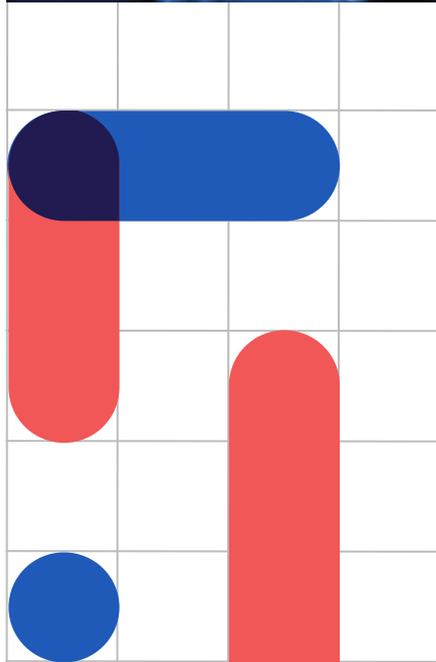


# Формирование умений школьников оценивать погрешности измерений, исходя из уровня математической подготовки

## ФИЗИКА

Выполнила:  
С.А. Россинская,  
кандидат педагогических наук,  
заведующий кафедрой естественнонаучного  
и географического образования

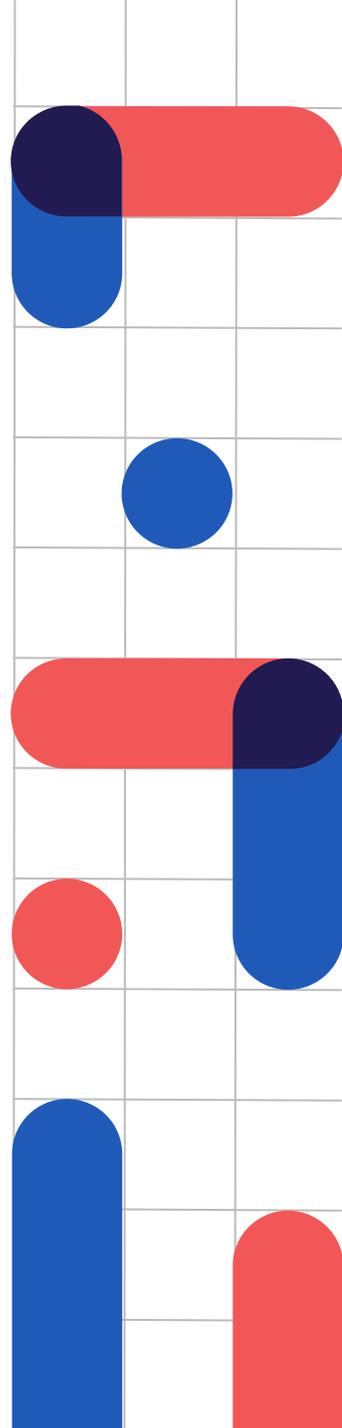


# Погрешность измерения

При обучении физике эксперимент служит важнейшим инструментом познания, и обучающийся должен освоить различные экспериментальные умения:

- проводить опыты по наблюдению физических явлений или физических свойств тел и проверке гипотез;
- выполнять прямые измерения (прямые измерения расстояния, времени, массы тела, объёма, силы, температуры, относительной влажности воздуха, силы тока, электрического напряжения);
- проводить исследование зависимости одной физической величины от другой с использованием прямых измерений;
- проводить косвенные измерения физических величин.

Начиная с первых уроков физики в 7 классе, учащиеся должны понимать, что измерения, проводимые в физике, никогда не бывают абсолютно точными. Формирование представлений о погрешности прямого измерения должно происходить с самого начала изучения физики.



# ФРП (углубленный уровень). Требования к результатам. Погрешность измерения

## Класс Требования ФРП

**7 -9** проводить прямые и косвенные измерения физических величин, вычислять значение величины и анализировать полученные результаты, оценивая погрешность результатов косвенных измерений;

проводить несложные экспериментальные исследования зависимостей физических величин, представлять полученные зависимости в виде таблиц и графиков, оценивать погрешности, делать выводы по результатам исследования;

проводить при необходимости серию прямых измерений, определяя среднее значение измеряемой величины и определяя погрешность результатов прямых измерений, обосновывать выбор способа измерения (измерительного прибора)

**10 -11** проводить исследование зависимости одной физической величины от другой с использованием прямых измерений, при этом конструировать установку, фиксировать результаты полученной зависимости физических величин в виде графиков с учётом абсолютных погрешностей измерений, делать выводы по результатам исследования;

проводить косвенные измерения физических величин, при этом выбирать оптимальный метод измерения, оценивать абсолютные и относительные погрешности прямых и косвенных измерений

## Требования ФРП к умениям оценивать погрешность измерения

Согласно требованиям ФРП обучающийся должен освоить умение **на базовом уровне**:

- на уровне ООО проводить прямые и косвенные измерения с учетом заданной погрешности
- на уровне СОО проводить прямые и косвенные измерения и использовать известные методы оценки погрешности

**на углубленном уровне**:

- на уровне ООО самостоятельно оценивать погрешности при проведении косвенных измерений и исследований зависимостей
- на уровне СОО речь идет об абсолютных и относительных погрешностях для различных экспериментов



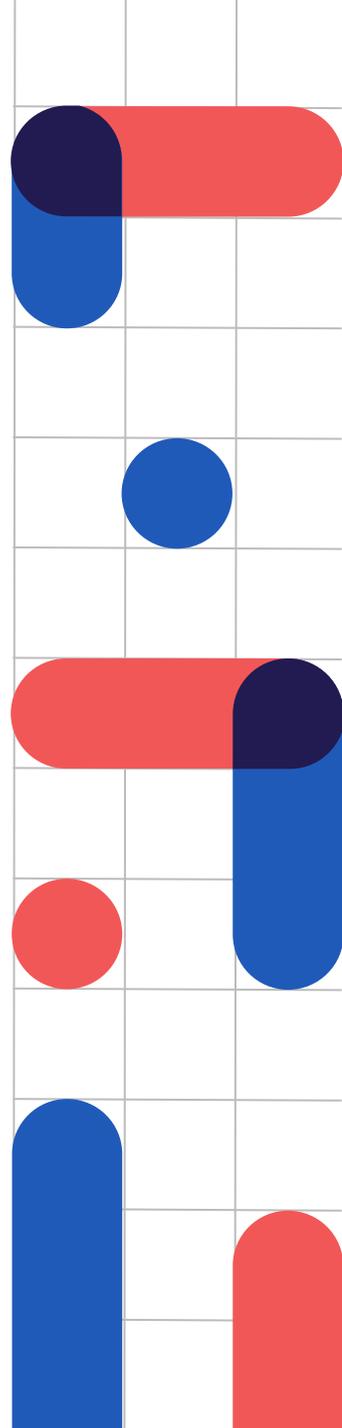
## Погрешность косвенного измерения. Оценка погрешности косвенного измерения методом границ

Пусть имеются результаты прямых измерений для двух величин  $x$  и  $y$ :

$$x = x_{\text{измер}} \pm \Delta x; \text{НГ}_x = x_{\text{измер}} - \Delta x; \text{ВГ}_x = x_{\text{измер}} + \Delta x$$

$$y = y_{\text{измер}} \pm \Delta y; \text{НГ}_y = y_{\text{измер}} - \Delta y; \text{ВГ}_y = y_{\text{измер}} + \Delta y$$

Нижние и верхние границы косвенного измерения, являющегося суммой/разностью/произведением/частным данных величин, определяются по правилам арифметики.



## Погрешность косвенного измерения. Погрешность измерения методом рядов

Используют для определения размеров тел, которые меньше цены деления измерительного инструмента.

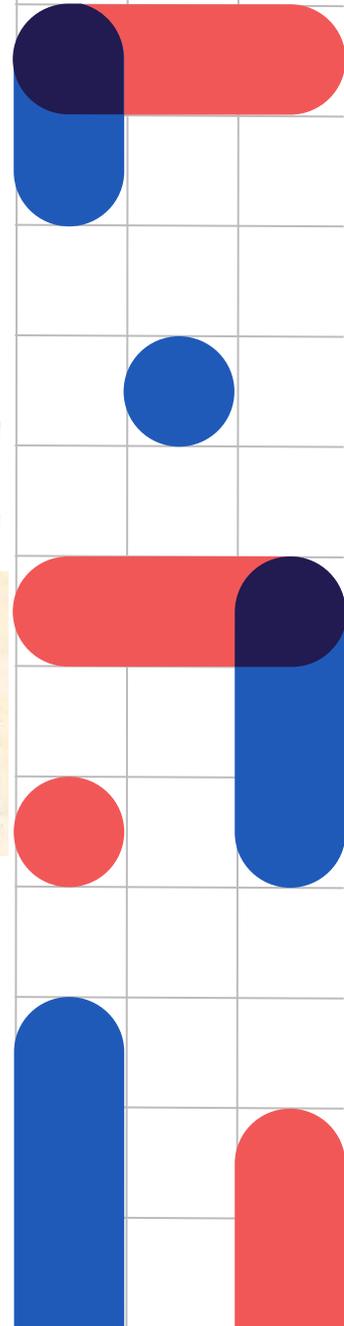
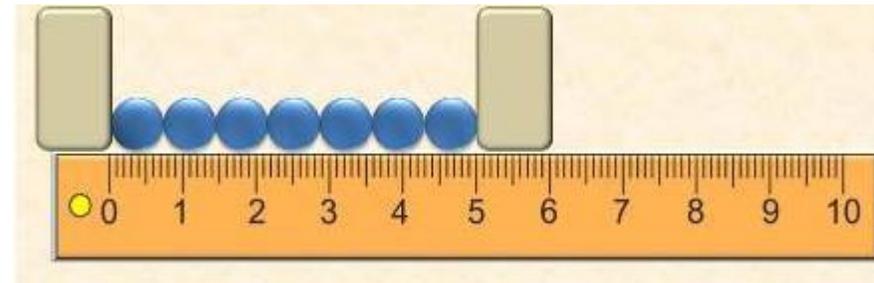
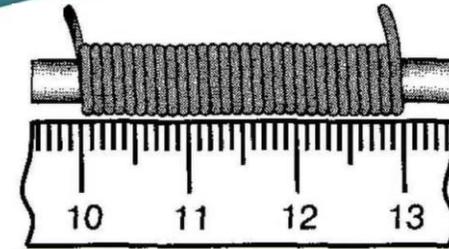
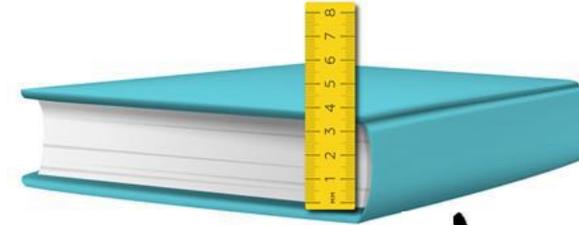
Чтобы найти средний размер  $d$  элементов в ряду, необходимо длину  $L$  ряда (прямое измерение) разделить на число  $n$  элементов в ряду:

$$d = L/n$$

При этом погрешность измерения размера элемента (косвенное измерение) равна

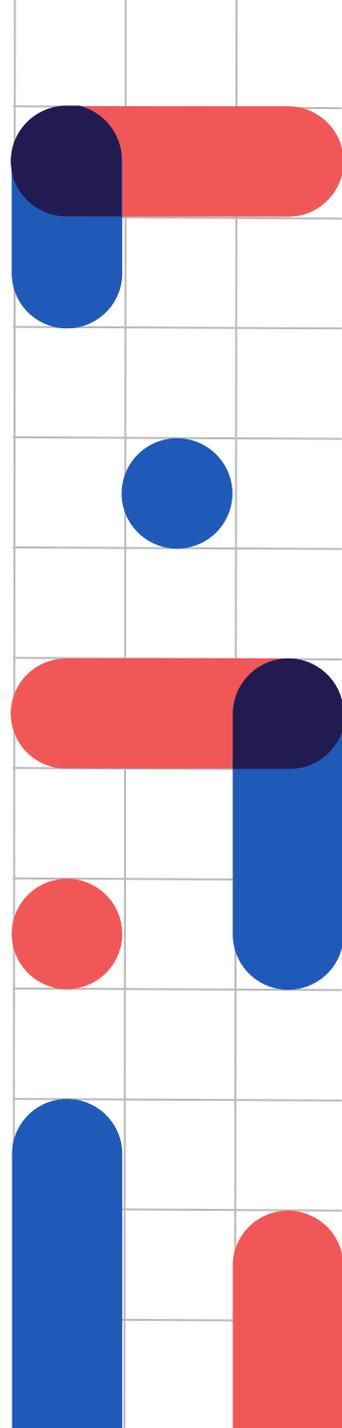
$$\Delta d = \Delta L/n$$

Чем больше элементов в ряду, тем точнее измерение.



## Оценка погрешности косвенного измерения методом нахождения дифференциала функции нескольких переменных (11 класс)

Оценка погрешности косвенного измерения в данном случае требует сформированности умения находить частные производные функции нескольких переменных. Понятие частных производных не вводится в школьном курсе математики. И в этом случае учитель физики либо дает этот материал самостоятельно, либо ограничивается (без математического обоснования) таблицей готовых формул для абсолютной и относительной погрешности для различных функциональных зависимостей. Либо пользуется для оценки погрешности косвенного измерения только методом границ.

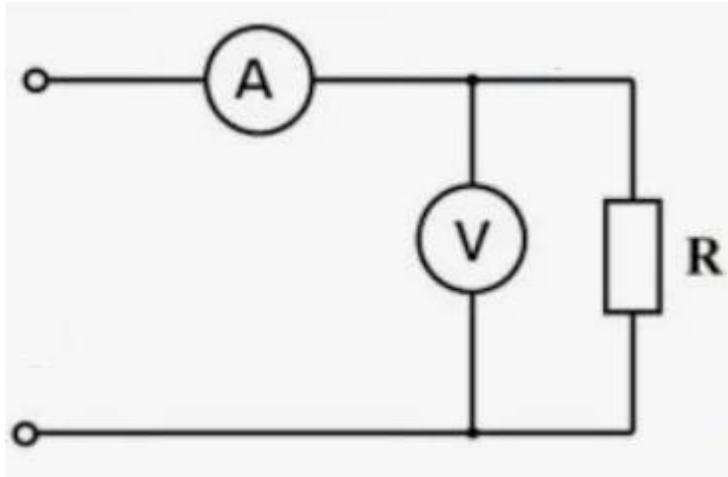


## Таблица (определение предельной абсолютной погрешности для частных случаев функциональной зависимости)

Вид функции	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
$z = x \pm y$	$\Delta(x + y) = \Delta x + \Delta y$	$\varepsilon_z = \frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$
$z = \frac{x}{y}$ $z = xy$	$\Delta\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{x\Delta y + y\Delta x}{y^2}$ $\Delta(xy) = x\Delta y + y\Delta x$	$\varepsilon_z = \varepsilon_x + \varepsilon_y$
$z = x^n$ $z = \sqrt[n]{x}$	$\Delta z = nx^{n-1}\Delta x$ $\Delta z = \frac{\Delta x}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\varepsilon_z = \frac{1}{n}\varepsilon_x$ $\varepsilon_z = n\varepsilon_x$
$z = \frac{x^n y^m}{z^k}$	$\Delta z = z\varepsilon_z$	$\varepsilon_z = n\varepsilon_x + m\varepsilon_y + k\varepsilon_z$
$z = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$	$\Delta z = \frac{\Delta a}{a^2} + \frac{\Delta b}{b^2}$	$\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{z}$
$z = \frac{a \pm b}{a}$	$\Delta z = z\varepsilon_z$	$\varepsilon_z = \varepsilon_a + \varepsilon_b$

# Пример

(экспериментальное определение электрического сопротивления резистора)



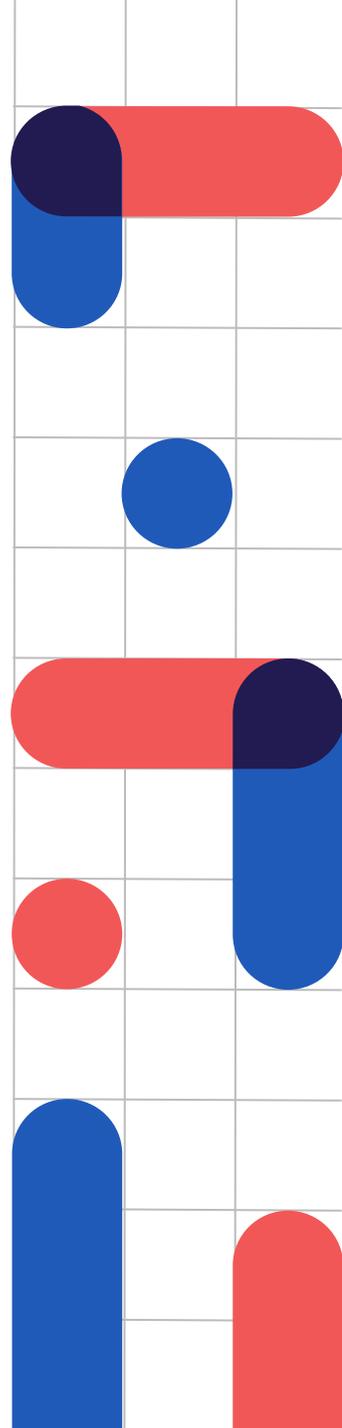
$$I = (0,4 \pm 0,1) \text{ A}$$
$$U = (2,4 \pm 0,2) \text{ B}$$

$$R = U/I$$
$$R = 6 \text{ Ом}$$
$$\varepsilon R = \varepsilon I + \varepsilon U$$
$$\varepsilon I = 0,1/0,4 = 0,25$$
$$\varepsilon U = 0,2/2,4 \approx 0,08$$
$$\varepsilon R \approx 0,3$$
$$\Delta R = R \cdot \varepsilon R \approx 2 \text{ Ом}$$
$$R = (6 \pm 2) \text{ Ом}$$

## Оценка случайной погрешности

**Случайная погрешность – это составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом в серии повторных измерений одной и той же величины, проведённых в одних и тех же условиях. В появлении таких погрешностей не наблюдается какой-либо закономерности, они обнаруживаются при повторных измерениях одной и той же величины в виде некоторого разброса получаемых результатов.**

Алгоритм оценки случайной погрешности не является обязательным даже при углубленном изучении физики в старшей школе. Задача учителя – объяснить учащимся случаи, когда нельзя пренебречь случайной погрешностью, и сформировать понимание того, что в таком случае для увеличения точности измерений необходимо увеличить количество измерений. При многократном увеличении числа измерений среднее арифметическое значение измеряемой величины будет стремиться к её истинному значению, а средняя квадратичная погрешность будет стремиться к нулю.



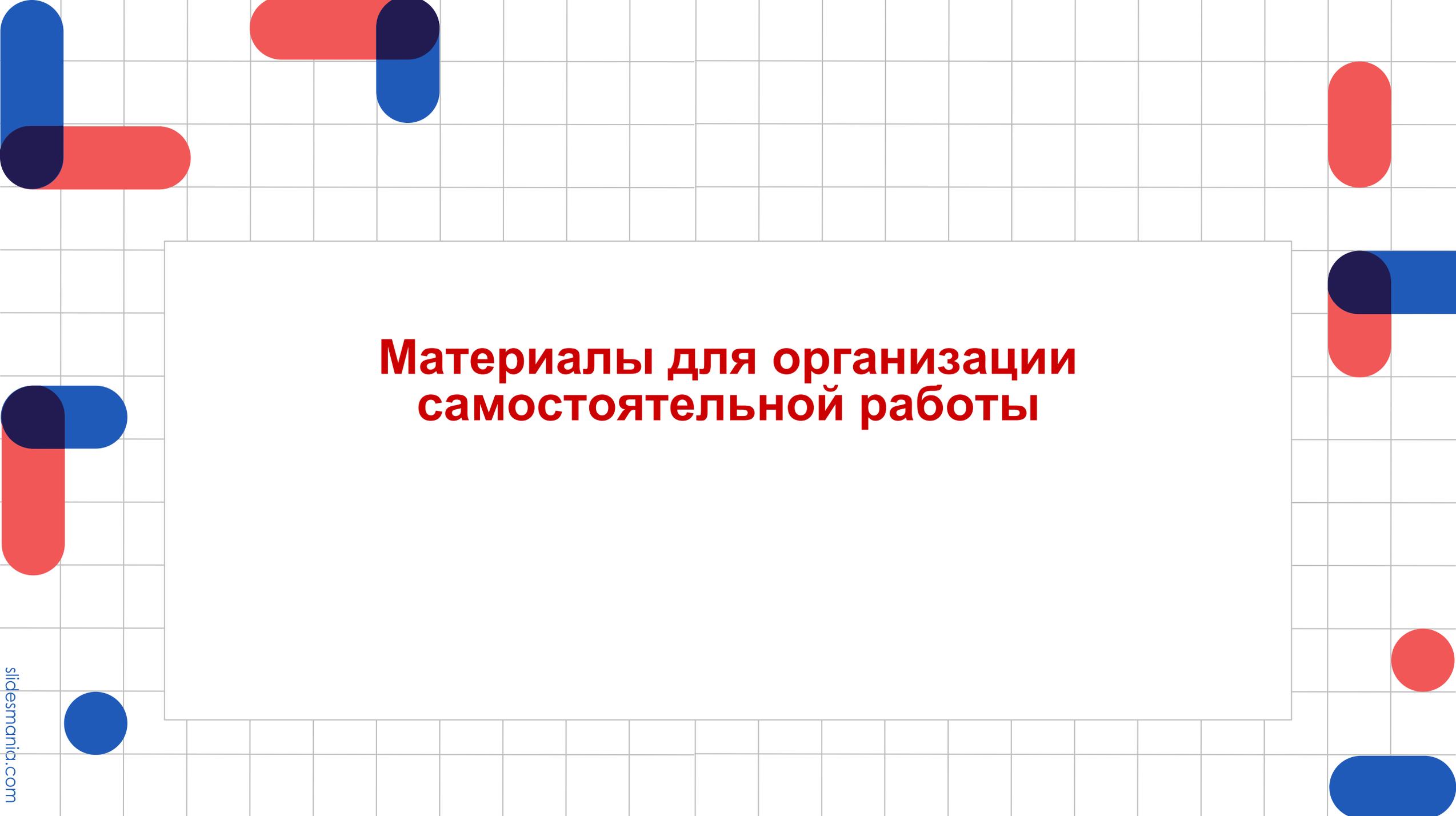
## Схема оценивания экспериментального задания на проверку умения проводить косвенные измерения физических величин

Характеристика оборудования	
При выполнении задания используется комплект оборудования № _____ (перечисляется состав соответствующего комплекта оборудования}.	
<b>Внимание!</b> При замене какого-либо элемента оборудования на аналогичное с другими характеристиками необходимо внести соответствующие изменения в образец выполнения задания	
Образец возможного выполнения	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Схема экспериментальной установки.</li> <li>2. Запись формулы.</li> <li>3. Результаты прямых измерений с указанием абсолютной погрешности измерения.</li> <li>4. Значение косвенного измерения.</li> </ol>	
<b>Указание экспертам</b>	
Оценка границ интервала, где может оказаться результат, полученный учеником, который необходимо признать верным	
Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Полностью правильное выполнение задания, включающее в себя: 1) рисунок экспериментальной установки; 2) формулу для расчёта искомой величины (в данном случае: указывается формула); 3) правильно записанные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений (в данном случае: указываются физические величины); 4) полученное правильное значение искомой величины	3
Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но в одном из элементов ответа (1, 2 или 4) присутствует ошибка.  ИЛИ Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но один из элементов ответа (1, 2 или 4) отсутствует	2
Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но в элементах ответа 1, 2 и 4 присутствуют ошибки, или эти элементы отсутствуют.	1
Все случаи выполнения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления 1, 2 или 3 баллов. Разрозненные записи. Отсутствие попыток выполнения задания	0

## Задание 17

### Схема оценивания экспериментального задания на проверку умения проводить исследование зависимости одной физической величины от другой

Характеристика оборудования	
При выполнении задания используется комплект оборудования № _____ (перечисляется состав соответствующего комплекта оборудования}.	
<b>Внимание!</b> При замене какого-либо элемента оборудования на аналогичное с другими характеристиками необходимо внести соответствующие изменения в образец выполнения задания	
Образец возможного выполнения	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Схема экспериментальной установки.</li> <li>2. Запись формулы.</li> <li>3. Результаты прямых измерений с указанием абсолютной погрешности измерения.</li> <li>4. Значение косвенного измерения.</li> </ol>	
<b>Указание экспертам</b>	
Оценка границ интервала, где может оказаться результат, полученный учеником, который необходимо признать верным	
Критерии оценки выполнения задания	Баллы
Полностью правильное выполнение задания, включающее в себя: 1) рисунок экспериментальной установки; 2) формулу для расчёта искомой величины (в данном случае: указывается формула); 3) правильно записанные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений (в данном случае: указываются физические величины); 4) полученное правильное значение искомой величины	3
Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но в одном из элементов ответа (1, 2 или 4) присутствует ошибка.  ИЛИ Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но один из элементов ответа (1, 2 или 4) отсутствует	2
Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но в элементах ответа 1, 2 и 4 присутствуют ошибки, или эти элементы отсутствуют.	1
Все случаи выполнения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления 1, 2 или 3 баллов. Разрозненные записи. Отсутствие попыток выполнения задания	0



# Материалы для организации самостоятельной работы

## Задание 17

Используя весы, мензурку, стакан с водой, цилиндр № 1, соберите экспериментальную установку для измерения плотности материала, из которого изготовлен цилиндр № 1. Абсолютная погрешность измерения массы тела составляет  $\pm 0,1$  г. Абсолютная погрешность измерения объема тела равна  $\pm 2$  см<sup>3</sup>.

В бланке ответов № 2:

- 1) сделайте рисунок экспериментальной установки для определения объема тела;
- 2) запишите формулу для расчёта плотности;
- 3) укажите результаты измерения массы цилиндра и его объема с учётом абсолютных погрешностей измерений;
- 4) запишите значение плотности материала цилиндра.

### Характеристика оборудования

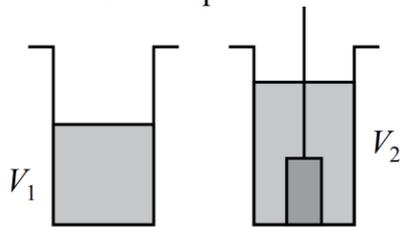
При выполнении задания используется комплект оборудования № 1 в следующем составе.

Комплект № 1	
элементы оборудования	рекомендуемые характеристики
• весы электронные	предел измерения не менее 200 г
• измерительный цилиндр (мензурка)	предел измерения 250 мл ( $C = 2$ мл)
• стакан	
• динамометр № 1	предел измерения 1 Н ( $C = 0,02$ Н)
• динамометр № 2	предел измерения 5 Н ( $C = 0,1$ Н)
• поваренная соль, палочка для перемешивания	
• цилиндр стальной; обозначить № 1	$V = (25,0 \pm 0,3) \text{ см}^3, m = (195 \pm 2) \text{ г}$
• цилиндр алюминиевый; обозначить № 2	$V = (25,0 \pm 0,7) \text{ см}^3, m = (70 \pm 2) \text{ г}$
• пластиковый цилиндр; обозначить № 3	$V = (56,0 \pm 1,8) \text{ см}^3, m = (66 \pm 2) \text{ г}$ , имеет шкалу вдоль образующей с ценой деления 1 мм, длина не менее 80 мм
• цилиндр алюминиевый, обозначить № 4	$V = (34,0 \pm 0,7) \text{ см}^3, m = (95 \pm 2) \text{ г}$

## Задание 17

### Образец возможного выполнения

1. Схема экспериментальной установки для определения объёма тела:



2.  $\rho = \frac{m}{V}$ .

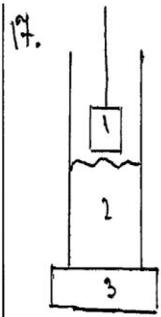
3.  $m = (195,0 \pm 0,1) \text{ г}$ ;  $V = V_2 - V_1 = (25 \pm 2) \text{ мл} = (25 \pm 2) \text{ см}^3$ .

4.  $\rho = 7,8 \text{ г/см}^3 = 7800 \text{ кг/м}^3$ .

#### Указание экспертам

Численные значения прямых измерений массы и объёма должны попасть в интервалы  $m = (195 \pm 2) \text{ г}$ ,  $V = (25 \pm 3) \text{ см}^3$

Содержание критерия	Баллы
Полностью правильное выполнение задания, включающее в себя: 1) рисунок экспериментальной установки; 2) формулу для расчёта искомой величины ( <i>в данном случае: для плотности через массу тела и его объём</i> ); 3) правильно записанные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений ( <i>в данном случае: массы тела и его объёма</i> ); 4) полученное правильное числовое значение искомой величины	3
Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но в одном из элементов ответа (1, 2 или 4) присутствует ошибка. ИЛИ Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но один из элементов ответа (1, 2 или 4) отсутствует	2
Записаны правильные результаты прямых измерений с учётом заданных абсолютных погрешностей измерений, но в элементах ответа 1, 2 и 4 присутствуют ошибки, или эти элементы отсутствуют.	1
Все случаи выполнения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления 1, 2 или 3 баллов. Разрозненные записи. Отсутствие попыток выполнения задания	0
<i>Максимальный балл</i>	3



1-масса  
2-вода  
3-штангенциркуль.

$\rho = \frac{m}{V}$   
 когда пробуженного объема выдвинулось:

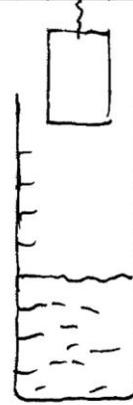
$m = 195,2 (\pm 0,1) \text{ г} = 25 \text{ см}^3 (\pm 2 \text{ см}^3)$

$\rho = \frac{195,2 (\pm 0,1)}{25 \text{ см}^3 (\pm 2 \text{ см}^3)} \approx 7,82 \text{ г/см}^3$

Ответ:  $7,82 \text{ г/см}^3$

Сколько бы вы ответили на 2 шест?

17) 1)



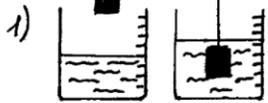
2)  $\rho = \frac{m}{V}$

3)  $m = (197,1 \pm 0,1) \text{ г}$

$V = (19,2 \pm 1) \text{ см}^3$

4)  $\rho = 1026,6 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

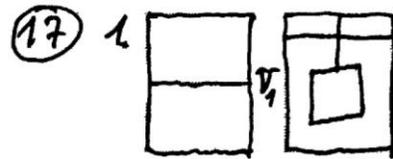
17



2)  $\rho = \frac{m}{V}$

3)  $m = (195 \pm 0,1) \text{ г}$   
 $V = (26 \pm 2) \text{ см}^3$

4)  $\rho = \frac{195,2}{26 \text{ см}^3} = 7,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 7500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$



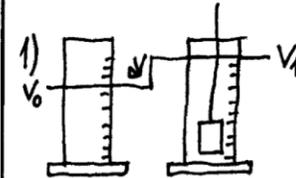
2.  $\rho = \frac{m}{V}; V = V_2 - V_1$

3.  $m = (194,7 \pm 0,1) \text{ г}$

$V = (26 \pm 2) \text{ см}^3$

4.  $\rho = 7,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \approx 7500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Задача 17



2)  $\rho = \frac{m}{V}$

3)  $m_g = (198,2 \pm 0,1) \text{ г}$

$V_0 = (15,2 \pm 2) \text{ см}^3$

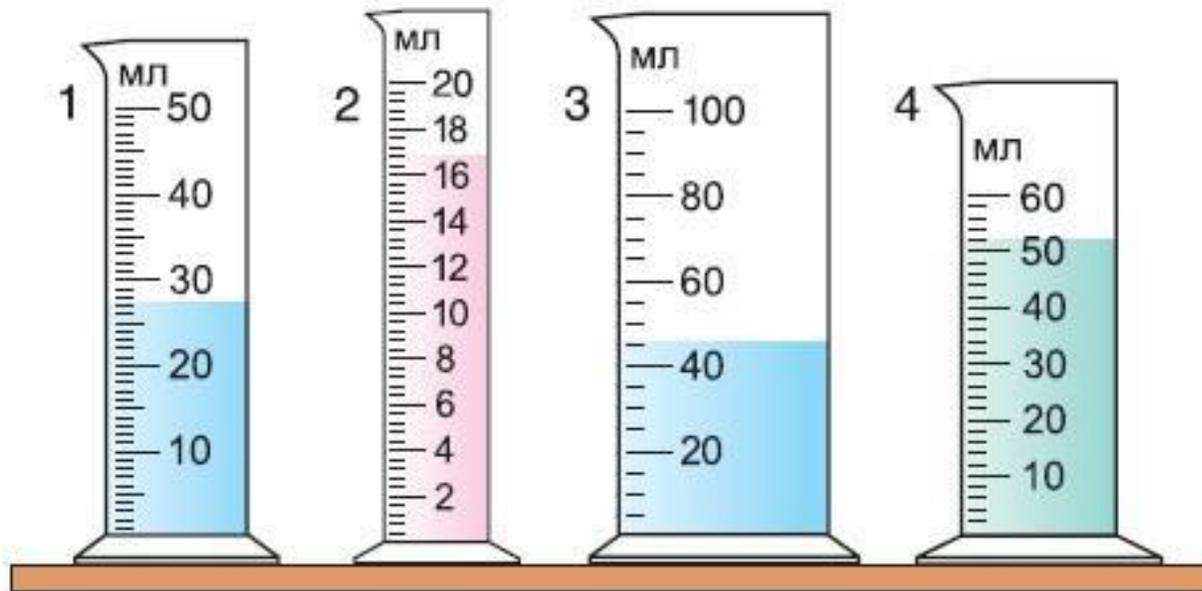
$V_1 = (17,8 \pm 2) \text{ см}^3$

$\Delta V = V_1 - V_0 = (2,6 \pm 2) \text{ см}^3$

4)  $\rho = \frac{198,2}{2,6} \approx 7,623 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

## Оценка погрешности

На рисунке представлены 4 мензурки. Абсолютная погрешность измерения для каждой из них равна цене деления прибора.

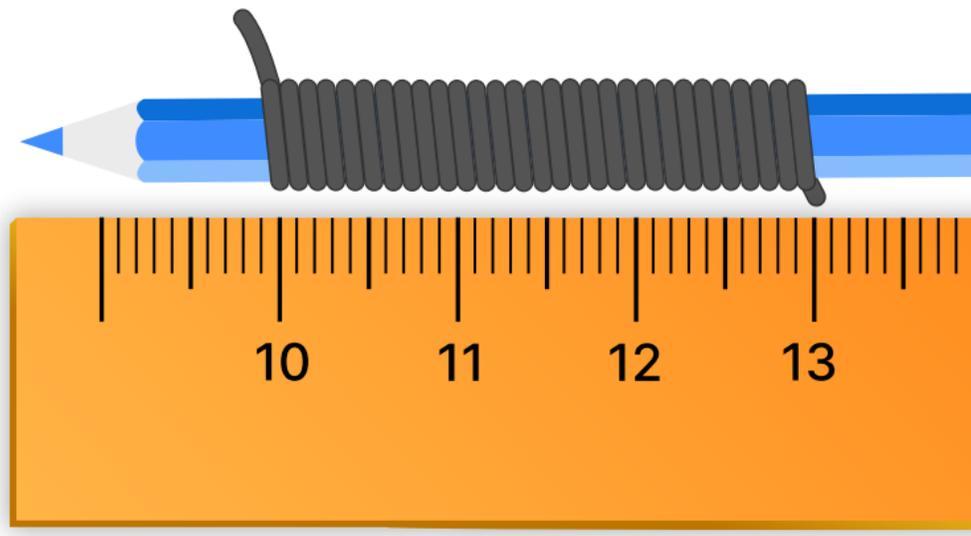


Выберите верное утверждение.

- 1) Цена деления мензурки №2 равна 2 мл.
- 2) Объем жидкости в мензурке №4 составляет  $(52 \pm 1)$  мл.
- 3) Объем жидкости в мензурке №3 составляет  $(40 \pm 5)$  мл.
- 4) Наиболее точно 10 мл жидкости можно отмерить с помощью мензурки 2.

## Оценка погрешности

Проволоку плотно намотали на карандаш. Чему равна толщина проволоки (см. рисунок), если погрешность измерения длины ряда витков с помощью линейки составляет цену деления шкалы?



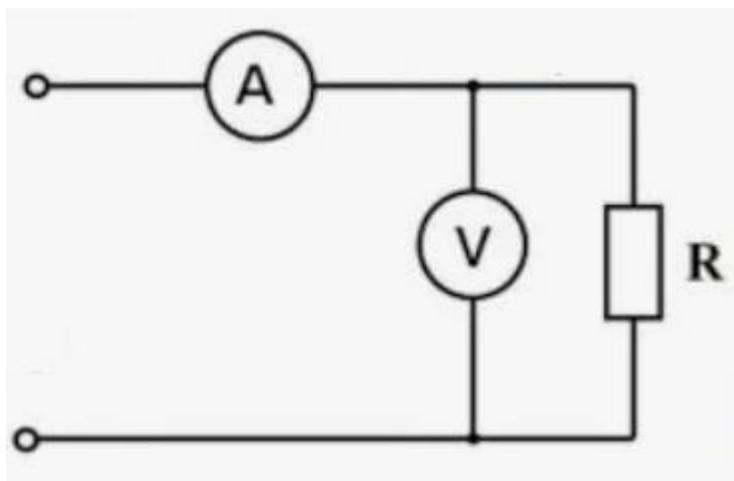
- 1)  $(1 \pm 1)$  мм
- 2)  $(1,0 \pm 0,5)$  мм
- 3)  $(1,0 \pm 0,1)$  мм
- 4)  $(1,03 \pm 0,03)$  мм

## Оценка погрешности

При экспериментальном определении мощности, выделяемой на резисторе при силе тока 0,5 А учащийся собрал электрическую схему (см. рисунок) и измерил силу тока в резисторе и напряжение на его концах:

$$I = (0,5 \pm 0,1) \text{ A}$$

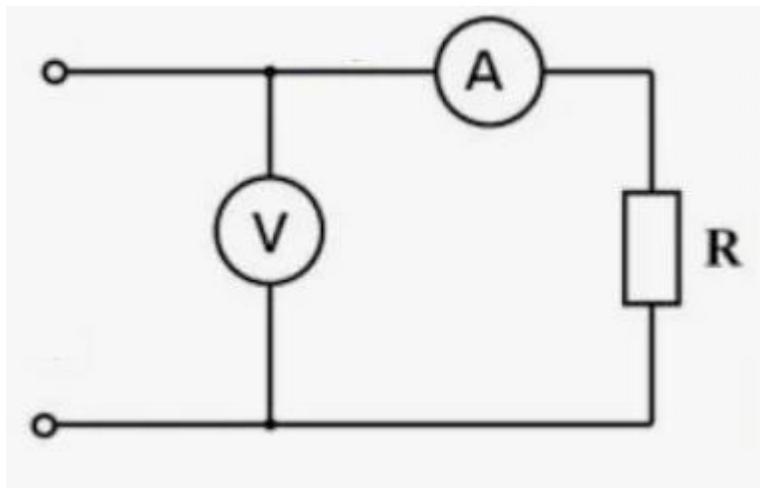
$$U = (2,4 \pm 0,2) \text{ B}$$



Используя метод границ, определите, чему равна верхняя граница для сопротивления. Ответ округлите до десятых.

## Оценка погрешности

Для измерения электрического тока, проходящего через резистор, и напряжения на его концах ученик собрал следующую схему:



К появлению какой погрешности приведет ошибка в электрической схеме?

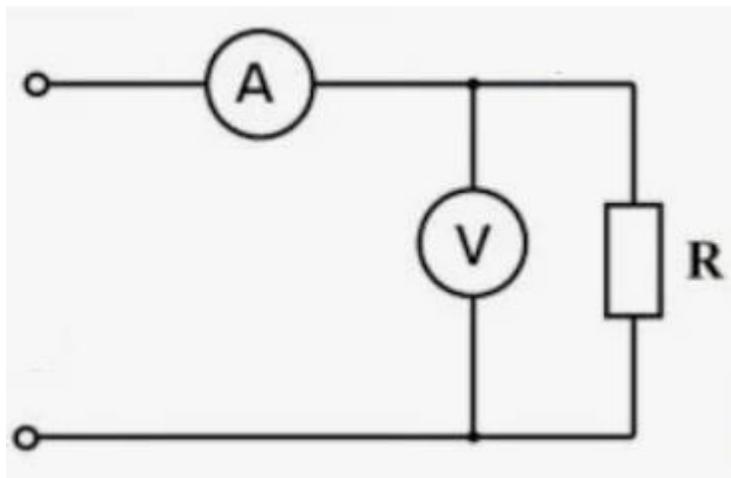
- 1) погрешности отсчета
- 2) случайной погрешности
- 3) систематической погрешности
- 4) погрешности измерительного прибора

## Оценка погрешности

При экспериментальном определении электрического сопротивления резистора учащийся собрал электрическую схему (см. рисунок) и измерил силу тока в резисторе и напряжение на его концах:

$$I = (0,5 \pm 0,1) \text{ A}$$

$$U = (2,4 \pm 0,2) \text{ B}$$



Чему равна относительная погрешность для вычисляемого электрического сопротивления?

Ответ округлите до десятых.

**Спасибо  
за внимание!**