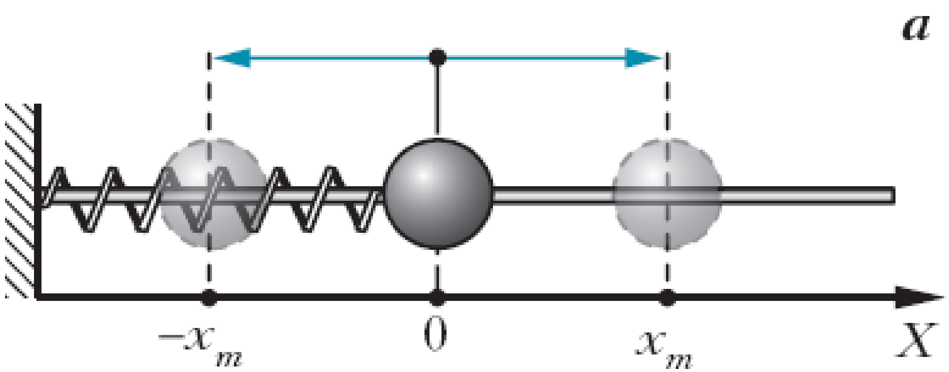
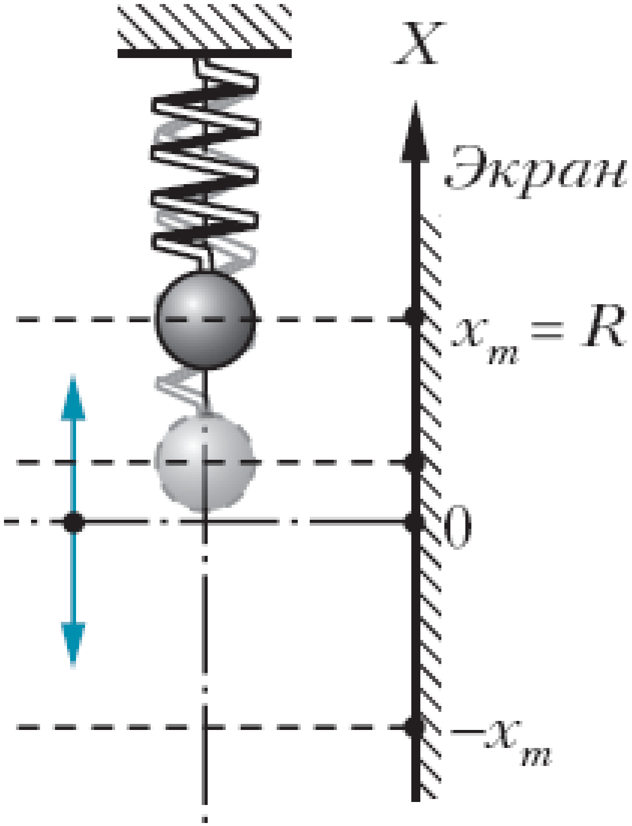
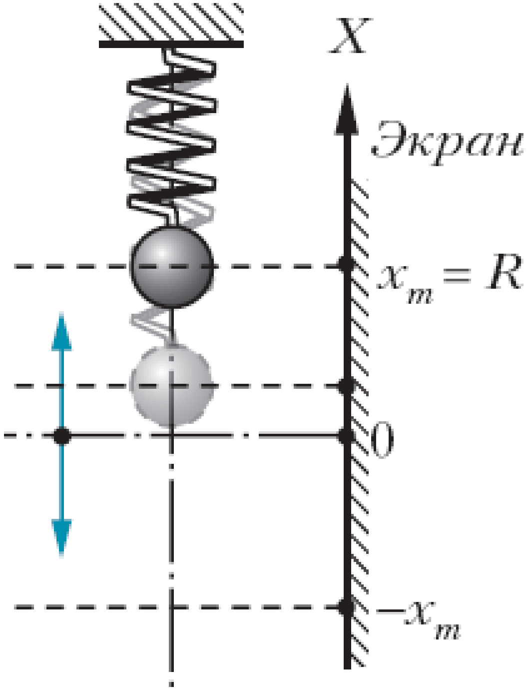
Различные подходы к решению задач о механических колебаниях

Грузик на пружинке:





Динамический подход



В положении равновесия:

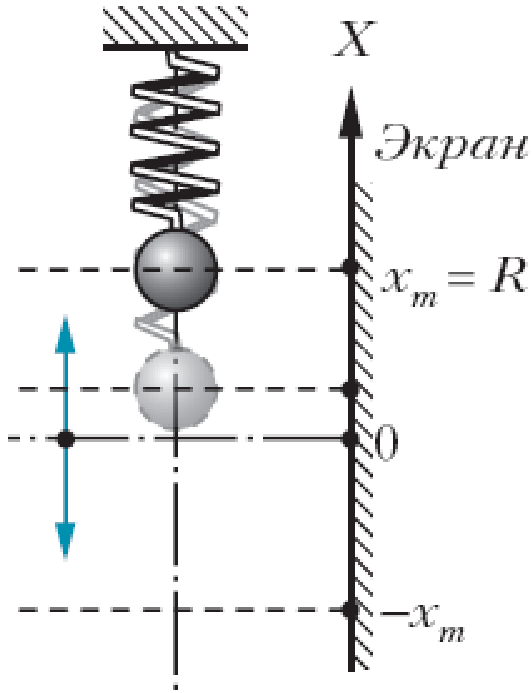
$$mg - k\Delta l_0 = 0$$

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$$

Не очень удачный выбор начала отсчета: 0 – положение конца недеформированной пружины

$$-kx + mg = ma = m\ddot{x}$$

Динамический подход



Проблема

$$m\ddot{x} = -kx + mg$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}\left(x - \frac{mg}{k}\right)$$

Замена: $y = \left(x - \dfrac{mg}{k}\right)$

Поскольку: $\ddot{x} = \ddot{y}$

$$\ddot{y} = -\frac{k}{m}y \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$y(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

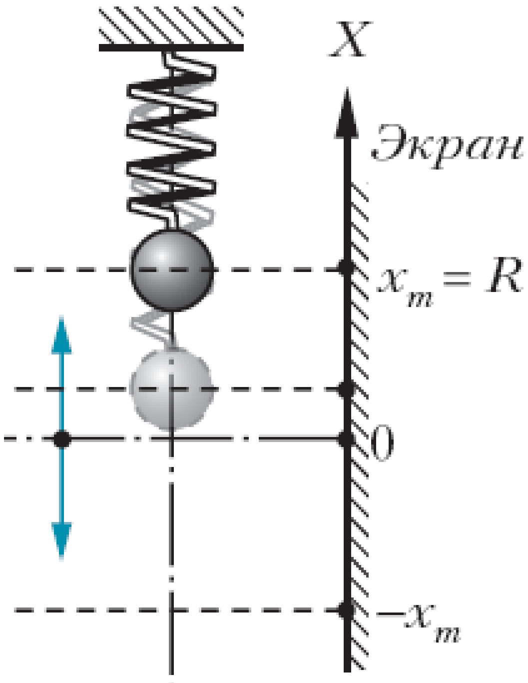
Динамический подход

$$y(t) = A\,cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x(t) = y(t) + \frac{mg}{k}$$

$$x(t) = \frac{mg}{k} + A\,cos(\omega t + \varphi_0)$$

Динамический подход



Можно поступить проще: удачный выбор начала отсчета ИСО: 0 – положение равновесия, x – смещение из положения равновесия

$$F_{упр} = -k(\Delta l_0 + x)$$

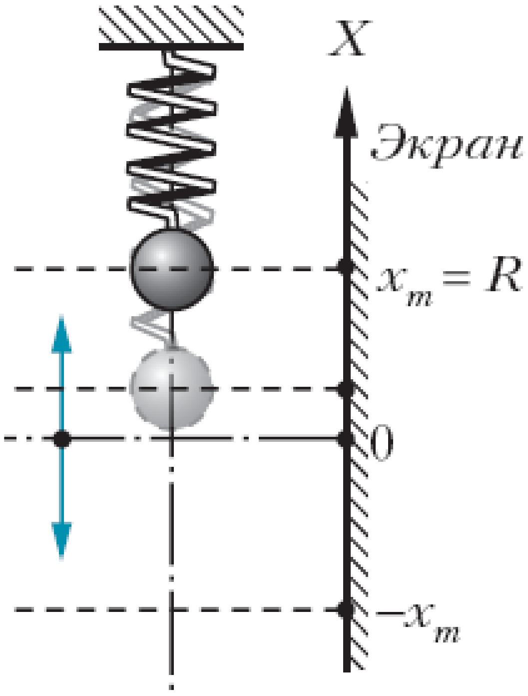
$$-k(\Delta l_0 + x) + mg = m\ddot{x}$$

$$-k\Delta l_0 - \cancel{kx} + \cancel{mg} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Динамический подход



Что такое –*kx*?

$$-kx = m\ddot{x}$$

Это **сумма** силы упругости и силы тяжести, т.е. **возвращающая сила** – сумма сил, стремящаяся вернуть тело в положение равновесия.

Динамический подход

Признак гармоничности колебаний:

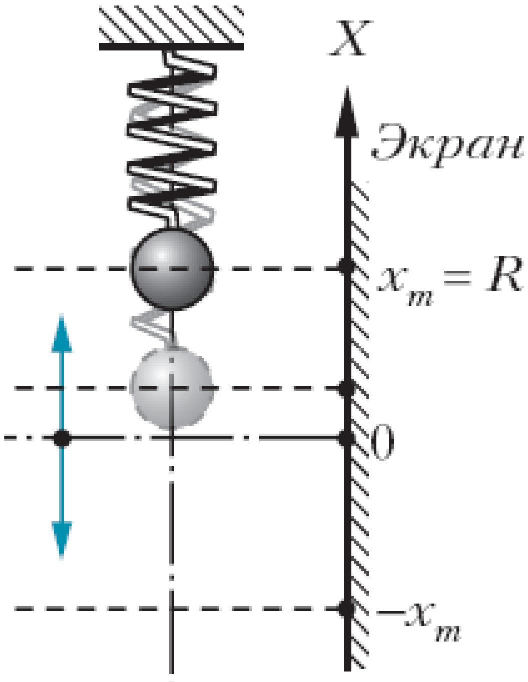
1. Сила пропорциональна смещению
2. Сила противонаправлена смещению

$$\boldsymbol{F}_{\text{возвр}} \sim -\boldsymbol{x}$$

$$\boldsymbol{F}_{\text{возвр}} = -\boldsymbol{kx} = \boldsymbol{m\ddot{x}}$$

При решении задач о механических колебаниях **главная цель – найти *k***

Энергетический подход



0- положение равновесия

$$К + П = const$$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = const$$

Возьмем производную по времени:

$$\dot{x} = v$$

$$\frac{m}{2} 2\dot{x}\ddot{x} + \frac{k}{2} 2\dot{x}x = 0$$

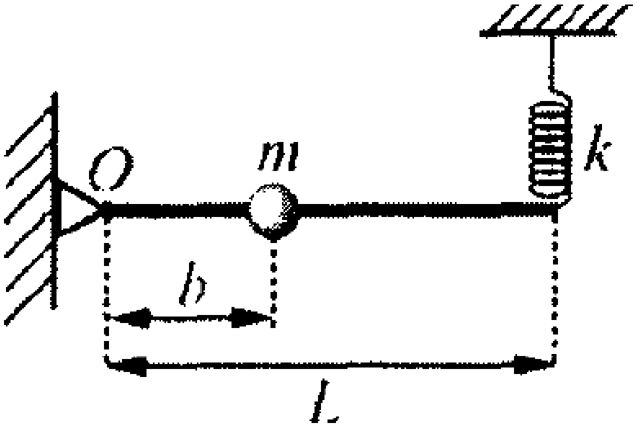
$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x$$

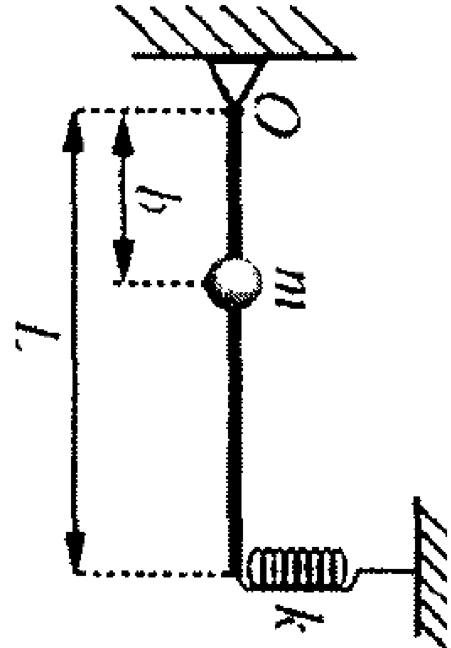
Какой физический смысл $П = \frac{kx^2}{2}$?

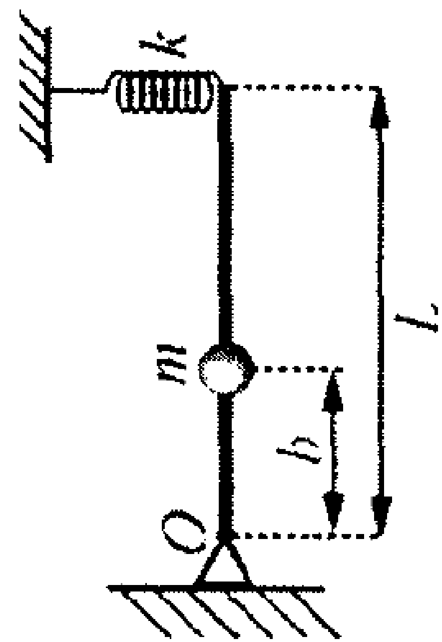
Энергетический подход

$$П = \frac{kx^2}{2}$$

- это работа возвращающей силы (равной -*kx*), т.е. суммы двух потенциальных сил тяжести и упругости по возвращению системы в положение равновесия. Иными словами, это потенциальная энергия ВСЕЙ системы, при условии, что 0 потенциальной энергии соответствует положению равновесия.


O
m
k
b
L


O
b
m
L
k


k
L
m
b
O