

Метод аналогий при изучении электрического и гравитационного полей

Грачев А.В.

Два подхода к изучению физики Учить или понимать???

1. Учить → сложно

2. Понимать – проще

Для этого необходимо понять смысл базовых понятий и выстроить логически стройную картину.

Роль учителя – «навигатор». Надо помочь школьнику за пять школьных лет пройти путь развития физики от Аристотеля до Эйнштейна.

Два закона

$$|\vec{F}| = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Схема знакомства с законом

1. Объекты

Два (?) точечных неподвижных заряда

Два закона

$$|\vec{F}| = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Схема знакомства с законом

1. Объекты

Два (?) точечных неподвижных заряда

2. Явление

Взаимодействие: первый действует на второй (и наоборот)

Теория близкодействия: первый создает силовое поле, поле действует на второй => имеется третий объект – силовое поле

О неподвижности!!!

Перейдем к анализу формул

3. Физическая величина, количественно описывающая явление, характеризующая взаимодействие: сила

4. Свойства этой величины, определяемые ситуацией.

- Сила действия поля, созданного первым зарядом ($F \sim q_1$) на второй заряд ($F \sim q_2$).
- Обратно пропорциональна r^2 .
- Силовые линии поля расходятся в сферу ($S = 4\pi r^2$)

Структура поля определяется структурой источников (принцип суперпозиции).

Если источник поля однородная сфера (или шар), то снаружи – аналогично точечному заряду.

Если однородная бесконечно длинная нить, то убывает $\sim \frac{1}{2\pi r}$,

Если однородная бесконечная плоскость, то поле – однородное.

Кто изучал теорему Гаусса, тем проще;

кто не изучал, тоже должен понимать структуру поля от источника,
имеющего форму

Можно нарисовать картинки для школьников.

Условия применимости

- Точечность
- неподвижность

Роль среды и принцип суперпозиции

О ряде задач в ЕГЭ (следует объяснить школьникам и почаще напоминать)

27. Частица массой 1 мг переместилась за 3 с на расстояние 0,45 м по горизонтали в однородном горизонтальном электрическом поле напряженностью 5000 В/м. Начальная скорость частицы равна нулю. Каков заряд частицы? Сопротивлением воздуха пренебречь.

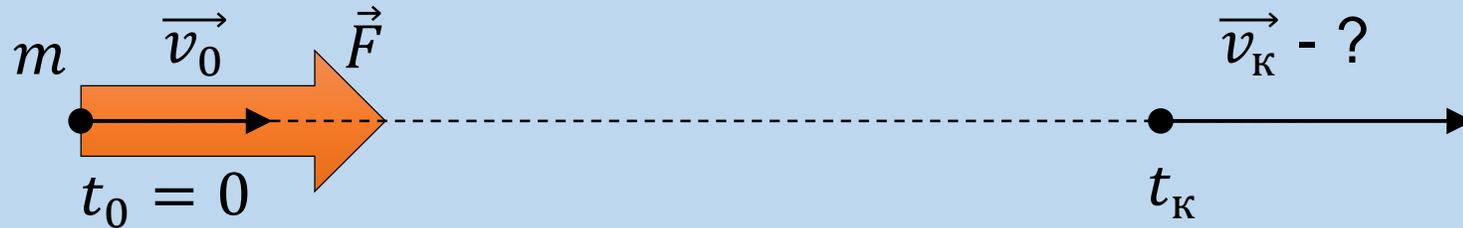
Ответ: _____ · 10⁻¹¹ Кл.

27. Два иона с отношением зарядов $\frac{q_2}{q_1} = 3$ и отношением масс $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$ движутся в однородном электрическом поле. Начальная скорость у обоих ионов равна нулю. Определите отношение кинетических энергий этих ионов $\frac{W_2}{W_1}$ спустя одно и то же время после начала движения.

Ответ: _____ .

Два подхода к решению задач о движении материальной точки под действием силы (т.е. в силовом поле).

1) Динамический (временной)



$$\underbrace{\vec{F} \cdot \Delta t}_{\text{Импульс силы}} = \vec{F} \cdot (t_K - t_0) = m\vec{v}_K - m\vec{v}_0$$

2) Энергетический (пространственный)



$$\underbrace{F \cdot S}_{\text{Работа силы}} = \frac{mv_K^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Два способа описания силового поля: силовой и энергетический

Начнем с электрического поля.

1) Силовая характеристика

Из эксперимента (и из закона Кулона и пр. суперпозиции) следует, что поле, созданное источником-зарядом (источниками), действует на объект-заряд $q_{\text{пр}}$ с силой, модуль которой пропорционален $q_{\text{пр}}$, т.е. $F \sim q_{\text{пр}}$.

Это приводит к мысли о введении силовой характеристики поля в данной точке.

Напряженность

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}$$

Требования к определению:

- 1) Однозначность
- 2) Рецепт измерения (расчета)

Формулируя определение, учимся говорить = думать (понимать).

Напряжённостью \vec{E} электрического поля в данной точке называют физическую величину, равную отношению силы \vec{F} электрического поля, действующей на помещённый в данную точку пробный заряд $q_{\text{пр}}$, к этому заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}} . \quad (1)$$

Чья? Где?

По аналогии

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Материальная точка – гравитационный заряд, т.е. является источником гравитационного поля, а гравитационное поле проявляется в действии на материальную точку.

По аналогии

Напряженность гравитационного поля

Напряженность (чья?) гравитационного поля (где?) в данной точке...

Напряженность поля, созданного материальной точкой – точечным гравитационным зарядом

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_{\text{гр}}}{m_2}$$

$$|\vec{g}| = G \frac{m_1}{r^2}$$

По аналогии

- Модуль силы действия поля обратно пропорционален r^2 , если источник точечный
- Силовые линии поля расходятся в сферу ($S = 4\pi r^2$)

Если источник поля однородная сфера (или шар, например, планета Земля), то снаружи – аналогично полю точечного заряда, а если однородная бесконечно длинная нить, то убывает $\sim \frac{1}{2\pi r}$, а если однородная бесконечная плоскость (например, плоская Земля), то поле – однородное.

$$\vec{F} = m\vec{g},$$

где \vec{g} - напряженность однородного гравитационного поля

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

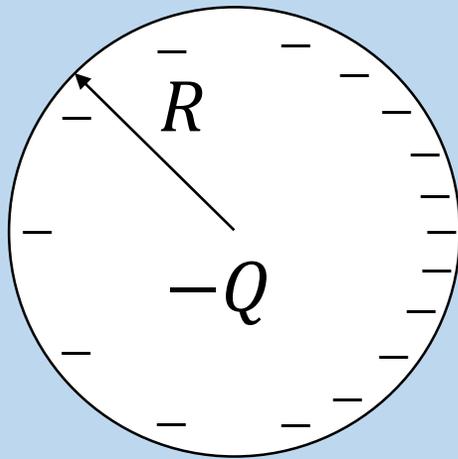
$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Сила = заряд · напряженность

О пробном заряде

Что это?

Какой заряд можно считать пробным при изучении электрического поля? А гравитационного?



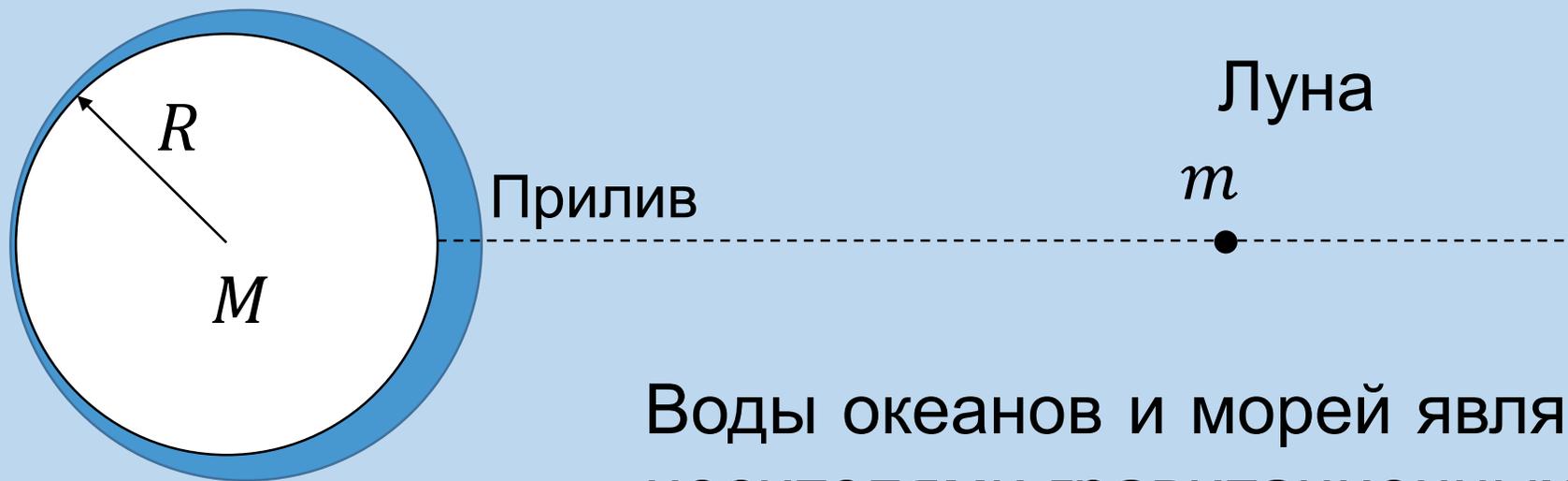
Заряженный отрицательно
металлический шар

q

Точечный положительный заряд

Наличие свободных носителей зарядов в металле приводит к перераспределению зарядов в шаре при появлении (изменении модуля) заряда q .

Если изменение модуля напряженности при уменьшении модуля точечного заряда много меньше измеренной напряженности, то точечный заряд можно считать пробным.



Планета Земля

Воды океанов и морей являются свободными носителями гравитационных зарядов.

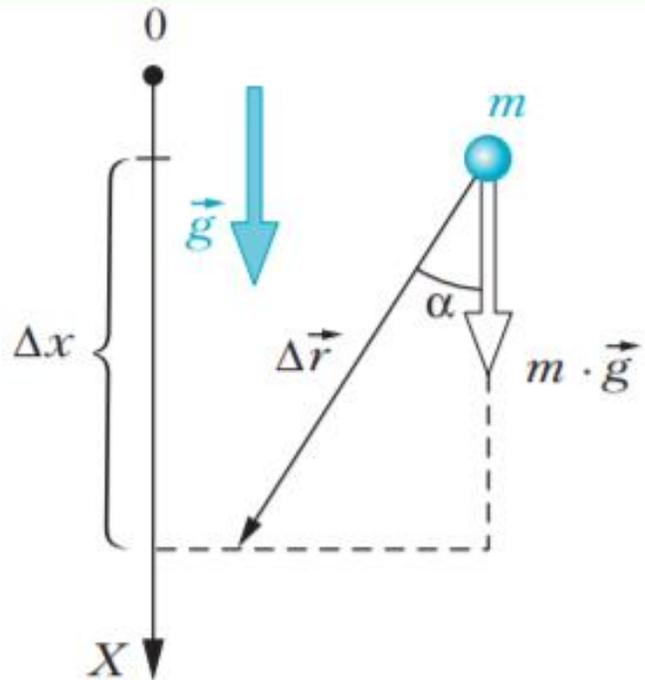
Энергетический подход

Начнем со знакомого школьнику однородного гравитационного поля. Источник – плоская Земля.

Аналог в электростатике – бесконечная равномерно заряженная пластина.

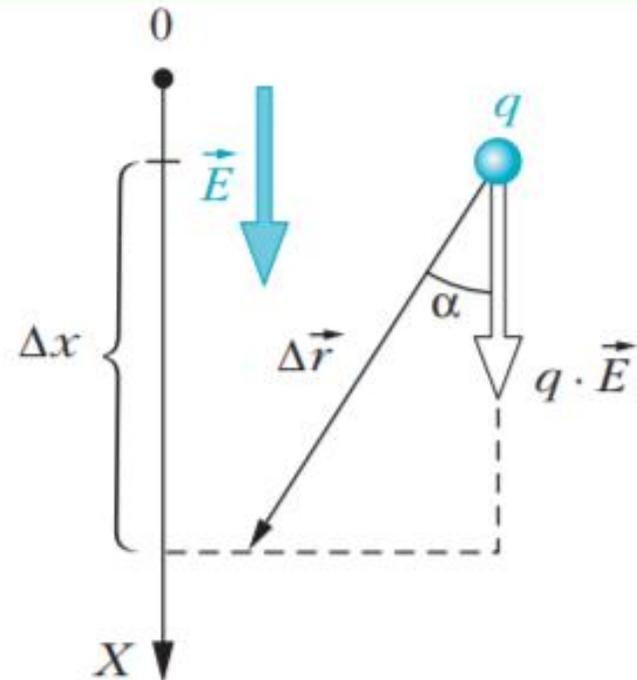
Однородные поля. Источник - плоскость

a



$$A_{\tau} = m \cdot g \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \Delta x$$

б



$$A_{\tau} = q \cdot E \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = q \cdot E \cdot \Delta x$$

Работа силы поля по переносу заряда равна взятому с обратным знаком изменению потенциальной энергии взаимодействия этого заряда с источником (источниками) поля.

Случай однородного гравитационного поля (материальная точка падает с высоты h_1 на высоту h_2)

$$A_{\text{гр}} = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2 = \Pi_1 - \Pi_2 = m(gh_1 - gh_2) = m(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где $gh_1 - gh_2 = \varphi_1 - \varphi_2$;

Если $\varphi(h = 0) = 0$, то $\varphi(h) = gh$

Случай однородного электрического поля (точечный заряд перемещается вдоль силовой линии из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2)

$$A_{\text{эл}} = qE(x_1 - x_2) = qEx_1 - qEx_2 = \Pi_1 - \Pi_2 = q(Ex_1 - Ex_2) = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где $Ex_1 - Ex_2 = \varphi_1 - \varphi_2$;

Если $\varphi(x = 0) = 0$, то $\varphi(x) = Ex$

Определение потенциала и разности потенциалов

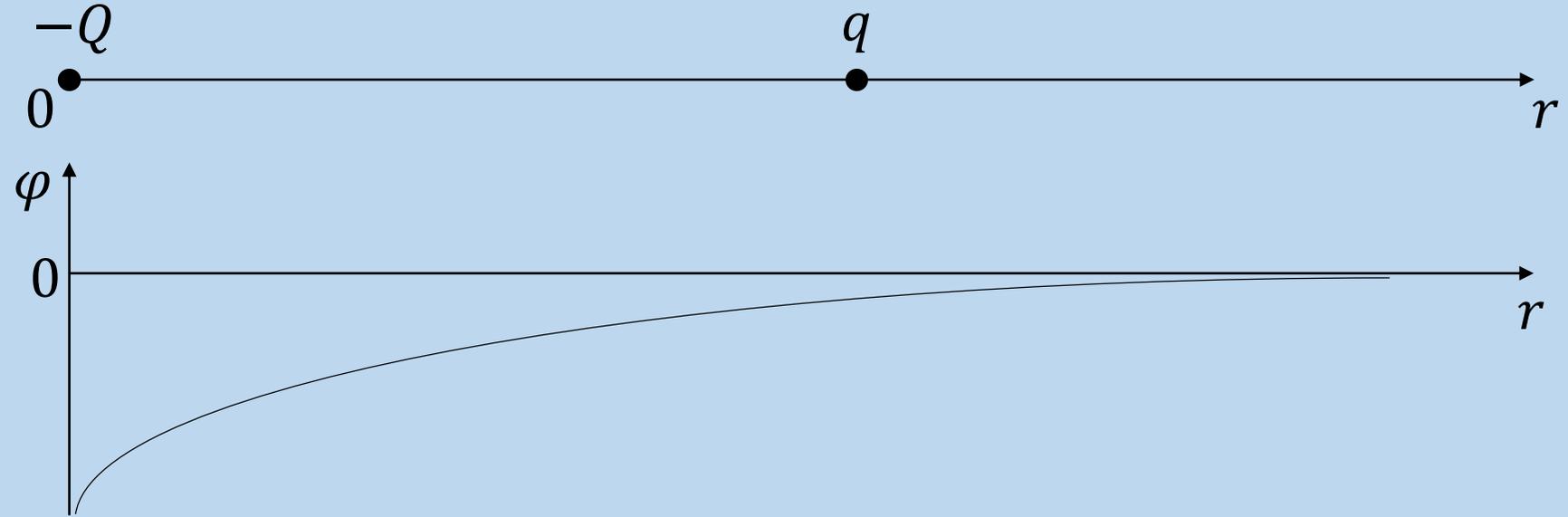
Разностью потенциалов $\Delta\varphi_{12}$ между точками 1 и 2 называют физическую величину, равную отношению работы A_{12} , которую совершают силы электростатического поля при перемещении пробного заряда $q_{\text{пр}}$ из точки 1 в точку 2 , к этому заряду:

$$\Delta\varphi_{12} = \frac{A_{12}}{q_{\text{пр}}} . \quad (2)$$

Потенциалом φ данной точки электростатического поля называют физическую величину, равную отношению работы A сил этого поля над пробным зарядом $q_{\text{пр}}$ при его перемещении из данной точки в точку, потенциал которой принят равным нулю, к этому заряду:

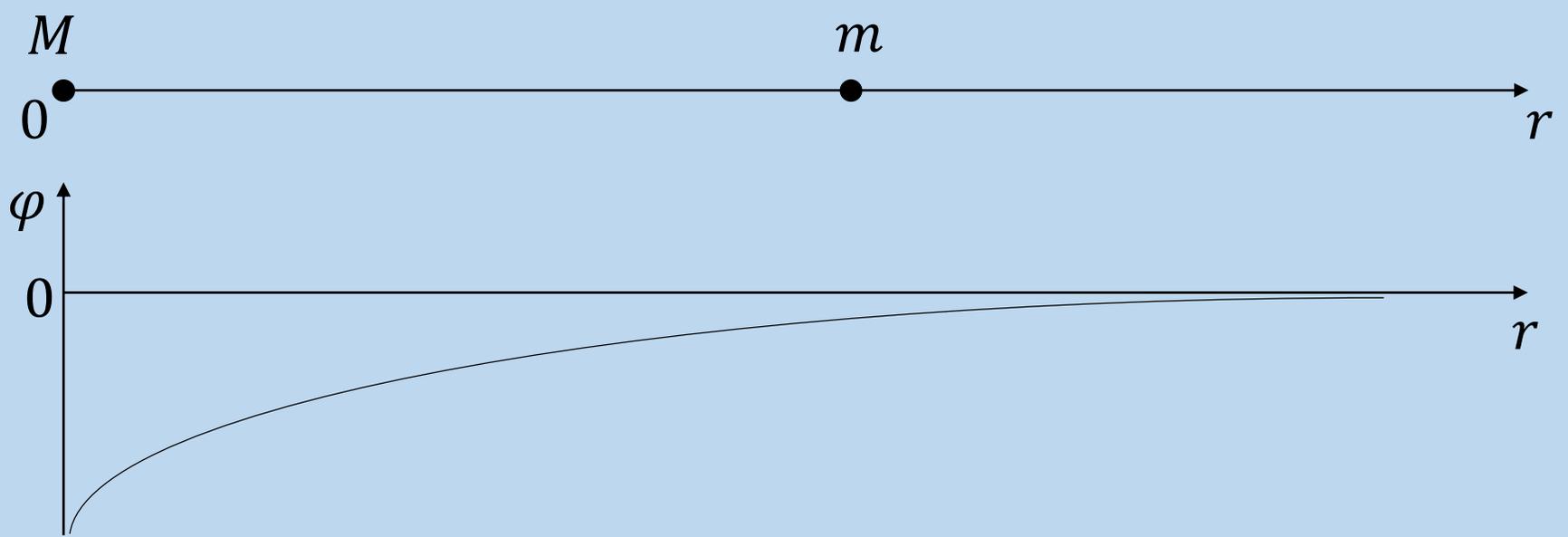
$$\varphi = \frac{A}{q_{\text{пр}}} . \quad (5)$$

Понятие потенциала (случай поля, созданного точечным зарядом)



$$\Pi(r) = -k \frac{Qq}{r}$$

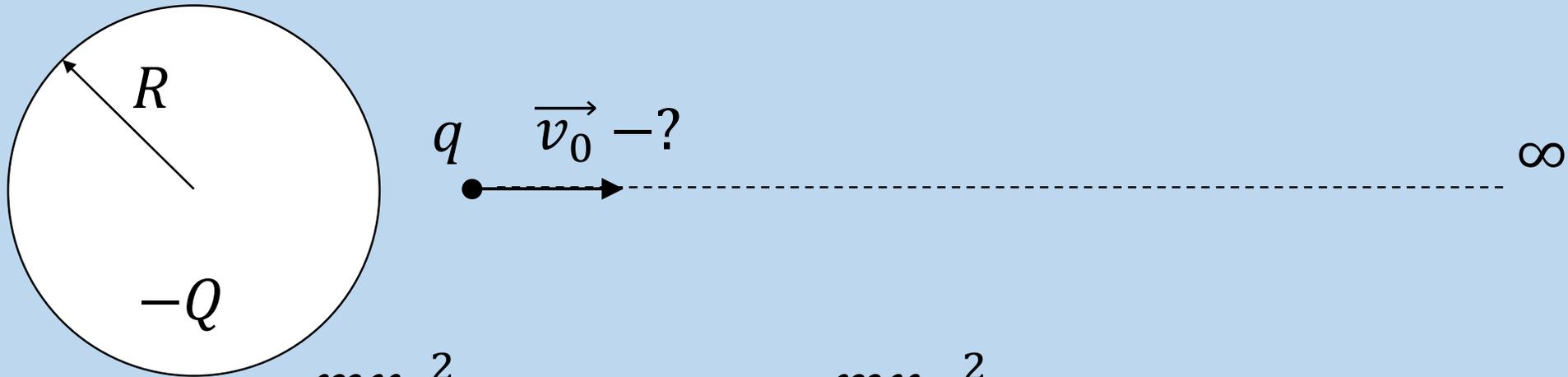
$$\varphi(r) = -k \frac{Q}{r}$$



$$\Pi(r) = -G \frac{Mm}{r}$$

$$\varphi(r) = -G \frac{m}{r}$$

Решение задачи

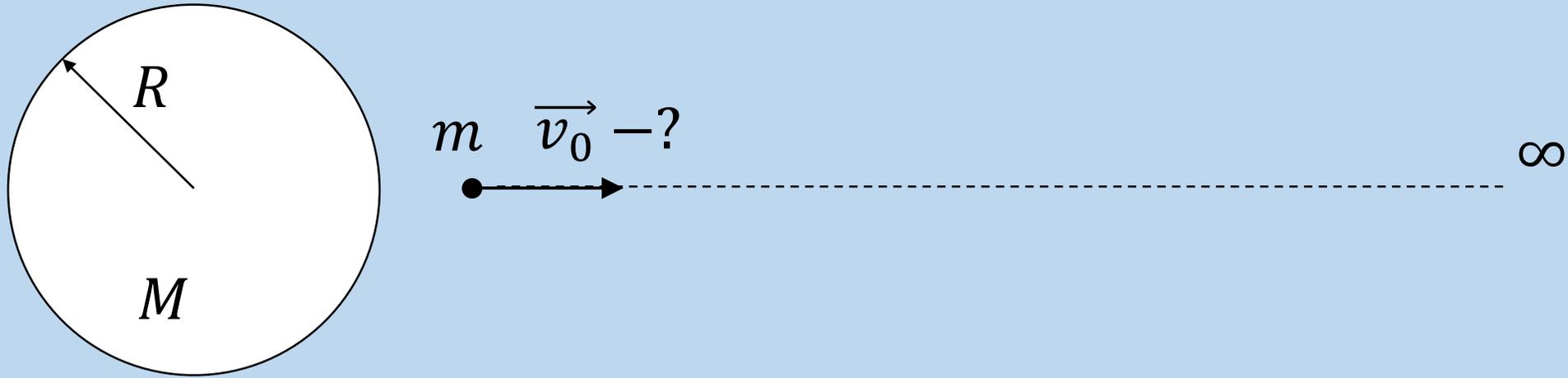


$$q \cdot \varphi(R) + \frac{mv_0^2}{2} = q \cdot \varphi(\infty) + \frac{mv_\infty^2}{2}$$

$$q \cdot \left(-k \frac{Q}{R} \right) + \frac{mv_0^2}{2} \gtrsim 0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kqQ}{mR}}$$

Решение задачи



$$m \cdot \varphi(R) + \frac{mv_0^2}{2} = m \cdot \varphi(\infty) + \frac{mv_\infty^2}{2}$$

$$m \cdot \left(-G \frac{M}{R} \right) + \frac{mv_0^2}{2} \gtrsim 0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \text{ Вторая космическая скорость}$$