# Задачи профильного экзамена 2018 года

**I.2.** Дайте определение потенциальной энергии механической системы. Чему равна потенциальная энергия тела вблизи поверхности Земли и потенциальная энергия деформированной упругой пружины?

**Задача.** Трасса для соревнований по бобслею имеет перепад высот от старта до финиша $h = 107$ м. На стартовом горизонтальном участке («полоса разгона») спортсмены разогнали боб до скорости $v_0 = 6$ м/с, с которой пересекли линию старта. В конце спуска по ледяному жёлобу сразу после финиша спортсмены используют специальное тормозное устройство для гашения скорости боба на горизонтальной поверхности. Тормозной путь боба составил при этом $s = 42$ м. Считая, что коэффициент трения увеличивается на этом участке пропорционально расстоянию $x$ от линии финиша: $\mu(x) = \alpha \cdot x$ ($\alpha = 0{,}1$ м$^{-1}$), определите, какая часть $\eta$ всей механической энергии боба была потеряна за счёт сил трения на участке трассы от конца полосы разгона до финиша. Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с$^2$.

**Задача**

Лёгкая пружина длиной $L$ жёсткостью $k$ стоит на горизонтальной площадке вертикально. С высоты $H$ на неё падает маленький брусок массой $m$ (рис. 161). Определите модуль максимальной скорости бруска при его движении вниз.

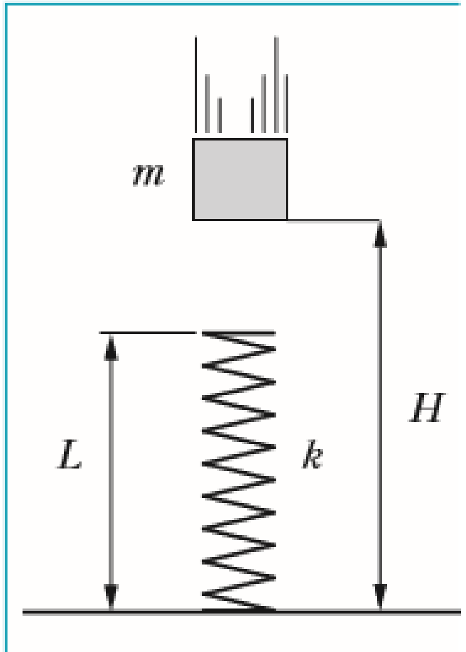



*Рис.* 161

*Решение.*

**Шаг 0.** Рассмотрим систему тел «пружина – брусок – Земля». Будем считать брусок материальной точкой. Влиянием сил сопротивления со стороны воздуха пренебрежём.

**Шаг 1.** Инерциальную систему отсчёта свяжем с Землёй.

**Шаг 2.** На брусок действует сила тяжести $m \cdot \vec{g}$. Кроме того, после касания бруском пружины на него начнёт действовать нарастающая по мере деформации пружины сила упругости. Пока модуль силы упругости будет меньше модуля силы тяжести, брусок будет продолжать разгоняться. После того как модуль силы упругости станет больше модуля силы тяжести, модуль скорости бруска начнёт уменьшаться. Таким образом, модуль скорости бруска достигнет максимума в тот момент, когда модуль силы тяжести станет равным модулю силы упругости:

$$m \cdot g = k \cdot \Delta L, \qquad (9)$$

где $\Delta L$ – сжатие пружины в интересующий нас момент времени.

**Шаг 3.** Внешних сил нет.

**Шаг 4.** Брусок в начальный момент времени покоился. Обозначим максимальный модуль скорости бруска в интересующий нас момент времени $v$. По условию задачи массой пружины можно пренебречь. Поэтому выражение для начальной и конечной кинетической энергии имеет вид:

$$K_0 = 0;\ K_к = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

За промежуток времени от начального до интересующего нас момента брусок опускается с высоты $H$ до высоты $L - \Delta L$. При этом изначально недеформированная пружина сжимается на $\Delta L$. Поэтому выражения для начальной и конечной потенциальной энергии имеют вид:

$$П_0 = m \cdot g \cdot H;\ П_к = m \cdot g \cdot (L - \Delta L) + \frac{k \cdot \Delta L^2}{2}.$$

**Шаг 5.** Запишем закон изменения механической энергии:

$$K_0 + П_0 + A_{тр} + A_{ex} = K_к + П_к.$$

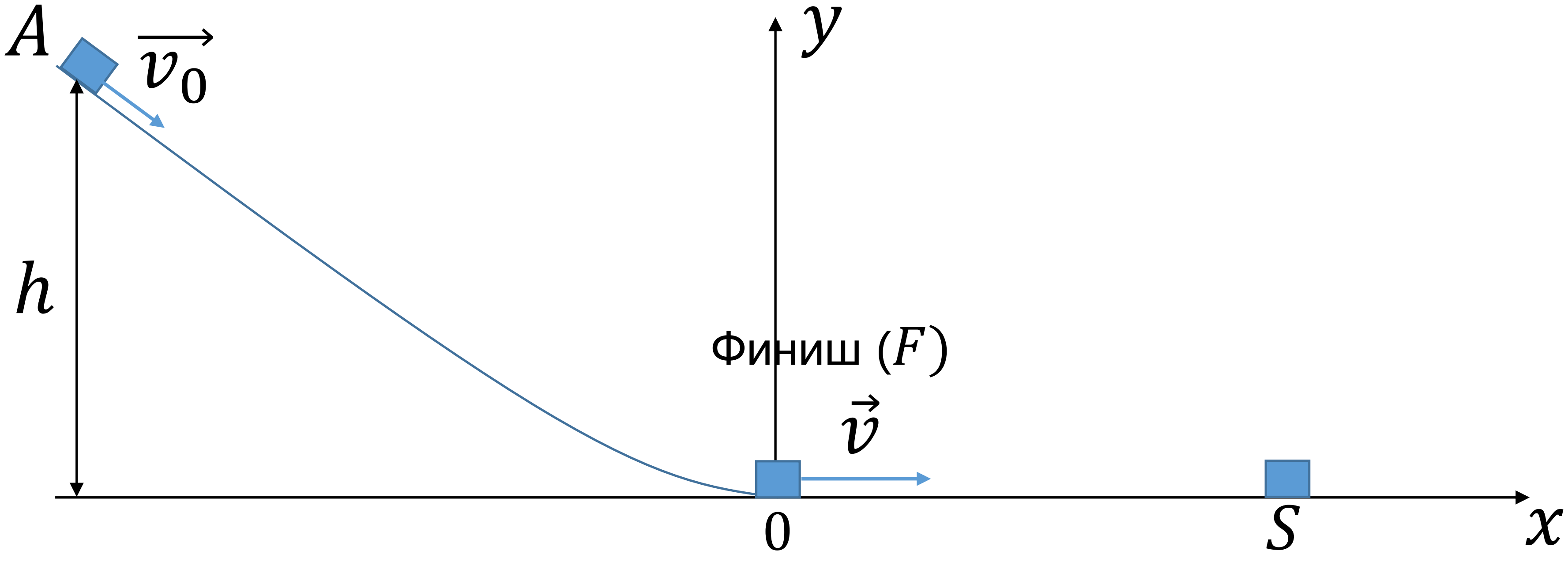
С учётом полученных результатов имеем:

$$0 + m \cdot g \cdot H + 0 + 0 = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{k \cdot \Delta L^2}{2} + m \cdot g \cdot (L - \Delta L). \qquad (10)$$

Выразив $\Delta L$ из уравнения (9) и подставив его значение в (10), получим:

$$v = \sqrt{2g \cdot (H - L) + \frac{m \cdot g^2}{k}}.$$

*Ответ:* $v = \sqrt{2g \cdot (H - L) + \frac{m \cdot g^2}{k}}$.

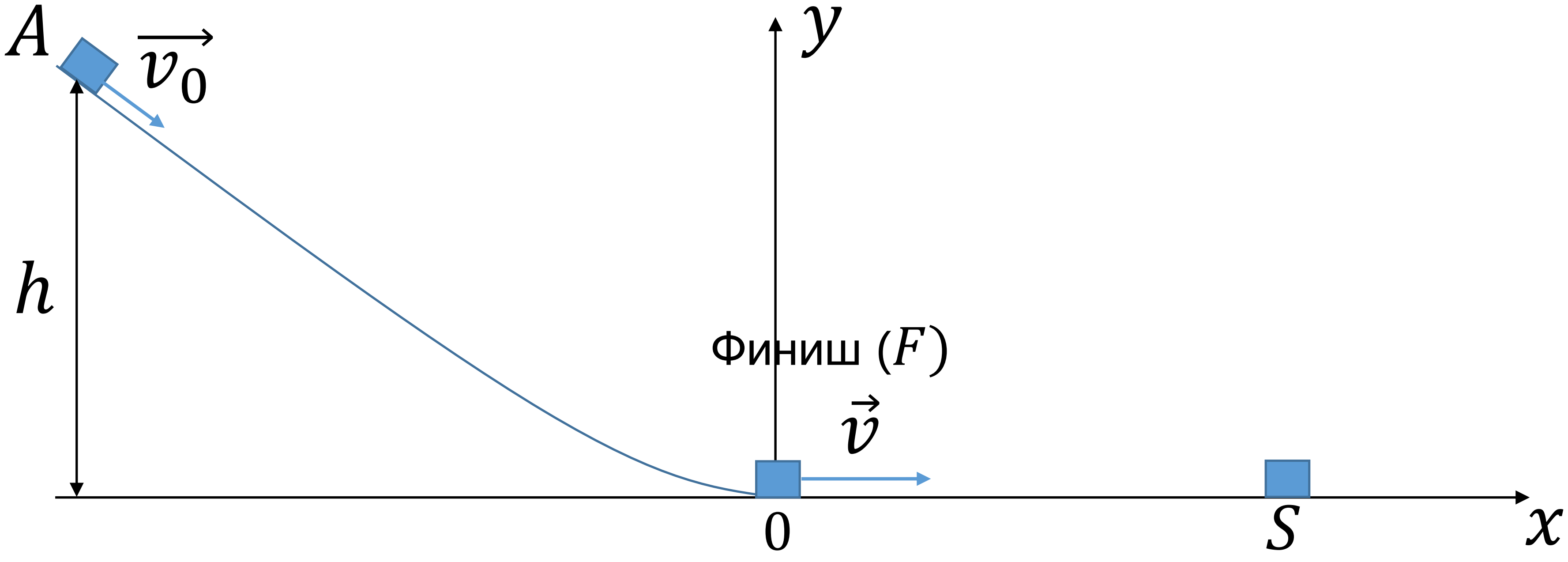



$$П_А + К_А + А_{тр1} + А_{ex1} = П_F + К_F$$

$$П_А = mgh; К_А = \frac{mv_0^2}{2};\ А_{ex1} = 0; П_F = 0; К_F = \frac{mv^2}{2}$$

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} + А_{тр1} = \frac{mv^2}{2}$$

Внешняя сила - сила нормальной реакции опоры

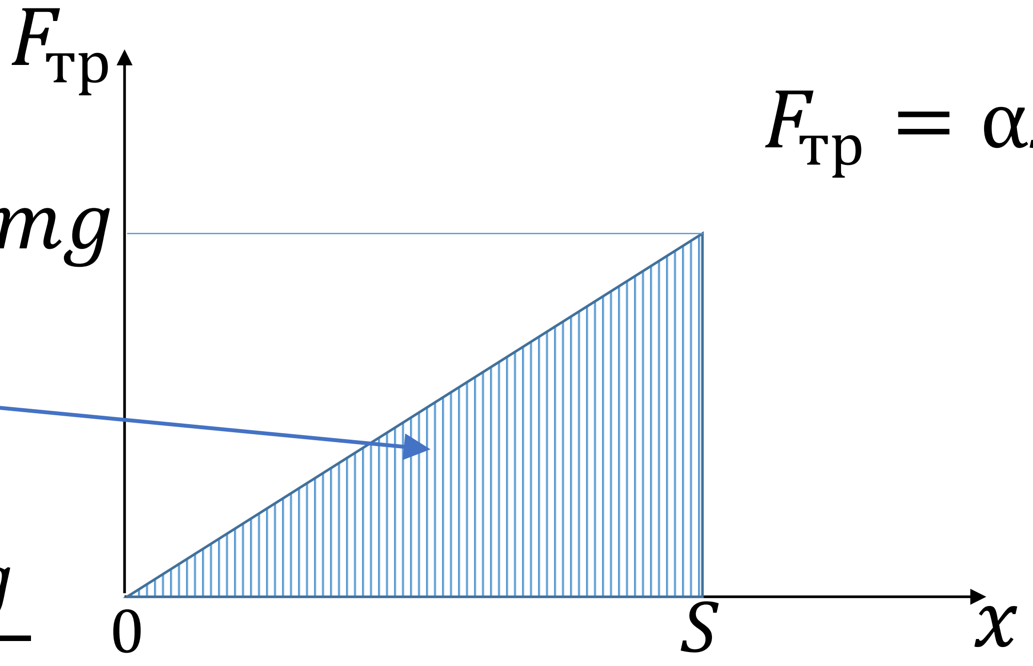



$$П_F + К_F + А_{тр2} + А_{ex2} = П_S + К_S$$

$$А_{ex2} = 0; П_S = 0; К_S = 0$$

$$\frac{mv^2}{2} + А_{тр2} = 0$$

$$F_{\text{тр}} = \alpha x m g$$




$$|A_{\text{тр}2}| = \frac{\alpha S^2 m g}{2}$$

$$|A_{\text{тр}1}| = m\left(gh + \frac{v_0^2}{2}\right) - \frac{\alpha S^2 m g}{2}$$

$$\eta = \frac{|A_{\text{тр}1}|}{m\left(gh + \frac{v_0^2}{2}\right)} = 1 - \frac{\alpha S^2 g}{gh + \frac{v_0^2}{2}} = 0{,}2\ (\text{т. е. } 20\%)$$

**II.1.** Сформулируйте определение внутренней энергии термодинамической системы. Укажите способы изменения внутренней энергии.

**Задача.** В двух достаточно высоких цилиндрических сосудах, расположенных вертикально, содержится по одному молю идеального одноатомного газа при одной и той же температуре (рис. 16). В левом сосуде, открытом сверху, газ сжат тяжелым поршнем и атмосферным давлением. В правом, герметично закрытом сосуде, газ находится под невесомым тонким поршнем, который удерживается в равновесии пружиной, помещенной между поршнем и крышкой сосуда. При этом длина недеформированной пружины равна высоте сосуда. В пространстве над поршнем создан вакуум. Оба сосуда нагревают до одной и той же конечной температуры. Найдите отношение $n$ работы, совершенной газом в левом сосуде, к работе, совершенной газом в правом сосуде. Трением при перемещении поршней можно пренебречь.

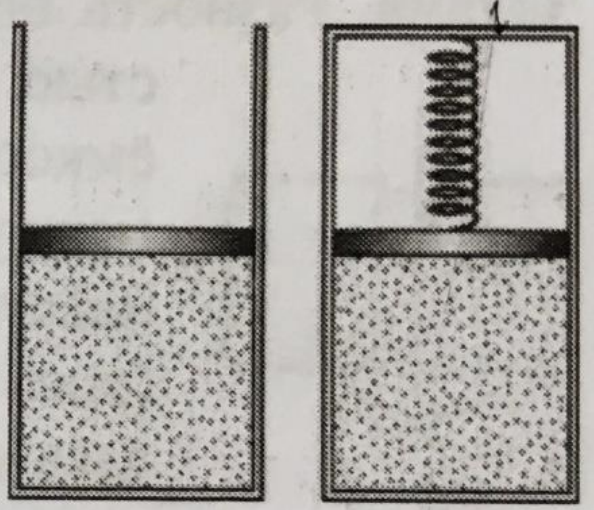


Рис. 16

# ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

Все процессы рассматривают в ИСО, в которой центр масс термодинамической системы покоится.

Все вещества состоят из частиц. Эти частицы находятся в непрерывном хаотическом движении.
Частицы взаимодействуют друг с другом.

**Нулевой закон термодинамики**

**Полностью изолированная термодинамическая система самопроизвольно переходит в состояние термодинамического равновесия.**

Основное уравнение МКТ:

$$p = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m_0 \cdot v^2.$$

Уравнение состояния идеального газа — уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T.$$

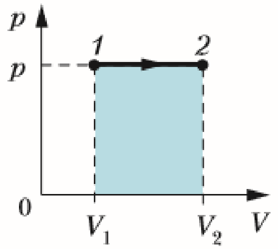
Физический смысл температуры:

$$\frac{m_0 \cdot v^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T,$$

$$k = \frac{R}{N_А} \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{Дж}{К}.$$

**Первый закон термодинамики**

$$\boldsymbol{U_0 + A + Q = U_к}$$



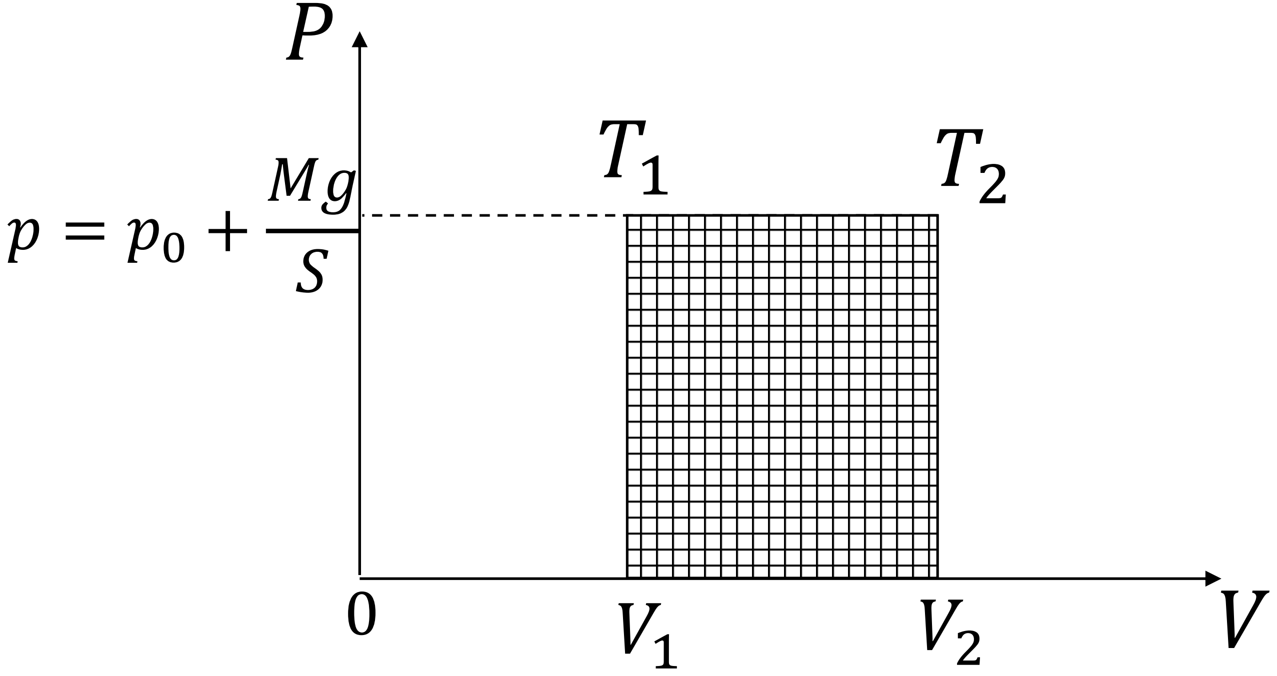

$$A = p \cdot \Delta V = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа:

$$U = N \cdot \frac{m_0 \cdot v^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot \nu \cdot R \cdot T.$$

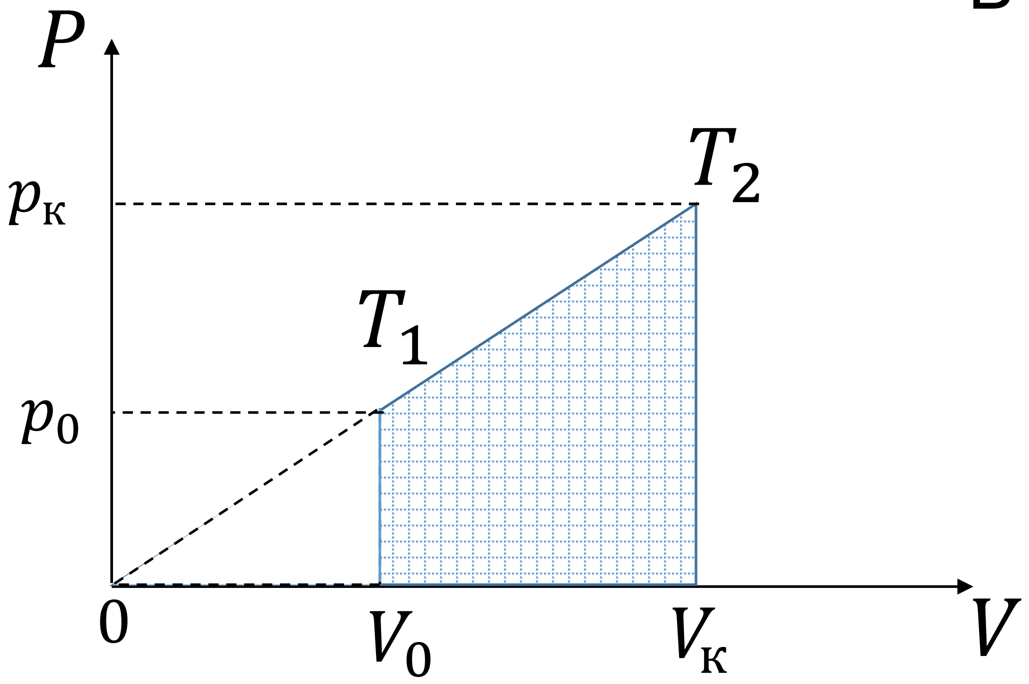
Применение первого закона термодинамики к изопроцессам:

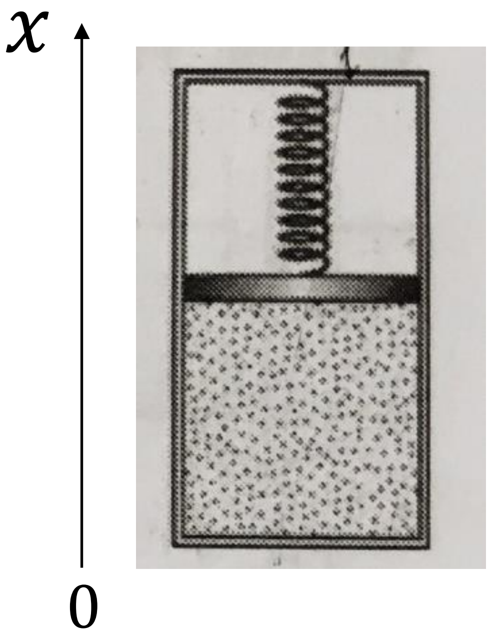
$$Q_{12} = U_2 - U_1 + A_{12}.$$




В левом сосуде изобарический процесс

$$A_{12л} = p(V_2 - V_1) = \upsilon R(T_2 - T_1)$$




В правом сосуде

$$\begin{cases} F_{упр}(x) = kx \\ p(x) = \dfrac{F_{упр}(x)}{S} = \dfrac{kx}{S} \\ V(x) = xS \end{cases}$$

$$p = \frac{kV}{S^2} = \alpha V$$

$$А_{12п} = \frac{p_0 + p_к}{2}(V_к - V_0) =$$

$$= \frac{\alpha(V_к + V_0)(V_к - V_0)}{2} = \frac{\alpha V_к{}^2 - \alpha V_0{}^2}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}(p_к V_к - p_0 V_0) = \frac{1}{2}\upsilon R(T_2 - T_1)$$

$$А_{12л} = \upsilon R(T_2 - T_1)$$

$$А_{12п} = \frac{1}{2}\upsilon R(T_2 - T_1)$$

$$n = \frac{А_{12л}}{А_{12п}} = 2$$

**III.1.** Дайте определение электроемкости. Запишите формулу для электроемкости плоского конденсатора.

**Задача.** Плоский конденсатор ёмкостью $C = 400$ пФ присоединён к источнику постоянного напряжения $U = 2$ кВ. Не отключая конденсатор от источника, его пластины медленно раздвинули так, что расстояние между ними увеличилось в $n = 4$ раза. Определите работу $A_{\text{мех}}$, совершенную силами, раздвигавшими пластины конденсатора.

Ёмкость конденсатора определяется его геометрическими характеристиками и свойствами диэлектрика между его обкладками.

Ёмкость $C$ плоского конденсатора может быть рассчитана по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d}, \qquad (1)$$

где $S$ – площадь пластины конденсатора, $d$ – расстояние между пластинами, $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость вещества, которым заполнено пространство между пластинами.

Как и любая система зарядов, конденсатор в заряженном состоянии обладает электрической энергией. Действительно, пластины конденсатора, имеющие заряды разного знака, притягиваются друг к другу (рис. 297). Пусть пластину *1* удерживают неподвижной. Тогда при движении пластины 2 к пластине *1* действующая на неё электрическая сила будет совершать положительную работу. Эта работа равна

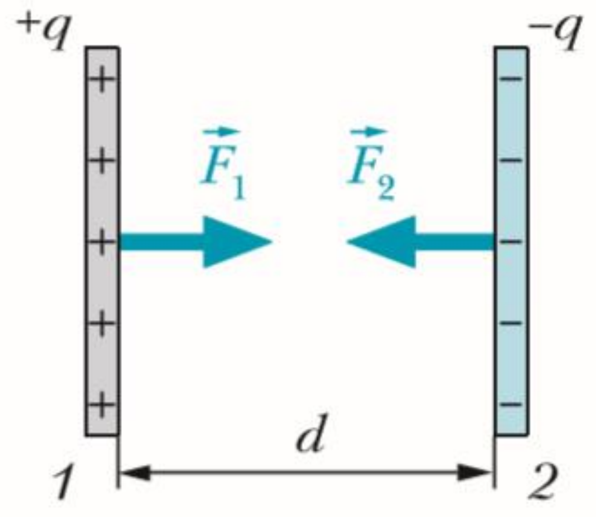
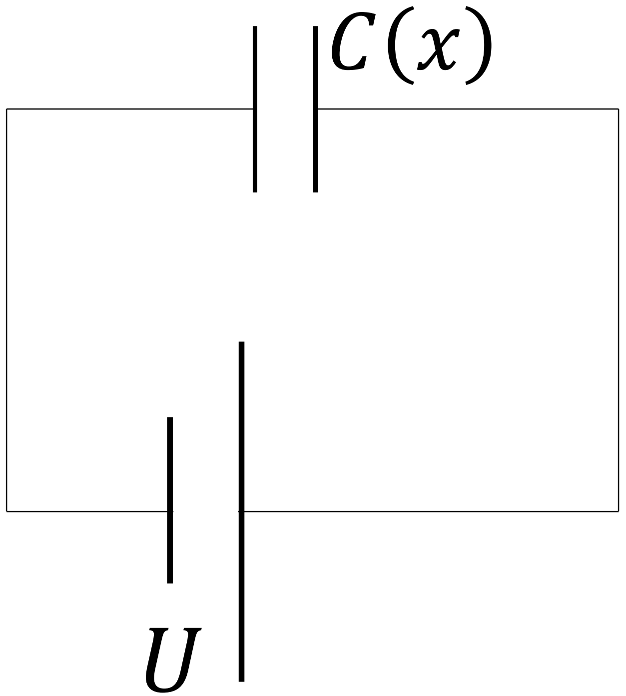


Рис. 297

$$F = \frac{qE}{2}$$

I способ



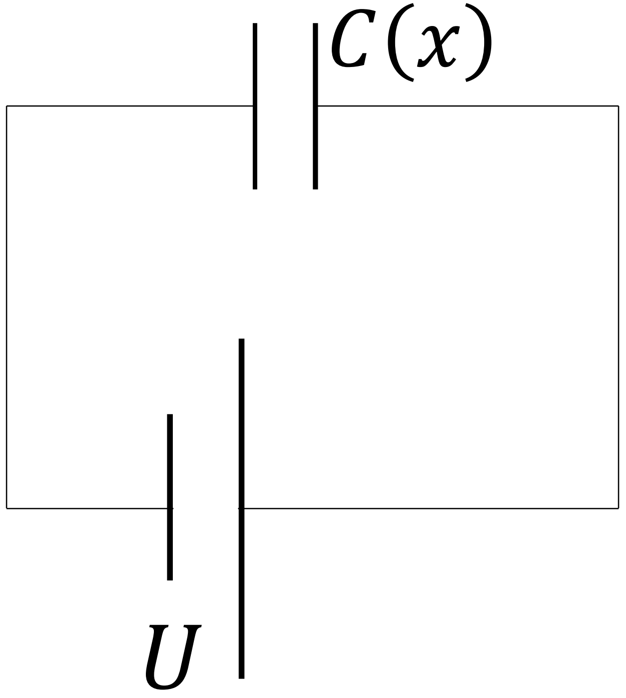

$$C(x) = \frac{\varepsilon_0 S}{x}$$

$$q(x) = C(x)U$$

$$E(x) = \frac{U}{x}$$

$$F(x) = \frac{q(x)E(x)}{2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{x^2}$$

$$A = \int_d^{4d} F(x)dx = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2}\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_d^{4d} = \frac{3}{8}\frac{\varepsilon_0 S U^2}{d} = \frac{3}{8}CU^2$$




# II способ
(см. §18 учебника Физика 11)

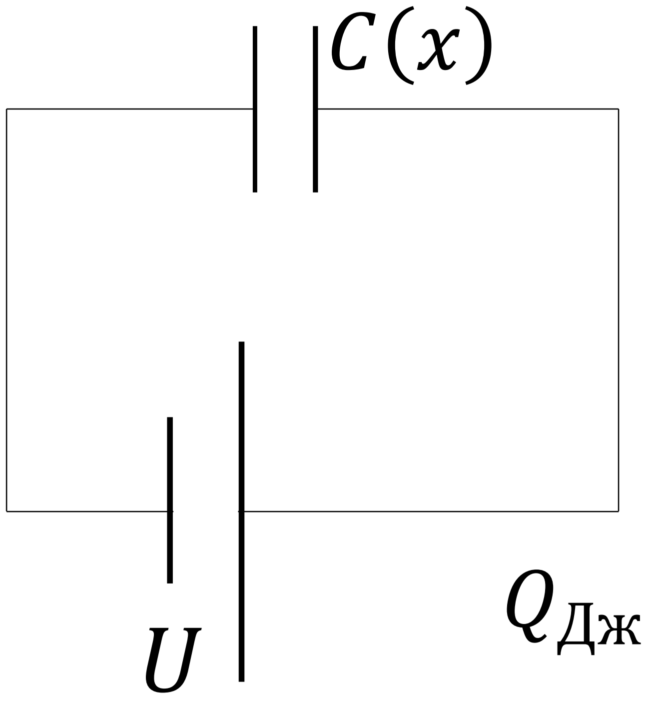
$$C_0 = C; q_0 = CU; W_0 = \frac{\mathrm{CU}^2}{2}$$

$$C_\text{к} = \frac{C}{4}; q_\text{к} = \frac{CU}{4}; W_\text{к} = \frac{\mathrm{CU}^2}{8}$$

Заряд, протекший по цепи

$$\Delta q = q_\text{к} - q_0 = -\frac{3CU}{4}$$

$$\Rightarrow A_\varepsilon = U\Delta q = -\frac{3CU^2}{4}$$




$$Q_{\text{Дж}} = \sum(\Delta U_i I_i \Delta t_i) \approx \Delta U_i \sum(I_i \Delta t_i) \approx \Delta U_i \Delta q \approx 0,$$

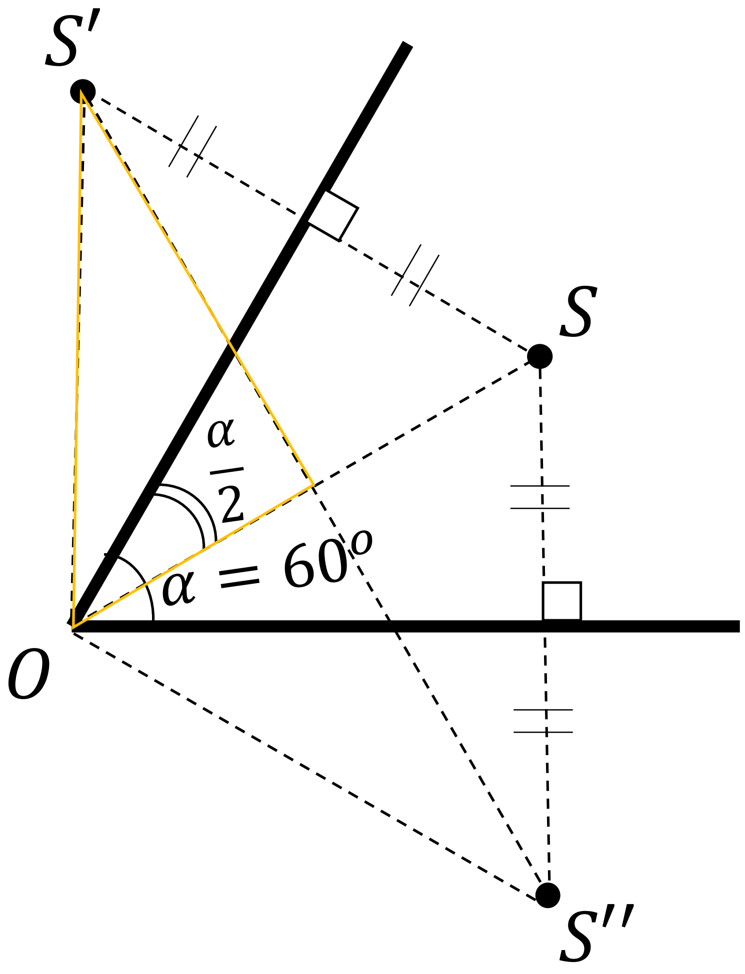
Где $\Delta U_i = U(t) - \frac{q(t)}{C} \approx 0$ (т.к. медленно)

$$W_0 + A_\varepsilon + A_{\text{мех}} = W_{\text{к}} + Q_{\text{Дж}}$$

$$A_{\text{мех}} = \frac{3}{8} C U^2$$

**IV.1.** Сформулируйте закон отражения света. Приведите пример построения изображения предмета в плоском зеркале.

**Задача.** Два плоских зеркала образуют двугранный угол $\alpha = 60°$. Вдоль биссектрисы этого угла равномерно движется светящаяся точка со скоростью $v = 2$ см/с. Через какой промежуток времени $\Delta t$ расстояние между первыми изображениями точки в зеркалах изменится на величину $\Delta x = 12$ см?




$$OS = L_0 + v\Delta t; \qquad S'S'' = x_0 + \Delta x$$

$$\frac{S'S''}{2} = \frac{OS}{2} tg\alpha$$

$$S'S'' = x_0 + \Delta x = \sqrt{3}(L_0 + v\Delta t) =$$

$$= x_0 + \sqrt{3}v\Delta t$$

$$\Rightarrow \ \Delta x = \sqrt{3}v\Delta t$$

$$\Rightarrow \ \Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}v} = \frac{12}{\sqrt{3}\cdot 2}\,\text{c} = 2\sqrt{3}\ \text{c} \approx 3{,}5\ \text{c}$$