

Олимпиада «Ломоносов 2021»

Старокуров Юрий

Физический факультет МГУ

29 июня – 01 июля 2021 г.

Олимпиада проводится в два этапа

- 1 Отборочный этап
 - Регистрация на участие в октябре
 - Участие в ноябре
- 2 Заключительный (очный¹) этап
 - Регистрация на участие в феврале
 - Участие в марте

¹В этом году в дистанционной форме

В олимпиаде могут участвовать ученики 7–11 класса.

- 1 Задания разрабатываются отдельно для учащихся младших (7–9-х) классов
- 2 и старших² (10–11-х) классов.

²Льготы при поступлении предоставляются только ученикам 11 класса

Младшие классы

- 1 2 задачи, механика (кинематика)
- 2 термодинамика (тепловой баланс)
- 3 электричество и магнетизм (закон Ома, закон Джоуля–Ленца)
- 4 геометрическая оптика

Старшие классы

- 1 2 задачи, механика (динамика и законы сохранения)
- 2 термодинамика и мкт (газовые законы и тепловые машины)
- 3 электромагнетизм (закон Ома, закон Джоуля–Ленца, закон электромагнитной индукции)
- 4 геометрическая оптика

Заключительный этап

4 задания

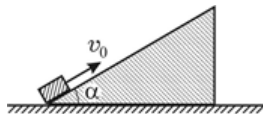
Младшие классы
4 задачи

Старшие классы
4 задачи + 4 кратких
теоретических вопроса

- 1 механика
- 2 термодинамика и МКТ
- 3 электромагнетизм
- 4 геометрическая оптика

Заключительный этап

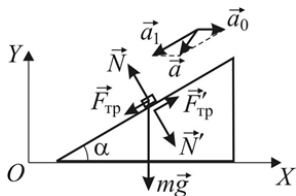
1 день



1. Клин массой $M = 1$ кг с углом $\alpha = 30^\circ$ при основании покоится на гладкой горизонтальной поверхности. На клин положили брусок массой $m = 0,1$ кг и ударом сообщили ему некоторую скорость, направленную вверх по клину. Найдите, какое количество теплоты Q выделилось в результате трения бруска о клин, если известно, что максимальная высота, на которую поднялся брусок от своего начального положения, $h = 20$ см. Коэффициент трения бруска о наклонную поверхность клина $\mu = 0,6$. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

Заключительный этап

1 день. Решение.



Брусok и клин движутся, оба!..

Пусть ускорение бруска равно \vec{a} , а ускорение клина \vec{a}_0 и ускорение бруска относительно клина равно \vec{a}_1 .

Тогда $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_0$.

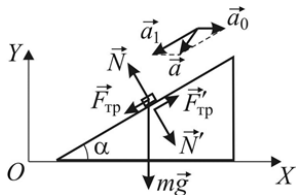
Для бруска 2-ой з-н Ньютона: $m(\vec{a}_1 + \vec{a}_0) = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$

Для клина 2-ой з-н Ньютона: $M\vec{a}_0 = M\vec{g} + \vec{N}_{\text{земли}} + \vec{N}' + \vec{F}'_{\text{тр}}$

$F_{\text{тр}} = \mu N$

Заключительный этап

1 день. Решение.



Проекции на оси

$$\begin{aligned} \text{Брусok, } ox: m(a_0 - a_1 \cos \alpha) &= -N \sin \alpha - F_{\text{тр}} \cos \alpha = \\ &= -N(\sin \alpha + \mu \cos \alpha), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} oy: m(a_1 \sin \alpha) &= -mg + N \cos \alpha - F_{\text{тр}} \sin \alpha = \\ &= mg - N(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \end{aligned}$$

$$\text{Клин, } ox: Ma_0 = N \sin \alpha + F_{\text{тр}} \cos \alpha = N(\sin \alpha + \mu \cos \alpha).$$

$$\text{Реакция опоры равна: } N = \frac{mg \cos \alpha}{1 + \frac{m}{M} \cdot (\sin^2 \alpha + \mu \sin \alpha \cos \alpha)}$$

Заключительный этап

1 день. Решение.

Модуль суммарной работы сил трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и $\vec{F}'_{\text{тр}}$ равен произведению модуля силы трения на модуль перемещения бруска

относительно клина: $|A_{\text{тр}}| = \mu N \frac{h}{\sin \alpha}$.

Количество теплоты $Q = |A_{\text{тр}}| =$
$$= \frac{\mu mgh \operatorname{tg} \alpha}{1 + \frac{m}{M} \cdot (\sin^2 \alpha + \mu \sin \alpha \cos \alpha)} \approx 0,2 \text{ Дж.}$$

Заключительный этап

1 день

2. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде с площадью сечения $S = 20 \text{ см}^2$ под поршнем массой $M = 4 \text{ кг}$ содержится идеальный одноатомный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $h = 1 \text{ м}$. Газу сообщили количество теплоты $\Delta Q = 126 \text{ Дж}$. Во сколько раз α изменится среднеквадратичная скорость молекул газа? Атмосферное давление $p_0 = 100 \text{ кПа}$, ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трение поршня о стенки сосуда считайте пренебрежимо малым.

Заключительный этап

1 день. Решение.

Первое начало термодинамики: $\Delta Q = \Delta U + A$,

Закон изменения энергии: $A = \Delta E_{\text{пот}} = Mg\Delta h$.

Менделеев – Клапейрон: $p_1 V_1 = \left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right) hS = \nu RT_1$.

$$p_2 V_2 = \left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right) (h + \Delta h)S = \nu RT_2.$$

Условие равновесия: $P_2 = P_1$, $\frac{h + \Delta h}{h} = \frac{T_2}{T_1}$.

Число молей газа $\nu = \frac{\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right) h}{RT_1}$.

$$\Delta U = \frac{3}{2}R\nu(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_0 S + Mg)h \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right).$$

Заключительный этап

1 день. Решение.

$$\Delta Q = \frac{5}{2}(p_0 S + Mg)h \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

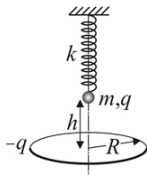
$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{2\Delta Q}{5(p_0 S + Mg)h},$$

$$v \sim \sqrt{T}.$$

$$\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{1 + \frac{2\Delta Q}{5(p_0 S + Mg)h}} = 1,1$$

Заключительный этап

1 день



3. Над закреплённым проволочным кольцом радиуса R , расположенным горизонтально, на пружине подвешена маленькая заряженная бусинка. Заряд бусинки $q = 1$ мкКл равен по модулю и противоположен по знаку заряду кольца. Бусинка располагается точно над центром кольца на высоте $h = R = 20$ см. Определите максимальную скорость v_{max} бусинки в процессе её малых свободных колебаний, которые возникают после мгновенной нейтрализации заряда кольца. Масса бусинки $m = 9$ г, жёсткость пружины $k = 10$ Н/м. Электрическую постоянную примите равной $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. *Указание: для упрощения записи ответа в общем виде используйте равенство $h = R$.*

Заключительный этап

1 день. Решение.

Вначале пружина растянута под действием силы тяжести mg и силы электрического притяжения со стороны кольца

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{R^2}.$$

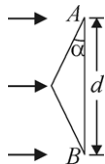
В результате возникнут гармонические колебания бусинки с

амплитудой $A = \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{kR^2}$ и частотой $\omega = \sqrt{k/m}$.

$$v_{max} = \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\sqrt{mk}R^2} = 0,26 \text{ м/с}.$$

Заключительный этап

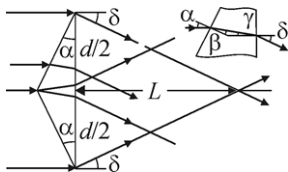
1 день



4. На равнобедренную стеклянную призму падает широкий параллельный пучок света, перпендикулярный грани AB , ширина которой $d = 5$ см. На каком расстоянии L от грани AB преломленный призмой свет разделится на два не перекрывающихся пучка? Показатель преломления стекла $n = 1,5$, угол при основании призмы $\alpha = 0,1$ рад. При расчетах учтите, что для малых углов, заданных в радианах, $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.

Заключительный этап

1 день. Решение.

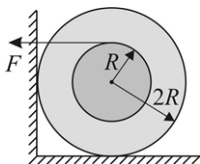


Закон преломления, малые углы. $\beta = \alpha/n$, $\delta = \alpha(n - 1)$.

Перекрываться на расстоянии до $L = \frac{d}{2 \operatorname{tg} \delta} = \frac{d}{2\alpha(n - 1)} \approx 50$ см.

Заключительный этап

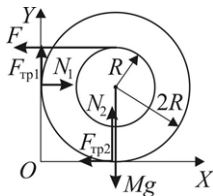
2 день



1. катушку массой $M = 720$ г и радиусом внутреннего цилиндра R , имеющую внешний радиус $2R$, положили на горизонтальный пол и прислонили к вертикальной стене. На внутренний цилиндр катушки намотали лёгкую нить. Определите, при каком минимальном значении модуля F силы, приложенной к нити и направленной горизонтально влево, катушка начнёт вращаться. Коэффициенты трения скольжения катушки о пол и стену одинаковы и равны $\mu = 0,2$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с².

Заключительный этап

2 день. Решение.



Катушка находится в равновесии.

Обозначим силы:

Mg — со стороны Земли,

N_1 и $F_{тр1}$ действуют на катушку со стороны стены,

N_2 и $F_{тр2}$ — со стороны пола

и F — со стороны нити.

$F_{тр1} = \mu N_1$, $F_{тр2} = \mu N_2$,

Заключительный этап

2 день. Решение.

Получим систему уравнений:

$$N_1 - \mu N_2 - F = 0,$$

$$Mg - N_2 - \mu N_1 = 0 \text{ и}$$

$$FR = 2\mu R(N_1 + N_2).$$

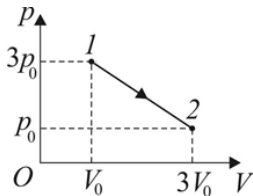
$$\text{Откуда } N_1 = \frac{\mu Mg + F}{1 + \mu^2}, N_2 = \frac{Mg - \mu F}{1 + \mu^2}.$$

$$F = 2\mu \left(\frac{\mu Mg + F}{1 + \mu^2} + \frac{Mg - \mu F}{1 + \mu^2} \right).$$

$$\text{Теперь находим } F = \frac{2Mg\mu(1 + \mu)}{1 - 2\mu + 3\mu^2} = 4,8 \text{ Н.}$$

Заключительный этап

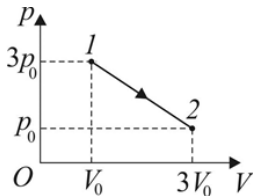
2 день



2. При расширении некоторого количества аргона его давление уменьшается так, как показано на pV -диаграмме. Определите максимальное значение U_{max} внутренней энергии газа в процессе 1 – 2. Начальные значения объёма и давления газа равны $V_0 = 0,1 \text{ м}^3$ и $p_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}$ соответственно.

Заключительный этап

2 день. Решение.



$$U = \frac{3}{2}\nu RT$$

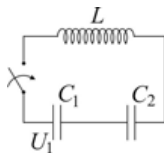
$$PV = \nu RT$$

$T = \max$, когда $P = 2P_0$, $V = 2V_0$.

$$U = \frac{3}{2}PV = 6P_0V_0 = 30 \text{ кДж.}$$

Заключительный этап

2 день



3. В цепи, показанной на рисунке, конденсатор емкостью $C_1 = 10^{-5}$ Ф вначале заряжен до некоторого напряжения U_1 , а конденсатор емкостью $C_2 = 10^{-6}$ Ф разряжен. Известно, что в процессе колебаний, возникающих в цепи после замыкания ключа, амплитуда напряжения на конденсаторе C_2 оказалась равной $U_{2max} = 364$ В. До какого напряжения U_1 был заряжен конденсатор C_1 первоначально? Потерями в соединительных проводах и в катушке индуктивности можно пренебречь.

Заключительный этап

2 день. Решение.

После замыкания ключа в цепи возникают гармонические колебания, в процессе которых происходит периодическая перезарядка конденсаторов.

В момент достижения максимального напряжения на конденсаторах ток в цепи обратится в нуль, следовательно, вся энергия будет сосредоточена в конденсаторах.

Закон сохранения энергии.

$$\frac{1}{2}C_1U_1^2 = \frac{(C_1U_1 - q)^2}{2C_1} + \frac{q^2}{2C_2}.$$

$$q = 2U_1 \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}, \quad U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{2U_1C_1}{C_1 + C_2}.$$

$$\text{Отсюда } U_1 = \frac{(C_1 + C_2)U_{2max}}{2C_1} \approx 200 \text{ В.}$$

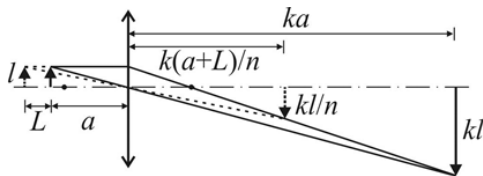
Заключительный этап

2 день

4. С помощью тонкой собирающей линзы получили увеличенное в $k = 5$ раз действительное изображение предмета, расположенного вблизи главной оптической оси линзы. Если расстояние между линзой и предметом увеличить на $L = 1$ см, то изображение предмета станет меньше в $n = 2$ раза. Определите фокусное расстояние линзы F .

Заключительный этап

2 день. Решение.



Формула тонкой линзы $\frac{1}{a} + \frac{1}{ka} = \frac{1}{F}$ и $\frac{1}{a+L} + \frac{n}{k(a+L)} = \frac{1}{F}$.

Отсюда $F = \frac{kL}{n-1}$.