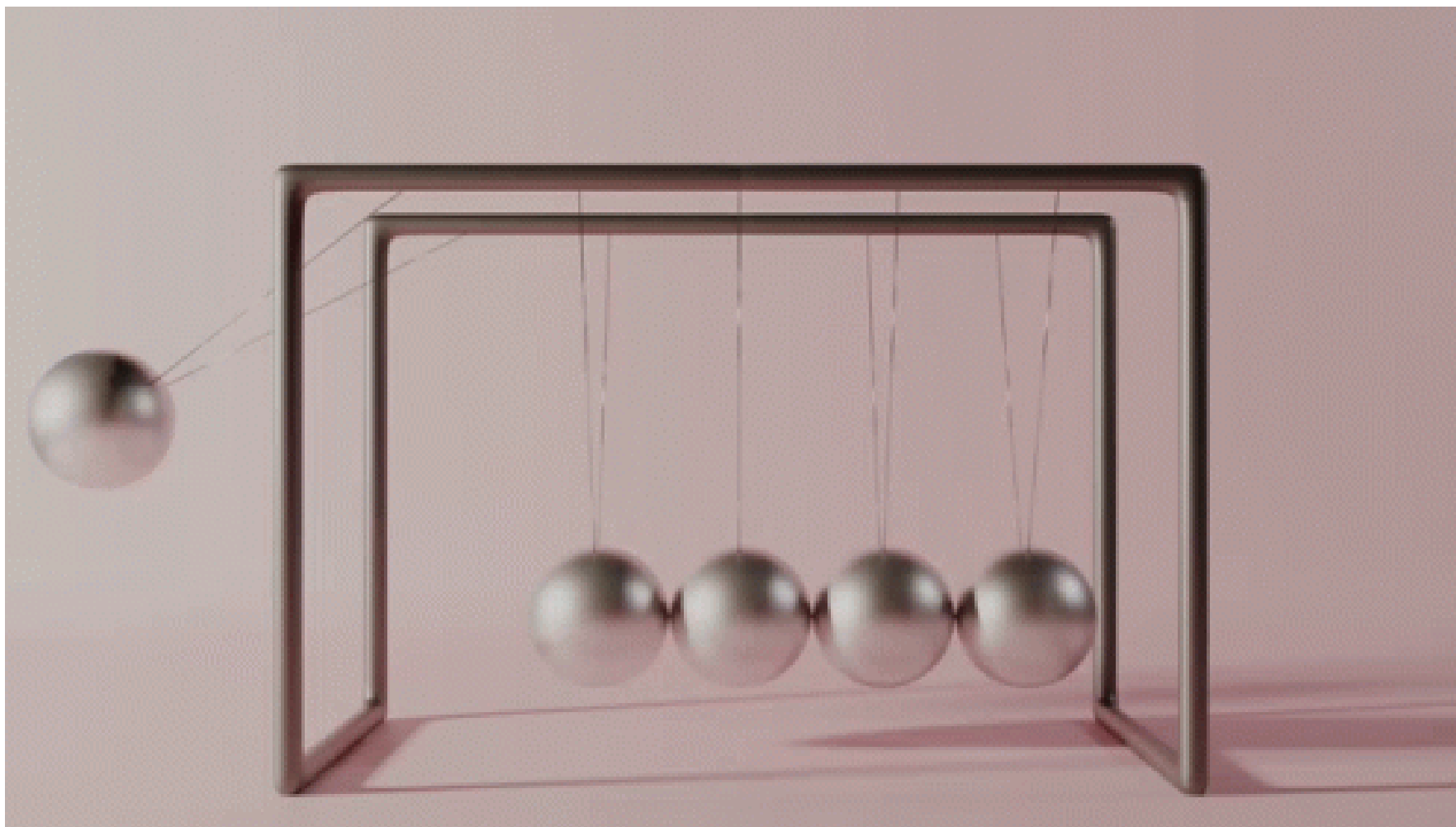
# Система центра масс

**Система центра масс** – система отсчета, жестко связанная с центром масс системы и движущаяся поступательно относительно других инерциальных систем отсчета.



Суммарный  $\vec{P} = 0$

# Маятник Ньютона



# Движение центра масс (дощечка)



# Движение центра масс (тележка)



# Закон сохранения импульса на МКС



# Движение тел с переменной массой

Масса тела при его движении может меняться. Примером такого тела является ракета.

Ракета состоит из:

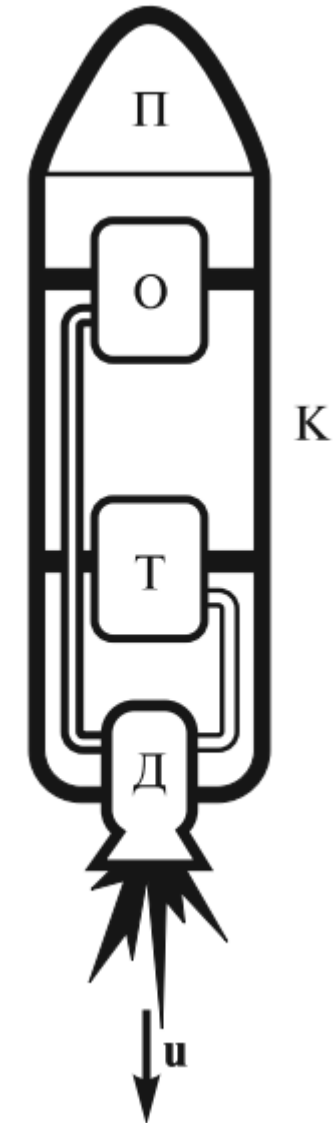
П – полезной нагрузки;

О – баков с окислителем;

Т – баков с топливом;

Д – двигателя;

К – корпуса.



## Топливо (Т):

керосин, этиловый спирт, жидкий водород, гидразин, гептил и др. вещества.

## Окислитель (О):

жидкий кислород, азотная кислота, перекись водорода (гидроксид), жидкий фтор и его соединения и др.

Керосин:

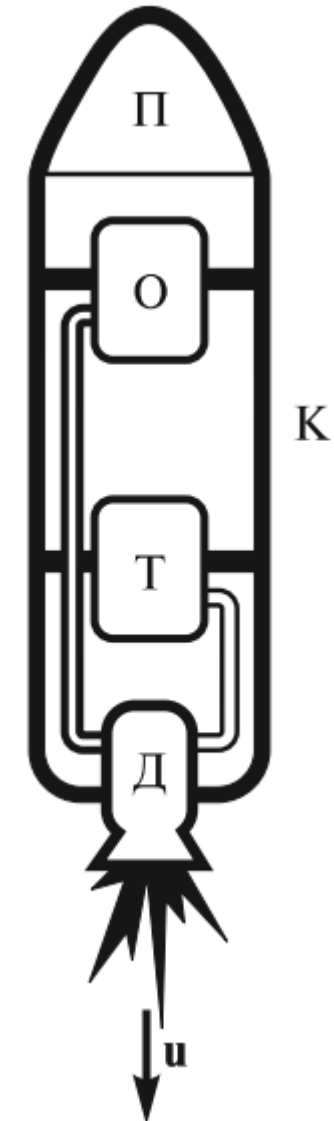
$u \approx 2.6 \text{ км/с}$

Сгорание водорода в кислороде:

$u \approx 4.2 \text{ км/с}$

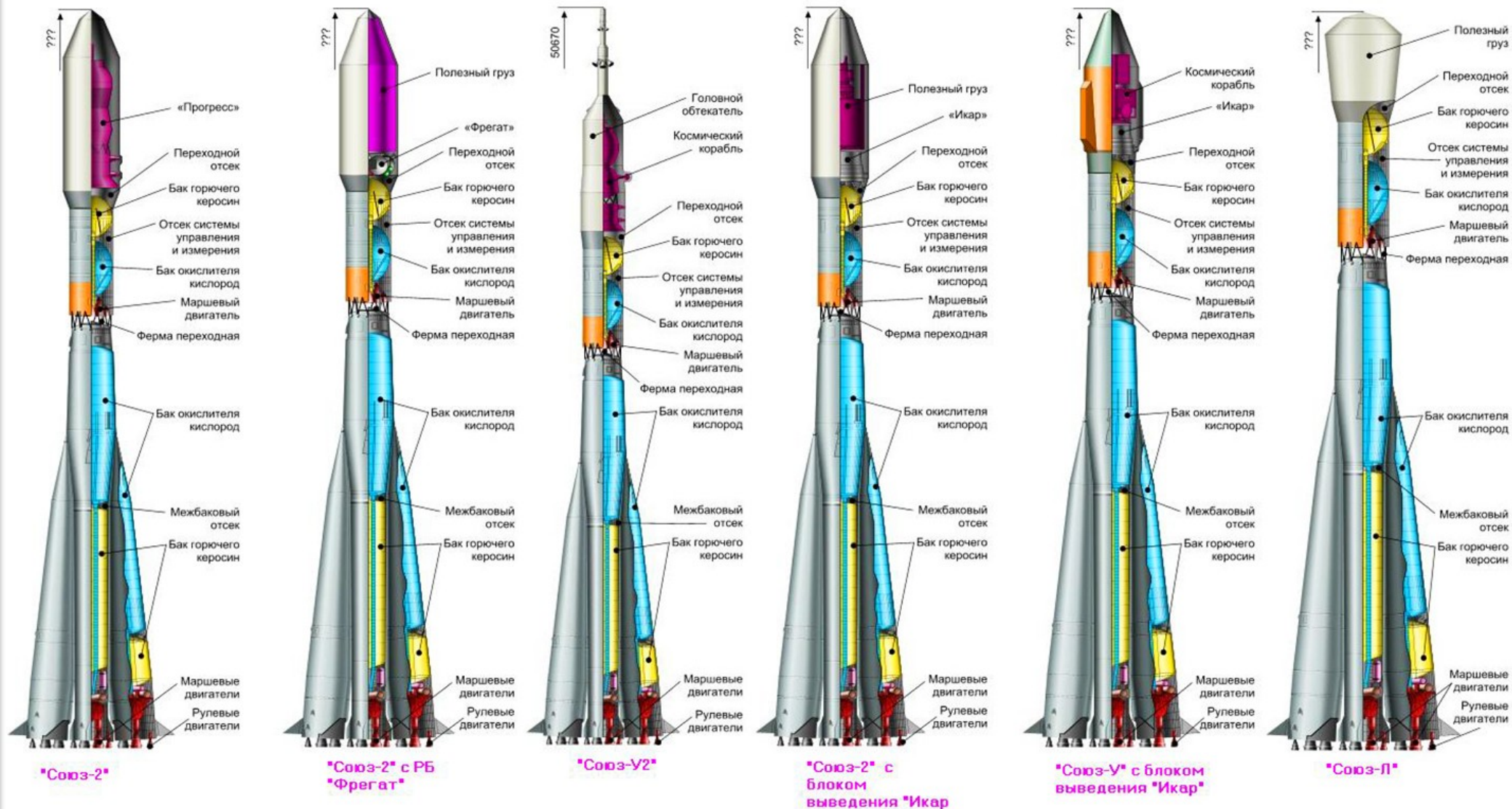
Жидкий фтор в комбинации с водородом и литием:

$u \approx 5 \text{ км/с}$

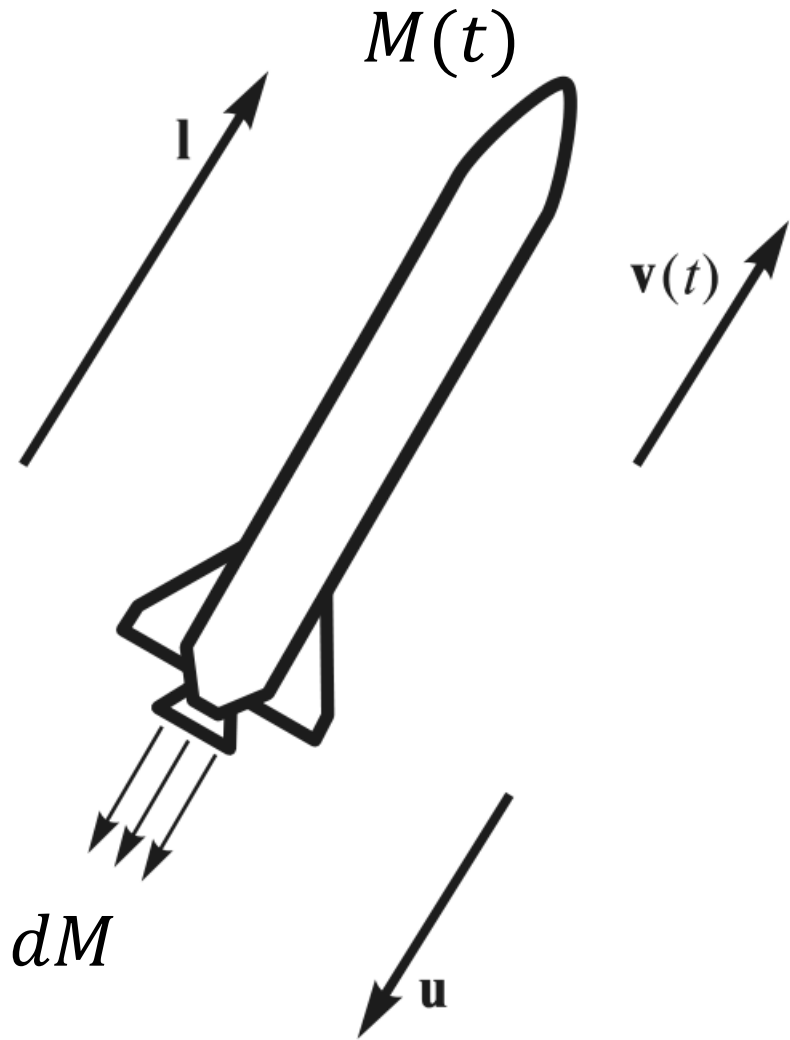




# Устройство ракеты



# Уравнение Мещерского



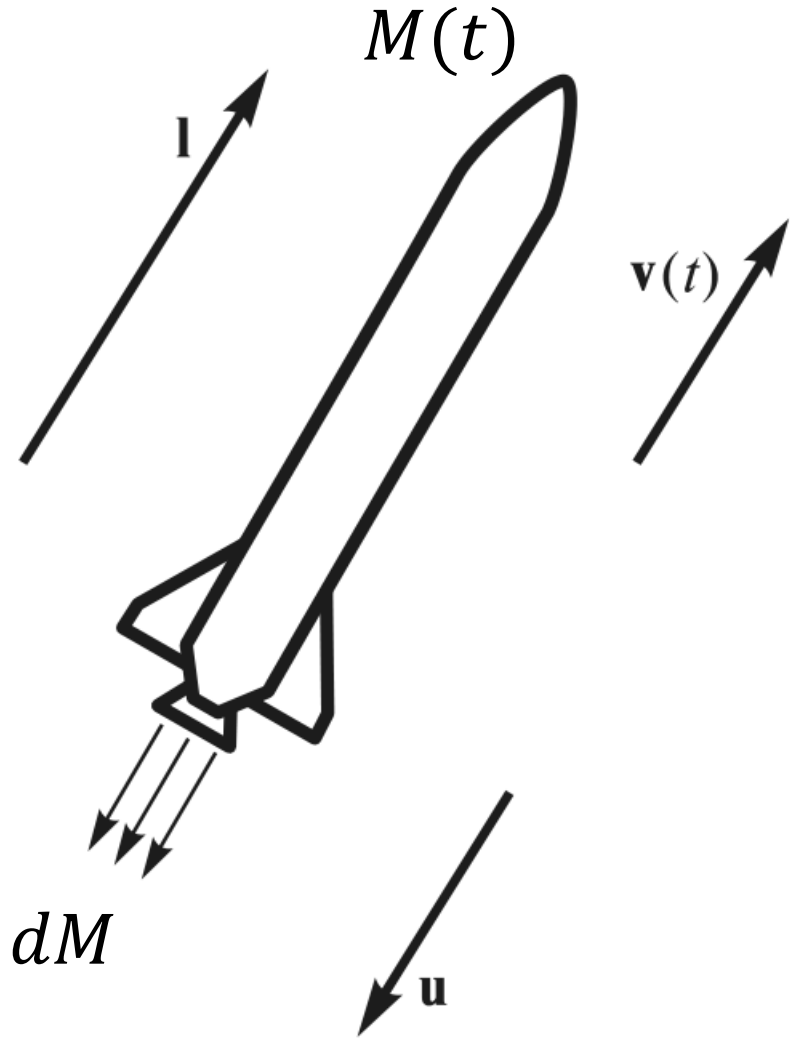
Рассмотрим движение ракеты в ИСО  
вдоль некоторого направления  $\vec{l}$ .  
Пусть  $u(t) = const$ .

$$Mdv + dMu = 0 \Rightarrow M \frac{dv}{dt} = -u \frac{dM}{dt}$$

$$\mu = -\frac{dM}{dt} > 0 \quad \text{расход топлива}$$

$$\vec{F}_T = -\mu \vec{u} \quad \text{реактивная сила/сила тяги}$$

# Уравнение Мещерского



Пусть на ракету действуют внешние силы  $\vec{F}$ .  
Пусть к телу прибавляется масса  $dM_{\Pi} > 0$   
со скоростью  $\vec{w}$ .  
При этом направление  $\vec{u}$  может быть  
любым.

Уравнение Мещерского:

$$M(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_T + \vec{w} \mu_{\Pi} + \vec{F}$$

# Формула Циолковского

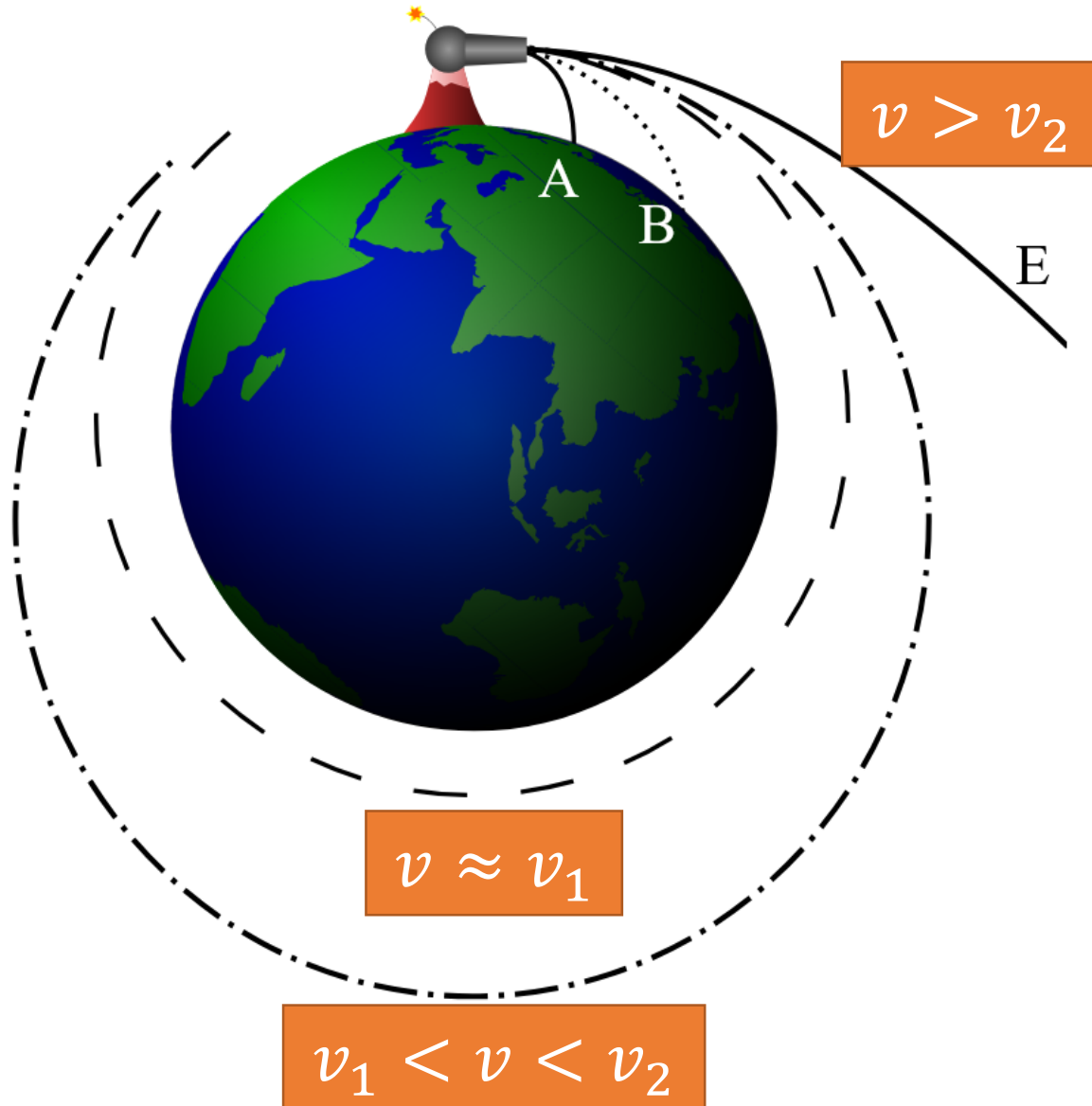
Рассмотрим частный случай прямолинейного движения ракеты, пренебрежем внешними силами:  $\vec{F} = 0$

Получим конечную скорость ракеты:

$$\frac{dM}{M} = -\frac{dv}{u} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{к}} = v_0 - u \ln \frac{M_{\text{к}}}{M_0}$$

$\frac{M_{\text{к}}}{M_0}$  обычно около 0,3

# Космические скорости



**Первая космическая скорость** - минимальная скорость которую надо сообщить телу у поверхности Земли, чтобы тело могло двигаться вокруг Земли, по круговой орбите.

**Вторая космическая скорость** – минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Земли.

**Третья космическая скорость** - минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Солнца.

# Сегнерово колесо



