



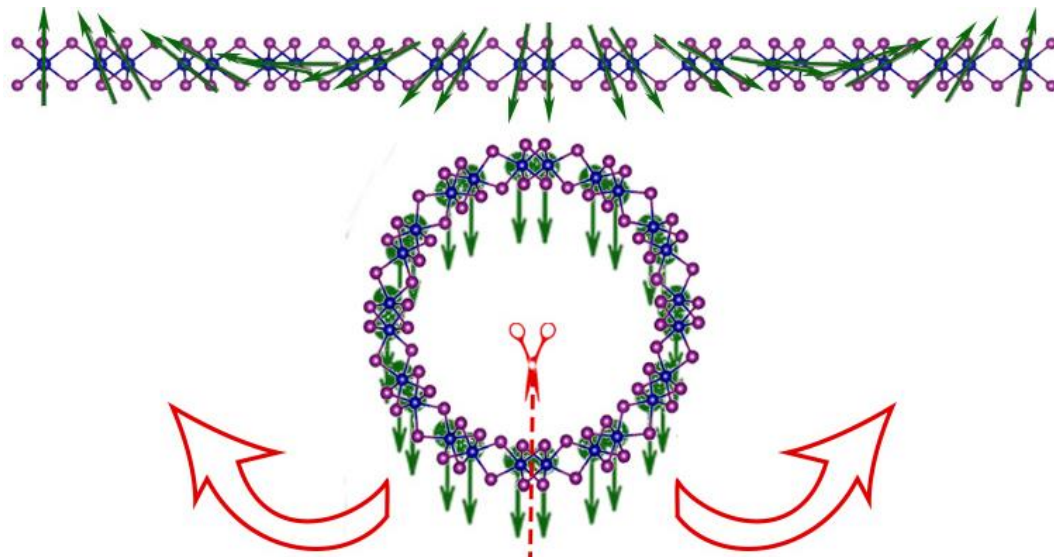
*Летняя школа в Красновидово*

# «ВСЯ МОЯ ФИЗИКА - НЕ ЧТО ИНОЕ, КАК ГЕОМЕТРИЯ»

*геометрические идеи  
в физике материалов*

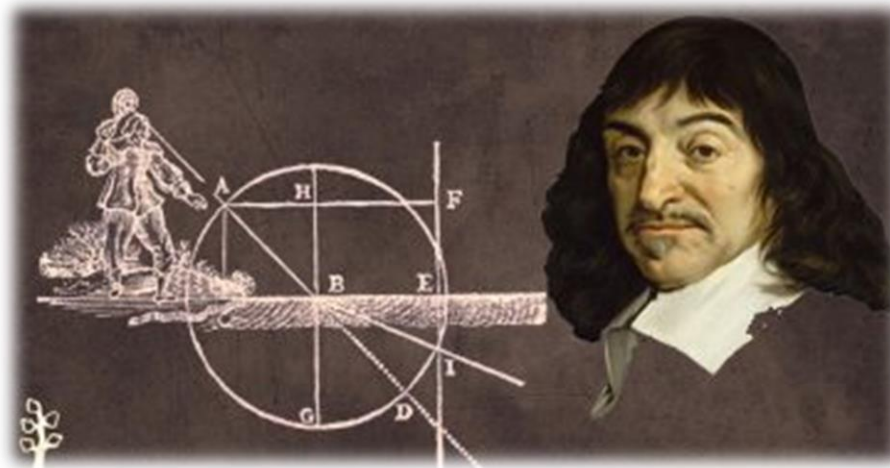
**А.П. Пятаков**

*МГУ им. М.В. Ломоносова*



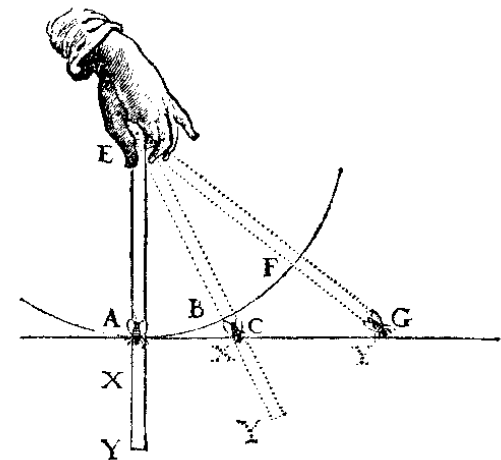
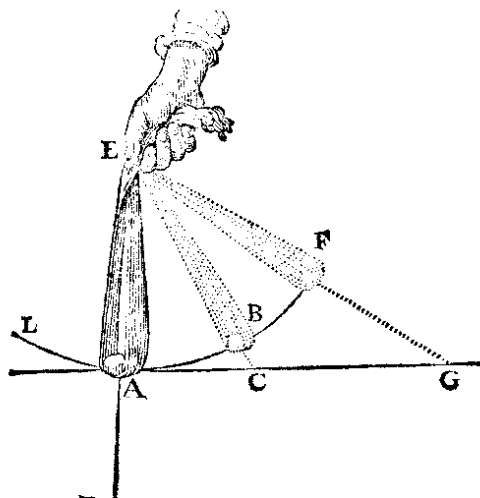


# Цитата



*"Toute ma Physique n'est que géométrie"*

René Descartes

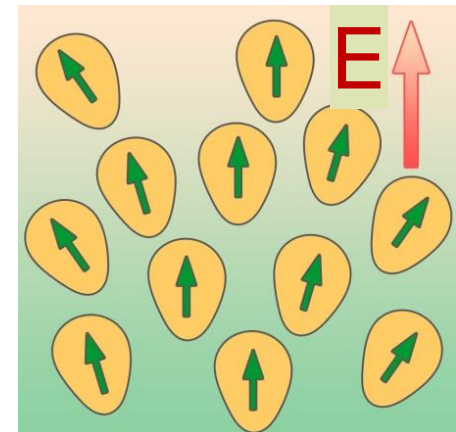




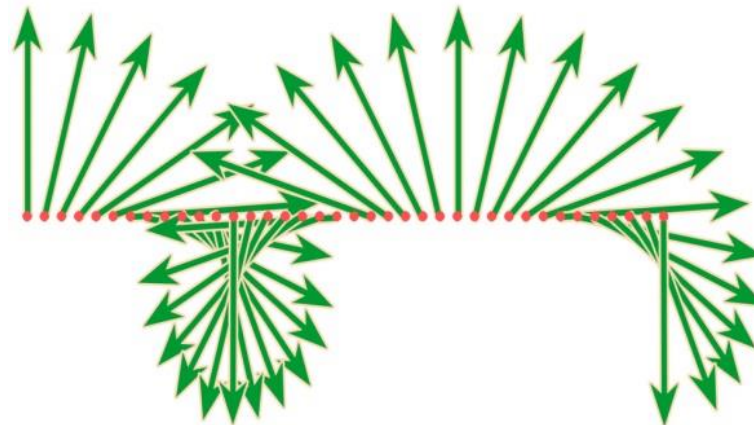
# Что общего?



Землетрясение в Сычуани  
2008



Структуры в нематических  
жидких кристаллах



Магнитные спирали  
в кристаллах



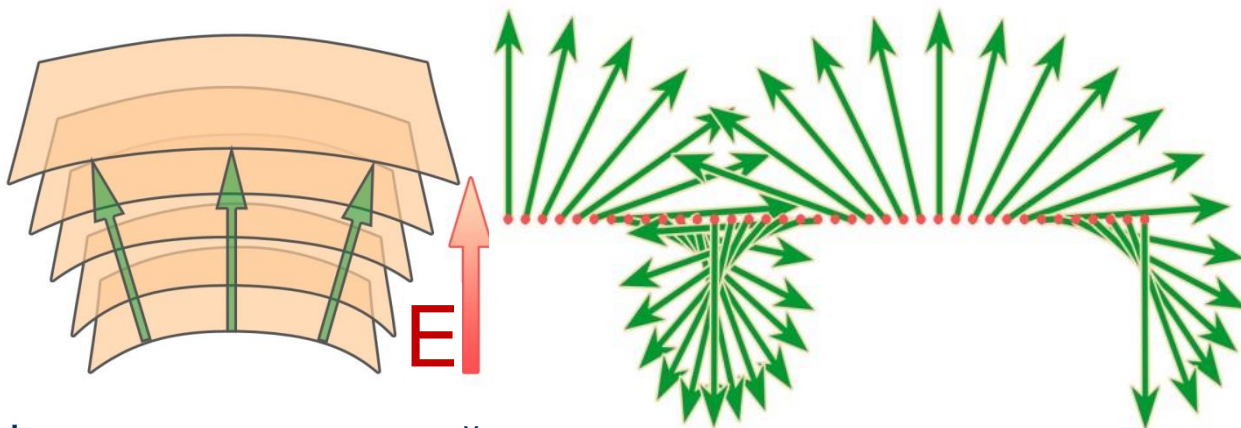
# Что общего?



Землетрясение в Сычуани  
2008

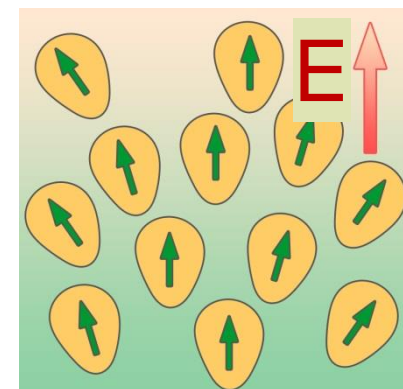


Землетрясение в Антакье 2023



Флексоэлектрический  
эффект

Магнитные спирали  
в кристаллах



Жидкие кристаллы



# Flexibility of “flexo” semantics



to flex (stretching)



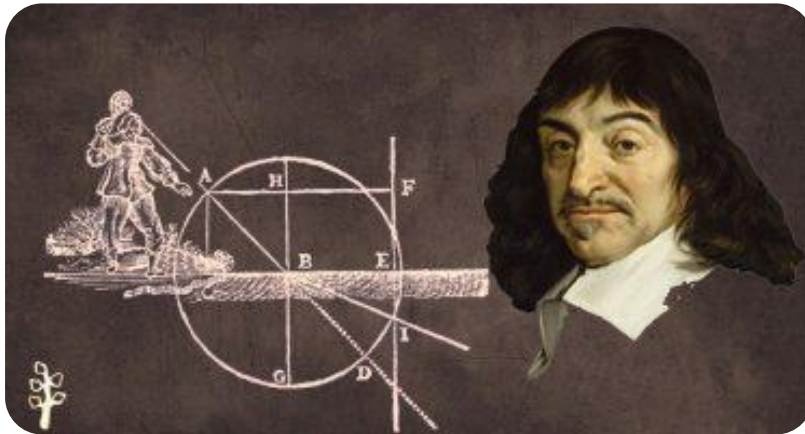
to flex (muscles)



to flex  
(about smb's lifestyle)



# Cherchez la... dissymétrie

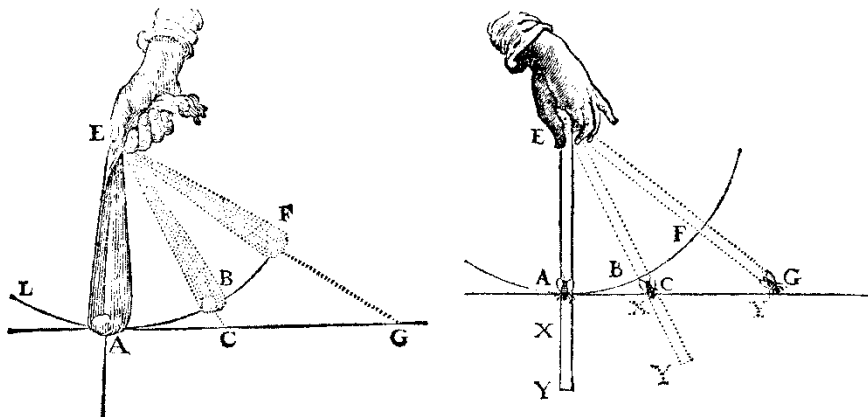


*"Toute ma Physique n'est que géométrie"*  
René Descartes



*"c'est la dissymétrie  
qui crée le phénomène"*

Pierre Curie

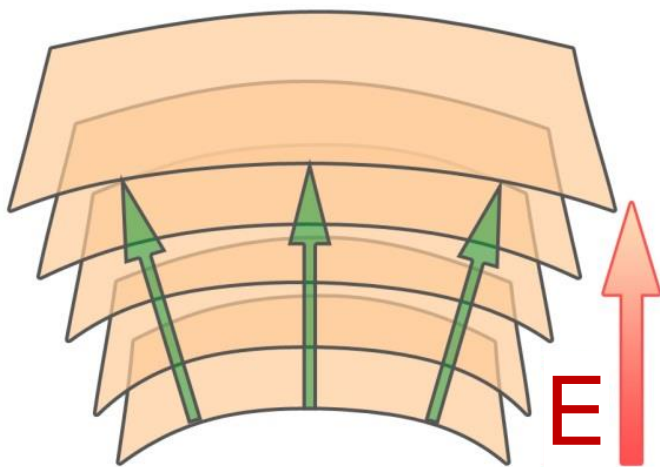


«Когда в каких-либо явлениях обнаруживается определённая диссимметрия, то эта же диссимметрия должна проявляться и в причинах, их породивших»



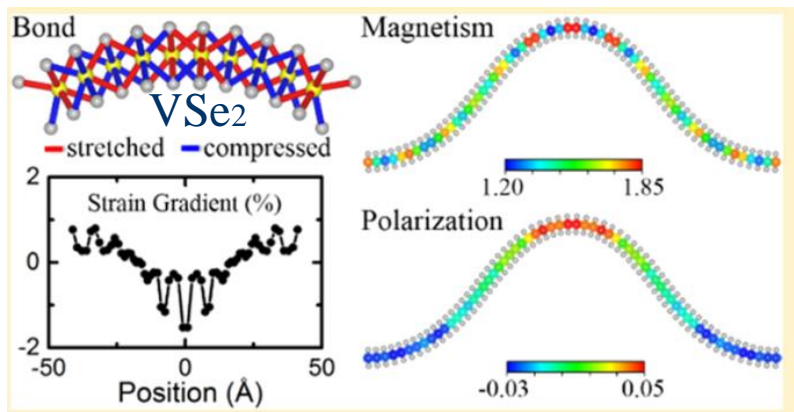
# Cherchez la... dissymétrie

## Флексоэлектрический эффект



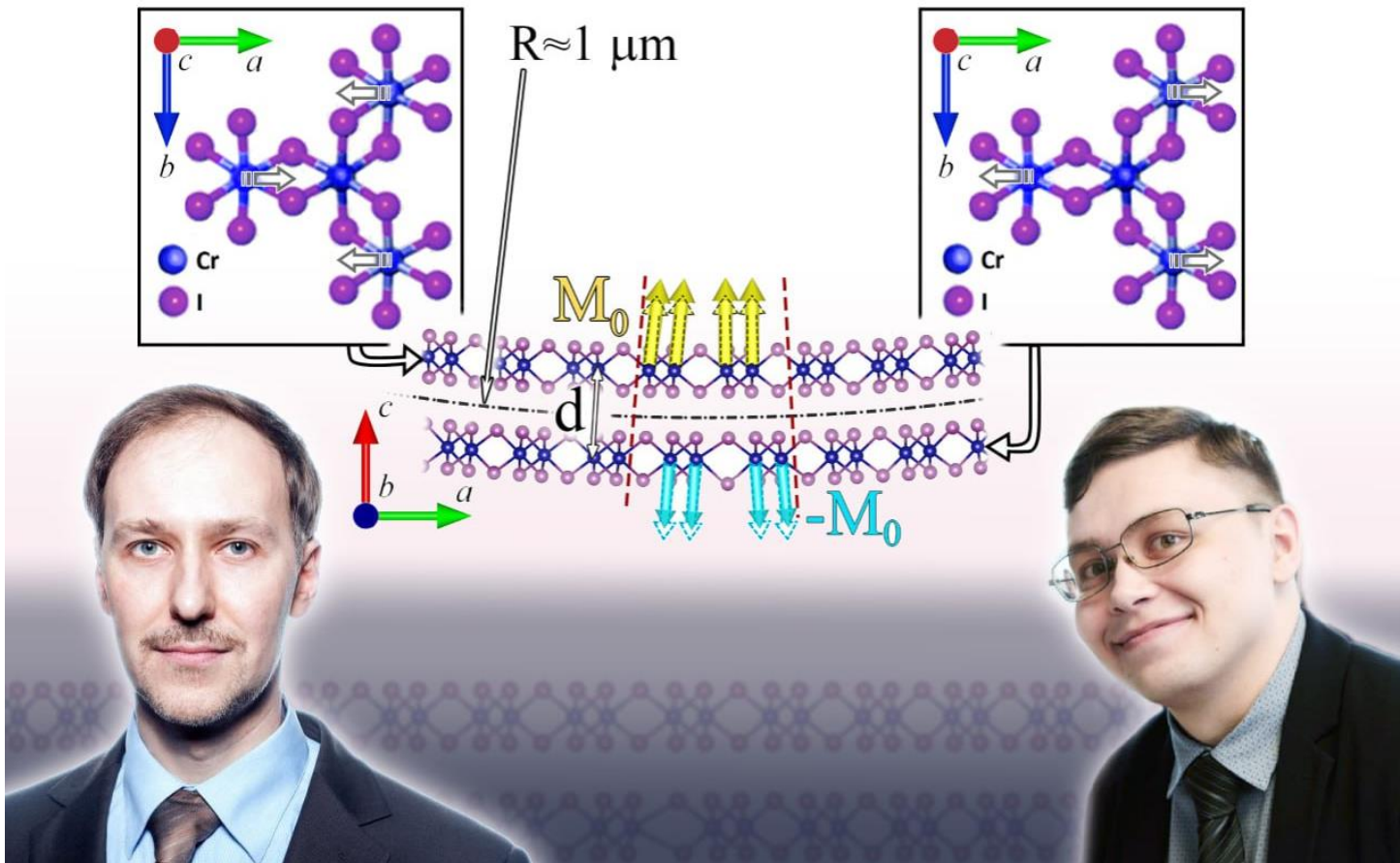
*“c'est la dissymétrie  
qui crée le phénomène*

Pierre Curie



«Когда в каких-либо явлениях обнаруживается определённая диссимметрия, то эта же диссимметрия должна проявляться и в причинах, их породивших»

# Флексомагнитный эффект

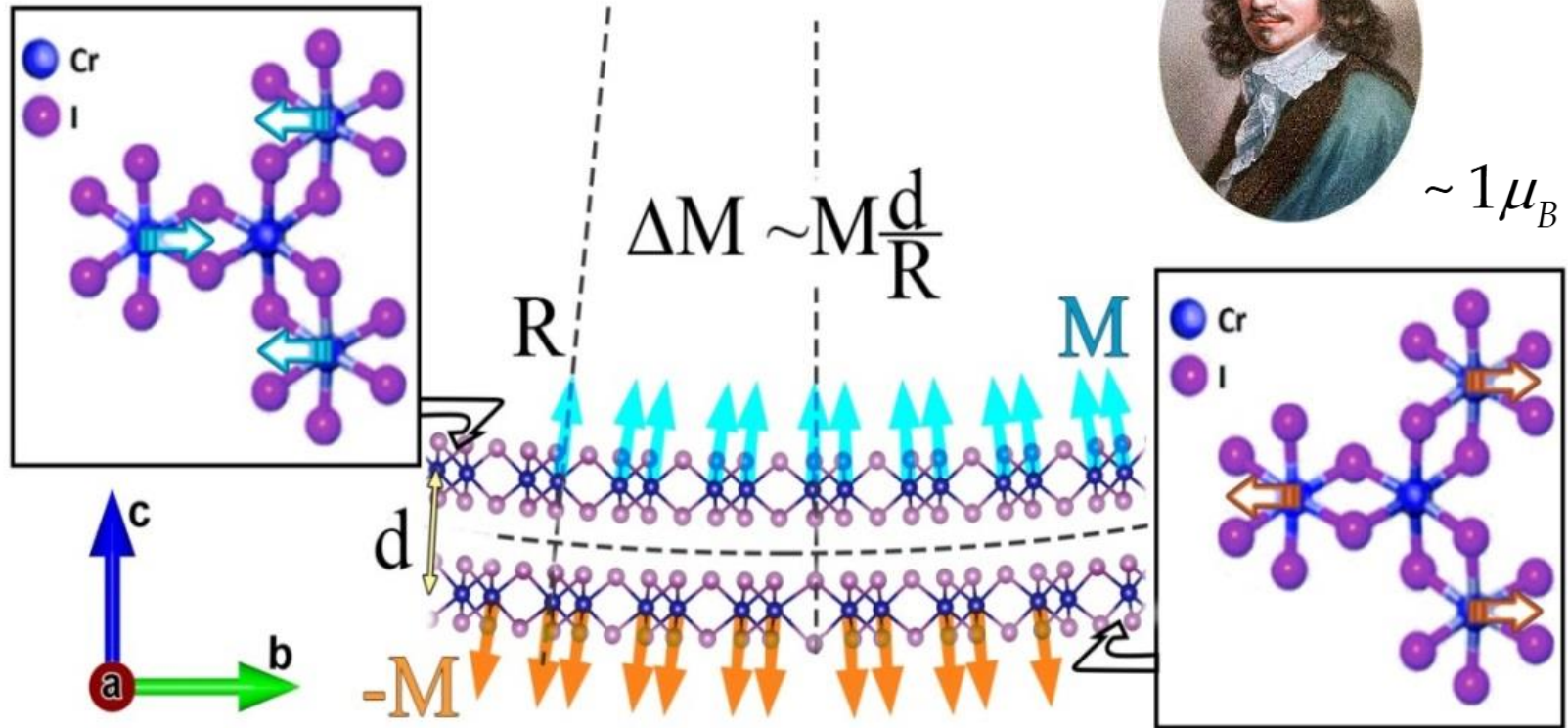


Flexomagnetic effect  $= 200\mu_B \text{ \AA}$

Lei Qiao, Ren Wei, A.S. Kaminskiy, A. Pyatakov et al,  
Phys. Rev. B, **109**, 014410 (2024)



# Флексомагнитный эффект



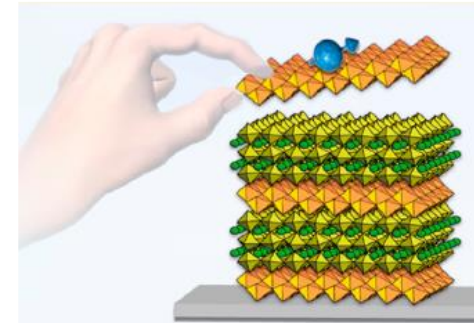
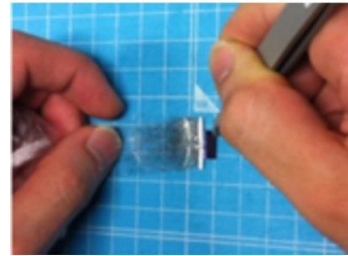
Flexomagnetic effect =  $200 \mu_B \text{\AA}$

Lei Qiao, Ren Wei, A.S. Kaminskiy, A. Pyatakov et al,  
Phys. Rev. B, **109**, 014410 (2024)



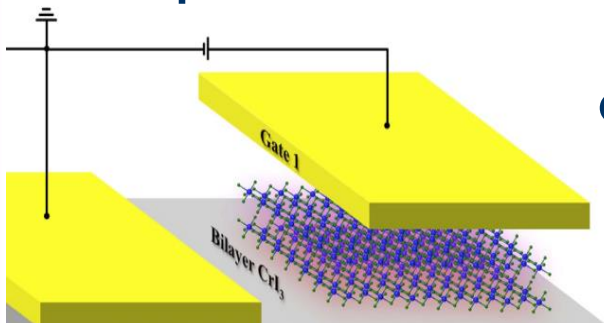
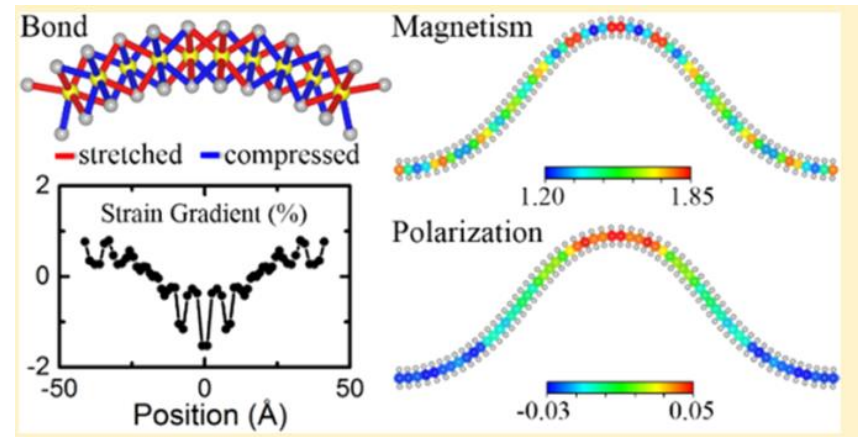
# 2D магнитные материалы

- Графеноподобность



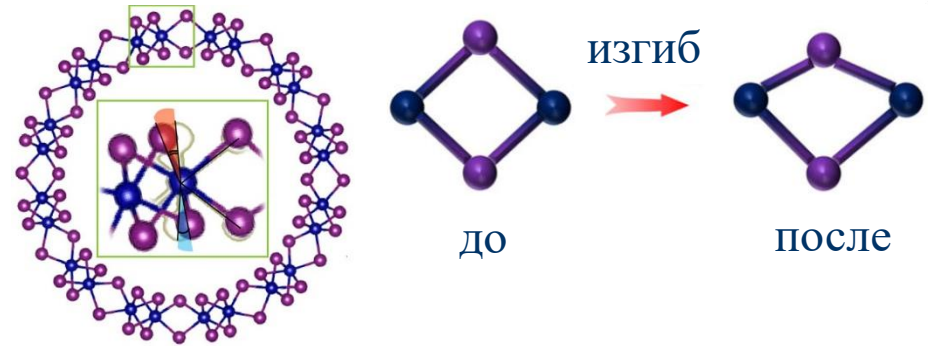
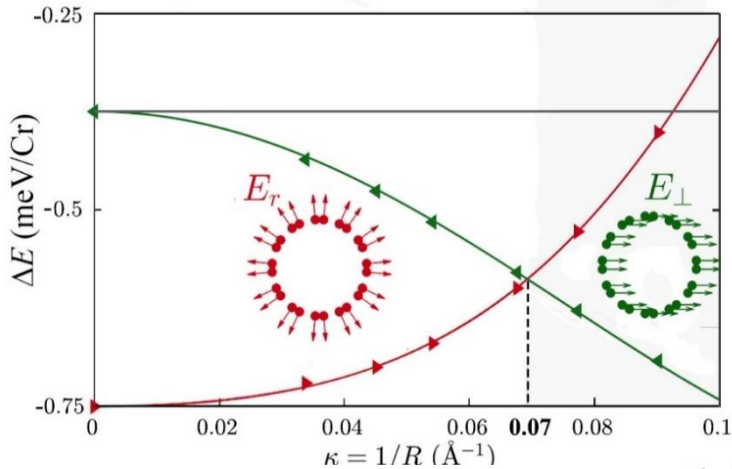
- Эксфолиация и сборка: атомное Lego

- Чувствительность к механическим напряжениям

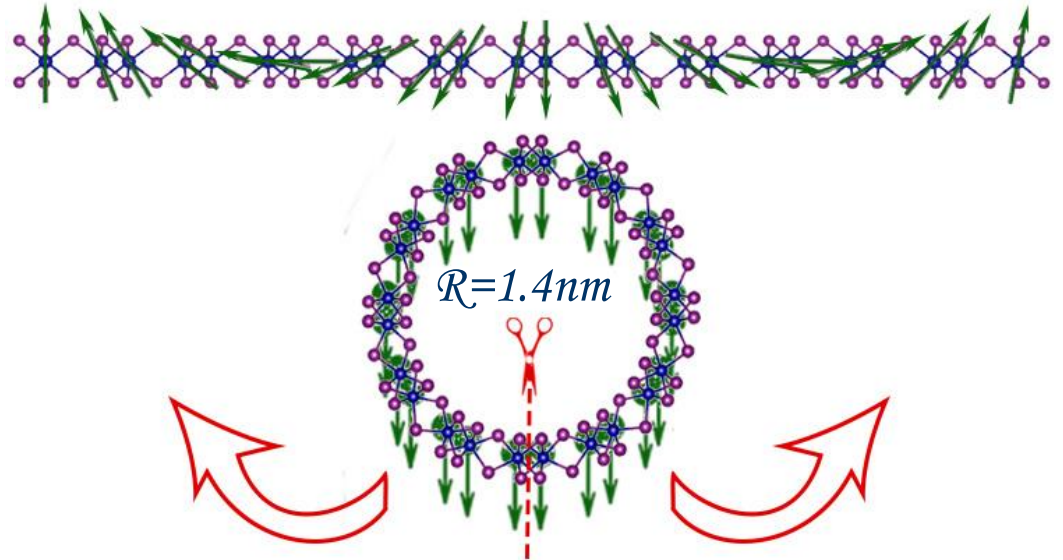


- Отсутствие экранировки: electric gating

# Спиновое флексоэлектричество



A. Edstroem, D. Amoroso,  
S. Picozzi et al,  
PRL, **128**, 177202 (2022)



**Plumb line** spin configuration: Qiu, G et al. NPJ Quantum Mater. **8**, 15 (2023).



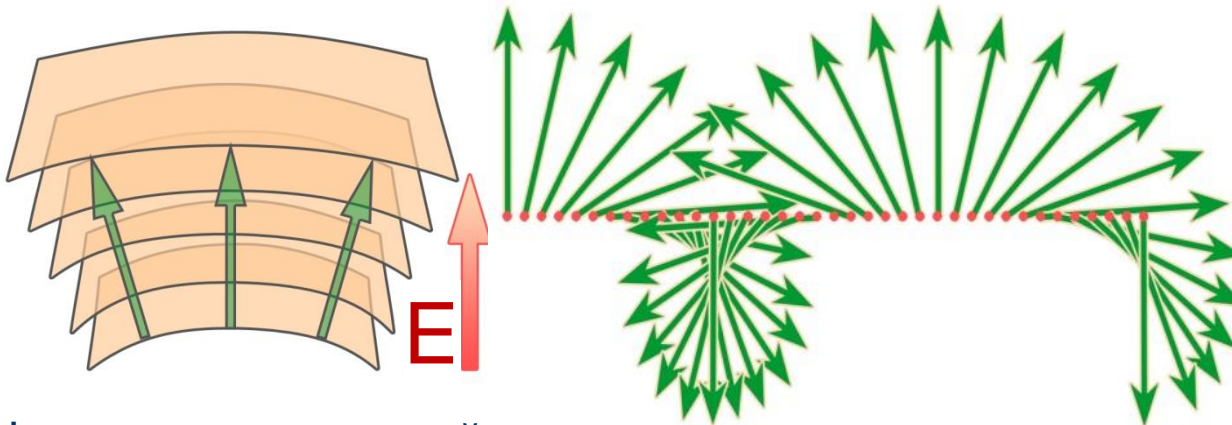
# «Веерообразные структуры»



Землетрясение в Сычуани  
2008

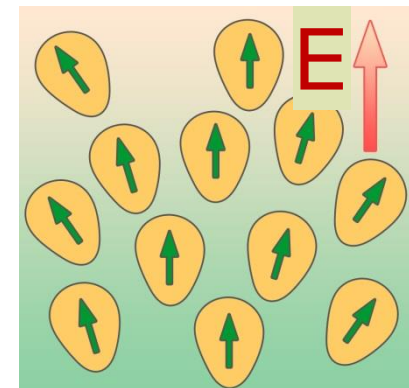


Землетрясение в Антакье 2023



Флексоэлектрический  
эффект

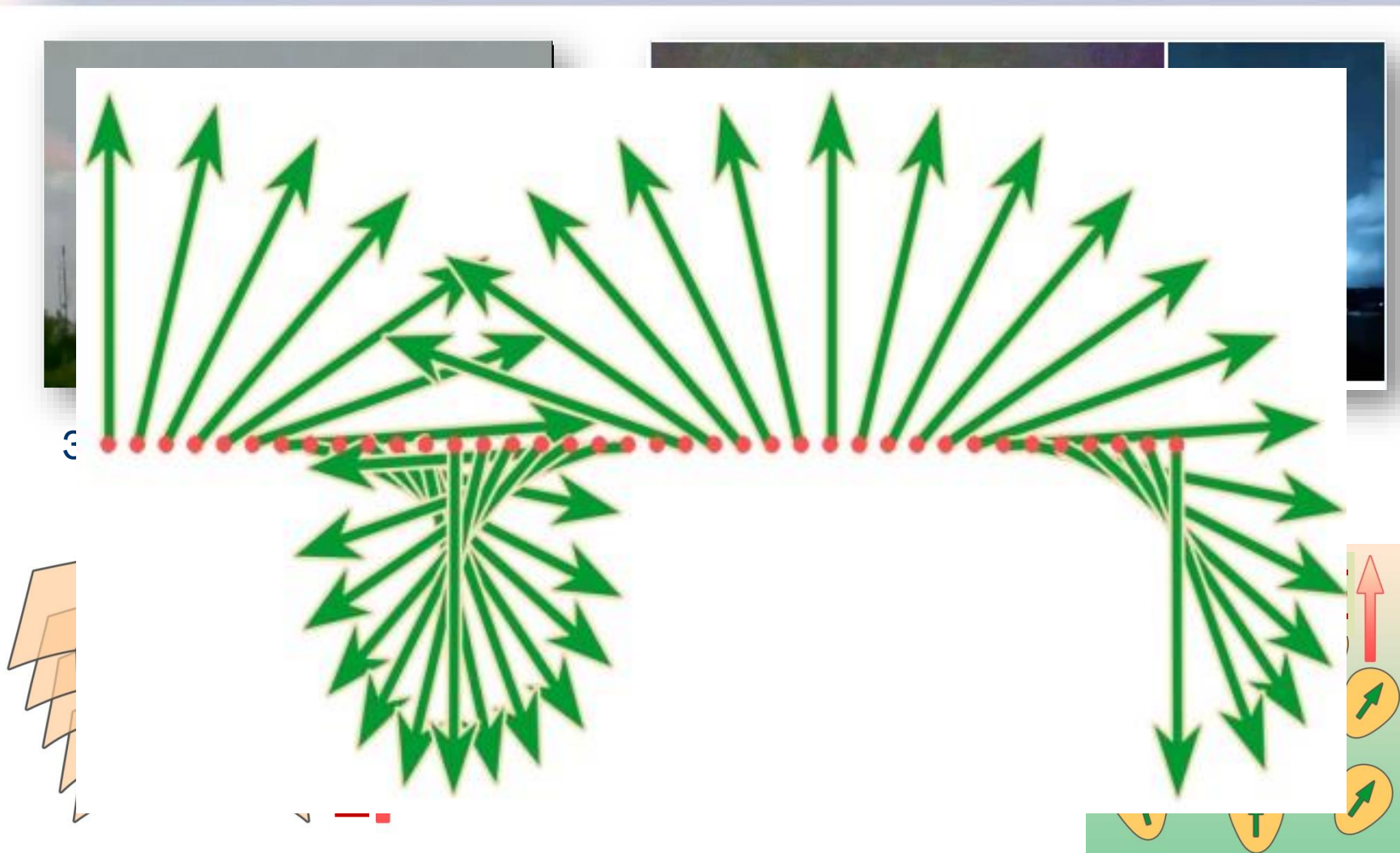
Магнитные спирали  
в кристаллах



Жидкие кристаллы



# Спиновая циклоида



Магнитные спирали  
в кристаллах

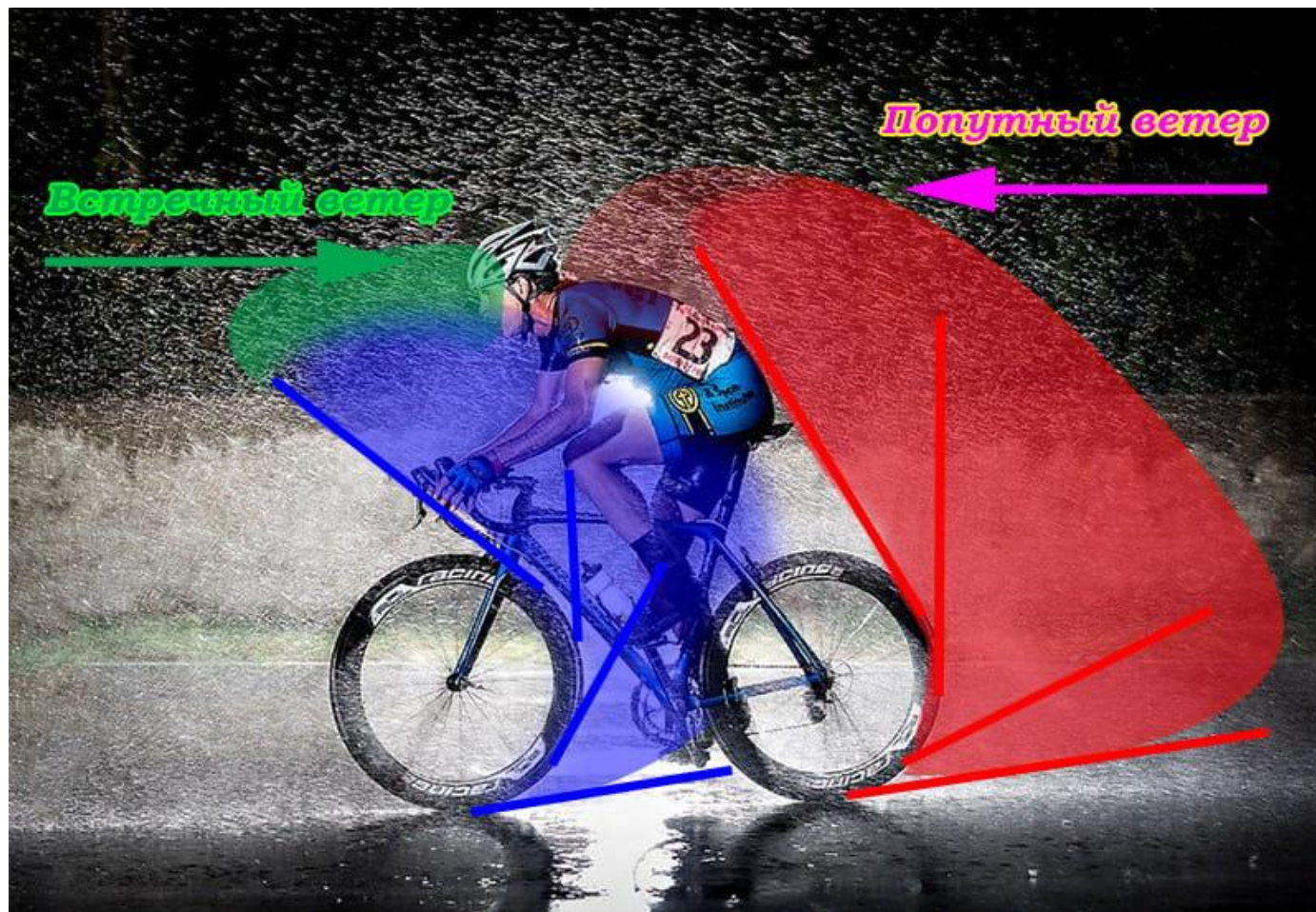


# Как это получается?





# «Доказательство»





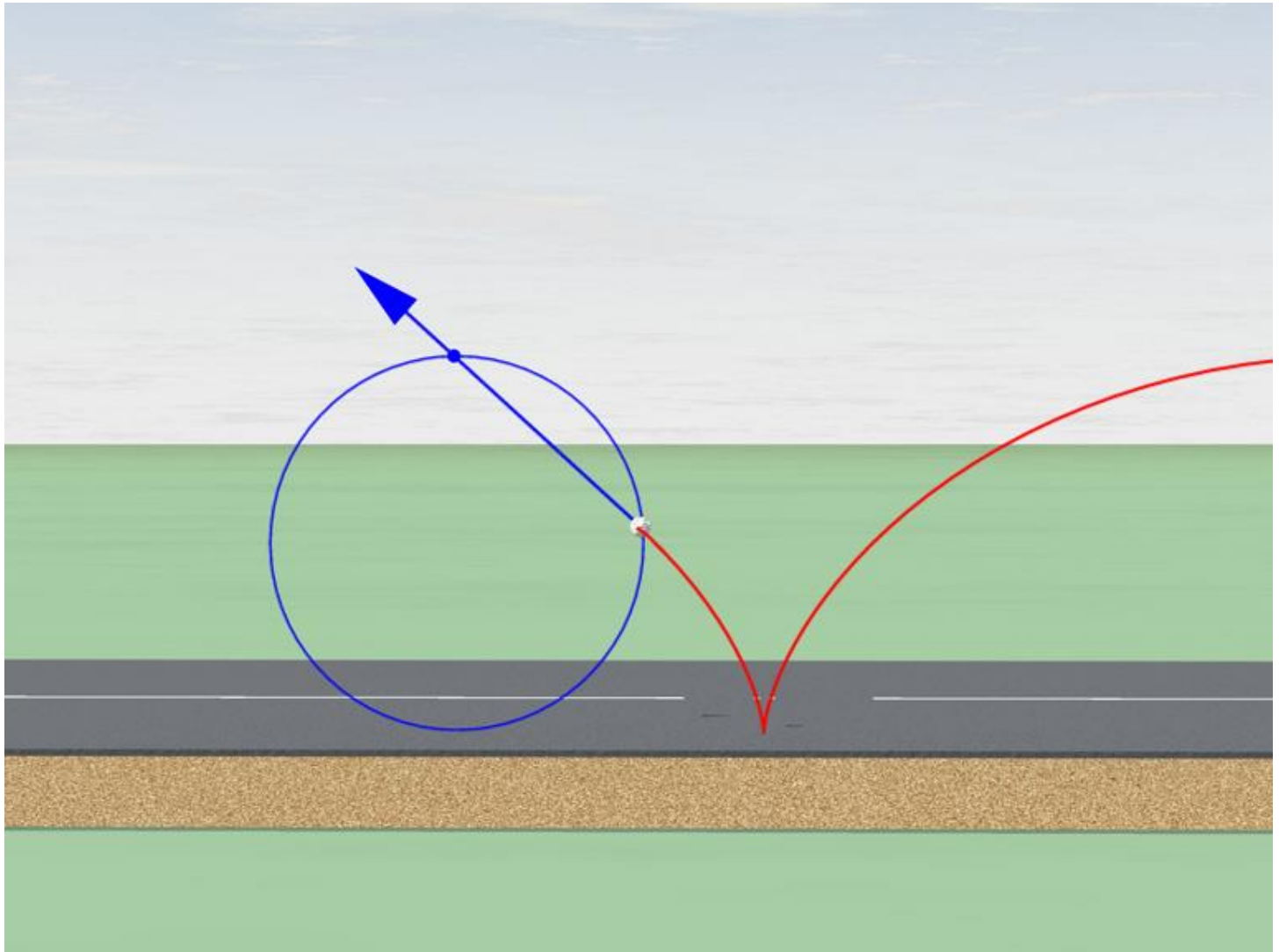
# На самом деле





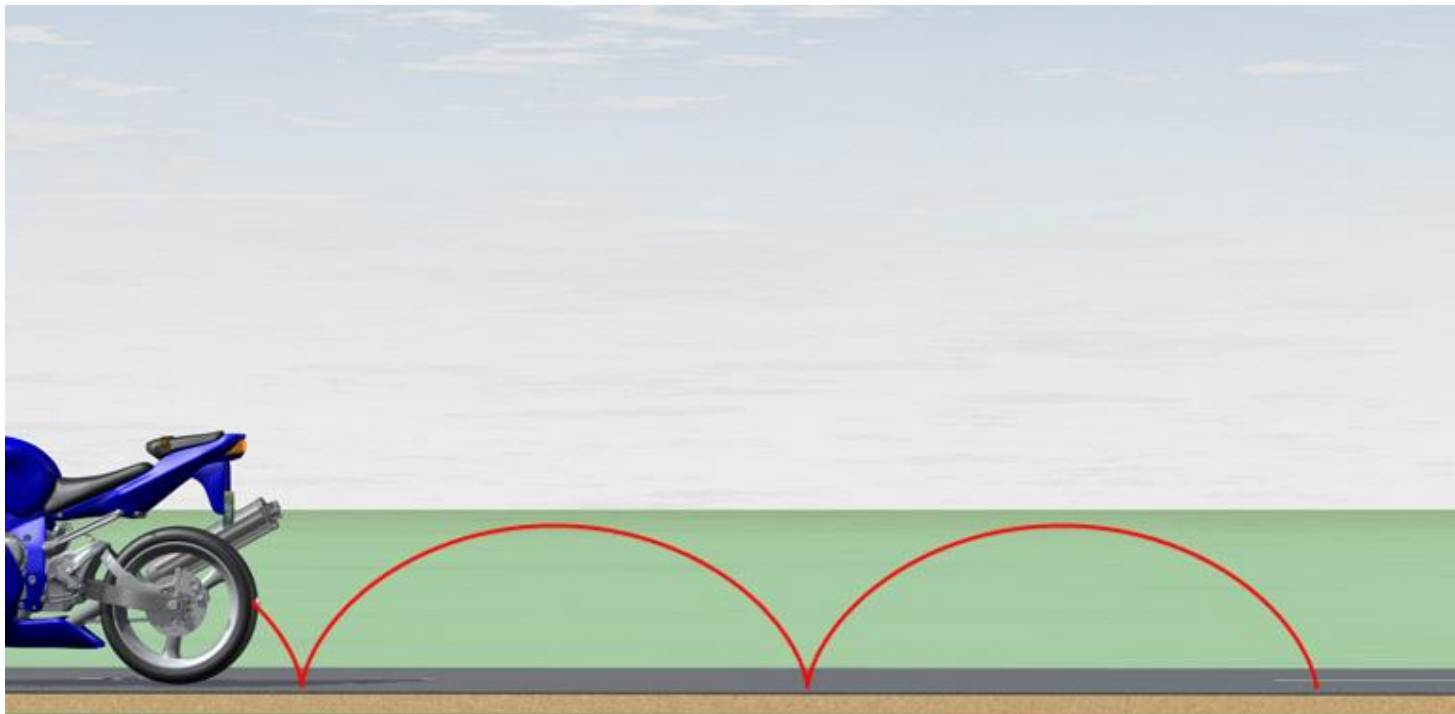


# Циклоида





# Циклоида



*Рулетта является линией столь обычной, что после прямой и окружности нет более часто встречающейся линии; она так часто вычерчивается перед глазами каждого, что надо удивляться тому, как не рассмотрели её древние... ибо это не что иное, как путь, описываемый в воздухе гвоздём колеса...*

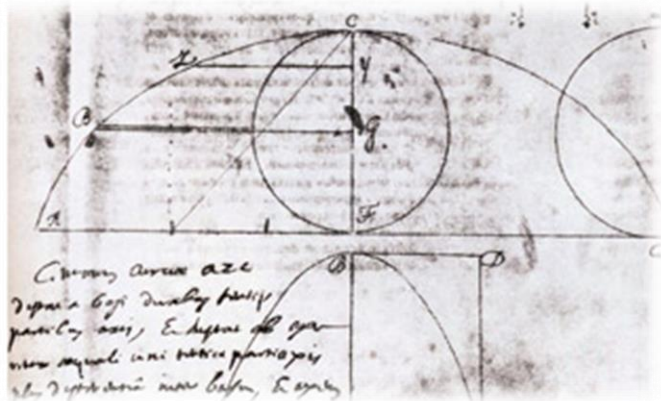
*Блез Паскаль*



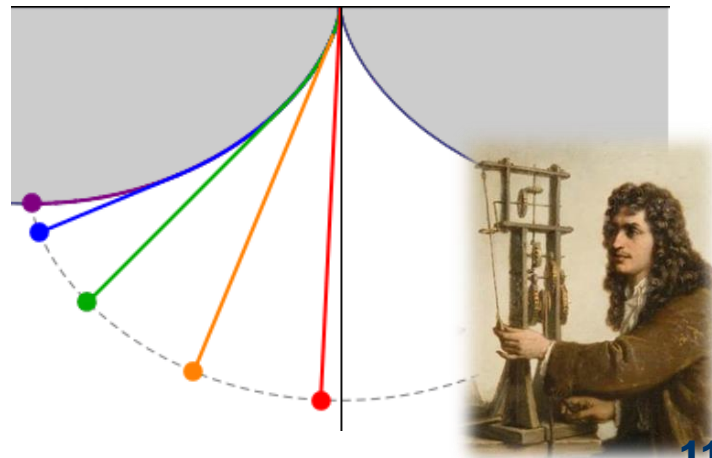
# «Возлюбленная математиков»



Блез Паскаль:  
1658 год: 6 задач на конкурс

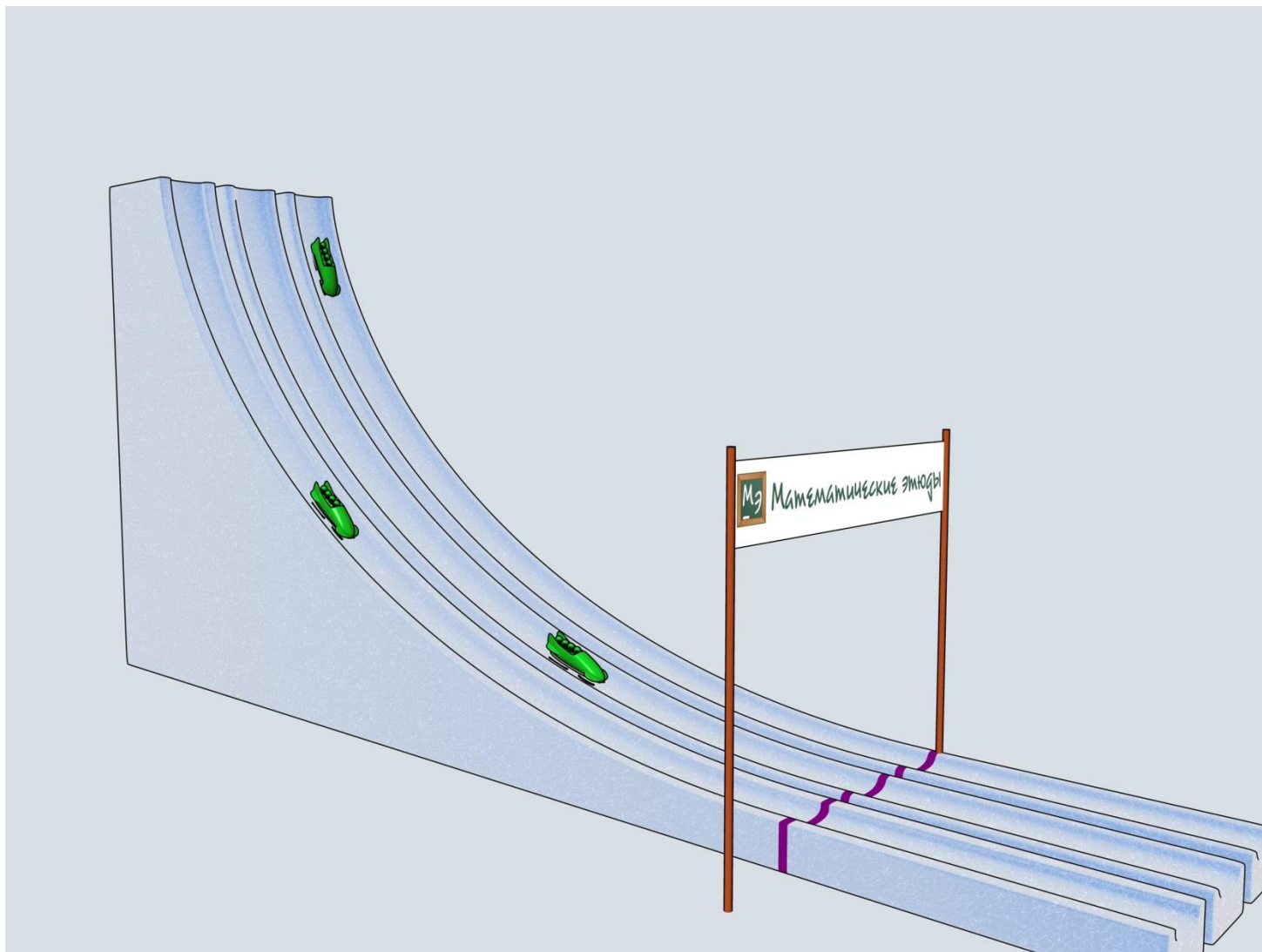


Христиан Гюйгенс:  
четыре задачи + щётки



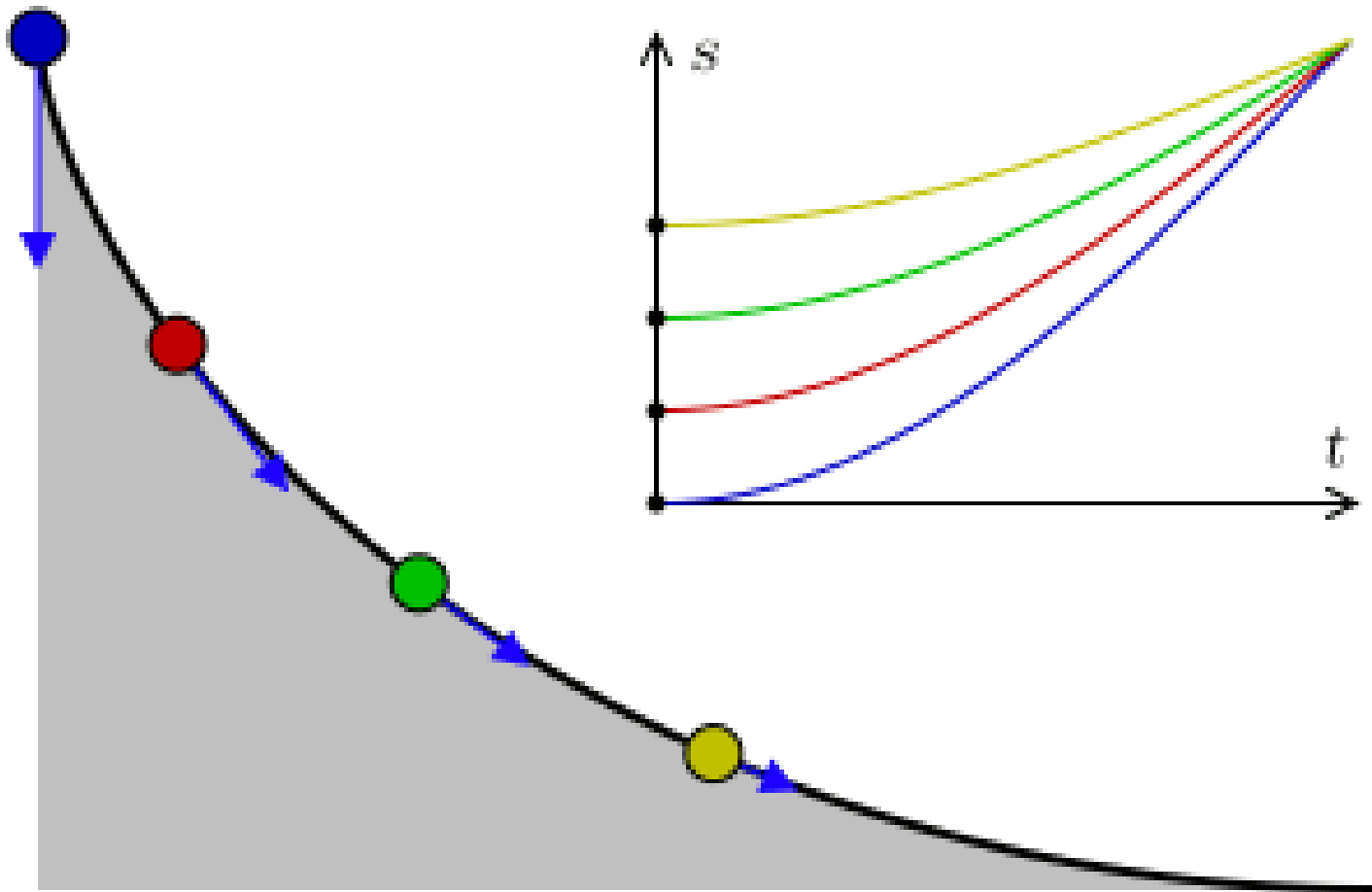


# Кто придет первым?



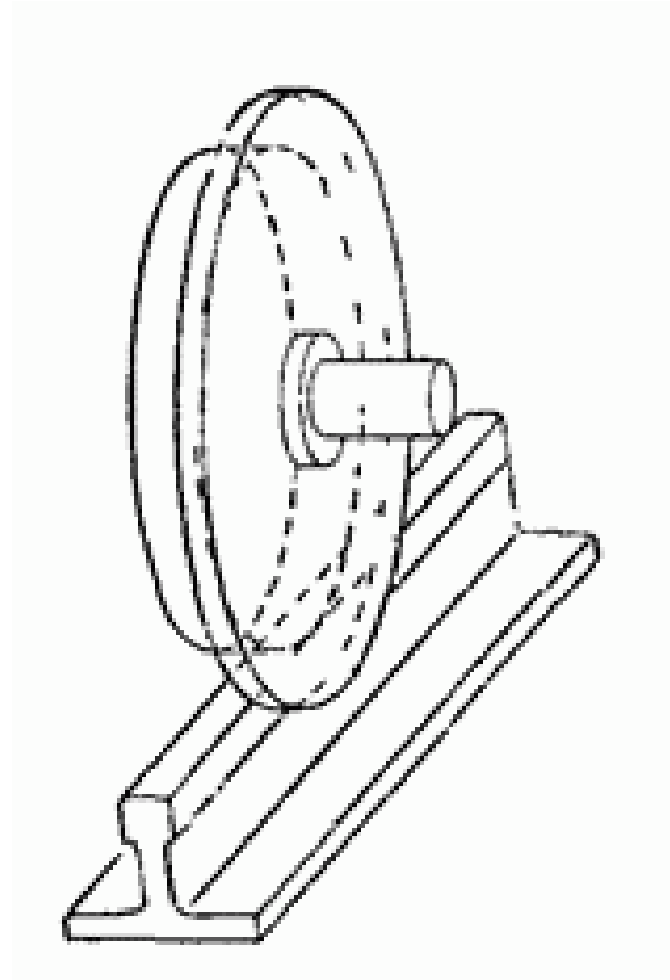
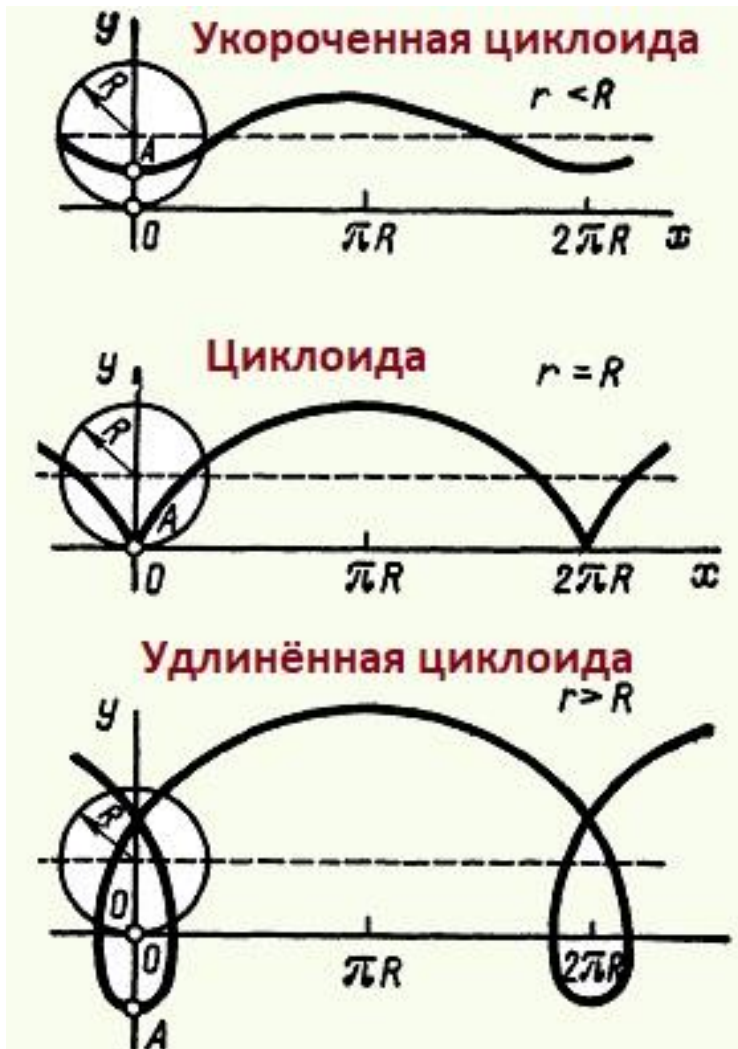


# Таутохронность циклоиды



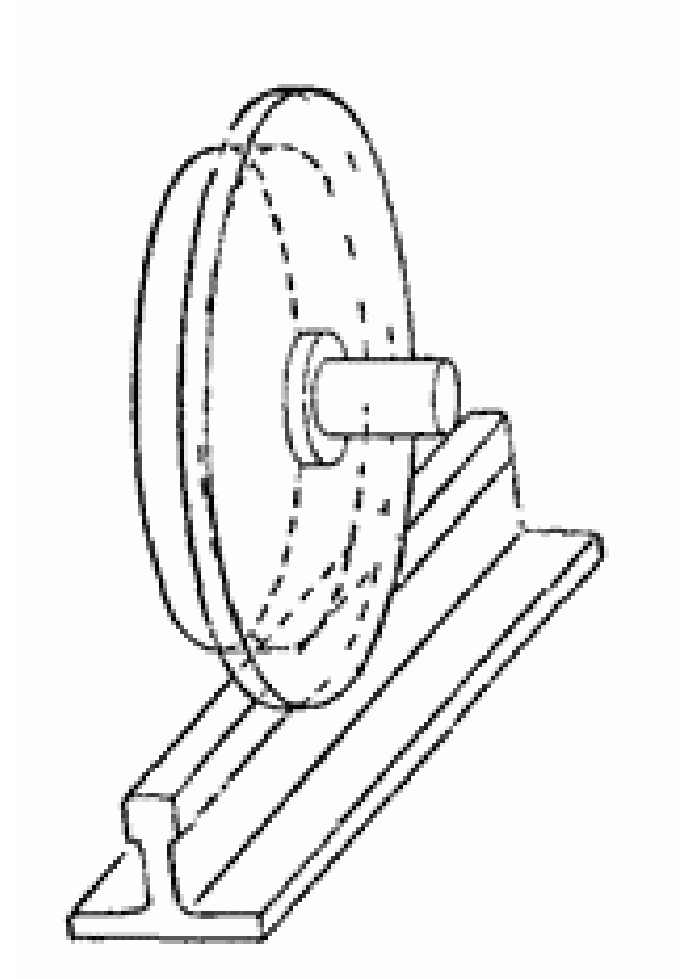
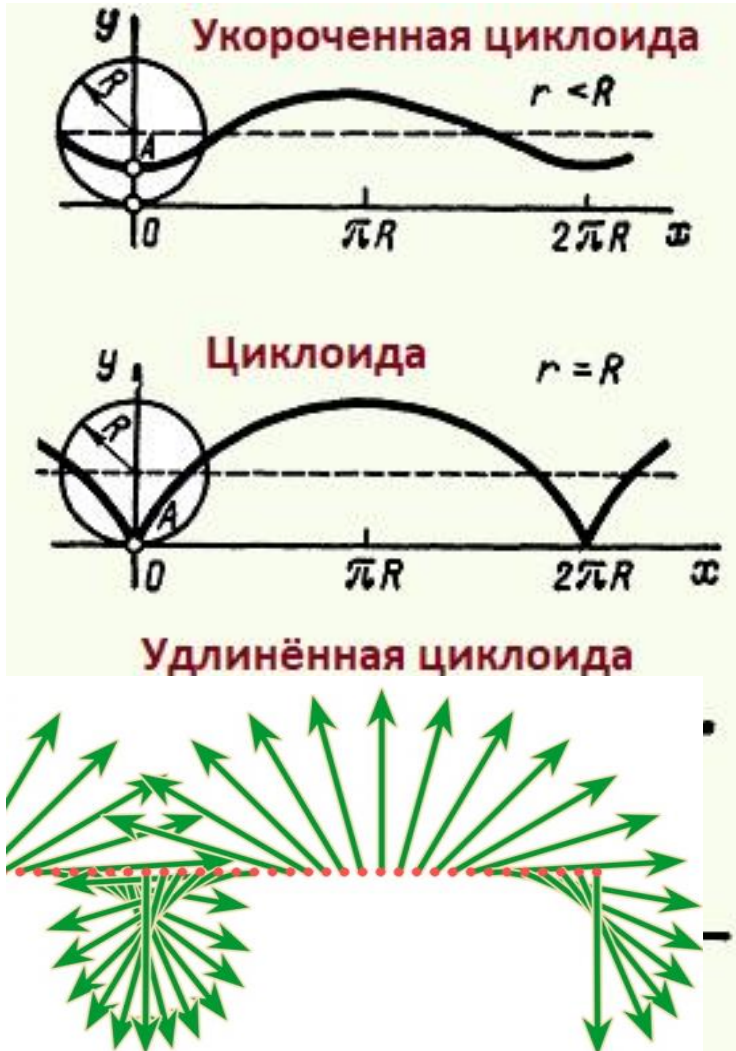


# Циклоида на реборде





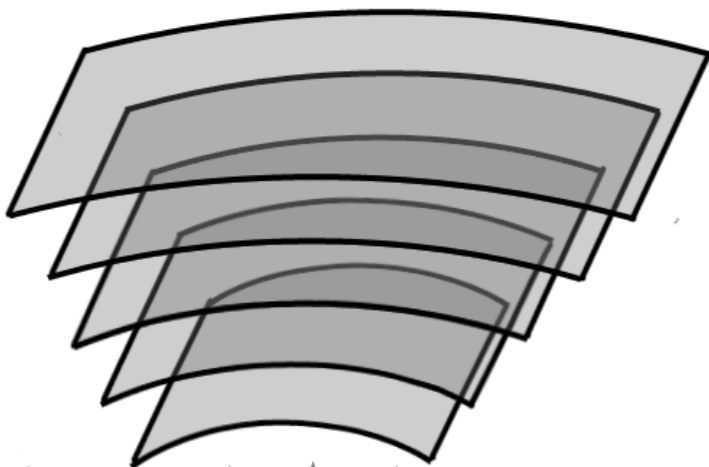
# Циклоида на реборде



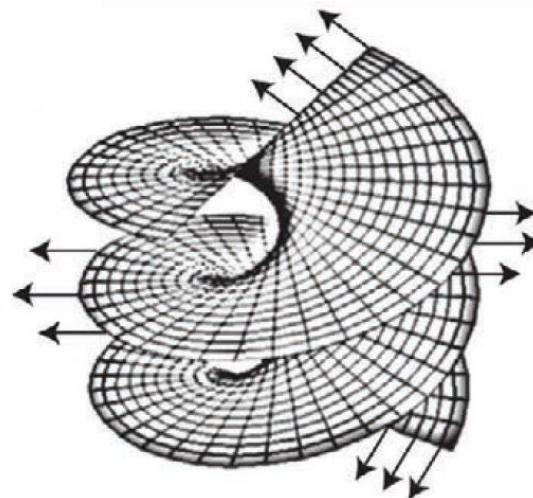
# Два типа неоднородных деформаций



## Изгиб



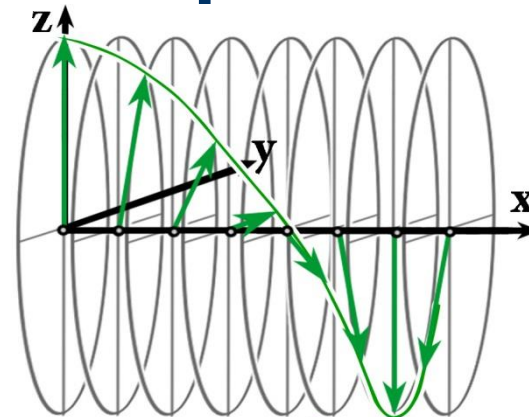
## Скручивание



## Два типа магнитных спиралей



Циклоиды



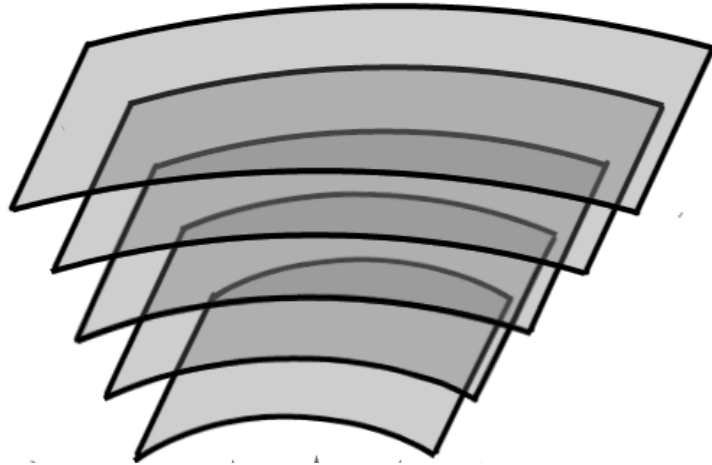
Геликоиды



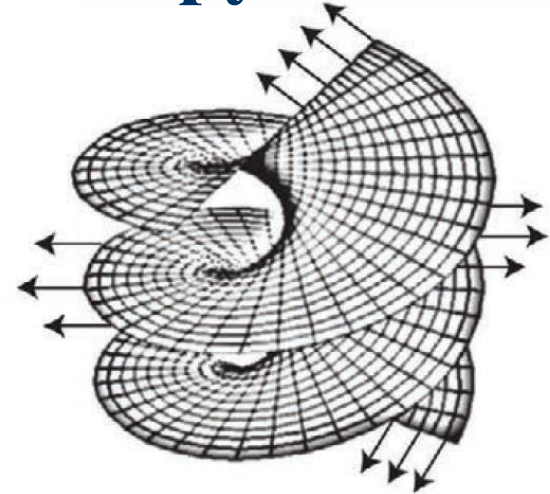
# Два типа неоднородных деформаций



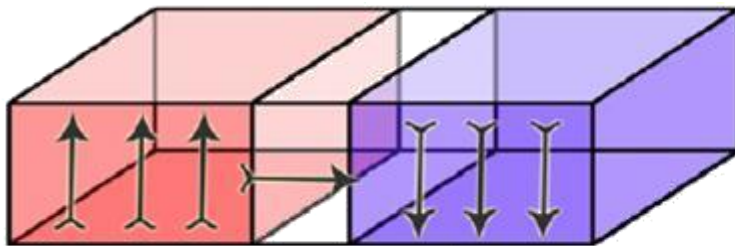
## Изгиб



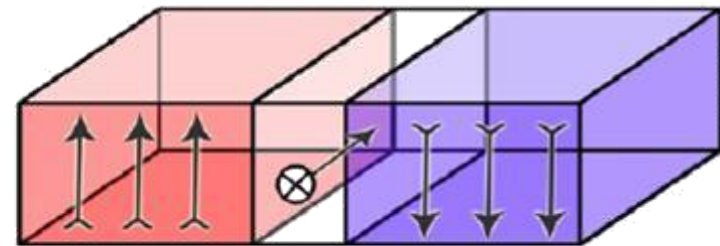
## Скручивание



## Два типа доменных стенок

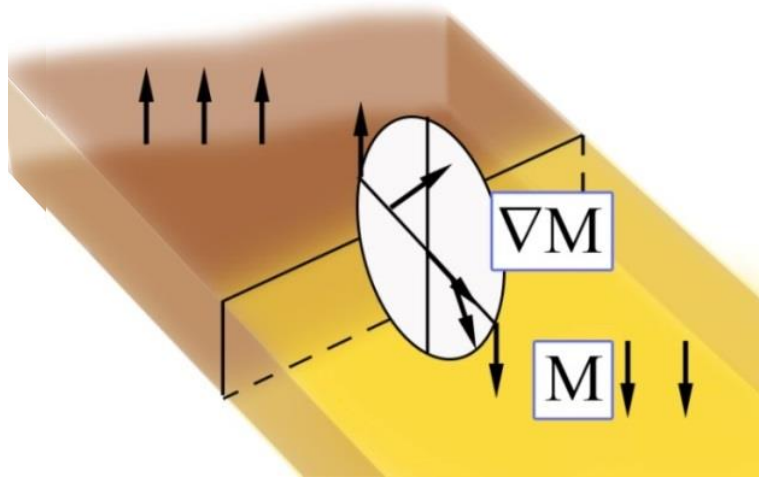


Стенка Нееля



Стенка Блоха

# «Электроиглоукалывание» МАГНИТНЫХ ДОМЕНОВ



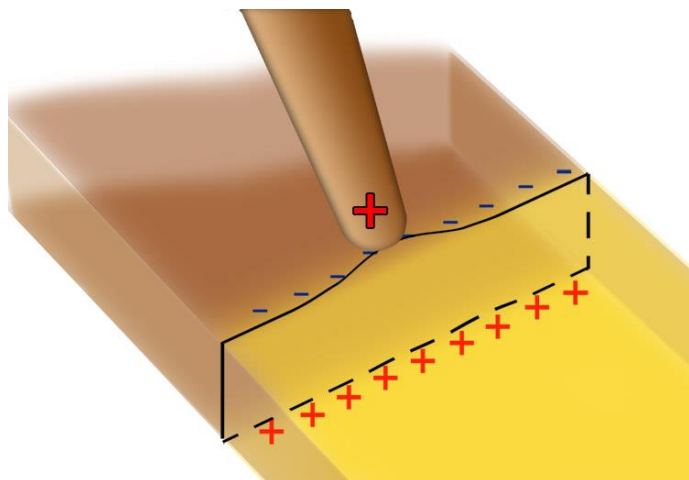
**Комнатные температуры**

**Атмосферное давление**

**Оптическое детектирование**



# «Электроиглоукалывание» МАГНИТНЫХ ДОМЕНОВ



**Комнатные температуры**

**Атмосферное давление**

**Оптическое детектирование**

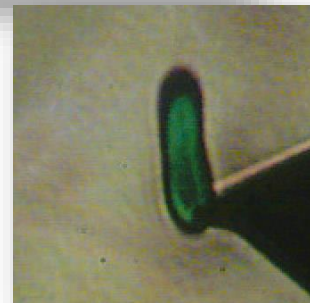
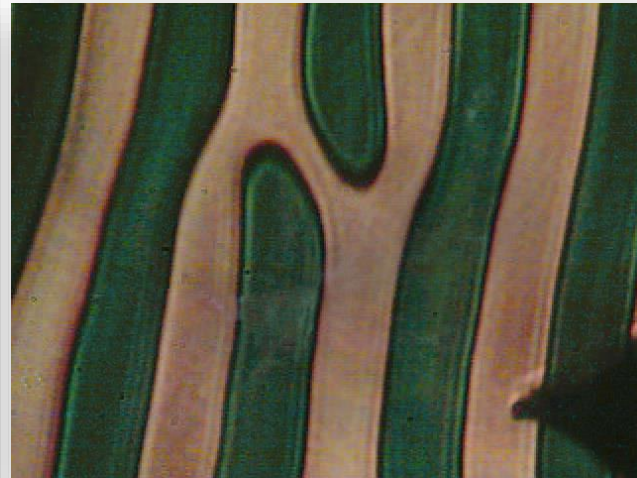




# «Выдувание» ЦМД



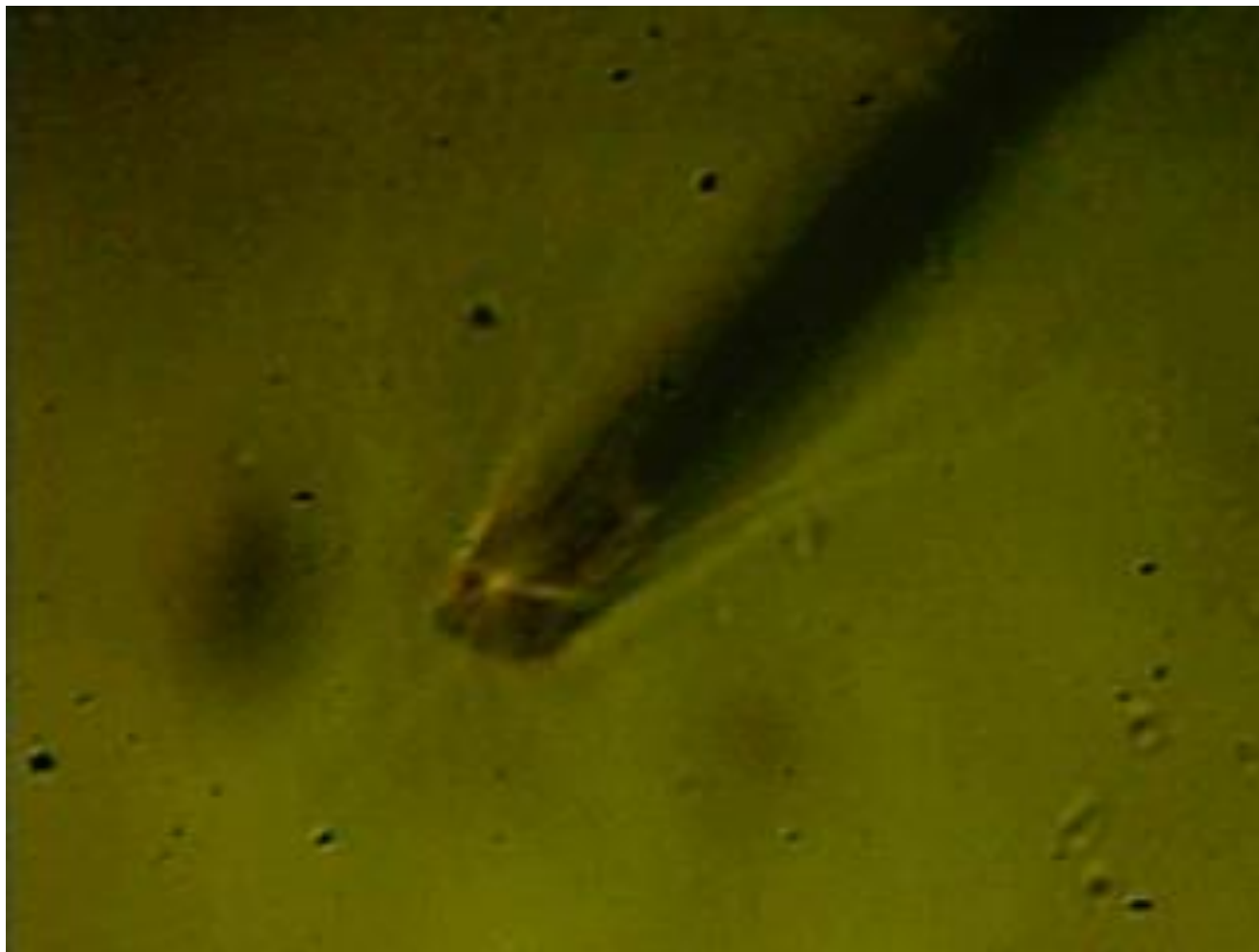
асп. Куликова Дарья



D.P. Kulikova et al, Physica Status Solidi, Rapid Research Letters,  
v. 12, 1800066 (2018)



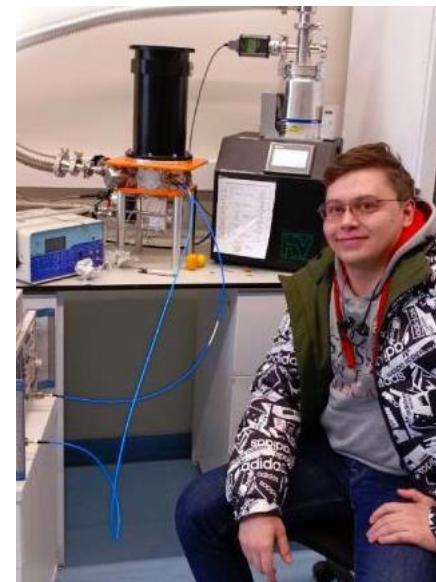
# «Выдувание» ЦМД



**Д.П. Куликова и др. Письма в ЖЭТФ,  
104, 196-200 (2016)**



# «Рисование» магнитных доменов





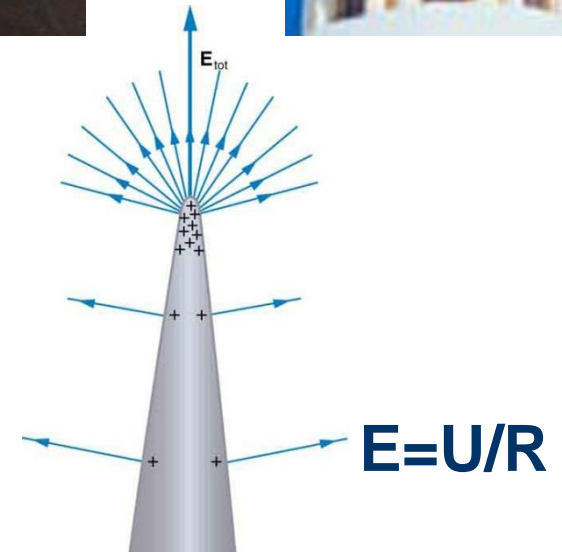
# О громоотводах

Опыты Бенджамина Франклина

Споры о форме громоотводов



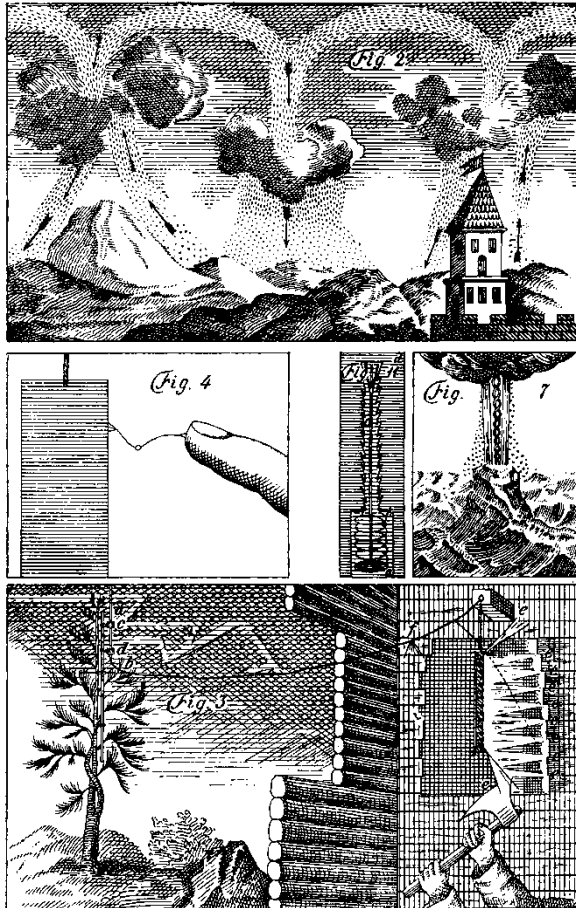
ИЛИ  
?





# О громоотводах

## Опыты Ломоносова

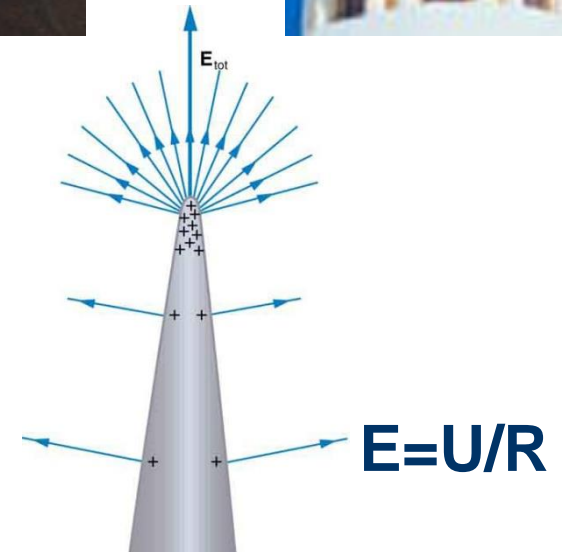


1753 «Слово о явлениях воздушных,  
от электрической силы происходящих»

## Споры о форме громоотводов



ИЛИ  
?

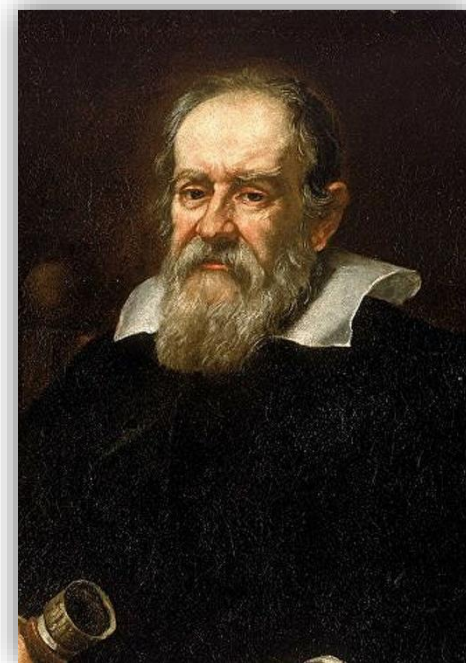
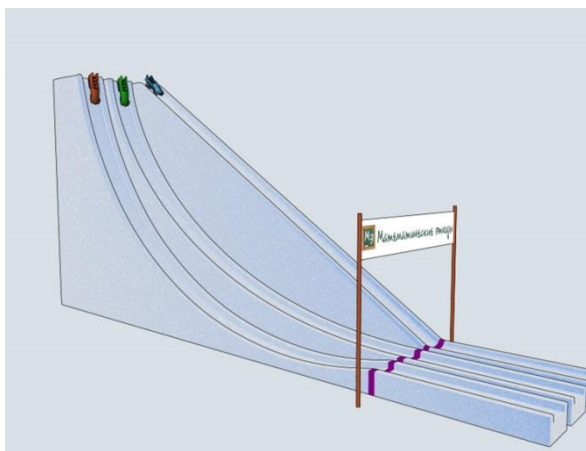






# Брахистохрона

«Новая задача, к решению которой приглашаются математики»  
И. Бернулли 1696



Бернулли против

(1667-1748)

Галилея

(1564-1642)<sup>19</sup>

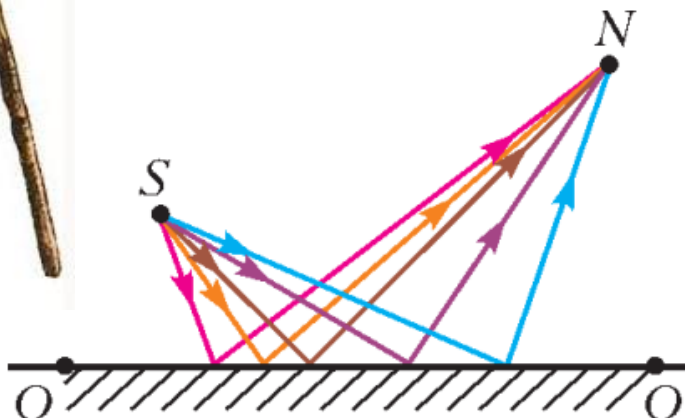
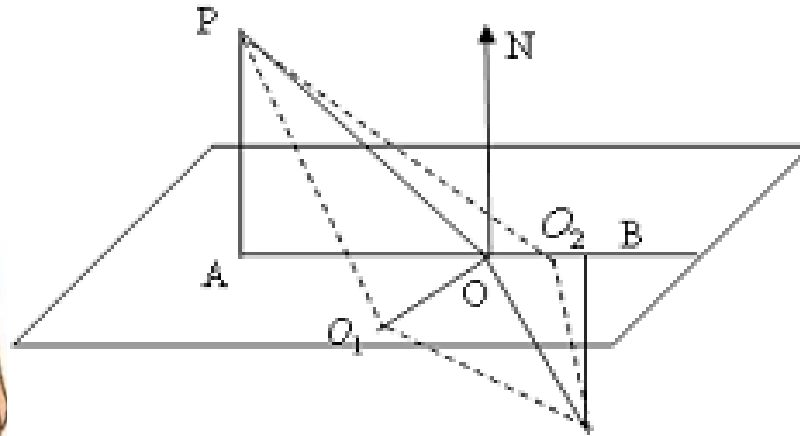


# Принцип наименьшего времени

Герон  
Александрийский



І В. Н.Э.



Пьер Ферма



1662



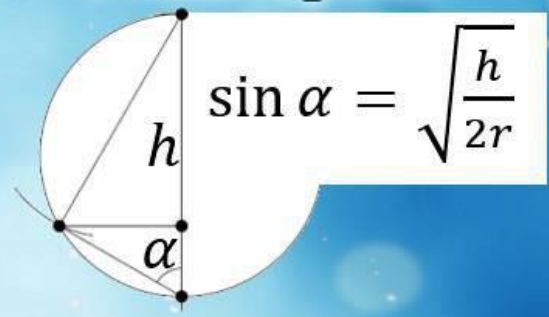


# Оптическая аналогия

Механика:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Геометрия:

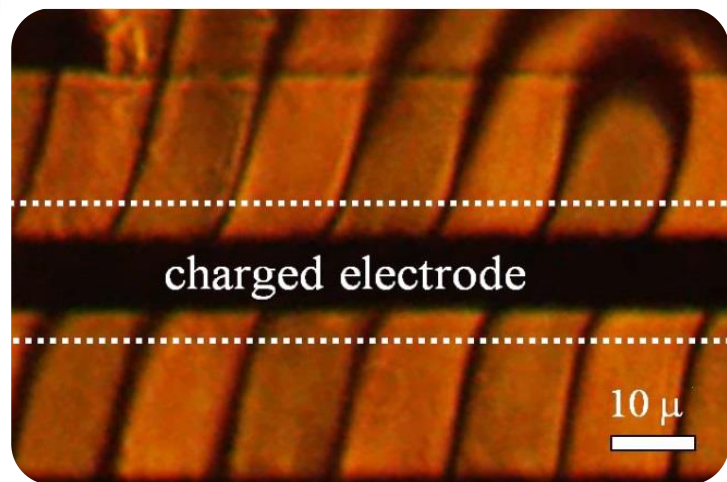
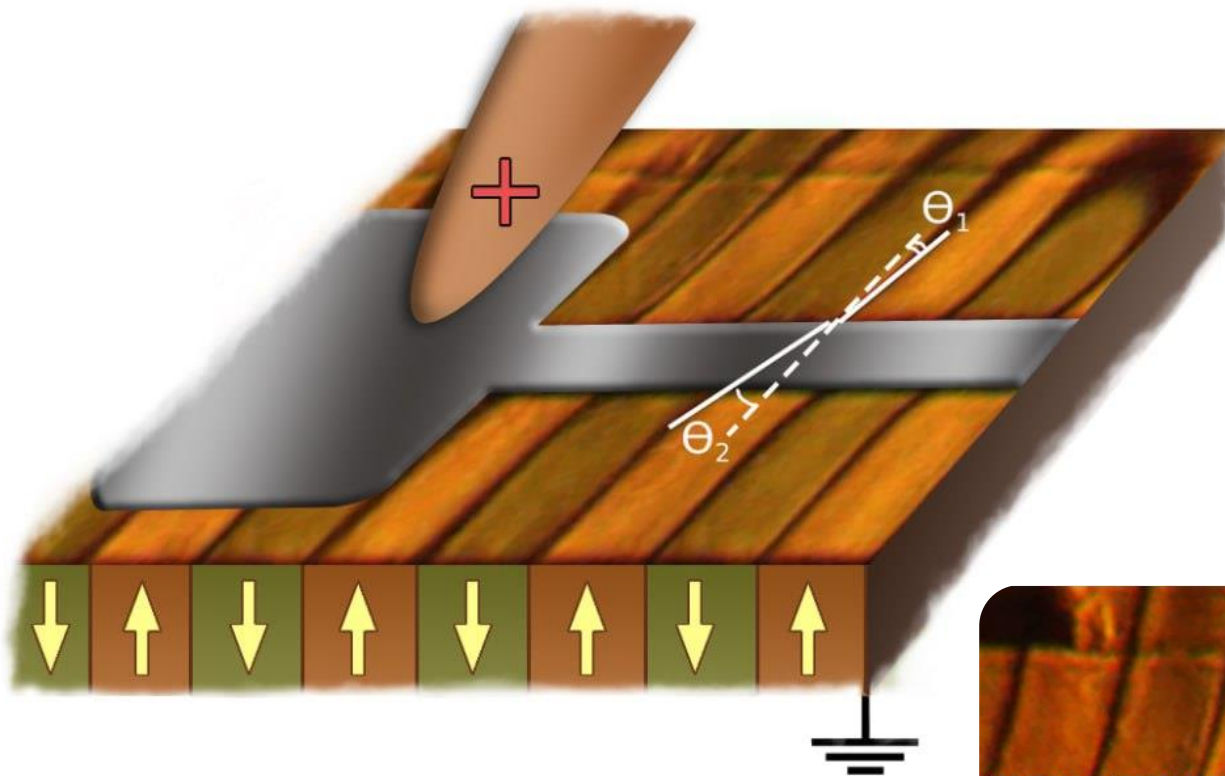


Механика+геометрия:

$$\sin \alpha \sim v \text{ оптика!}$$



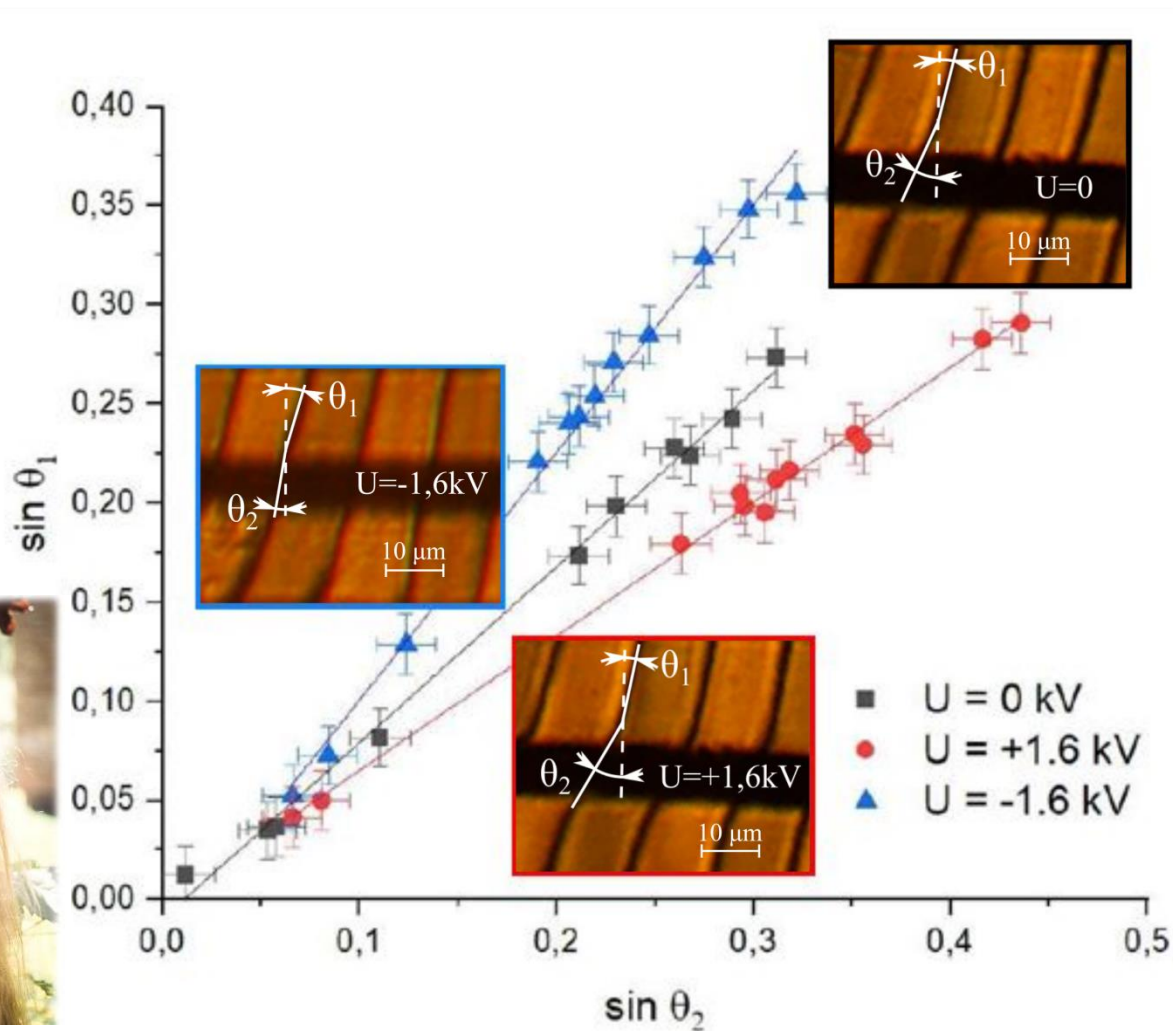
# «Преломление» в мире доменов



10 \mu



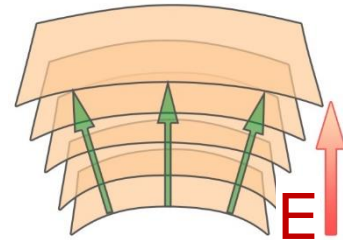
# Преломление доменных границ



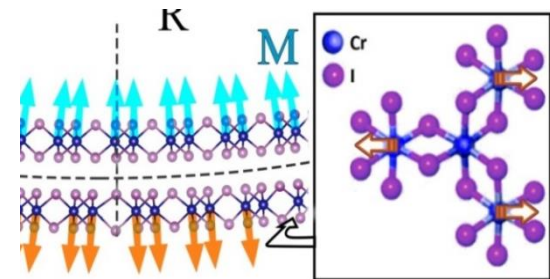


# Геометрические идеи в физике материалов

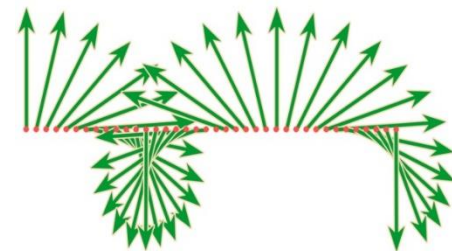
- Нарушение симметрии в материале => новые физические эффекты



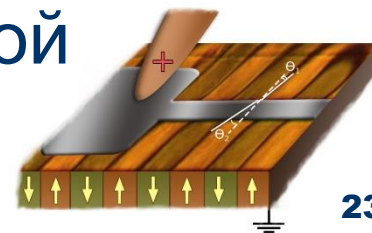
- Неоднородные деформации => флексоэлектрический и флексомагнитный эффекты



- Спиновые циклоиды => возникновение электрич. свойств



- Задача о ходе луча в геометрической оптике => задача о минимизации энергии границ

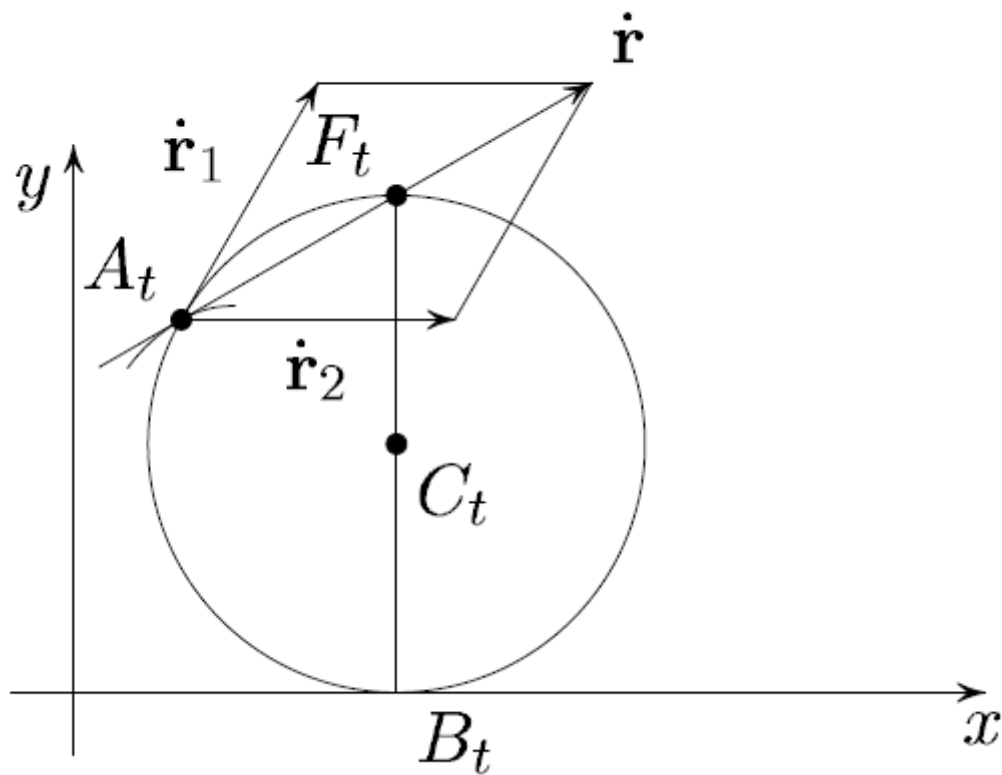




*Спасибо за внимание!*



# Сложение скоростей





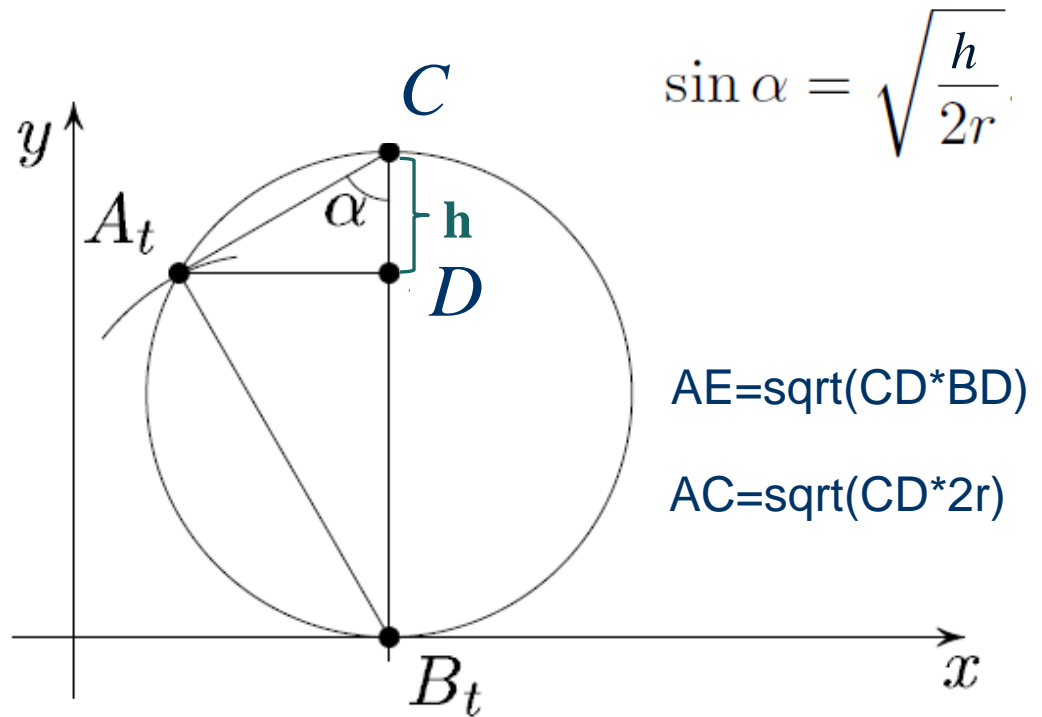


$$v_n = \sqrt{2gh}$$

$v_n$  — скорость падения

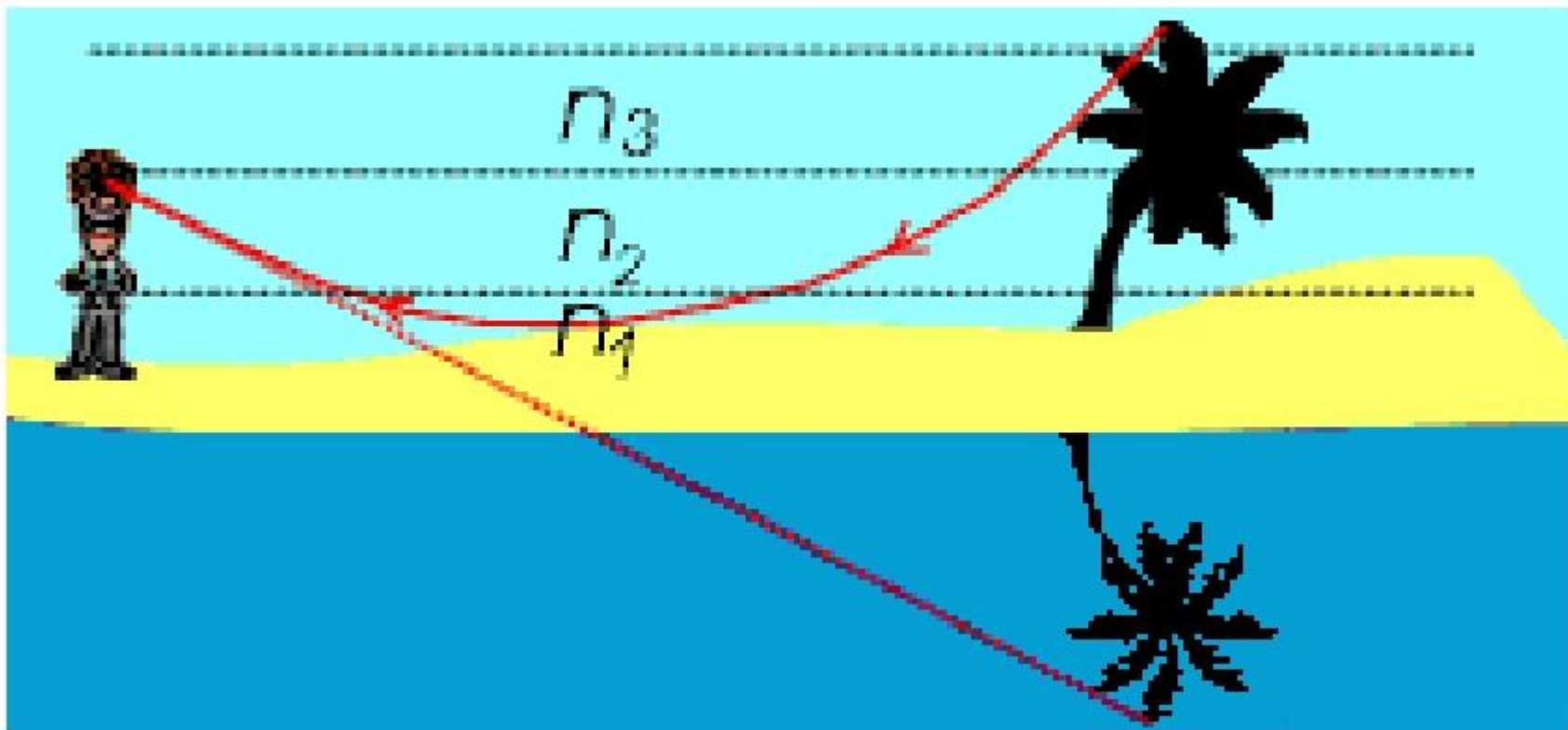
$h$  — высота

$g$  — ускорение свободного падения





# Причем здесь мираж?





г. Москва, ул. Искры, д. 31  
8-925-220-45-70 Сергей  
8-926-358-88-00 Игорь



# ИНТЕРНЕТ ПЕРВОКЛАССНЫЙ!



$$\begin{array}{r} 100 + 200 \cdot \\ \text{МБИТ/С} \quad \text{ДНЕЙ} \\ = 300 \\ \text{РУБ/МЕС} \end{array}$$

+7 (495) 500 00 44 [www.qwerty.ru](http://www.qwerty.ru)

\* Подключено дополнительно с 01.09.2010 г. по 30.11.2010 г. только для новых абонентов. Подробные условия акции на сайте и по телефону.



**ИНТЕРНЕТ + БЕСПЛАТНОЕ ЦИФРОВОЕ ТВ**

дня



г.Москва, ул.Искры, д.31  
8-925-220-45-70 Сергей  
8-926-358-88-00 Игорь



# ИНТЕРНЕТ ПЕРВОКЛАССНЫЙ!



$$\begin{array}{r} 100 + 200 \cdot \\ \text{МБИТ/С} \quad \text{ДНЕЙ} \\ = 300 \\ \text{РУБ/МЕС} \end{array}$$

+7 (495) **500 00 44** [www.qwerty.ru](http://www.qwerty.ru)

\* Подключено дополнительно с 01.09.2010 г. по 30.11.2010 г. только для новых абонентов. Подробные условия акции на сайте и по телефону.



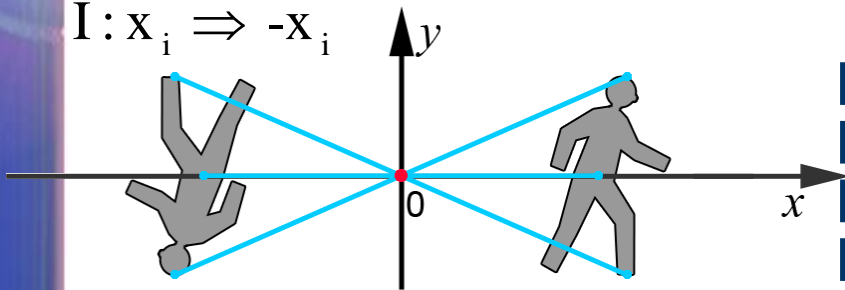
## ИНТЕРНЕТ + БЕСПЛАТНОЕ ЦИФРОВОЕ ТВ

дня

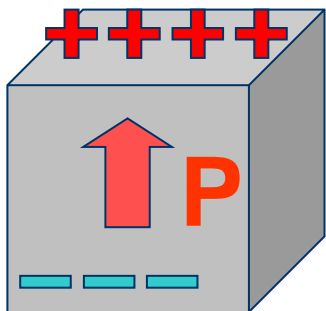
# Полярные и аксиальные векторы



$$\hat{I} : x_i \Rightarrow -x_i$$



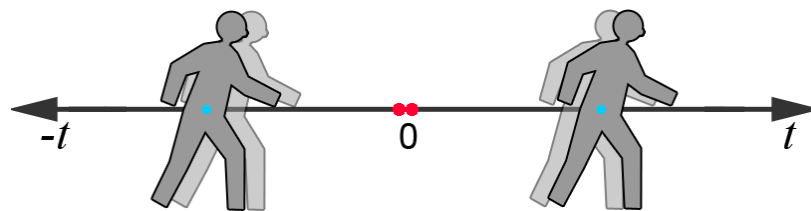
**Инверсия пространства**



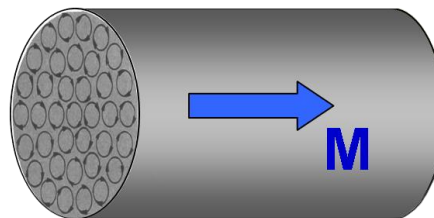
*P*-нечётный:  $\hat{I} \mathbf{P} = -\mathbf{P}$

*T*-чётный:  $\hat{T} \mathbf{P} = +\mathbf{P}$

$$\hat{T} : t \Rightarrow -t$$



**Инверсия времени**



*P*-чётный:  $\hat{I} \mathbf{M} = +\mathbf{M}$

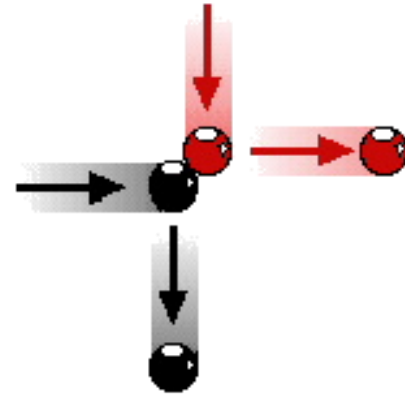
*T*-нечётный:  $\hat{T} \mathbf{M} = -\mathbf{M}$





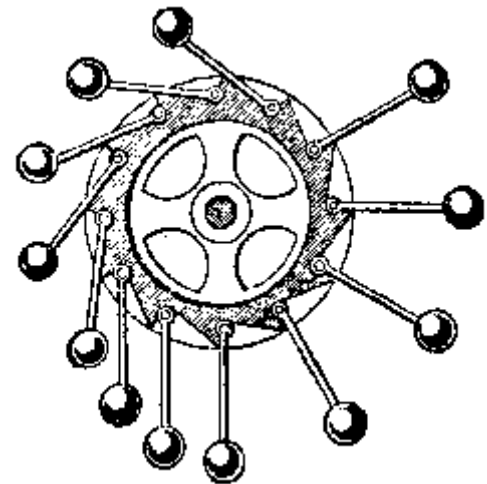
# Симметрия механических законов

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 \cdot t + \frac{\vec{a} \cdot t^2}{2}$$



$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\sum \vec{M} = J \frac{d\vec{\Omega}}{dt}$$





# Симметрия законов электромагнетизма

$$\mathbf{F}_L = q[\mathbf{V} \times \mathbf{B}]$$

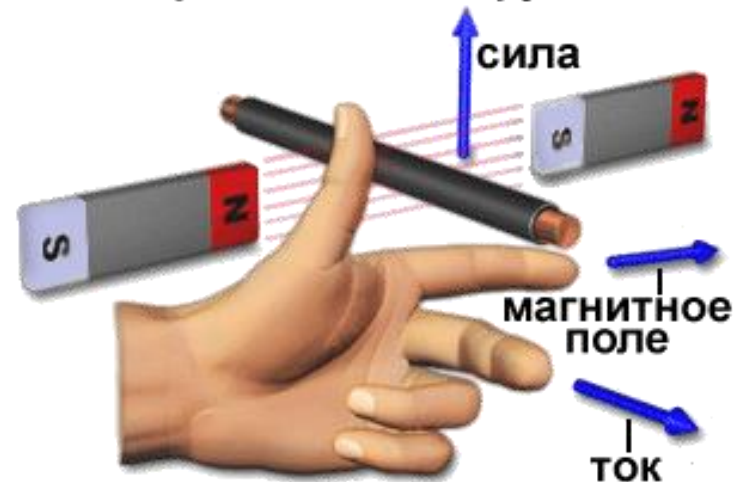
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Leftrightarrow -[\nabla \times \mathbf{E}]$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \Leftrightarrow [\nabla \times \mathbf{H}]$$

Правило правой руки



Правило левой руки





# Local multiferroicity of domain walls

1983: V. G. Bar'yakhtar, V. A. L'vov, D. A. Yablonskii, JETP Lett. **37**, 673

Письма в ЖЭТФ, том 37, вып. 12, стр. 565 – 567

20 июля 1983 г.

## ТЕОРИЯ НЕОДНОРОДНОГО МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

В.Г.Барьяхтар, В.А.Львов, Д.А.Яблонский

Предсказано существование электрической поляризации магнито-упорядоченных сред в области магнитной неоднородности, в частности внутри доменных границ.

В тех случаях, когда в однородном магнитном кристалле имеется равновесная плотность электрической поляризации  $P$ , зависящая от состояния магнитной подсистемы, говорят о наличии в таком кристалле магнитоэлектрического (МЭ) эффекта (см., например, <sup>1,2</sup>). Это явление тесно связано с магнитной симметрией системы <sup>3</sup>. Перечень классов магнитной симметрии, допускающих наличие МЭ эффекта приведен в <sup>4</sup>.

Если в силу каких-либо причин в магнитном кристалле образуется магнитная неоднородность, то группа его магнитной симметрии сужается (в случае неоднородности общего вида — до единичной группы). Это приводит к тому, что в области магнитной неоднородности возникает электрическая поляризация  $P(r)$ , симметрия пространственного распределения которой определяется симметрией магнитной неоднородности. Назовем такое явление неоднородным МЭ эффектом, а рассматриваемый обычно <sup>1-4</sup> МЭ эффект будем называть однородным. Подчеркнем, что указанный эффект должен иметь место в магнитных кристаллах любой симметрии (в том числе и не допускающих однородного МЭ эффекта). Возникновение электрической поляризации, связанной с наличием неоднородности (не обязательно магнитной природы), является весьма общим эффектом. Хорошо известен, в частности, флексоэлектрический эффект в жидких кристаллах <sup>5</sup>.

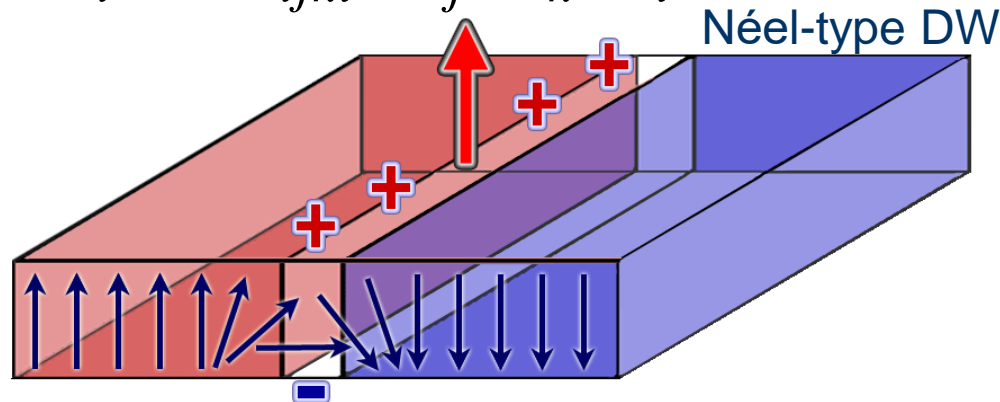
Если характерные размеры неоднородности  $\lambda$  намного превосходят размеры элементарной магнитной ячейки, то неоднородный МЭ эффект можно описать феноменологически. В случае ферромагнитного (ФМ) кристалла для этого нужно ввести в рассмотрение координатно зависящую плотность намагниченности  $M(r)$ . Вообще говоря, МЭ взаимодействия имеют как короткодействующую, так и далекодействующую часть. В данной работе рассмотрим только случаи, в которых вкладом далекодействующих сил в неоднородный МЭ эффект можно пренебречь. Тогда, ограничиваясь связанными не выше второй степени по  $M_\alpha$  ( $\alpha = x, y, z$ ), и воспользовавшись малостью параметра  $a/\lambda$  ( $a$  — характерный радиус убывания МЭ взаимодействия), связь между поляризацией и намагниченностью запишем в следующем виде:

$$P_i(r) = f_{i,\alpha\beta}^{(0)} M_\alpha M_\beta + f_{ik,\alpha\beta}^{(1)} M_\alpha \frac{\partial M_\beta}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \bar{f}_{ikj,\alpha\beta}^{(2)} \frac{\partial M_\alpha}{\partial x_k} \frac{\partial M_\beta}{\partial x_j} + \frac{1}{2} f_{ikl,\alpha\beta}^{(2)} M_\alpha \frac{\partial^2 M_\beta}{\partial x_k \partial x_j} \quad (1)$$

## Inhomogeneous ME interaction

Magnetic inhomogeneity =>  
Symmetry lowering =>  
electric polarization

$$P_i = \gamma_{ijkl} m_j \nabla_k m_l$$



E. Stefanovskii, Ferroelectrics 1994; A. Khalfina, M. Shamsutdinov, Ferroelectrics 2002; M. Mostovoy, PRL, **96**, 067601 (2006); I. Dzyaloshinskii EPL **83** 67001 (2008)





# Inverted role of polar and magnetic vector

2019: D.M.Juraschek et al., Phys. Rev. Lett. **123**, 127601 (2019)

PHYSICAL REVIEW LETTERS **123**, 127601 (2019)

## Dynamical Magnetic Field Accompanying the Motion of Ferroelectric Domain Walls

Dominik M. Juraschek<sup>1,2,3</sup>, Quentin N. Meier,<sup>1</sup> Morgan Trassin,<sup>1</sup> Susan E. Trolier-McKinstry,<sup>2</sup> Christian L. Degen,<sup>3</sup> and Nicola A. Spaldin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Materials, ETH Zurich, CH-8093 Zurich, Switzerland

<sup>2</sup>Materials Science and Engineering Department and Materials Research Institute, The Pennsylvania State University, University Park, Pennsylvania 16802, USA

<sup>3</sup>Department of Physics, ETH Zurich, CH-8093 Zurich, Switzerland

(Received 25 April 2019; published 17 September 2019)

The recently proposed dynamical multiferroic effect describes the generation of magnetization from temporally varying electric polarization. Here, we show that the effect can lead to a magnetic field at moving ferroelectric domain walls, where the rearrangement of ions corresponds to a rotation of ferroelectric polarization in time. We develop an expression for the dynamical magnetic field, and calculate the relevant parameters for the example of 90° and 180° domain walls, as well as for polar skyrmions, in BaTiO<sub>3</sub>, using a combination of density functional theory and phenomenological modeling. We find that the magnetic field reaches the order of several  $\mu\text{T}$  at the center of the wall, and we propose two experiments to measure the effect with nitrogen-vacancy center magnetometry.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.127601

The domain walls that separate different orientations of electric polarization in ferroelectric materials have long been of interest because their motion governs the process of ferroelectric switching in an electric field [1]. Recently, a range of unexpected behaviors has been discovered at domain walls that do not occur in the bulk of the domains, suggesting additional interest in domain walls as functional entities in their own right [2]. These include electrical conductivity [3–7] or even superconductivity [8] in otherwise insulating systems, ferroelectricity [9], as well as magnetoelectricity [10–14], strongly anisotropic magneto-resistance [15], and intriguing dualities between domain walls and the domains themselves [16].

Of particular interest for this work is the electric polarization that has been shown to arise at certain magnetic domain walls in otherwise nonpolar materials [17–20]. The local wall polarization is a consequence of the spatially varying magnetization at the magnetic domain wall, and is described by  $\mathbf{P} = -\mathbf{M} \times (\nabla_r \times \mathbf{M})$  [21,22]. This mechanism is well established for the case of bulk multiferroics, in which a macroscopic ferroelectric polarization is generated via a spin spiral [23–26]. Here we describe the reciprocal effect, in which dynamical magnetization may arise at moving ferroelectric domain walls in otherwise nonmagnetic materials. This phenomenon has its origin in the recently described dynamical multiferroic effect [27], which describes magnetization generated from temporally varying electric polarization. The magnetization is given by  $\mathbf{M} = -\mathbf{P} \times \partial_t \mathbf{P}$  [28], and the mechanism has been proposed to lead to new behaviors, including a phonon Zeeman effect [27], exotic quantum criticality [29], and phonon orbital magnetism [30].

Here, we discuss the link between dynamical multiferroicity and ferroelectric domain wall functionality by showing theoretically that the motion of ferroelectric domain walls can be accompanied by a dynamical magnetic field. After extending the formalism of dynamical multiferroicity to the case of domain wall motion, we present numerical results for the prototypical ferroelectric barium titanate (BaTiO<sub>3</sub>), based on first-principles calculations combined with phenomenological modeling using experimental parameters. Finally, we discuss the possibility of detecting the dynamical magnetic field experimentally using nitrogen-vacancy center magnetometry.

**Theoretical formalism.**—We begin by deriving an expression for the dynamical magnetic field at ferroelectric domain walls. Our derivation extends the recently developed microscopic theory for calculating the magnetic moments of optical phonons within the dynamical multiferroicity framework [27] to the case of moving ionic charges at ferroelectric domain walls. The input parameters in the expression that we obtain can be computed using density functional theory.

The ionic magnetic moment  $\mathbf{m}$  of a unit cell is given by

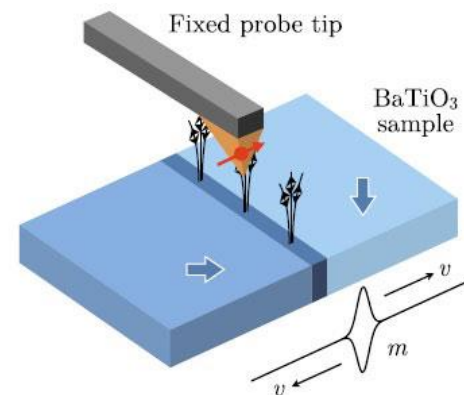
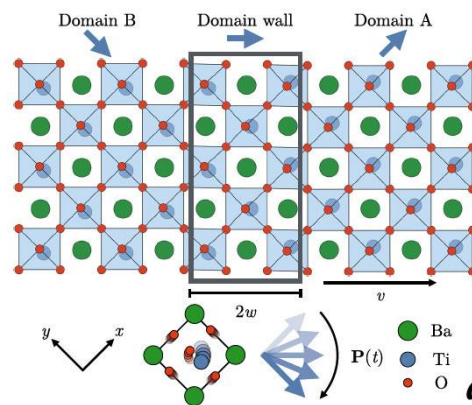
$$\mathbf{m} = \sum_i \mathbf{m}_i = \sum_i r_i \mathbf{L}_i, \quad (1)$$

where  $\mathbf{m}_i$  and  $\mathbf{L}_i$  are the magnetic moment and the angular momentum arising from the motion of ion  $i$ , and the sum runs over all ions in the unit cell.  $r_i = e\mathbf{Z}_i / (2M_i)$  is the gyromagnetic ratio tensor of the ion given by the elementary charge  $e$ , the Born effective charge tensor  $\mathbf{Z}_i$ , and the atomic mass  $M_i$ .

## Dynamic ME coupling

Polarization derivative =>  
T-odd =>  
Magnetization

$$m_i = \gamma_{ijk} P_j \partial P_k / \partial t$$





# Inverted plot fairytale

2019: D.M.Juraschek et al., Phys. Rev. Lett. **123**, 127601 (2019)

## Dynamic ME coupling

Polarization derivative =>  
T-odd =>  
Magnetization

$$m_i = \gamma_{ijk} P_j \partial P_k / \partial t$$

PHYSICAL REVIEW LETTERS **123**, 127601 (2019)

### Dynamical Magnetic Field Accompanying the Motion of Ferroelectric Domain Walls

Dominik M. Juraschek<sup>1,2,3</sup>, Quintin Christian<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Materials Science and Engineering

<sup>2</sup>Department of Physics

<sup>3</sup>Department of Physics

(Received 2019)

The recently proposed dynamical magnetic field generated by temporally varying electric polarization in moving ferroelectric domain walls, ferroelectric polarization in time. We calculate the relevant parameters for skyrmions in BaTiO<sub>3</sub>, using a combination of first-principles calculations and experimental data. We find that the magnetic field reaches values comparable to those measured in experiments to measure the effect with

DOI: 10.1103/PhysRevLett.123.127601

The domain walls that separate different orientations of electric polarization in ferroelectric materials



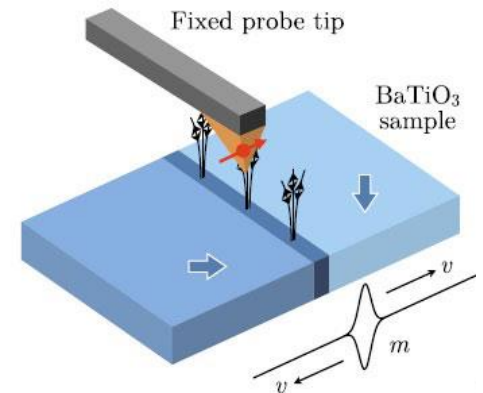
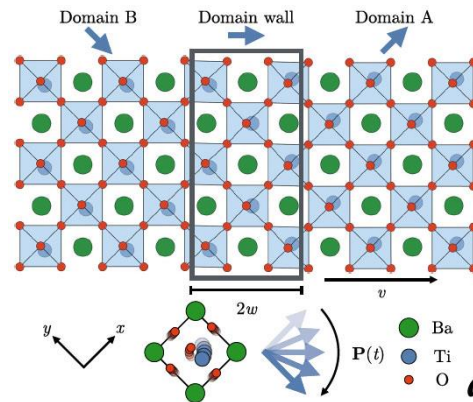
In addition to the case of domain wall motion, we present numerical results for the prototypical ferroelectric barium titanate (BaTiO<sub>3</sub>), based on first-principles calculations combined with phenomenological modeling using experimental parameters. Finally, we discuss the possibility of detecting the dynamical magnetic field experimentally using nitrogen-vacancy center magnetometry.

**Theoretical formalism.**—We begin by deriving an expression for the dynamical magnetic field at ferroelectric domain walls. Our derivation extends the recently developed microscopic theory for calculating the magnetic moments of optical phonons within the dynamical multiferroicity framework [27] to the case of moving ionic charges at ferroelectric domain walls. The input parameters in the expression that we obtain can be computed using density functional theory.

The ionic magnetic moment  $\mathbf{m}$  of a unit cell is given by

$$\mathbf{m} = \sum_i \mathbf{m}_i = \sum_i \gamma_i \mathbf{L}_i, \quad (1)$$

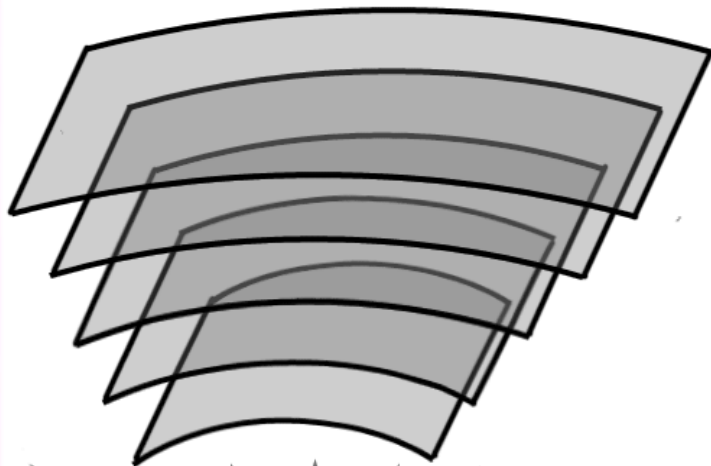
where  $\mathbf{m}_i$  and  $\mathbf{L}_i$  are the magnetic moment and the angular momentum arising from the motion of ion  $i$ , and the sum runs over all ions in the unit cell.  $\gamma_i = e\mathbf{Z}_i/(2M_i)$  is the gyromagnetic ratio tensor of the ion given by the elementary charge  $e$ , the Born effective charge tensor  $\mathbf{Z}_i$ , and the atomic mass  $M_i$ .



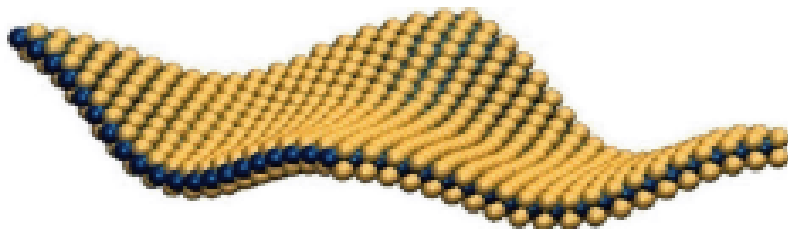
# Два типа неоднородных деформаций



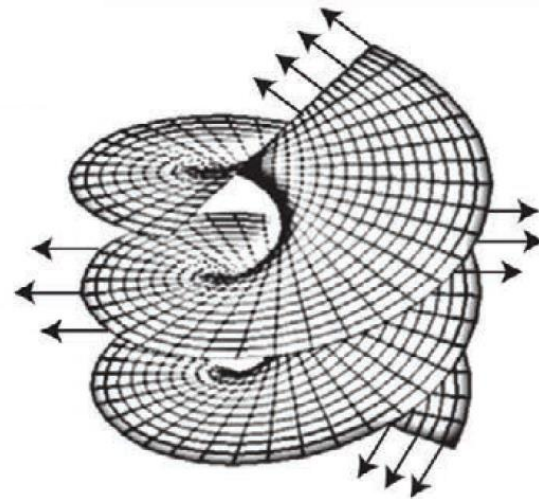
**Изгиб**



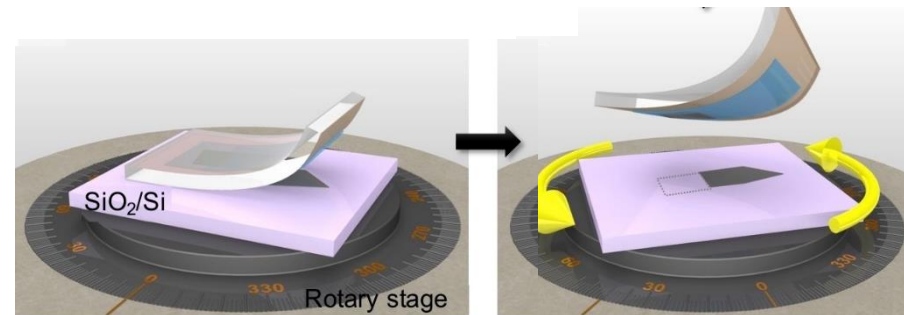
**Flexible electronics**



**Скручивание**



**Twistronics**



**Tear-and-stack**



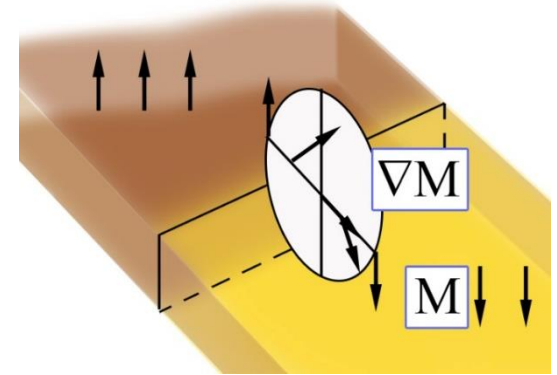
# Local ferroelectricity

## Inhomogeneous magnetoelectric effect

$$\mathbf{P} \sim \mathbf{m} \nabla \cdot \mathbf{m}$$

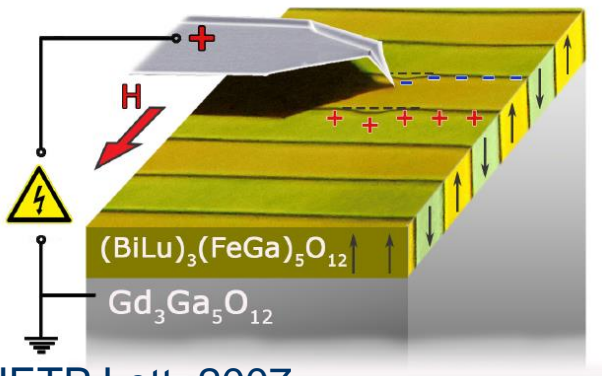
(electric polarization of Neel-type wall)

[V. G. Bar'yakhtar et al, JETP Lett. **37**, 673 (1983)]



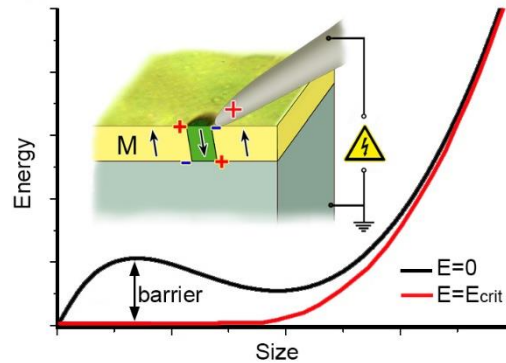
## Coulomb interaction of domain wall and tip electrode:

### 1. DW motion



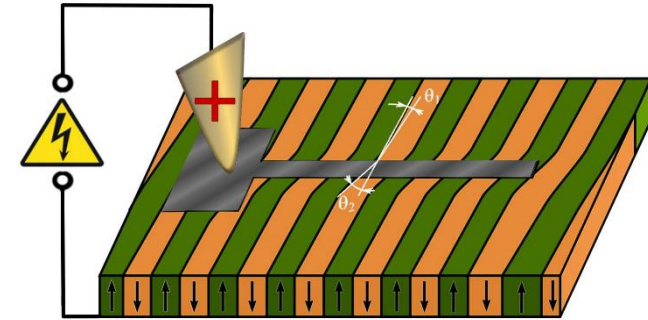
JETP Lett. 2007;  
Phys. Rev. B, 104, 144407 (2021)

### 2. Bubble domain nucleation



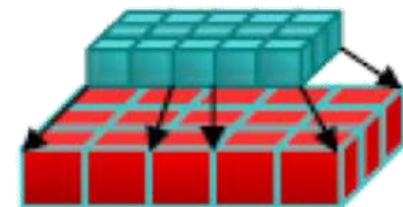
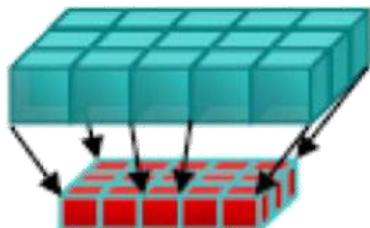
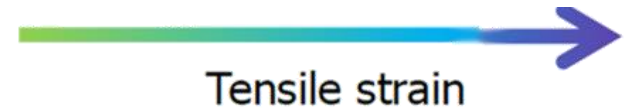
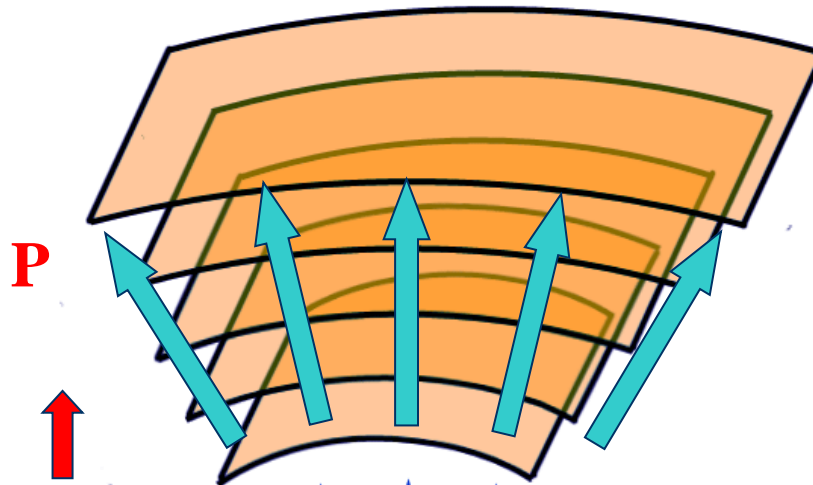
JETP Lett. 2016;

### 3. DW "refraction"



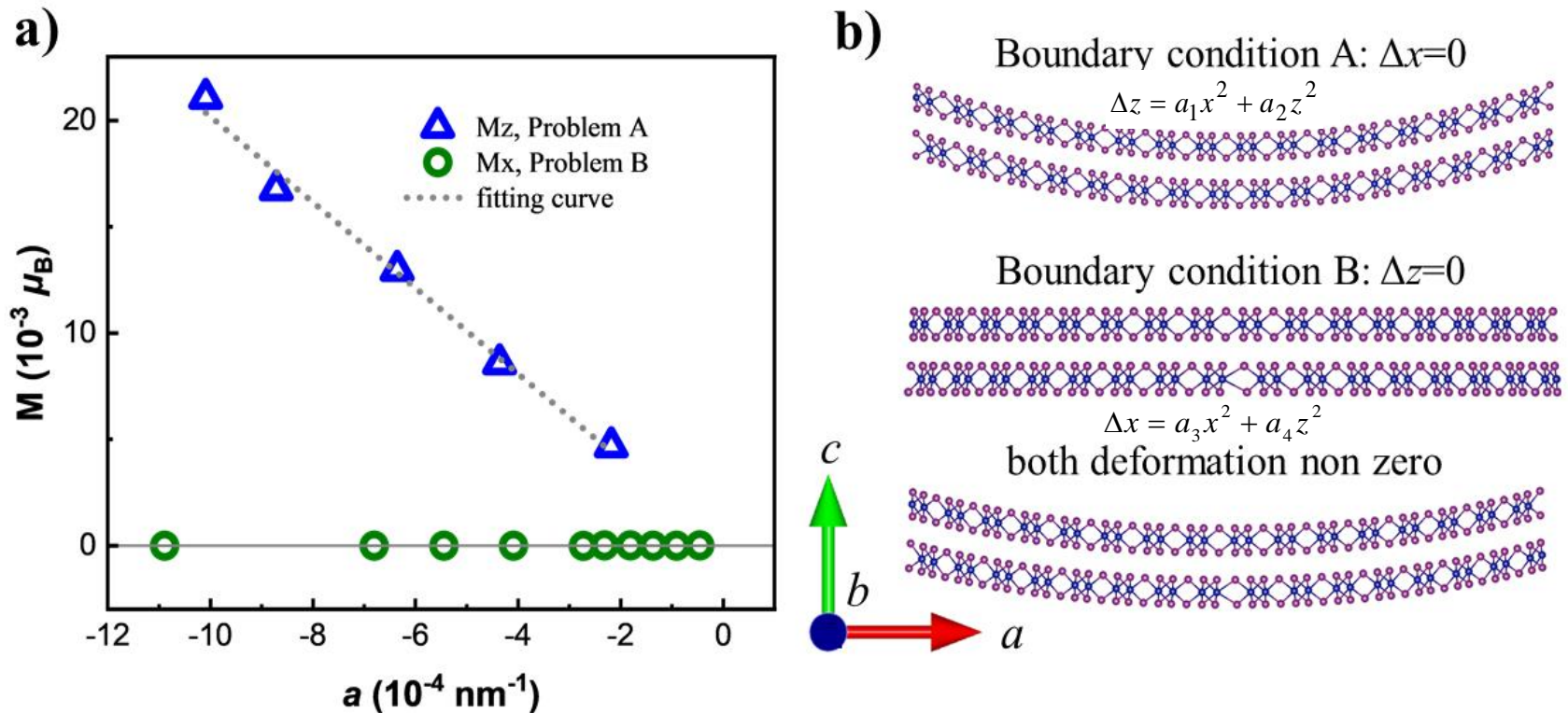
JETP Lett. **118** n.4 (2023)

# Epitaxial strain as a source of flexo-effects



# Флексомагнитный эффект

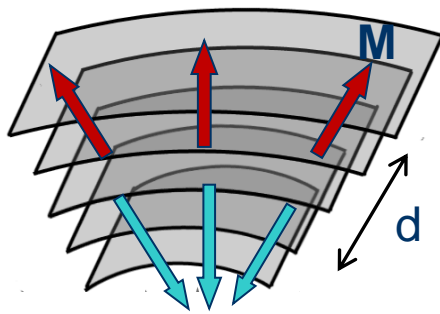
## CrI<sub>3</sub> bilayer as an 2D-antiferromagnet



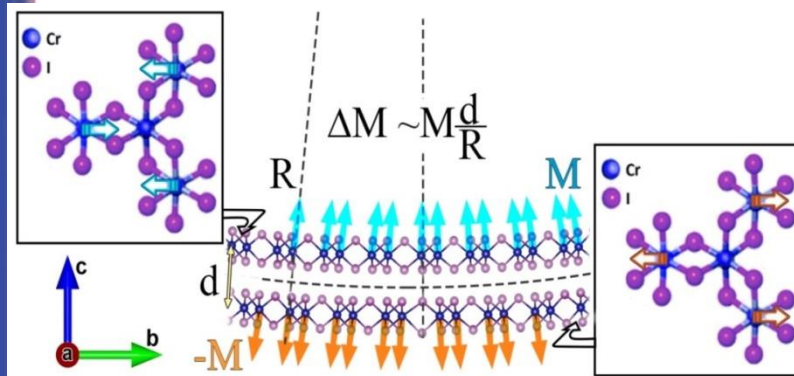
Flexomagnetic effect =  $200 \mu_B \text{ \AA}$

# The estimates of the flexomagnetism

## «Geometrical» standard



## Bilayer CrI<sub>3</sub>

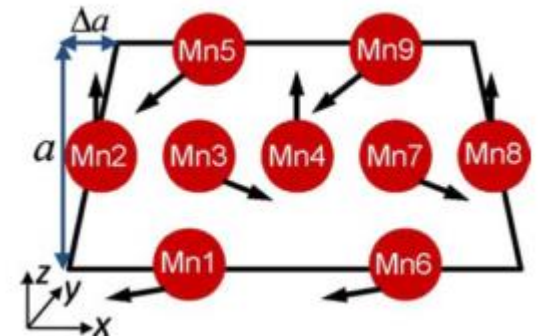


Flexomagnetic effect  $\sim M \times d$

$$\frac{\Delta M}{M} \sim \frac{d}{R}$$

[Flexomagnetic effect] =  $\mu_B \text{ \AA}$

## Antiperovskite Mn<sub>3</sub>GaN

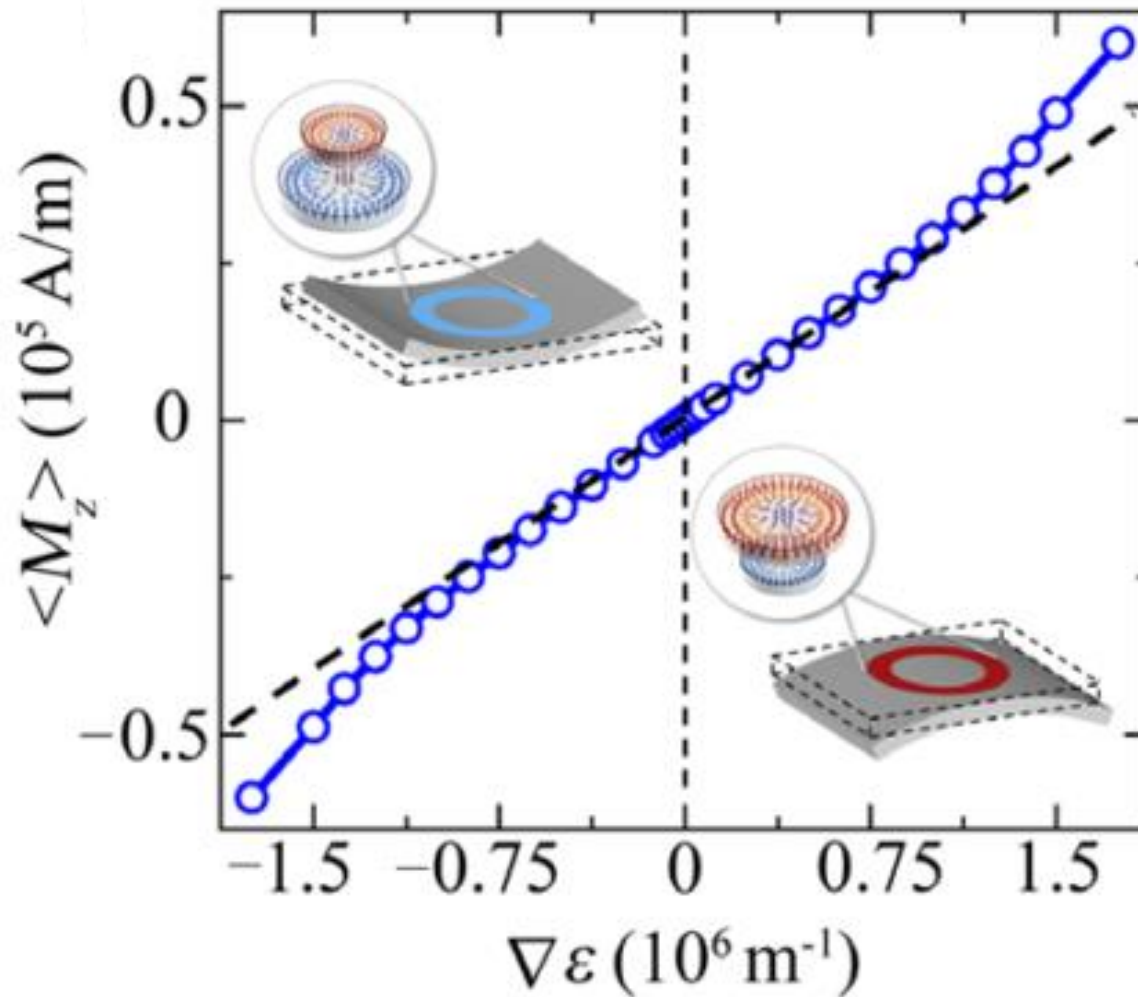


Flexomagnetic effect =  $2 \mu_B \text{ \AA}$

Lei Qiao, Ren Wei, A.S. Kaminskiy, A. Pyatakov et al,  
Phys. Rev. B, **109**, 014410 (2024)

P. Lukashev, R. Sabirianov,  
Phys. Rev. B **82**, 094417 (2010)

# “Topologically enhanced” flexomagnetic effect



L. Liu et al, PRL, **128**, 257201 (2022)

Flexomagnetic effect  $\sim 1000 \mu_B \text{ \AA}$





# Электромагнетизм и магнитоэлектричество

- **Только** в динамике

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Rightarrow -[\nabla \times \mathbf{E}]$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \Rightarrow [\nabla \times \mathbf{H}]$$

- И в вакууме  
и в веществе

- И в динамике  
и в статике

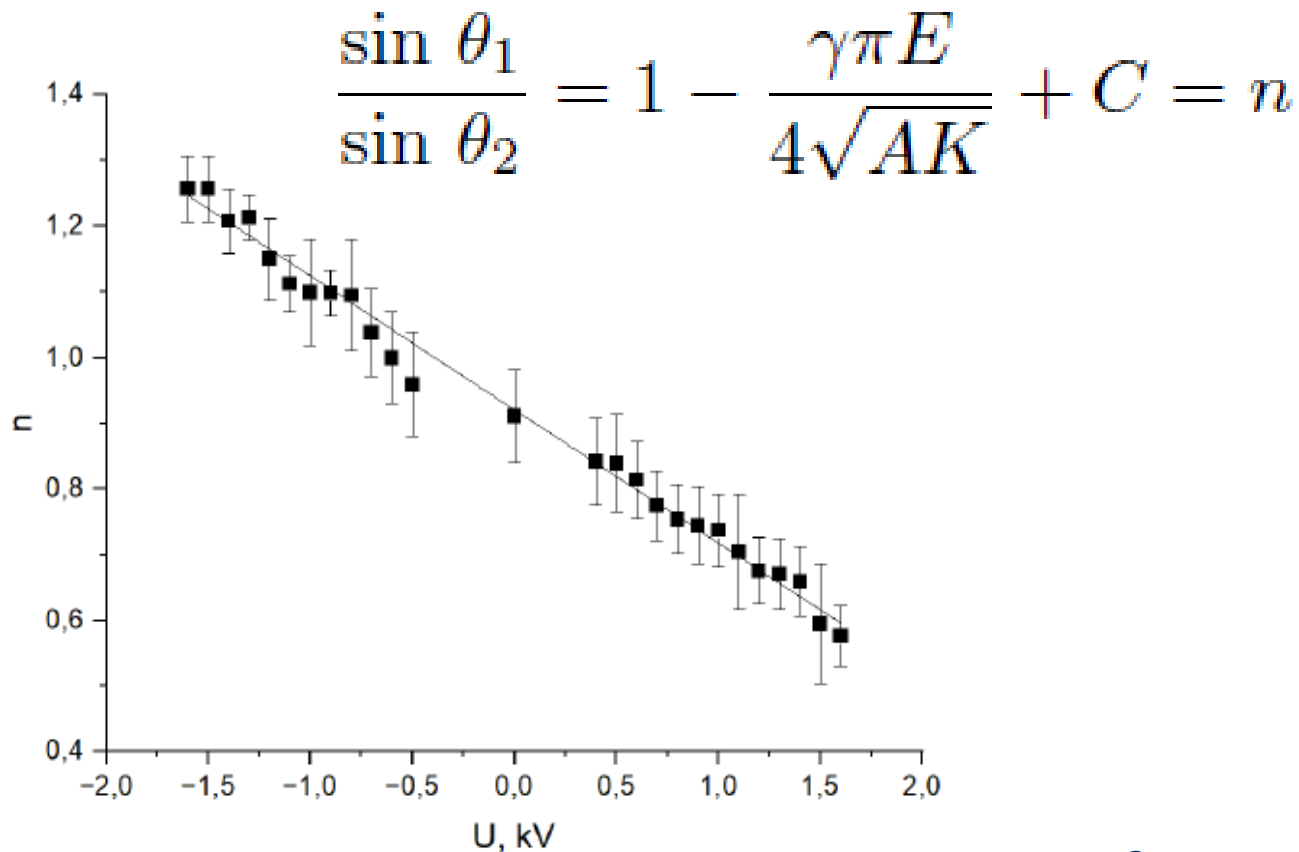
$$\mathbf{H} \Rightarrow \mathbf{P}$$

$$\mathbf{E} \Rightarrow \mathbf{M}$$

- **Только**  
в веществе



# Зависимость показателя преломления от $E$



$$\sigma_{DW} = \sqrt{A/K} = 0.01 \text{ erg/cm}^2$$

$$M=5G \Rightarrow 2\pi M^2/K \ll 1$$

$$\sigma_{ME} = \pi \gamma E_{\max} \sim 0.003 \text{ erg/cm}^2$$

# Поверхностное натяжение в магнетизме



## Обменная энергия

$$W_{exch} = A \cdot \sum_{\alpha=x,y,z} (\nabla \mathbf{m}_\alpha)^2$$

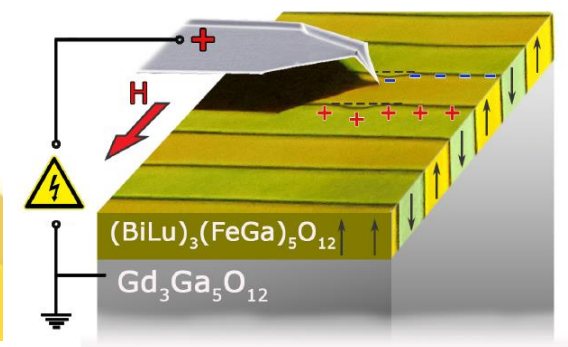
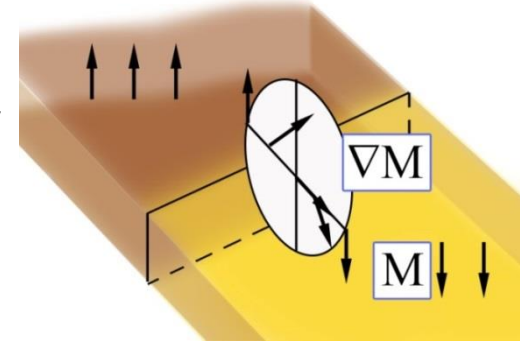
## Энергия анизотропии

$$w_{an} = K \cdot (\mathbf{m}_z)^2$$

## Поверхностная плотность энергии

## Магнитоэлектрический вклад

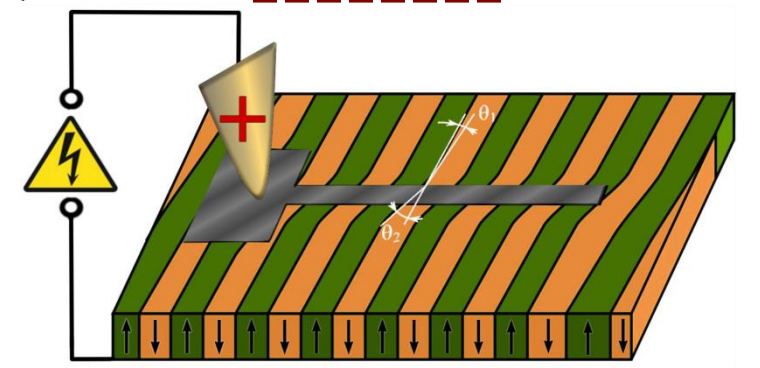
$$w_{ME} = \gamma \mathbf{E} \cdot (\mathbf{m} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{m}) - (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{m})$$



## Минимизация функционала:

$$W = \int_a^b \sigma(l) h dl$$

$$\sigma_{DW} = 4 \sqrt{AK_u} - \pi \gamma E$$





# Ниша стрейнтроники



Goggle data center (Netherlands)



Facebook Arctic data center (Sweden)

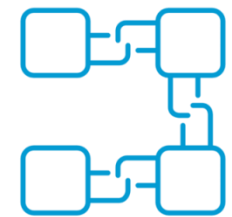
## BIG DATA



1987 2 Terrabytes  
 1997 60 Pettabytes  
 2025 => 200 Zettabytes



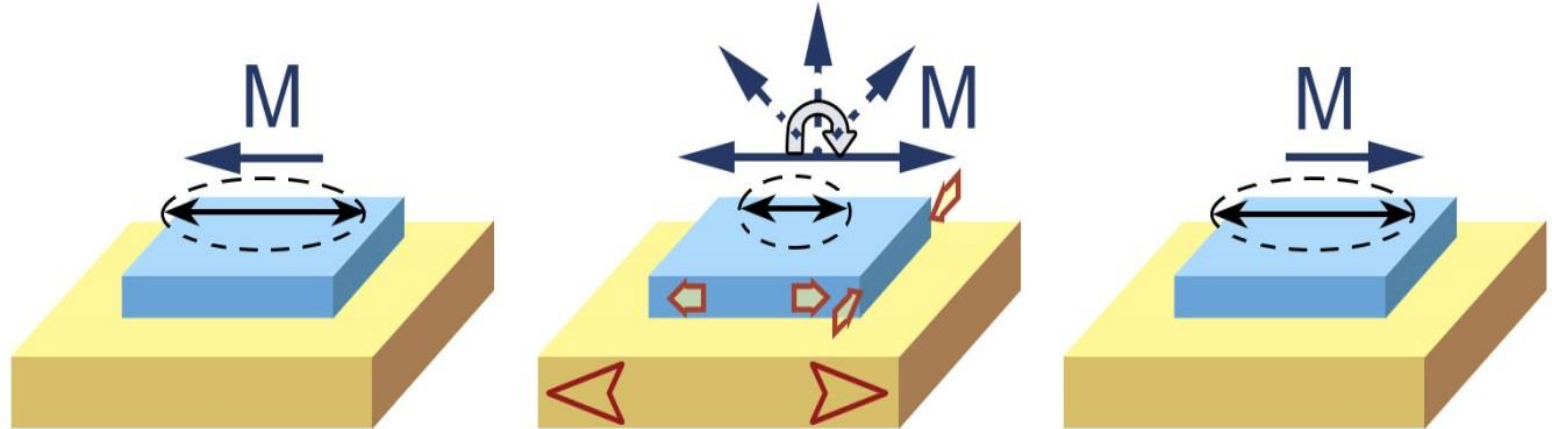
30 Goggle searches  
 boiling 1 liter (Theo Rasing)



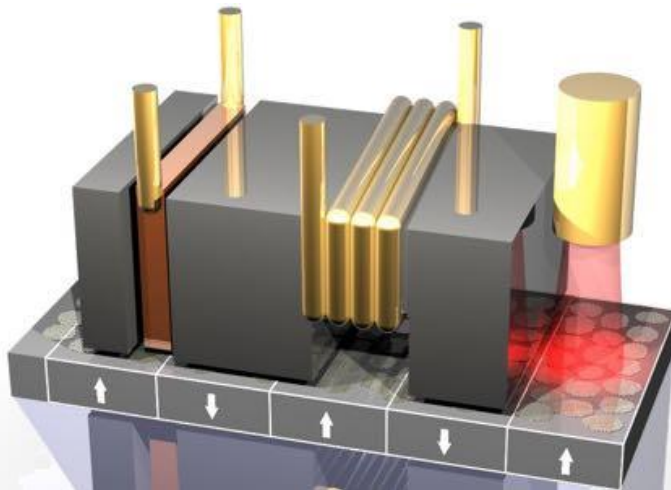
## Blockchain

2020 =>  $10^{15}$  BT\*ч  
 2025 =>  $10^{16}$  BT\*ч

# Strain-assisted switching of magnetization



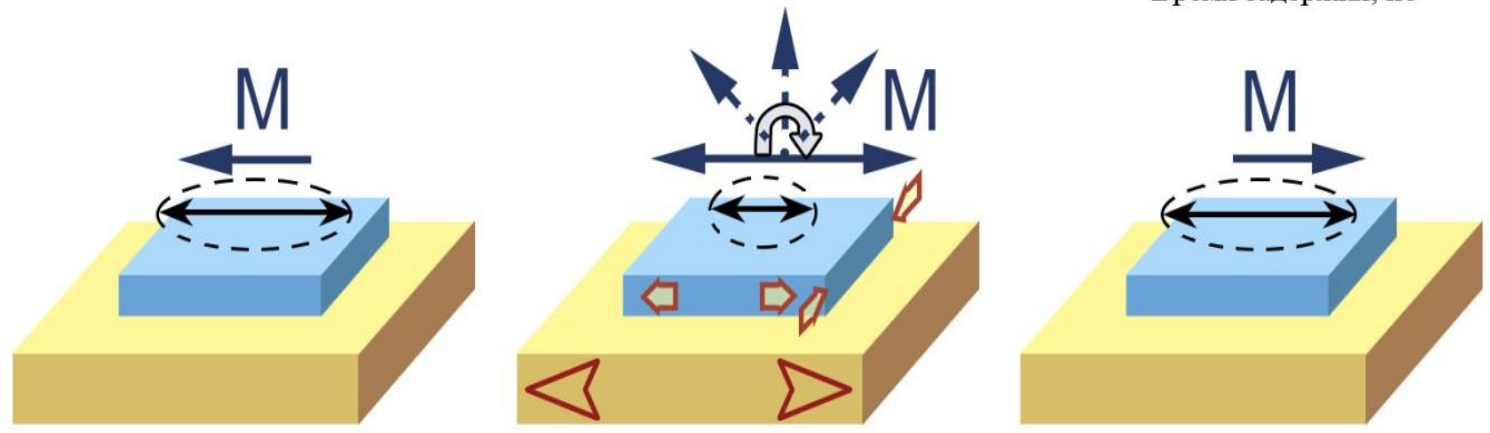
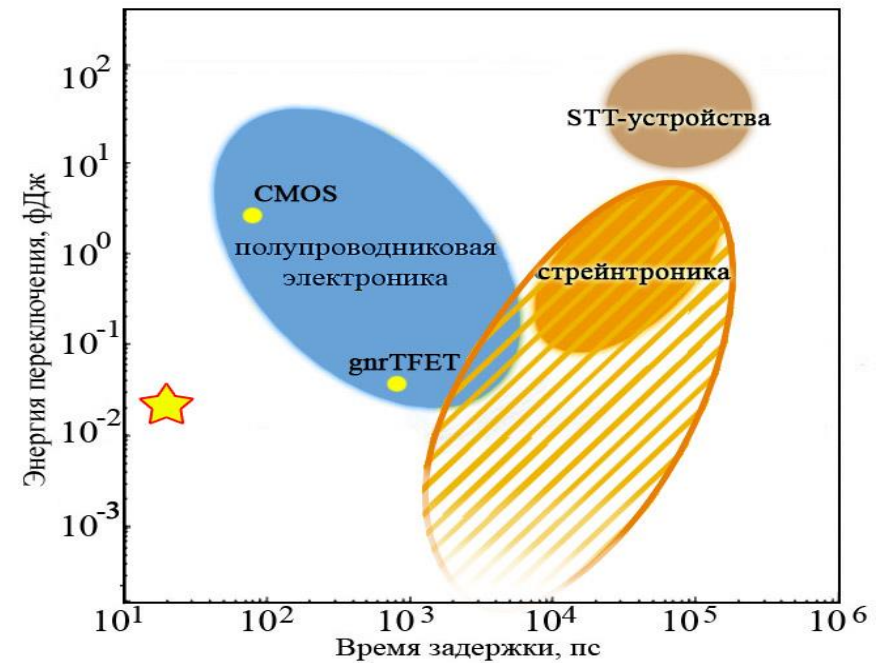
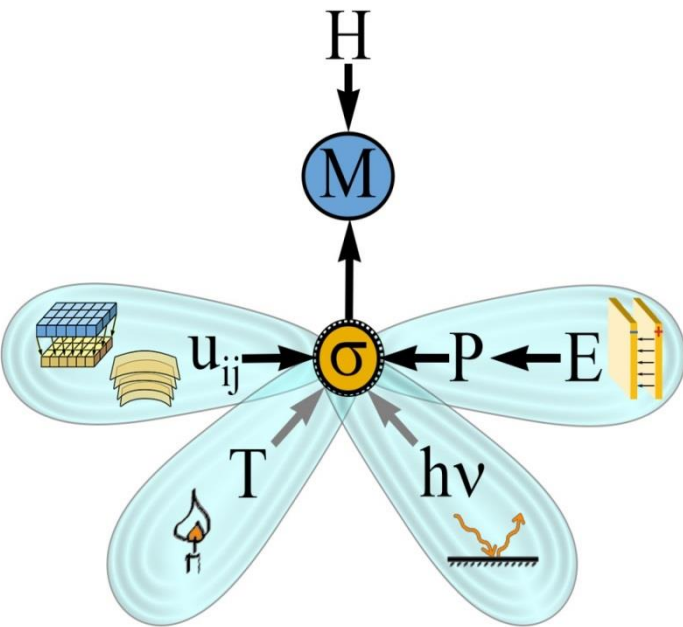
2008: Y Li, YQ Li, Strain-assisted spin manipulation in a quantum well, Eur.Phys.J. B, 63, 493  
2009: Th. Hauet et al Strain-assisted magnetic recording, US20100259846A1



Heat-Assisted Magnetic Recording (“20TB+ HAMR”)

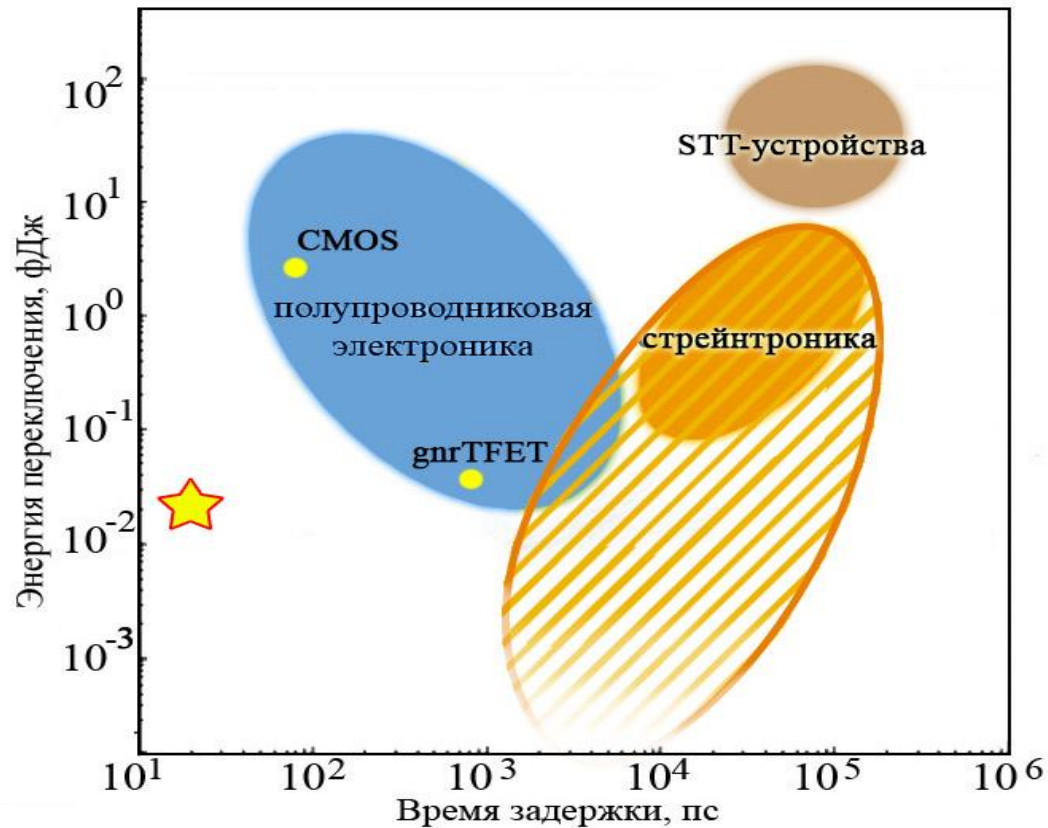


# Стрейнтроника





# Niche of Straintronics

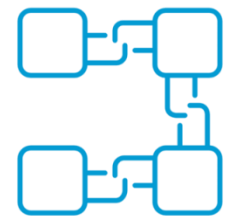


BIG DATA



=>  $10^{16}$  Wh

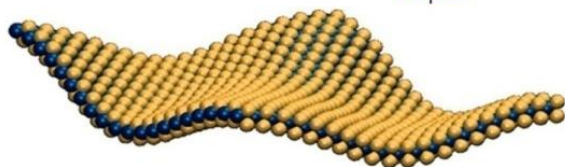
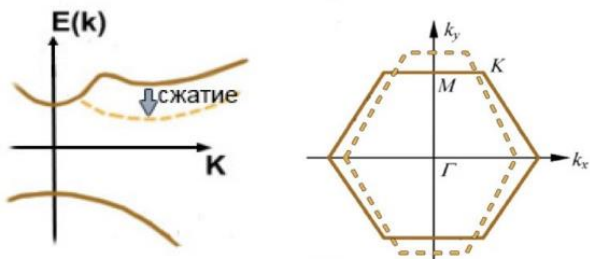
=> 1aJ (250kT)



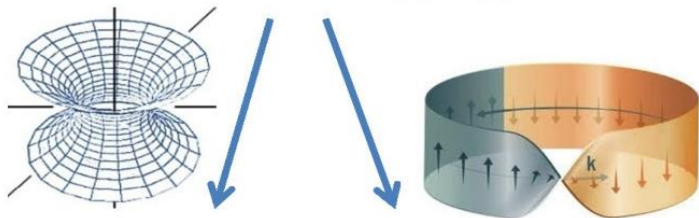
Blockchain

# Две ветви стрейнтроники

## Стрейнтроника полупроводников и 2D материалов



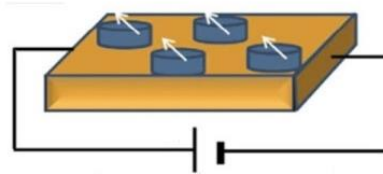
### Механическая модификация электронной структуры



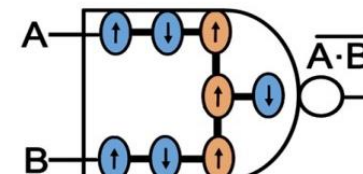
Физ. моделирование ОТО

Геометрическая фаза, топология

## Магнитная стрейнтроника

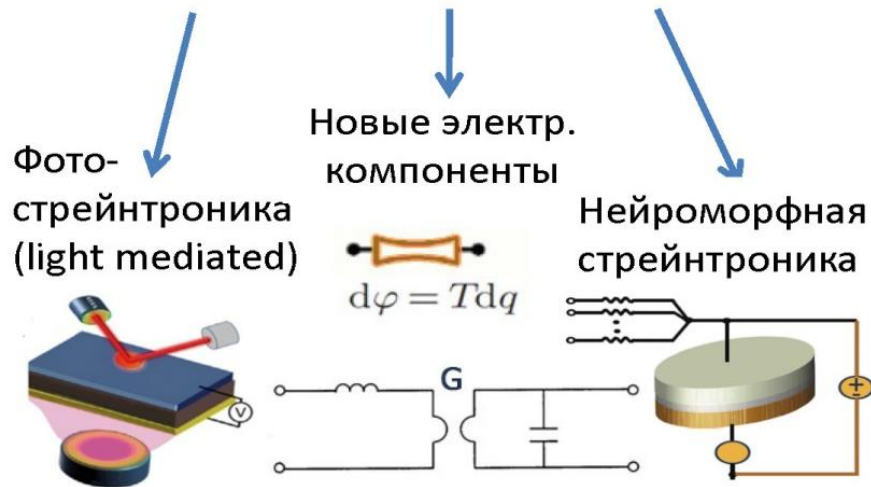


Устройства магнитной памяти



Магнитные логические схемы

## Гибридная спинтроника-стрейнтроника



А.А. Бухараев, А.К. Звездин, А.П. Пятаков, Ю.К. Фетисов

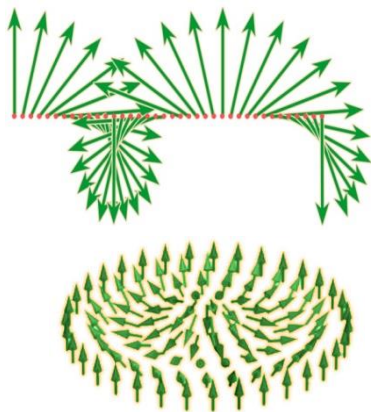
«Стрейнтроника — новое направление микро- и наноэлектроники и науки о материалах» т. 188, с. 1288–1330 (2018)



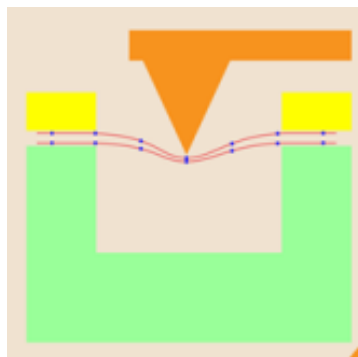
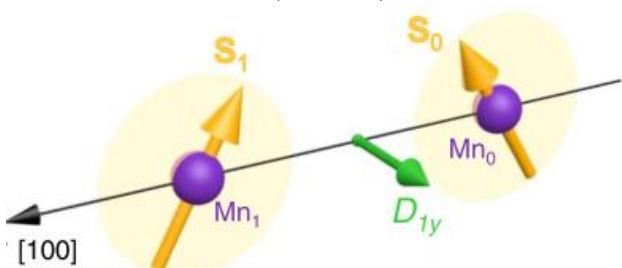


# Summary and outlook: New horizons of straintronics

**Spin  
flexoelectricity**



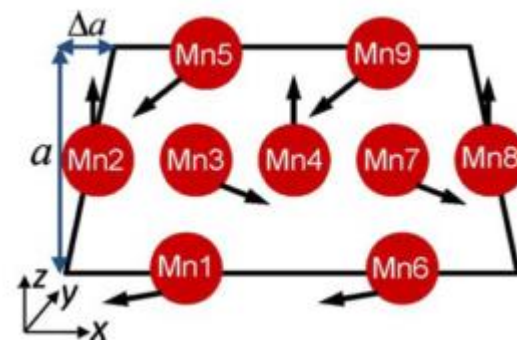
**Antisymmetrical exchange  
(DMI)**



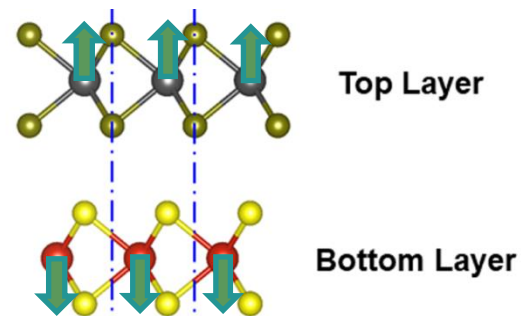
**Mechanical Control:**

- Magnetization
- Magnetoresistance
- Magnon propagation
- Skyrmion propagation

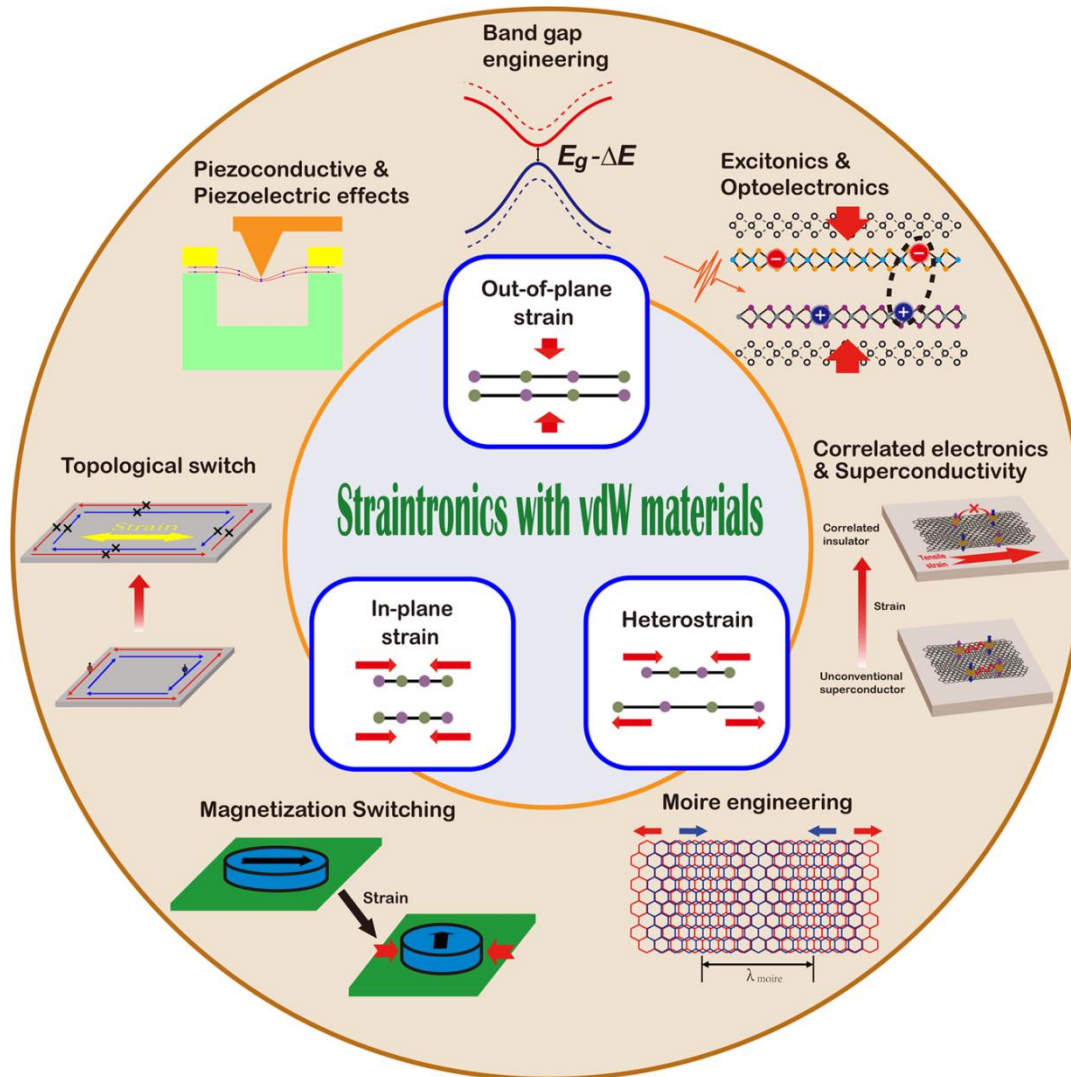
**Flexomagnetism**



**Symmetrical exchange  
(Heisenberg)**



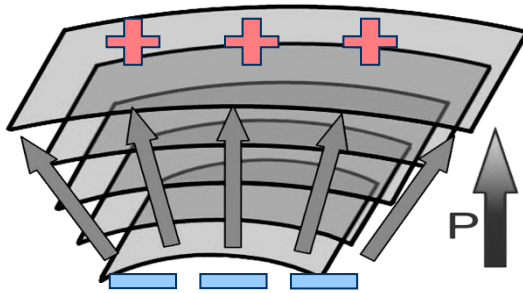
# New horizons of straintronics





# Spin flexoelectricity vs flexomagnetism

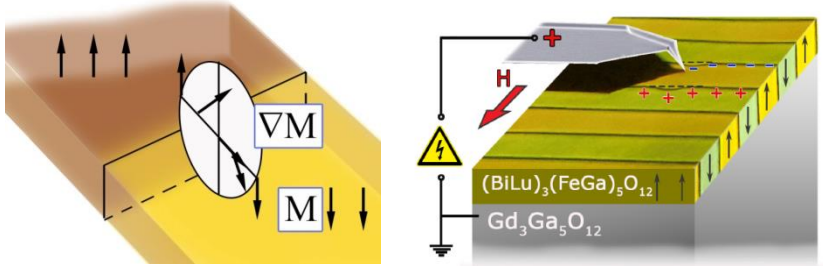
## Flexoelectric



$$P \sim m \nabla \cdot m$$

**Theory:** A. Sparavigna et al, PRB **50**, 2953

V. G. Bar'yakhtar et al,  
JETP Lett. **37**, 673 (1983) as "Inhomog. ME"



**Experiment:** A.S. Logginov et al,  
JETP Lett. V.86, n.2, p.115 (2007)

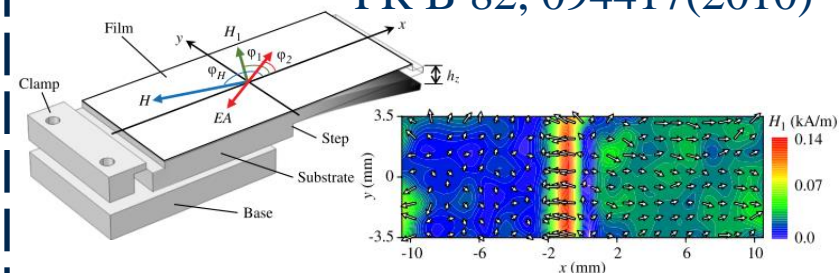
## Flexomagnetic



$$M \sim \nabla \sigma$$

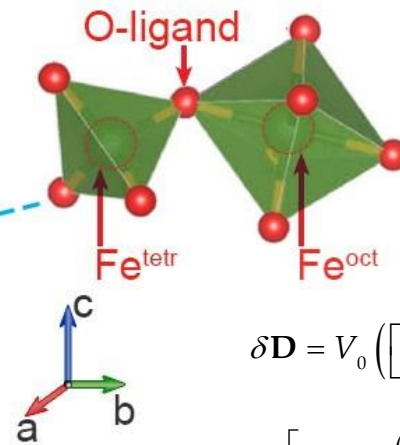
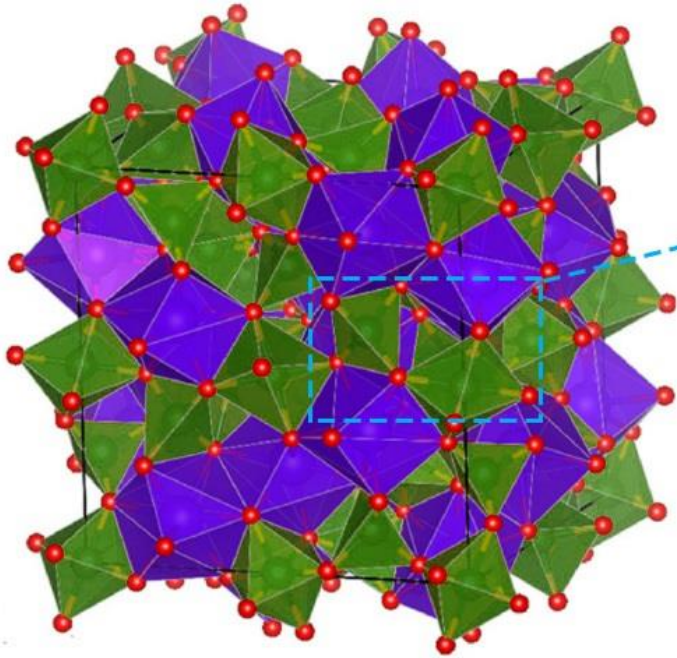
**Anal. theory:** E.A. Eliseev et al,  
Phys. Rev. B **79**, 165433 (2009)

**Ab initio:** P. Lukashev, R. Sabirianov,  
PR B **82**, 094417(2010)



**Experiment:**  
B. Belyaev et al, Phys. Status Solidi,\  
RRL 2019, 1900467

# Spin structure chirality defined by strain gradient



$$\mathbf{D}_i = V_0 \left[ \mathbf{r}_{oct} \times \mathbf{r}_{tetr} \right]$$

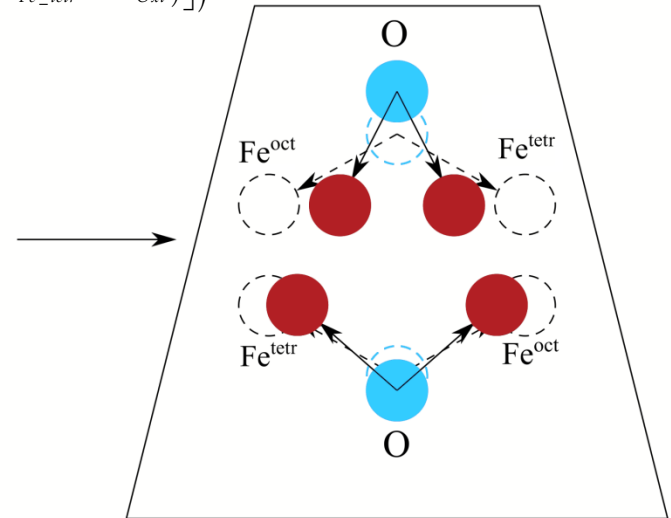
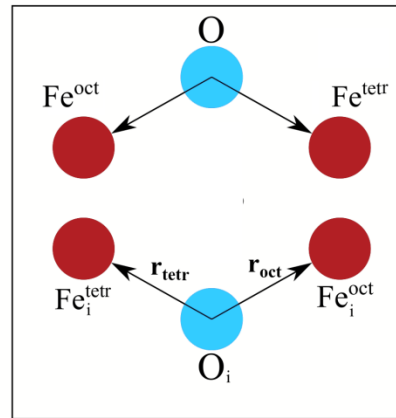
$$W = \sum_i \left( \delta \mathbf{D}_i \cdot \left[ \mathbf{s}_i \times \mathbf{s}_{i+1} \right] \right)$$

$$\delta \mathbf{D} = V_0 \left( \left[ \left( \delta \mathbf{r}_{Fe_{oct}} - \delta \mathbf{r}_{Oxi} \right) \times \left( \mathbf{r}_{Fe_{tetr}} + \delta \mathbf{r}_{Fe_{tetr}} - \delta \mathbf{r}_{Oxi} \right) \right] + \left[ \mathbf{r}_{Fe_{oct}} \times \left( \delta \mathbf{r}_{Fe_{tetr}} - \delta \mathbf{r}_{Oxi} \right) \right] \right)$$

**ME constant:**

$$\gamma = \frac{NV_0 (\mathbf{r}_{oct} - \mathbf{r}_{tetr})^2 \left| \mathbf{r}_{oct} + \mathbf{r}_{tetr} \right|}{4a^2} \nabla \epsilon$$

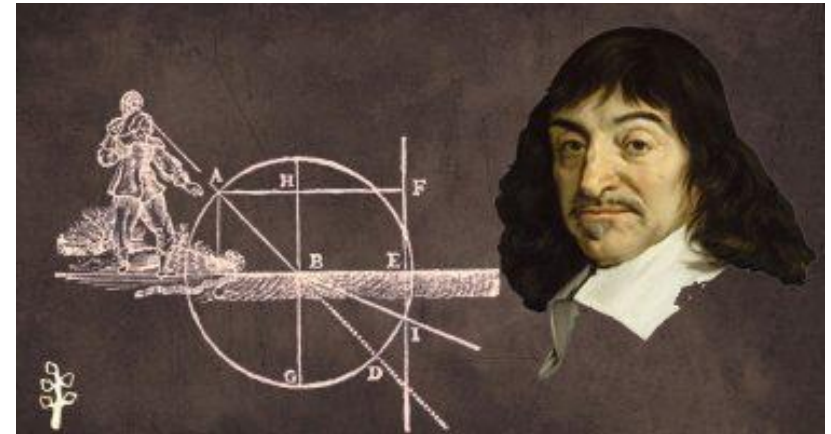
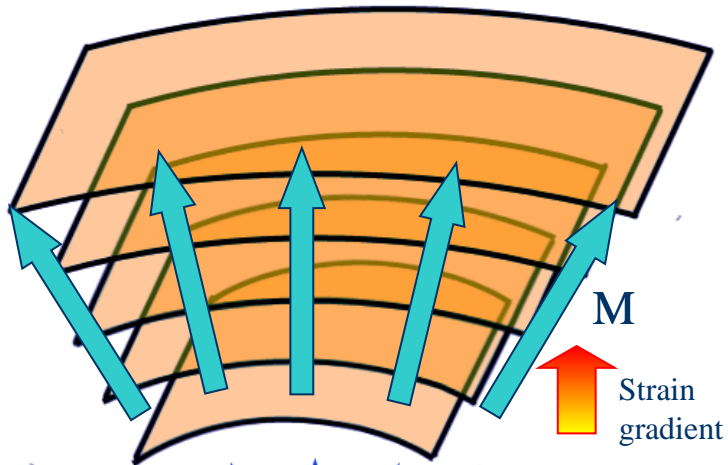
**Strain gradient  $\sim 0.3 \mu\text{m}^{-1}$**



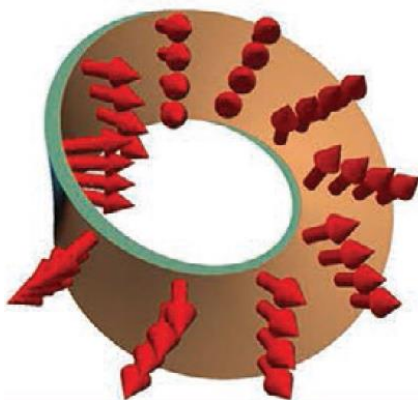


# Geometry defined magnetic structures

## Curvature-induced effects

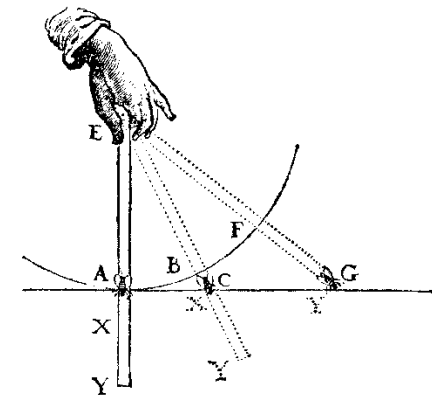
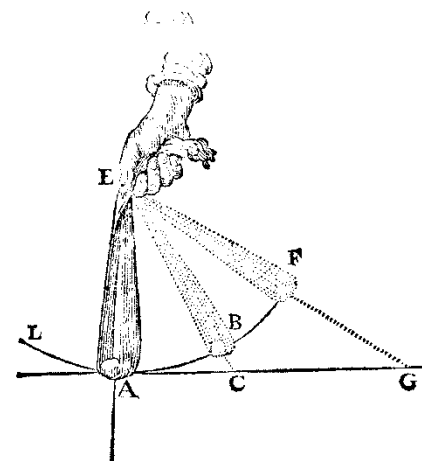


## Topologically protected domain wall



*"Toute ma Physique n'est que géométrie"*

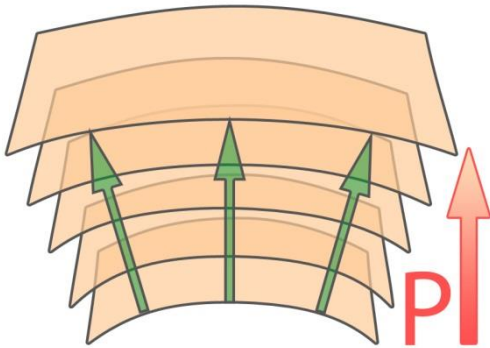
René Descartes





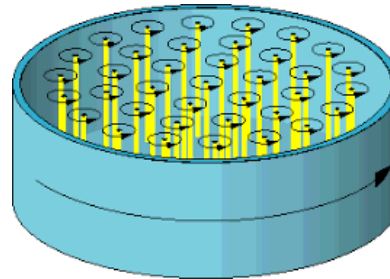
# Flexoelectric effects

Solid crystals



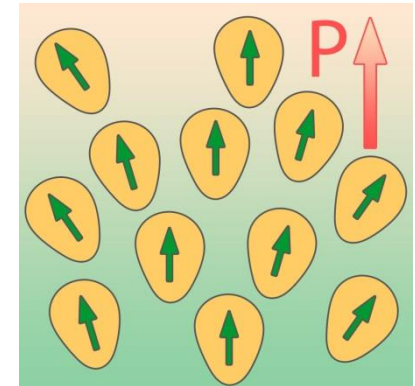
Flexoelectricity

Superfluid He



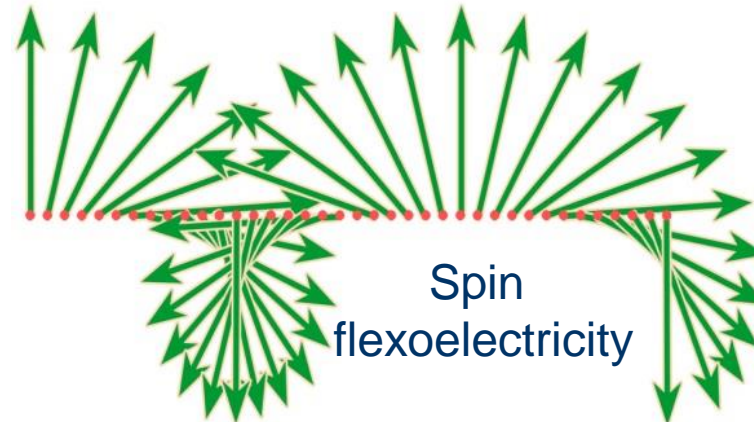
G.E. Volovik,  
JETP Lett, **39**, 200 (1984)

Liquid crystals



Yu. P. Bobylev, S. A. Pikin,  
Sov. Tech. Phys. Lett.  
**5**, 430 (1979)

Magnetic crystals



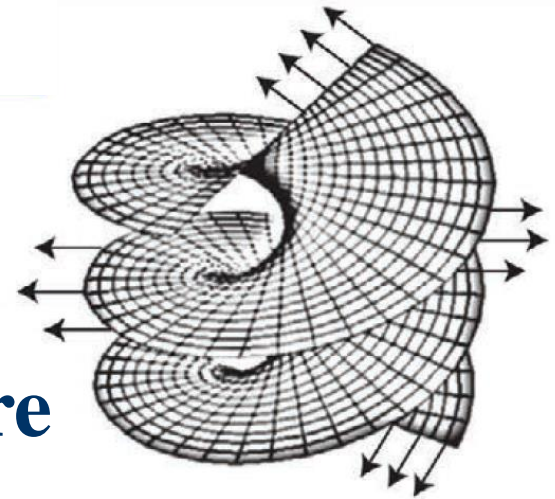
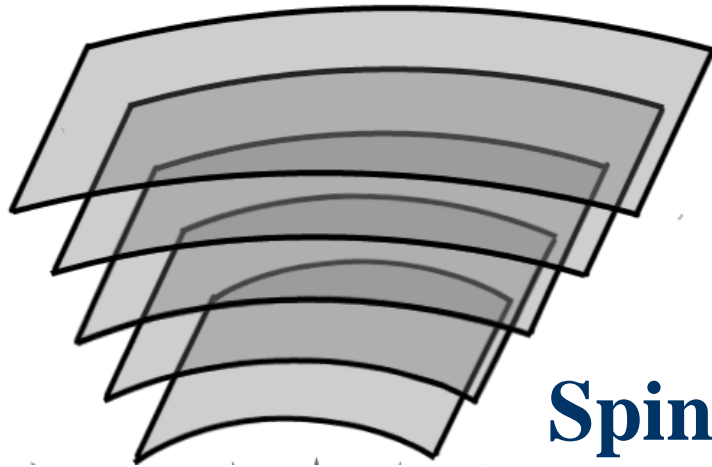
Spin  
flexoelectricity

A. Sparavigna, A. Strigazzi, and A. Zvezdin Phys. Rev. B **50**, 2953 (1994)

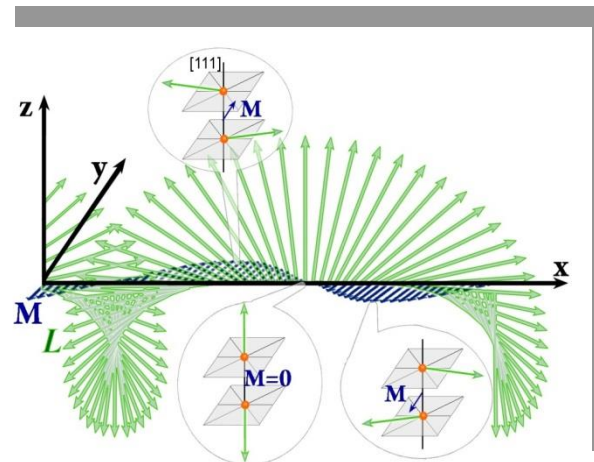


# Geometry defined magnetic structures

## Two types of distortion

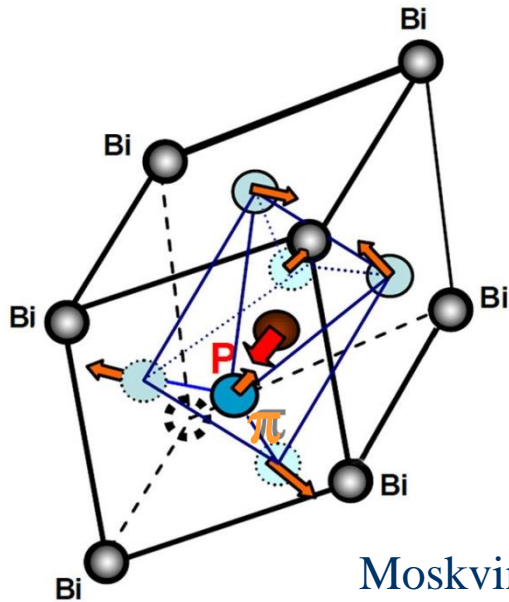


## Spin structure in BiFeO<sub>3</sub>



# Structural distortions in $\text{BiFeO}_3$

## Polar distortions $\mathbf{P}$ , $\pi$



$$H = \frac{1}{2} \sum_n^{N=6} (\mathbf{D}_n \cdot [\mathbf{s}_0 \times \mathbf{s}_n])$$

$$\mathbf{D} = V_0 [\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2]$$

Phys. Rev. 126, 896 (1962)

Moskvin A.S.// Physics of the Solid State,  
1970,v.12,p.3208



**Spin cycloid**



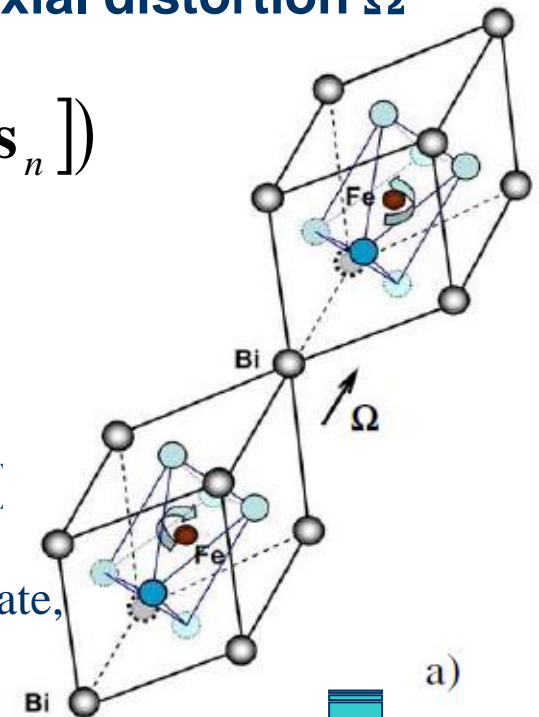
**Coexistence!**



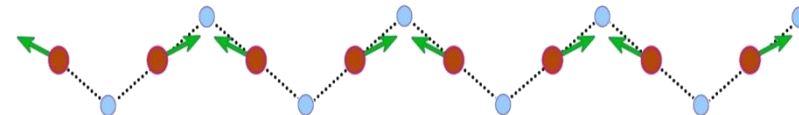
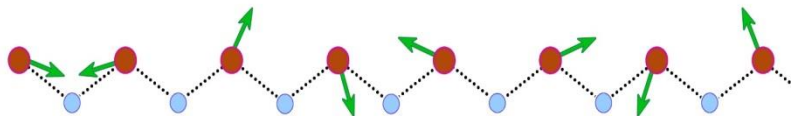
**Weak ferromagnetism**

A. Zvezdin, A. Pyatakov, EPL, **99**, 57003

## Axial distortion $\Omega$

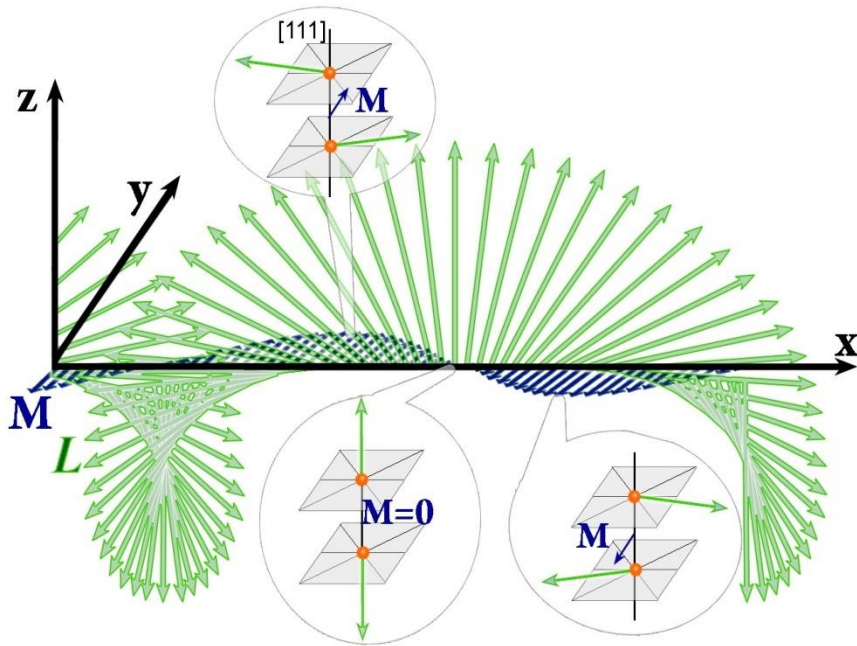


a)

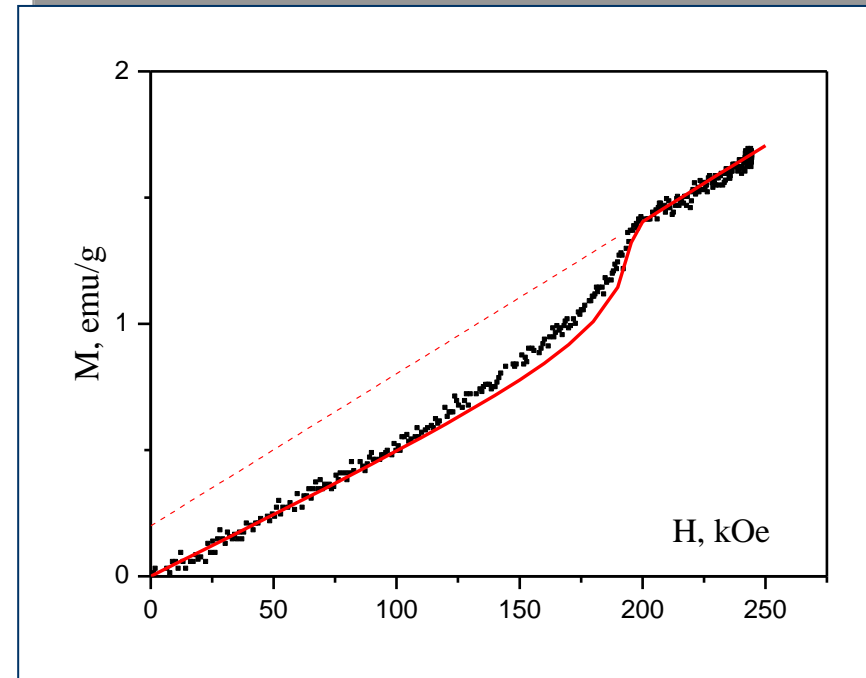




# BiFeO<sub>3</sub>: hidden magnetization



Spin canting  $\sim 1^\circ$

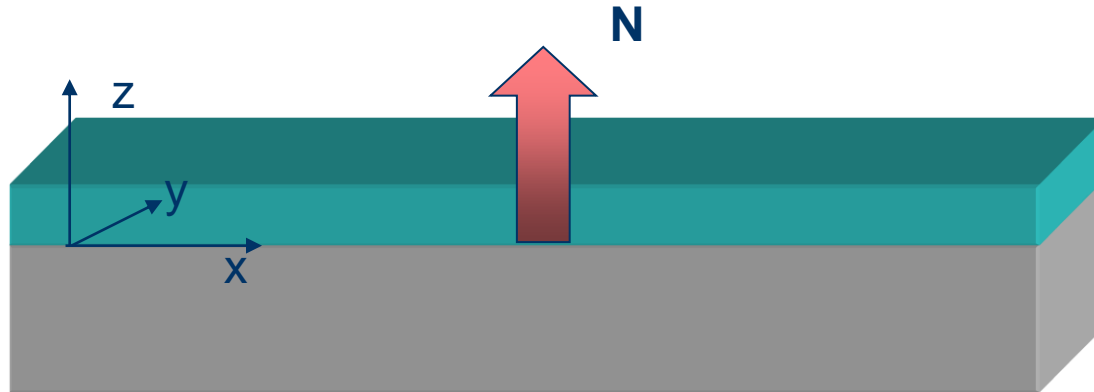


A.M. Kadomtseva et al. JETP Letters, v. 79, p. 571-581 (2004)

Masashi Tokunaga et al, J. Phys. Soc. Japan, **79**, 064713 (2010)



# Surface flexomagnetolectric effect



$$F_{Flexo} = -\gamma \mathbf{N} \cdot \left[ \mathbf{n} (\nabla \mathbf{n}) - (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{n} \right]$$

**n** – order parameter

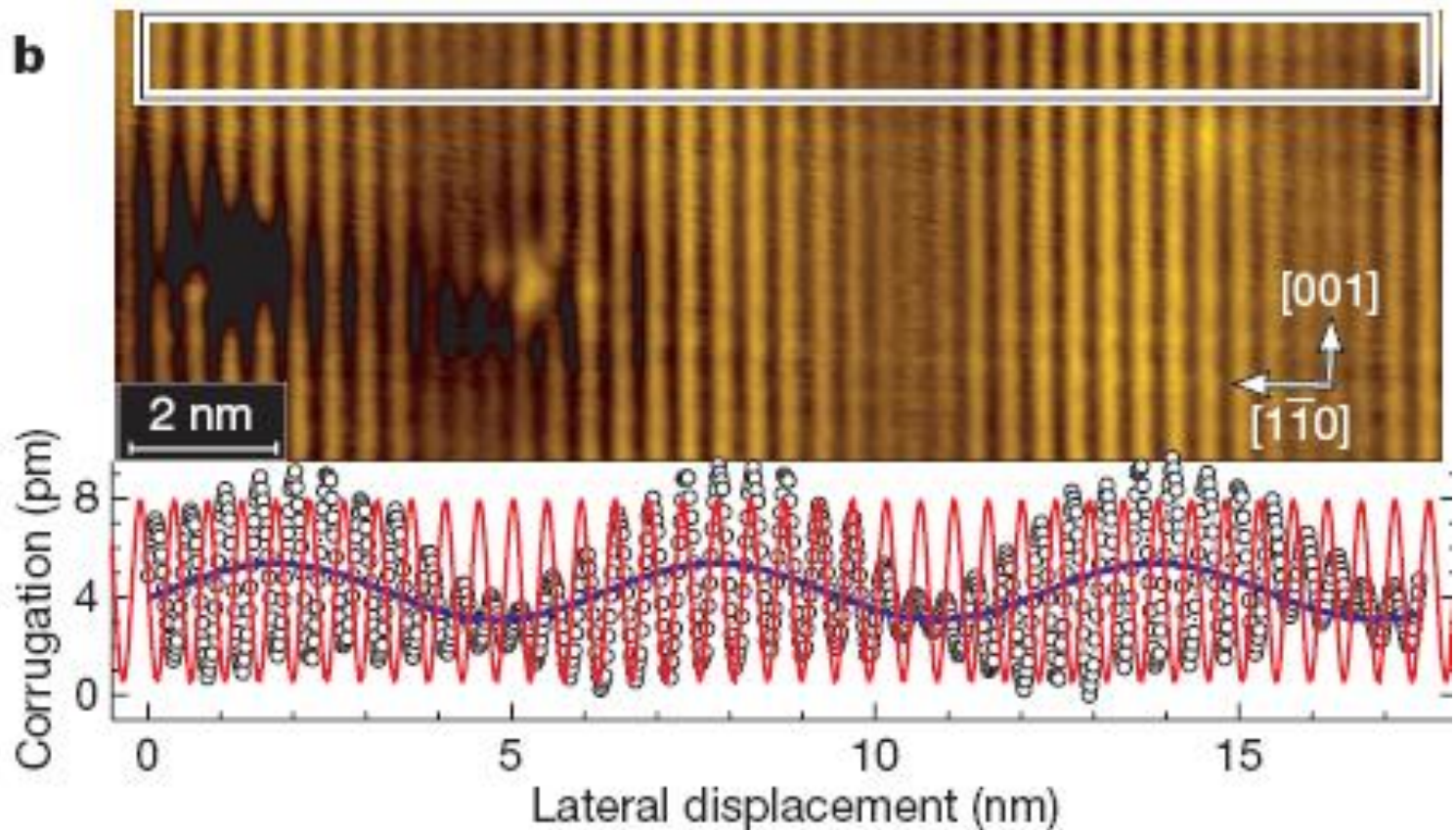
**Cycloidal structure:**  $K \ll Aq^2$   $\mathbf{n} = (\sin [2\pi/\lambda x], 0, \cos[2\pi/\lambda x])$

$\lambda = 4\pi A/\gamma$ , where **A** is (exchange) stiffness

A.K. Zvezdin, Bulletin of the Lebedev Physics institute, n.4, p.7 (2002)



# Chiral M-ordering in monolayers

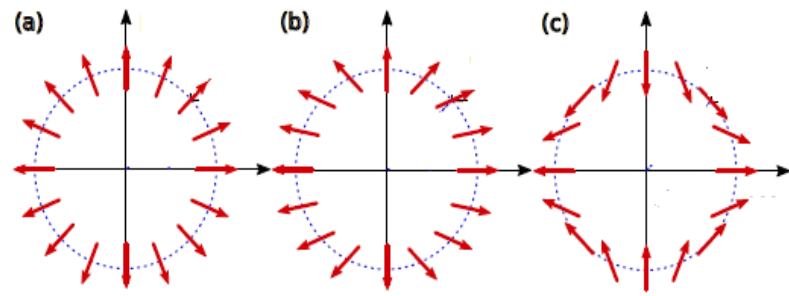
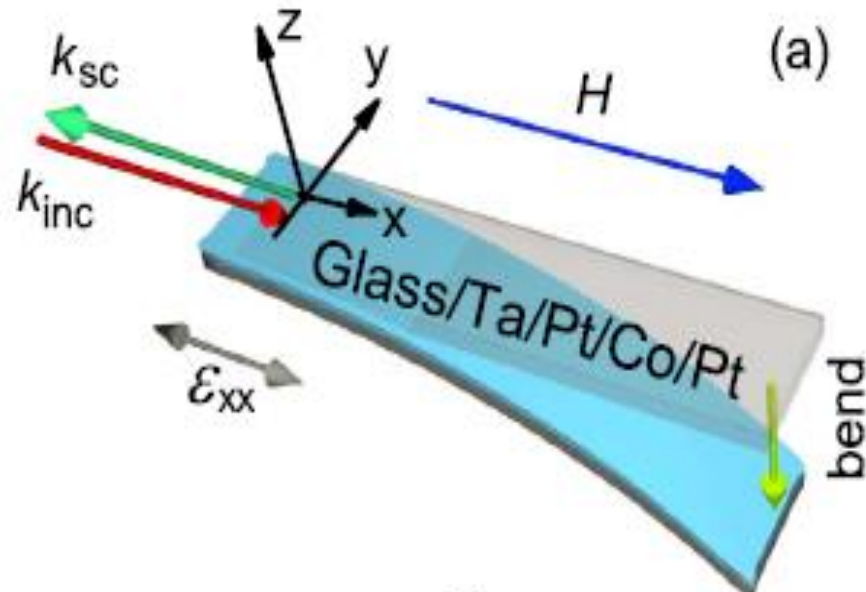


1 ML Mn/W(110) M. Bode, M. Heide, K.von Bergman et al, Nature, 447, 190 (2007)

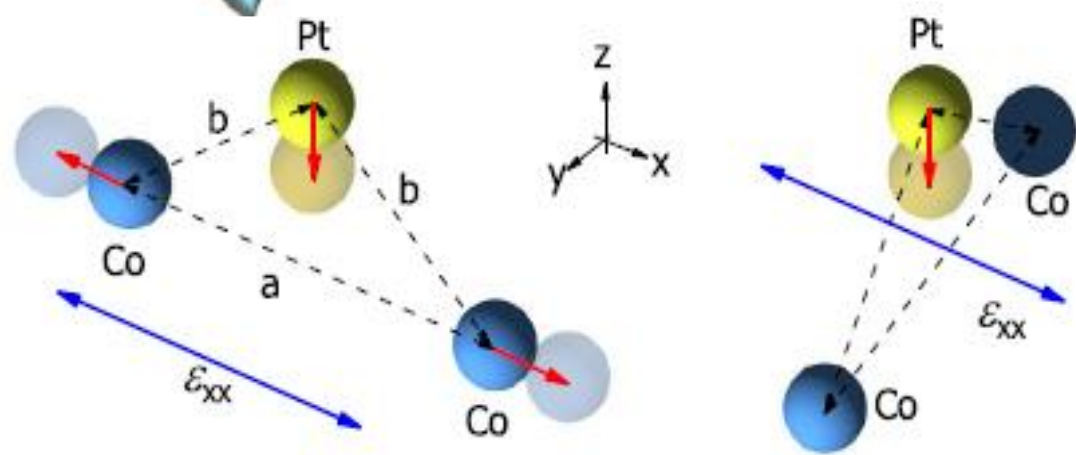
2 ML Fe/W(110) M. Heide, G. Bihlmayer, and S. Blügel, Phys. Rev. B 78, 140403(R) (2008)



# Анизотропия, наведенная растяжением

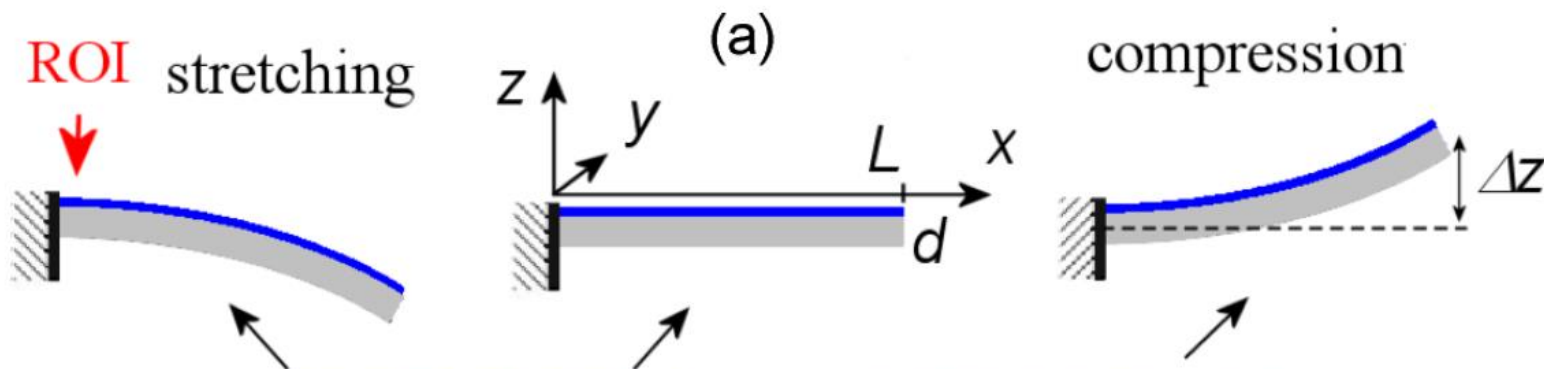


*L. Camosi et al,  
Phys. Rev. B **95**, 214422 (2017)*

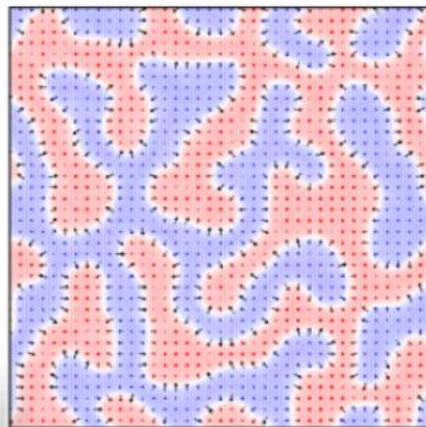


*N.S. Gusev et al, PRL, **124**, 157202 (2020)*

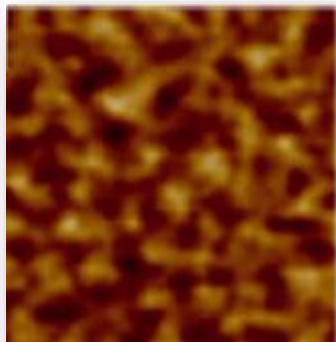
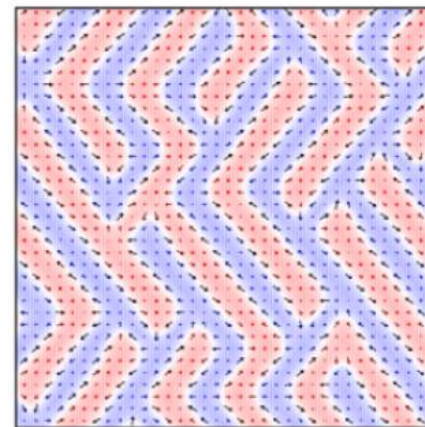
# Изменение доменной структуры при изгибе



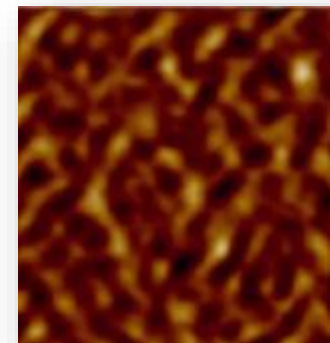
(b)



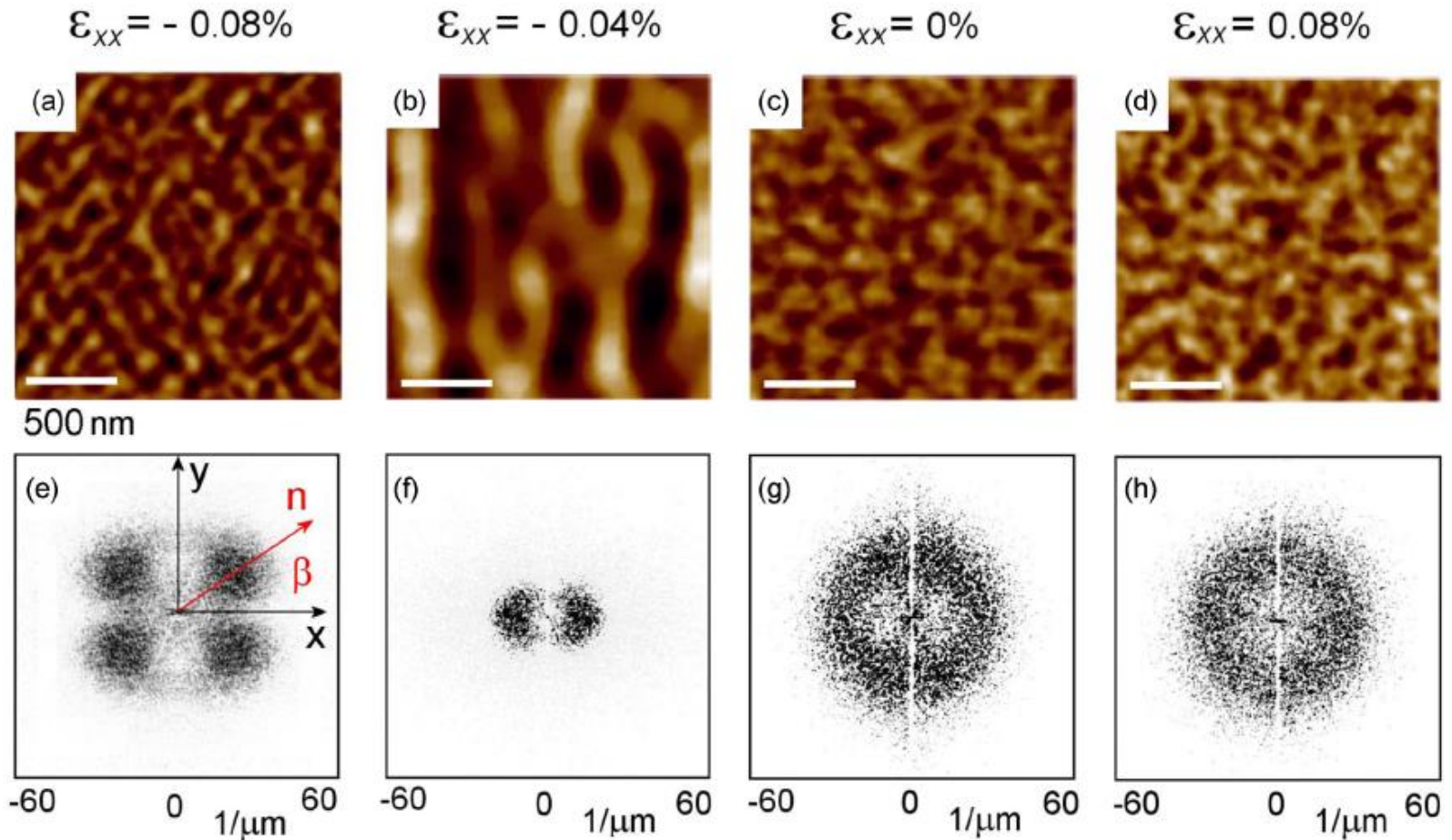
(c)



M. V. Sapozhnikov, et al,  
Zigzag domains caused by strain-induced  
anisotropy of the Dzyaloshinskii-Moriya  
interaction, Phys. Rev. B 105, 024405



# Изменение доменной структуры при изгибе

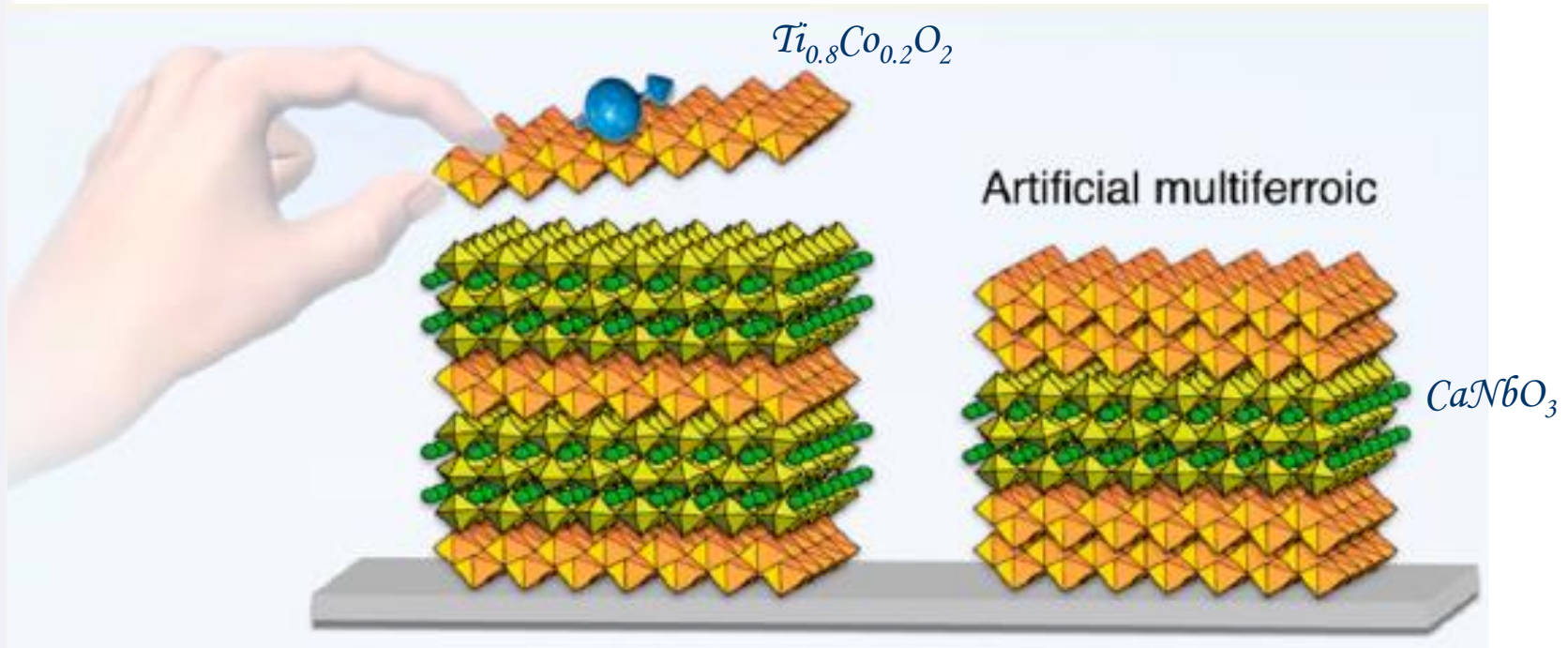


M. V. Sapozhnikov, et al, Phys. Rev. B 105, 024405



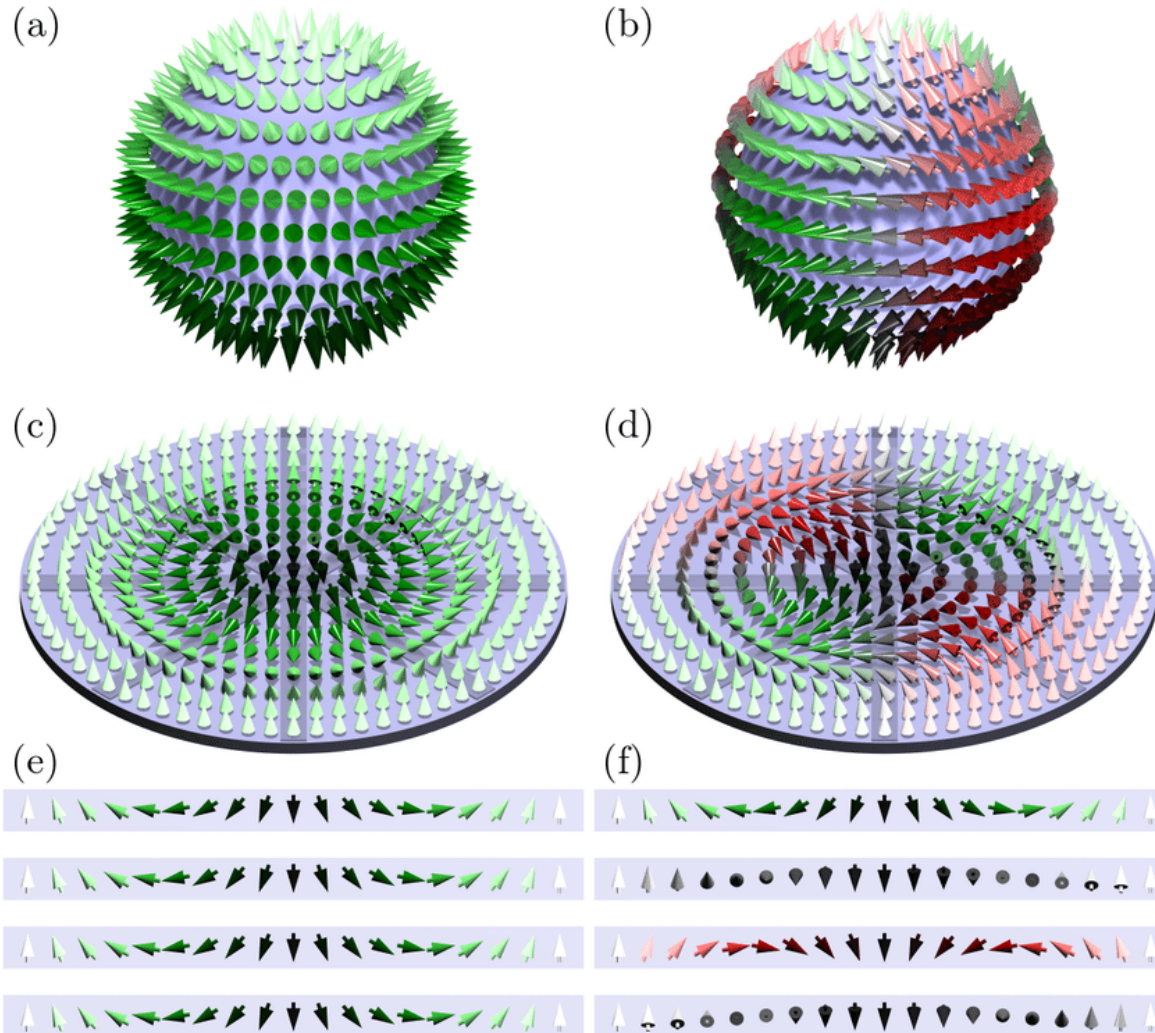
# Сверхрешетки

## «Магнитоэлектрический конструктор»



*B.-W. Li, M. Osada, Y. Ebina et al,  
Coexistence of Magnetic Order and Ferroelectricity at 2D Nanosheet Interfaces  
J. Am. Chem. Soc. 138, 7621 (2016)*

# Скирмион и антискирмион



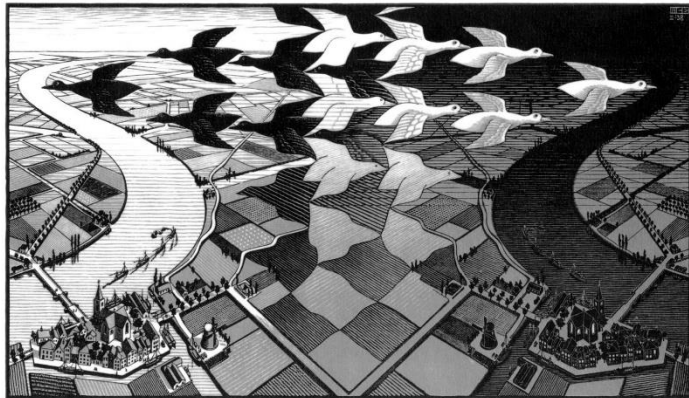
Hoffmann, M *et al.* *Nat Commun* **8**, 308 (2017).





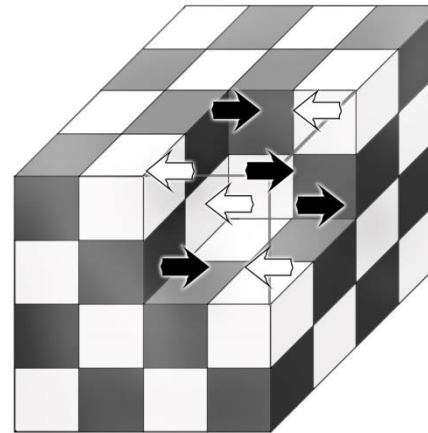
# Магнитоэлектрическая взаимосвязь

## Симметрия: P- и T-нечетные среды

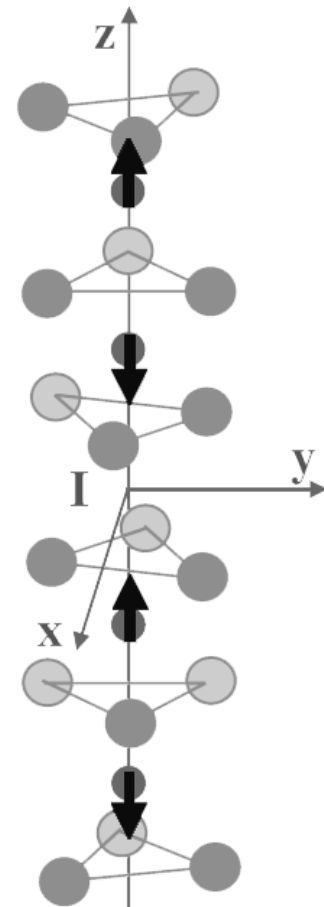


Морис Эшер «День и ночь» 1938

$$\mathbf{L} = \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2$$



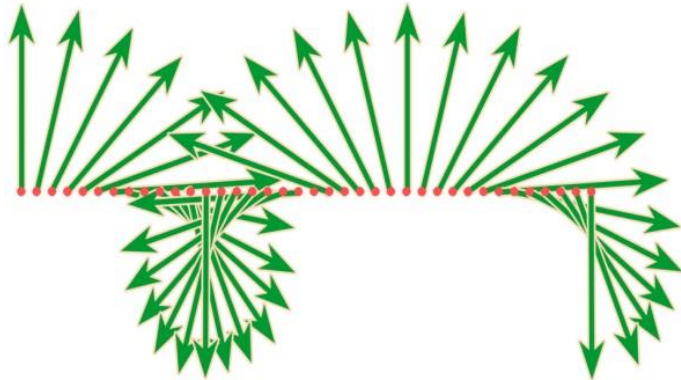
$$M_i L_j P_k$$





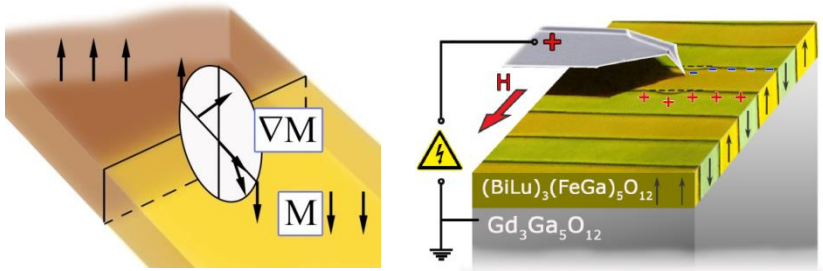
# Spin flexoelectricity vs flexomagnetism

## Flexomagnetoelectric



**Term “flexomagnetoelectric”:**

A.K. Zvezdin, A.P. Pyatakov,  
Phys. Status Solidi B **246**, 1956 (2009)



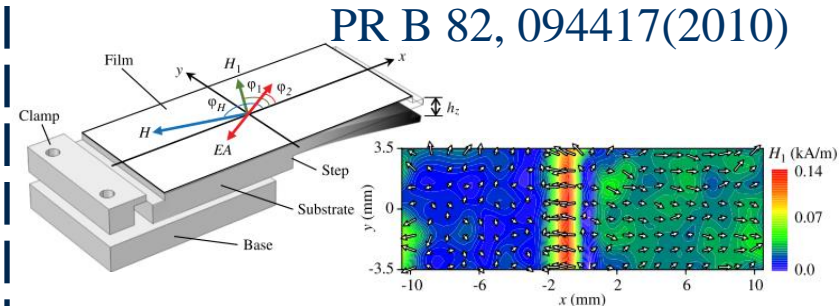
**Experiment:** A.S. Logginov et al,  
JETP Lett. V.86, n.2, p.115 (2007)

## Flexomagnetic



**Anal. theory:** E.A. Eliseev et al,  
Phys. Rev. B 79, 165433 (2009)

**Ab initio:** P. Lukashev, R. Sabirianov,  
PR B 82, 094417(2010)



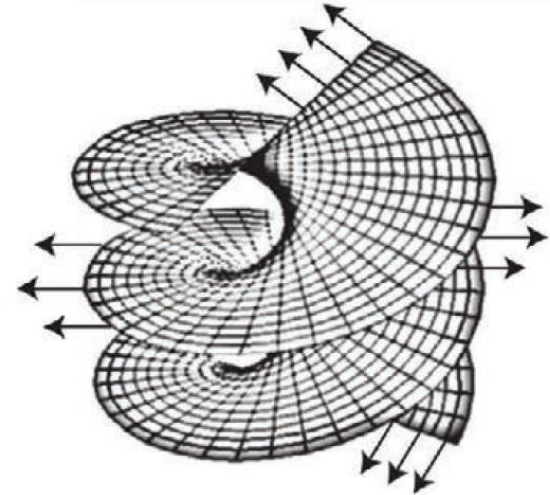
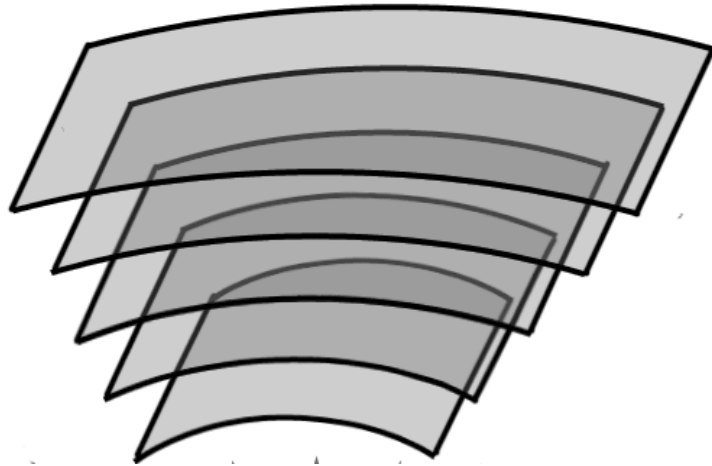
**Experiment:**

B. Belyaev et al, Phys. Status Solidi,\  
RRL 2019, 1900467

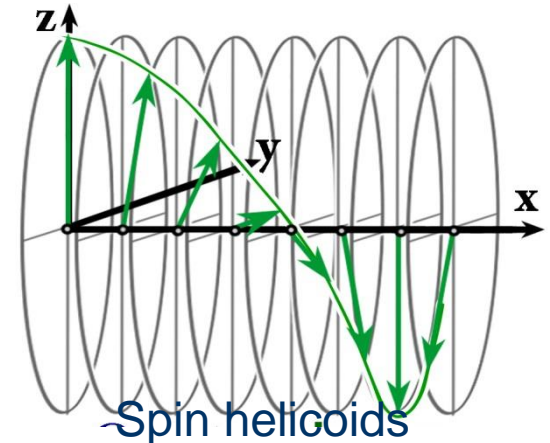
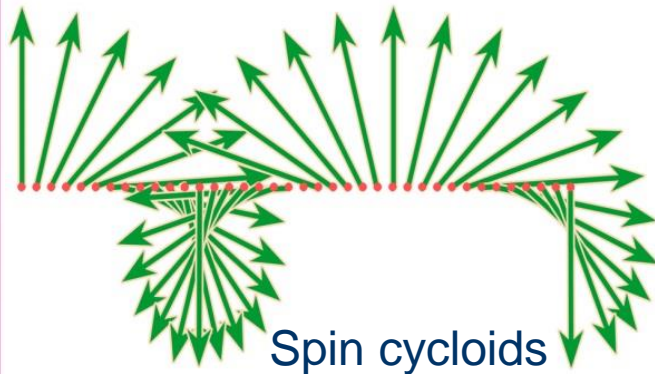


# Geometry defined magnetic structures

## Two types of distortion



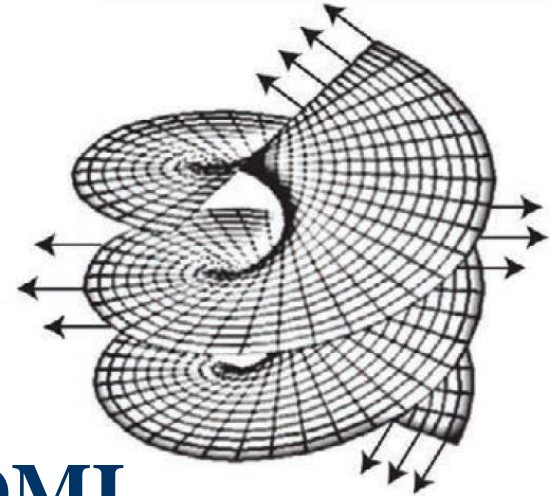
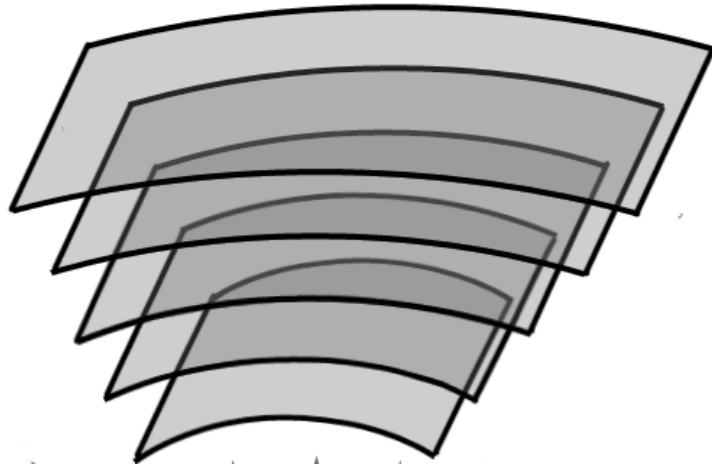
## Two types of spin structures





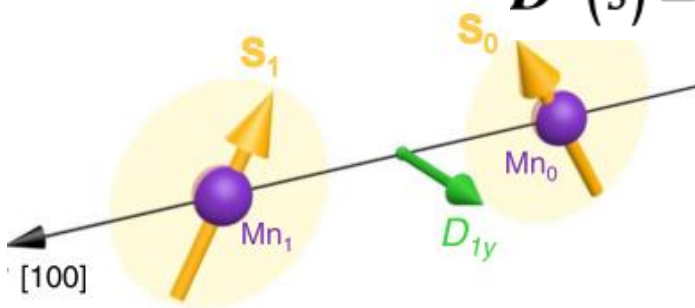
# Geometry defined magnetic structures

## Two types of distortion

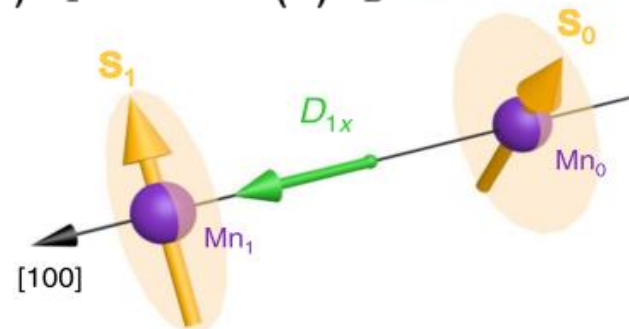


## Two types of DMI

$$D^E(s) = -2A\tau(s)e_T - 2A\kappa(s)e_B$$



cycloid interaction

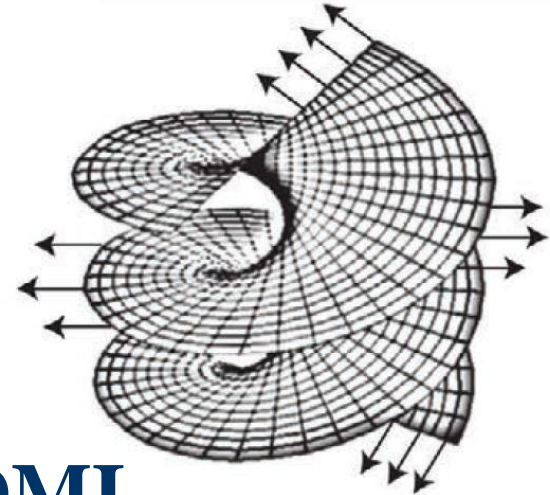
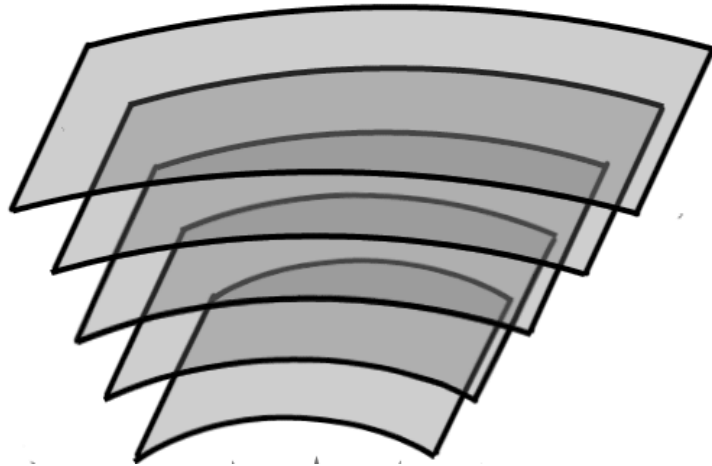


helical interaction



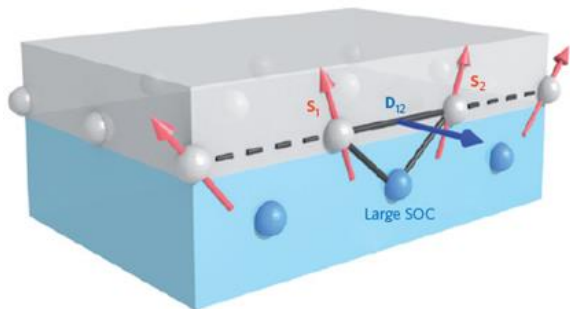
# Geometry defined magnetic structures

## Two types of distortion

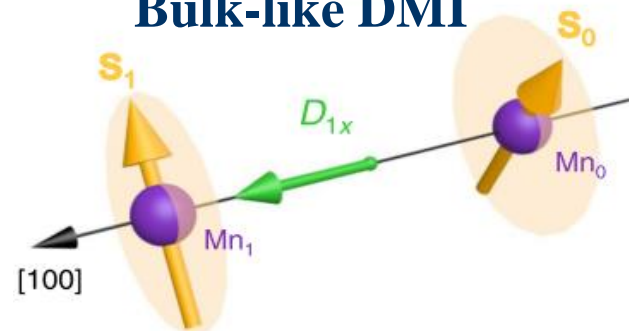


## Two types of DMI

### Interface-induced DMI



### Bulk-like DMI

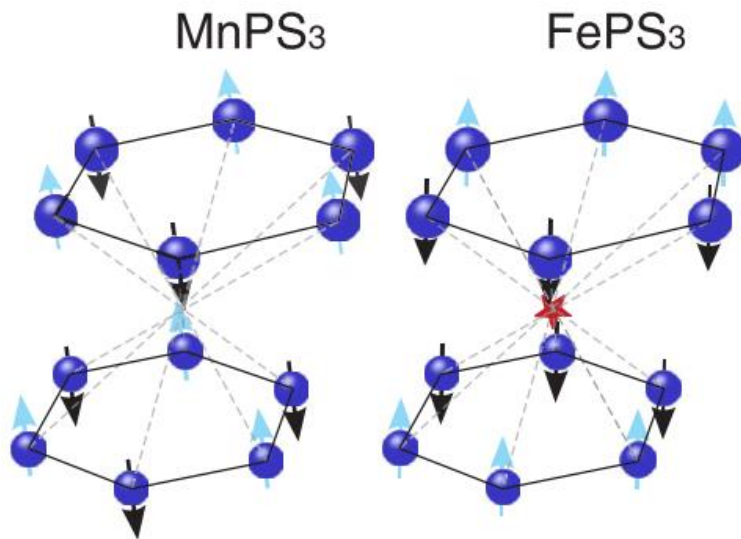


PRL, 127, 117204

helicoid interaction

# Antiferromagnetic order and ME effect

## AFM ordering in 2D materials

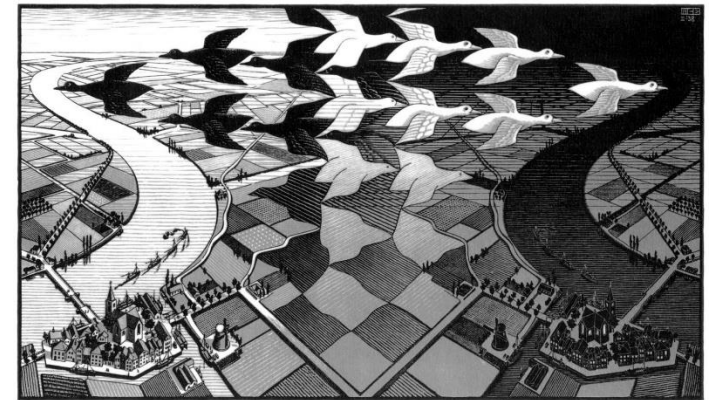


Neel-type

zigzag-type

PRL, 124, 027601 (2020)

## AFM bridges the gap between E and M



Maurits C. Escher «Day and night» 1938

$$\mathbf{L} = \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2$$

$$M_i L_j P_k$$