




ЗАДАЧИ В ЕГЭ С ОБОСНОВАНИЕМ ПРИМЕНИМОСТИ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ЗАКОНОВ

Первые впечатления
от ответов учащихся

В.А.Грибов

*Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,
XI летняя школа учителей физики,
Красновидово, 06 июля 2023 года*



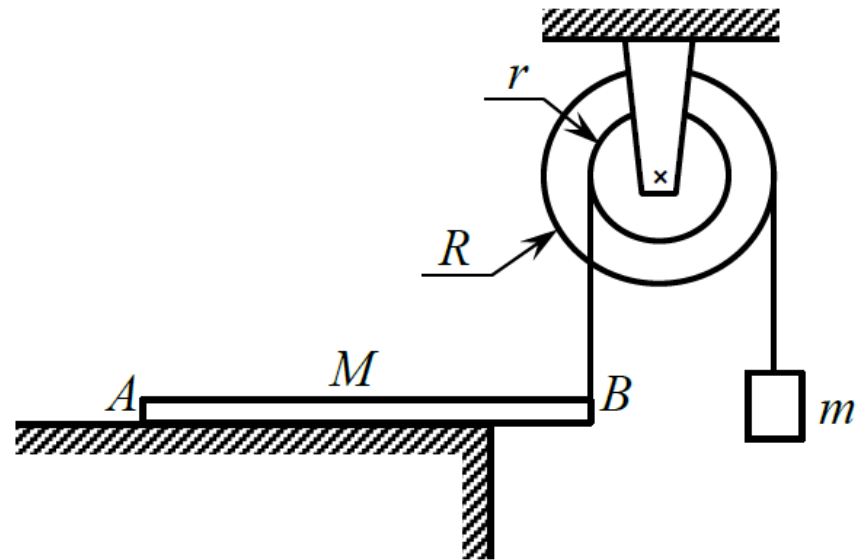
В 2022 году в вариантах КИМ ЕГЭ по физике среди задач с развёрнутым решением впервые появилась задача, в которой надо не только представить решение, но и обосновать применимость используемых законов и моделей.

В 2022 году это была задача по механике по темам «Динамика» и «Законы сохранения».

В 2023 году добавилась ещё одна тема – «Статика».

Пример задачи по статике.

Однородный брусок AB массой $M = 5$ кг постоянного прямоугольного сечения лежит на гладкой горизонтальной поверхности стола, свешиваясь с него менее чем наполовину (см. рисунок). К правому концу бруска прикреплена лёгкая нерастяжимая нить. Другой конец нити закреплён на меньшем из двух дисков идеального составного блока. На большем диске этого блока закреплена другая лёгкая нерастяжимая нить, на которой висит груз массой m . Диски скреплены друг с другом, образуя единое целое. $R = 10$ см, $r = 6$ см.



Покажите на рисунке силы, действующие на брусок M , блок и груз m .

Найдите максимальное значение m , при котором система тел остаётся неподвижной.

Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

Обоснование

1. Выберем систему отсчёта, неподвижно связанную с Землёй, и будем считать её инерциальной (ИСО).

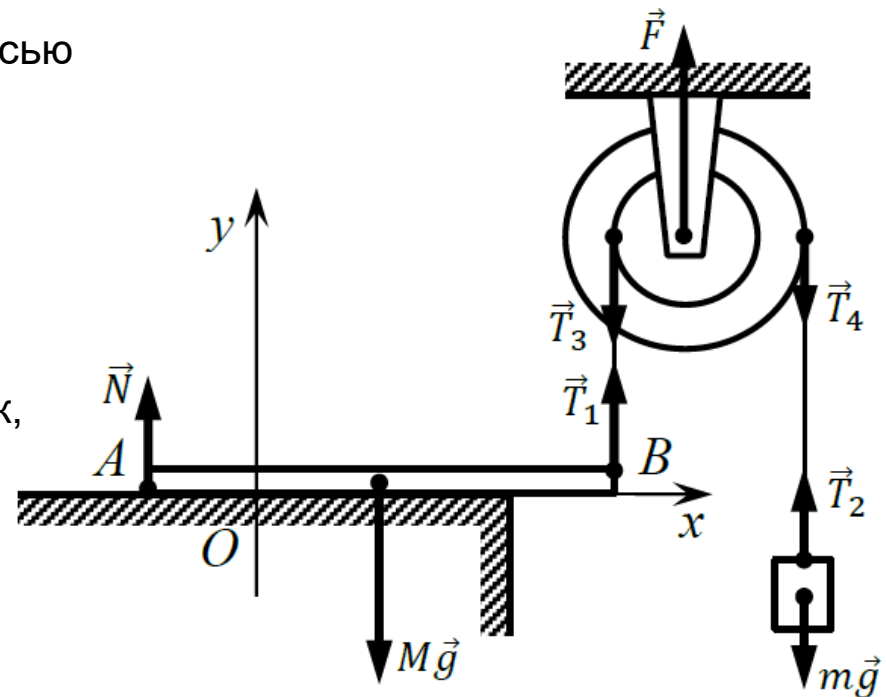
2. Брусок будем считать твёрдым телом с осью вращения, проходящей перпендикулярно плоскости рисунка через точку A . Условие равновесия твёрдого тела относительно вращения на оси – равенство нулю суммы моментов сил, приложенных к телу, относительно этой оси.

3. Нити нерастяжимы: если покоится брусок, то покоятся и все остальные тела системы.

4. Нити лёгкие, поэтому величина силы натяжения каждой нити в любой её точке одна и та же. В том числе: $T_1 = T_3$, $T_2 = T_4$ (см. рисунок в решении).

5. Блок идеальный (трения в осях нет, масса блока пренебрежимо мала). Поэтому условие равновесия блока – равенство нулю суммы моментов сил натяжения нитей относительно оси блока.

6. Груз может двигаться только поступательно вдоль вертикальной оси Oy , лежащей в плоскости рисунка. Поэтому для груза используем модель материальной точки и применяем второй закон Ньютона. Вследствие этого условие равновесия – сумма приложенных к грузу сил равна нулю.



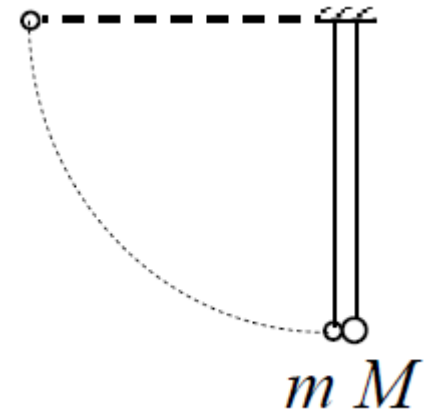


Таким образом, в обосновании требуется сделать следующие шаги:

1. Выбрать систему отсчёта, которую в условиях данной задачи можно считать инерциальной (ИСО).
2. Для каждого тела (здесь это брусок, груз, блок и нити) выбрать модель, которой это тело будет описано. И если для блока и нитей эти модели уже заданы в условии, то для груза и бруска их надо сформулировать самостоятельно.
3. Для каждого тела (брусок, груз, блок и нити) сформулировать условие, которым описывается его поведение в данной задаче: условие равновесия относительно вращения для бруска и для блока, второй закон Ньютона для груза, постоянство величины сил натяжения вдоль каждой из нитей.

Пример задачи на законы сохранения.

Два маленьких шарика массами m и M висят, соприкасаясь, на вертикальных нитях (см. рисунок). Левый шарик отклоняют на угол 90° и отпускают с начальной скоростью, равной нулю. Чему равен максимальный угол отклонения нитей с шариками после того, как шарики абсолютно неупруго столкнутся? Сопротивлением воздуха пренебречь. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.



Обоснование

1. Систему отсчёта, связанную с Землёй, считаем инерциальной (ИСО).
2. Шарики m и M описываем моделью материальной точки, так как их размеры малы по сравнению с длинами нитей.
3. При движении шарика m по окружности от начального положения до столкновения шариков на него действуют потенциальная сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити \vec{T} . Сила \vec{T} направлена по нити, то есть по радиусу окружности, а скорость \vec{v} шарика m направлена по касательной к окружности. Поэтому в любой точке траектории шарика $\vec{T} \perp \vec{v}$, и работа силы \vec{T} при движении шарика от начального положения до места столкновения шариков равна нулю. Следовательно, при этом движении сохраняется механическая энергия шарика.
4. По аналогичной причине сохраняется механическая энергия шариков после их абсолютно неупругого столкновения.
5. Закон сохранения импульса системы тел выполняется в ИСО в проекциях на выбранную ось, если сумма проекций внешних сил на эту ось равна нулю. В данном случае выбранную ось направим горизонтально вправо, по направлению скорости шарика m перед столкновением. При столкновении все внешние силы, действующие на систему тел «шарик m + шарик M » (силы тяжести $m\vec{g}$ и $M\vec{g}$, а также силы натяжения нитей) вертикальны, их проекции на горизонтальную ось равны нулю. Следовательно, в ИСО проекция импульса системы «шарик m + шарик M » на горизонтальную ось при их столкновении сохраняется.



Как видим, и здесь в обосновании выполнены те же шаги:

1. Выбрана ИСО.
2. Для шариков выбрана модель материальной точки.
3. Обоснована применимость законов сохранения.

Казалось бы, всё ясно, никаких вопросов не возникает.

На деле есть проблема с обоснованием применимости закона сохранения механической энергии. Пункт 3 обоснования не является следствием текста большинства школьных учебников.

Действительно, в обосновании говорится:

Работа силы \vec{T} при движении шарика от начального положения до места столкновения шариков равна нулю. Следовательно, при этом движении сохраняется механическая энергия шарика.

А во многих школьных учебниках (например, в «Механике» Мякишева и Синякова [1]) приводится следующая формулировка:

в замкнутой системе, в которой действуют консервативные силы, механическая энергия сохраняется.

Мы видим, что требования к условиям, в которых сохраняется механическая энергия системы тел, сформулированы совершенно по-разному.

[1] Мякишев Г. Я. Физика : Механика. 10 класс : учебник : углублённый уровень. / Г. Я. Мякишев, А. З. Синяков. – 10-е изд., стереотип. – М.: Просвещение, 2021. – 512 с.

Вернёмся к формулировке в «Механике» Мякишева и Синякова:

в замкнутой системе, в которой действуют консервативные силы, механическая энергия сохраняется.

Уточним терминологию.

1. Для нас сейчас «консервативные силы» \equiv «потенциальные силы». Потенциальными будем считать такие силы, для которых известен явный вид потенциальной энергии.

2. Оставим в стороне замечание, что не указана система отсчёта. Пусть это инерциальная система отсчёта.

3. Следуя Мякишеву, будем считать замкнутой систему тел, на которую не действуют внешние силы (Мякишев отождествляет замкнутые и изолированные системы тел).

Тогда получаем утверждение: «в ИСО механическая энергия замкнутой системы тел не изменяется, если все силы потенциальны» – само по себе верное, но

это не формулировка закона, а лишь частный пример условий,

в которых этот закон выполняется. Точно так же, как утверждение «числа 2, 4 и 6 – чётные» является верным, но это не формулировка понятия чётного числа, а лишь частные примеры чётных чисел.



Почему утверждение

«в ИСО механическая энергия замкнутой системы тел не изменяется,
если все силы потенциальны» –

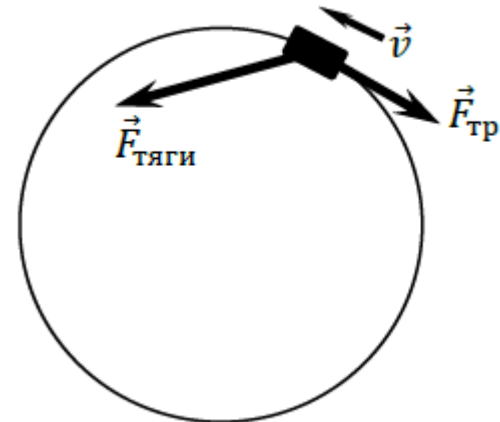
это упоминание лишь некоторых (но не всех) возможных ситуаций,
в которых сохраняется механическая энергия?

Потому что можно привести примеры, когда заявленные
требования не выполняются, а механическая энергия системы тел
очевидным образом сохраняется.

Рассмотрим такую задачу.

По горизонтальной площадке, засыпанной снегом, по окружности за верёвку равномерно тянем санки. В качестве изучаемой системы тел рассмотрим только санки. Систему отсчёта свяжем с Землёй и будем считать её инерциальной.

Механическая энергия санок в этой системе отсчёта очевидно сохраняется.



Но при этом

– санки ни в каком смысле не являются замкнутой системой тел: равнодействующая приложенных к санкам сил не равна нулю, она обеспечивает центростремительное ускорение санок;

– не все силы, действующие на санки, потенциальны: на санки действует сила трения.

Таким образом, механическая энергия санок сохраняется, и это факт, хотя нет никаких условий для этого, судя по формулировке в учебнике Мякишева.

Уже один этот пример говорит о необходимости пересмотра формулировки закона сохранения механической энергии в данном учебнике.

Но дело не только в этом.

Поиск замкнутой системы тел (как того требует учебник) во многих школьных задачах оказывается безнадёжным делом. И, следовательно, если опираться на учебник, то в таких задачах использовать закон сохранения механической энергии уже нельзя.

Рассмотрим пример подобной задачи.

Мячик массой $m = 1$ кг падает с высоты $h = 1$ м на землю из состояния покоя. Найти скорость мячика непосредственно перед ударом о землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Если использовать закон сохранения механической энергии и формулу $E_{\text{п}} = mgh$, то (по Мякишеву) придётся рассматривать систему двух взаимодействующих тел «Земля + тело m ». И эта система тел, согласно учебнику, должна быть замкнута. А в том же учебнике говорится, что Земля притягивает Луну с силой величиной $2 \cdot 10^{20}$ Н. С такой же силой и Луна действует на Землю (третий закон Ньютона). А мячик действует на Землю с силой всего 10 Н. Ясно, что силой величиной $2 \cdot 10^{20}$ Н нельзя пренебречь на фоне силы величиной 10 Н. Следовательно,

**считать замкнутой систему двух тел «Земля + тело m »
совершенно нереалистично.**

Придётся Луну тоже включать в систему тел. А заодно и Солнце (оно действует на Землю силой в 200 раз больше, чем сила со стороны Луны). И, кстати, тогда в условие задачи надо вносить положения Луны и Солнца (мы же знаем про приливы и отливы). Мы именно этого хотим, решая задачу про камень, который свалился со стола? В конце концов, и восемь миллиардов народонаселения влияют на Землю не слабее, чем этот злополучный камень.

Короче говоря, система тел катастрофически расширяется и всё никак не становится замкнутой. Простая задача обрастает какими-то невероятными сложностями. После этого нечего удивляться, что многие считают физику предметом не только сложным, но и непонятным.



Тут есть ещё одно важное неприятное обстоятельство.

Мы собираемся рассматривать движение замкнутой системы взаимодействующих тел. Но тогда ни одно из этих тел нельзя считать телом отсчёта в ИСО. В самом деле: на тело действуют другие тела, а оно покоится! Значит, Землю в качестве тела отсчёта выбирать нельзя.

Чтобы выйти из создавшегося тупика, нужен всего один шаг.
В чём он состоит?

Центральной мыслью при обсуждении понятия «потенциальная энергия» в учебнике Мякишева является утверждение: «**Потенциальная энергия – энергия взаимодействия тел**». Бесспорно, верное утверждение. Но беда в том, что автор отказывается при этом от рассмотрения важного предельного случая, когда взаимодействие двух тел проявляется практически в поведении только одного из них – это **случай движения во внешнем поле**.

В школьном курсе физики большое количество задач – именно про такую ситуацию. В частности, это практически все задачи, где фигурирует сила тяжести – сила гравитационного воздействия Земли на тело.

Так вот, необходимый шаг состоит в том, чтобы в подобных задачах наряду с потенциальной энергией взаимодействия между телами системы рассматривать ещё и **потенциальную энергию тел системы в поле внешних потенциальных сил**. И раз мы будем таким способом учитывать наличие **внешних сил**, то требование замкнутости системы тел отпадает. Мы это докажем ниже.

А пока для иллюстрации решим такую задачу:

На горизонтальной поверхности льда на расстоянии l друг от друга покоятся двое санок. Масса первых санок m_1 , масса вторых санок с седоком m_2 . Санки связаны лёгкой верёвкой. Какое расстояние l_1 пройдут по льду первые санки до момента соприкосновения санок, если седок их притянет к себе за верёвку? Если пренебречь размерами санок, то

$$l_1 = l \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

потому что центр масс системы этих двух тел неподвижен.

Пусть $m_1 = 6 \cdot 10^{24}$ кг, как у Земли, $m_2 = 100$ кг (человек на санках), $l = 10$ м. Тогда $l_1 \approx 1,7 \cdot 10^{-22}$ м. Это на несколько порядков меньше размеров атомных ядер. Мы собираемся именно с такой точностью решать похожую задачу про падение камня на землю? Едва ли.

Что даёт нам решение этой задачи в числах?

Приходится признать, что при таком соотношении масс взаимодействие практически никак не влияет на движение тела m_1 .*

Но это как раз и хорошо: именно это позволяет выбрать Землю (тело m_1) в качестве тела отсчёта, рассматривать силу тяжести $m_2\vec{g}$ как **внешнюю силу**, которая зависит только от положения тела m_2 (положение Земли от движения тела не зависит), а потенциальную энергию взаимодействия тела m_2 с Землёй – как потенциальную энергию этого тела **во внешнем поле** тяжести.**

И тогда можно не рассматривать систему тел «Земля + тело m », а ограничиться рассмотрением движения одного тела m . Сейчас увидим, что это снимает накопившиеся проблемы.

* Это не отменяет третий закон Ньютона. Наоборот: именно на его основе мы и приходим к такому выводу.

** Это не единственный пример такого подхода. Точно так же в задачах о движении, например, электрона в поле конденсатора можно рассматривать потенциальную энергию электрона во внешнем электростатическом поле.

Итак, учебник покритиковали. А что предлагается взамен?

Начнём «от печки».

1. В инерциальной системе отсчёта (ИСО) для материальных точек справедлив второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

Отсюда следует теорема об изменении кинетической энергии материальной точки $E_{\text{кин м.т.}} = \frac{mv^2}{2}$:

$$\text{В ИСО } \Delta E_{\text{кин м.т.}} = A,$$

где A – работа равнодействующей \vec{F} всех сил, приложенных к материальной точке.

2. Любую систему тел можно представить при подходящем разбиении как систему материальных точек. Определим кинетическую энергию такой системы:

$$E_{\text{кин}} = E_{1\text{кин м.т.}} + E_{2\text{кин м.т.}} + \dots = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \dots$$

Поэтому для системы материальных точек (для системы тел) согласно пункту 1 получаем:

$$\text{в ИСО } \Delta E_{\text{кин}} = \Delta E_{1\text{кин м.т.}} + \Delta E_{2\text{кин м.т.}} + \dots = A_1 + A_2 + \dots = A.$$

Другими словами: в ИСО изменение кинетической энергии системы материальных точек (системы тел) равно работе

всех сил, приложенных ко всем телам системы.

3. Каждую силу относим либо к потенциальным, либо к непотенциальным. Тогда

$$A = A_{\text{всех потенц. сил}} + A_{\text{всех непотенц. сил}} \cdot$$

Работу потенциальных сил, **включая внешние потенциальные силы**, представим через изменение потенциальной энергии системы материальных точек (системы тел):

$$A_{\text{всех потенц. сил}} = -\Delta E_{\text{потенц.}}$$

Учтём, что механическая энергия системы тел $E_{\text{мех}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{потенц.}}$. Тогда

$$\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_{\text{кин}} + \Delta E_{\text{потенц.}} = A - A_{\text{всех потенц. сил}} = A_{\text{всех непотенц. сил}} \cdot$$

Таким образом,

в ИСО изменение механической энергии системы материальных точек (системы тел) равно работе всех непотенциальных сил, как внутренних, так и внешних:

$$\text{в ИСО } \Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{всех непотенц. сил}} \cdot$$

4. Поэтому в ИСО механическая энергия системы материальных точек (системы тел) сохраняется, если работа **всех** непотенциальных сил, как внутренних, так и внешних, равна нулю:

$$\text{в ИСО } \Delta E_{\text{мех}} = 0, \text{ если } A_{\text{всех непотенц. сил}} = 0.$$

Как видим,

для сохранения механической энергии системы тел в ИСО замкнутость этой системы, как и отсутствие непотенциальных сил, не является необходимым условием.

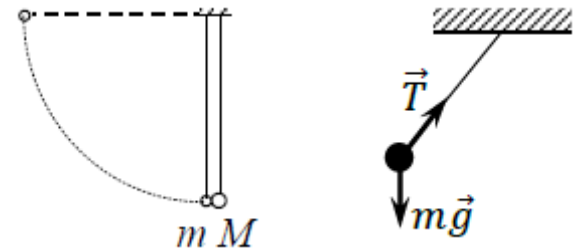
Что даёт полученная формулировка?

Вернёмся к задаче с шариками.

В систему тел до удара включаем только шарик m .

При движении шарика m по окружности на него действуют потенциальная сила тяжести $m\vec{g}$ и

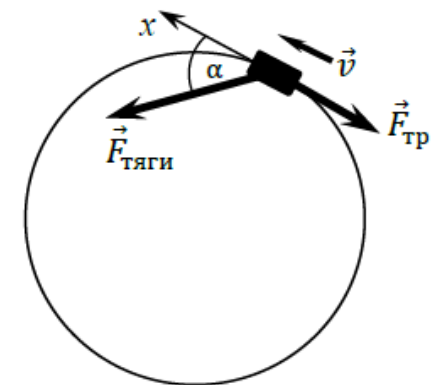
сила натяжения нити \vec{T} . В любой точке траектории шарика $\vec{T} \perp \vec{v}$, и работа силы \vec{T} при движении шарика от начального положения до места столкновения шариков равна нулю. Следовательно, в соответствии с только что доказанным, сохраняется механическая энергия шарика.




Похожая история с санками, которые тащат за верёвочку по окружности. Суммарная работа непотенциальных сил – силы тяги и силы трения на любом участке траектории равна нулю, поэтому сохраняется механическая энергия санок.

На примере уже этих двух задач мы видим, насколько проще и нагляднее обосновываются и решаются задачи, если пользоваться предложенной (а на самом деле всем давно известной) формулировкой закона сохранения механической энергии.

В частности, не надо в каждой задаче про падение камня из рук на землю упоминать всеу движение Земли и прочих астрономических объектов.





Приведённое доказательство и формулировка закона сохранения механической энергии системы тел приведены в книге [2]:

[2] ЕГЭ. Физика. Отличный результат. Учебная книга / под ред. М.Ю.Демидовой. – М. : Изд. «Национальное образование», 2023. – 576 с.



Подведём итоги.

Это первые впечатления не столько от ответов учащихся, сколько от разницы между тем, что нужно для решения достаточно рядовых задач по физике, и тем, что написано в учебнике.

Основной вывод из сравнения текстов школьных учебников по физике и требований к обоснованию решения задач: учебник должен быть не толькоместилищем некоей информации по предмету, но и инструментом для практического применения содержащихся в нём знаний. Поэтому тексты учебников требуется проверить на предмет обоснованности и верности формулировок для фигурирующих в учебнике понятий и закономерностей и внести необходимую правку.

Отрадно, что издательство «Просвещение» уже занимается этой совершенно необходимой работой.



Спасибо за внимание и за терпение!