



ЕДИНСТВО ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ О КОЛЕБАНИЯХ

Грачев А.В., Грачева М.А.

Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,
кафедра общей физики

grachev_av61@list.ru

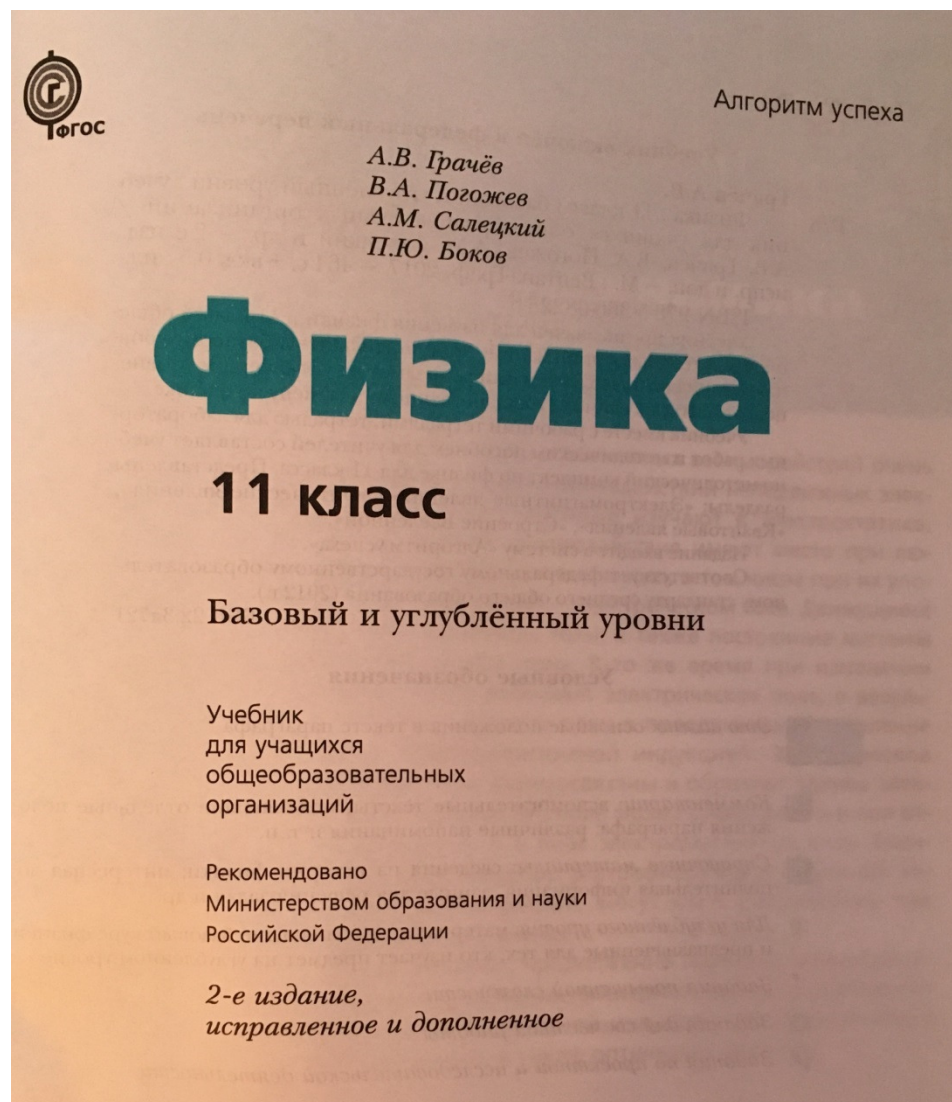
Как достичь успеха в изучении физики?

Либо учить

Либо понимать

Выбор за Вами

Есть УМК по физике, который поможет
Вашим ученикам ее понимать



Решение задач о гармонических механических колебаниях

Динамический способ

При колебаниях тела массой m вдоль оси X ИСО, начало которой совмещено с положением равновесия, в отсутствие сил трения проекция возвращающей силы $\bar{F}$ противоположна по знаку и пропорциональна его смещению x :

$$F = -k \cdot x.$$

Второй закон Ньютона в проекции на ось X :

$$-k \cdot x = m \cdot a_x = m \cdot \ddot{x}$$

Энергетический способ

Потенциальная энергия системы равна взятой с обратным знаком работе возвращающей силы: $\Pi = \frac{k \cdot x^2}{2}$.

Кинетическая энергия системы:

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot \dot{x}^2}{2}.$$

Механическая энергия системы постоянна:

$$\Pi + K = \frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot \dot{x}^2}{2} = \text{const}.$$

После *взятия производной* получаем: $k \cdot x + m \cdot \ddot{x} = 0$

Уравнение гармонических колебаний: $\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$ или $\ddot{x} + \omega^2 \cdot x = 0$, где $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — циклическая частота

Решение уравнения гармонических колебаний: $x(t) = x_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$, где x_m — амплитуда, $(\omega \cdot t + \varphi)$ — фаза, φ_0 — начальная фаза колебаний

Зависимости от времени t проекций на ось X скорости, ускорения, потенциальной, кинетической и механической энергий при гармонических колебаниях:

$$v_x(t) = -x_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -v_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$a_x(t) = -x_m \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = -a_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$\Pi(t) = \frac{k \cdot x^2(t)}{2} = \frac{k \cdot x_m^2}{2} \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi), \quad K(t) = \frac{m \cdot v_x^2(t)}{2} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x_m^2}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$E(t) = \Pi(t) + K(t) = \frac{k \cdot x_m^2}{2} \cdot [\cos^2(\omega \cdot t + \varphi) + \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)] = \frac{k \cdot x_m^2}{2} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x_m^2}{2} = \text{const}$$

Решение задач о свободных гармонических электромагнитных колебаниях двумя способами

Пусть заряд пластины конденсатора равен q , сила тока в контуре равна I и потери энергии в контуре пренебрежимо малы.

Тогда

напряжение между пластинами конденсатора равно ЭДС самоиндукции катушки:

$$\frac{q}{C} = -L \cdot \dot{I}.$$

Так как $\dot{I} = \ddot{q}$, то $\frac{q}{C} = -L \cdot \ddot{q}$

энергия электрического поля конденсатора $W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}$, энергия магнитного поля катушки $W_{\text{м}} = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{L \cdot \dot{q}^2}{2}$, электромагнитная энергия контура $W = W_{\text{м}} + W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C} + \frac{L \cdot \dot{q}^2}{2} = \text{const.}$

После взятия производной по времени от этого выражения получаем: $L \cdot \ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

Уравнение гармонических электромагнитных колебаний: $\ddot{q} + \frac{q}{L \cdot C} = 0$ или $\ddot{q} + \omega^2 \cdot q = 0$,
где $\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ — циклическая частота

Решение уравнения гармонических электромагнитных колебаний (зависимость заряда пластины конденсатора от времени): $q(t) = q_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$, где q_m — амплитуда заряда

Зависимости от времени силы тока, электрической, магнитной и электромагнитной энергий при гармонических электромагнитных колебаниях: $I(t) = -q_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$,

$$W_{\text{эл}} = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$W_{\text{м}} = \frac{L \cdot I^2(t)}{2} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi),$$

$$W = W_{\text{эл}} + W_{\text{м}} = \frac{q_m^2}{2C} \cdot [\cos^2(\omega \cdot t + \varphi) + \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)] = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{L \cdot I_m^2}{2} = \text{const}$$



- $x(t) \rightarrow q(t)$

$$v(t) = \dot{x}(t) \rightarrow I(t) = \dot{q}(t)$$

$$a(t) = \dot{v}(t) \rightarrow \dot{I}(t) = \ddot{q}(t)$$

- $$-kx = ma = m\ddot{x}$$

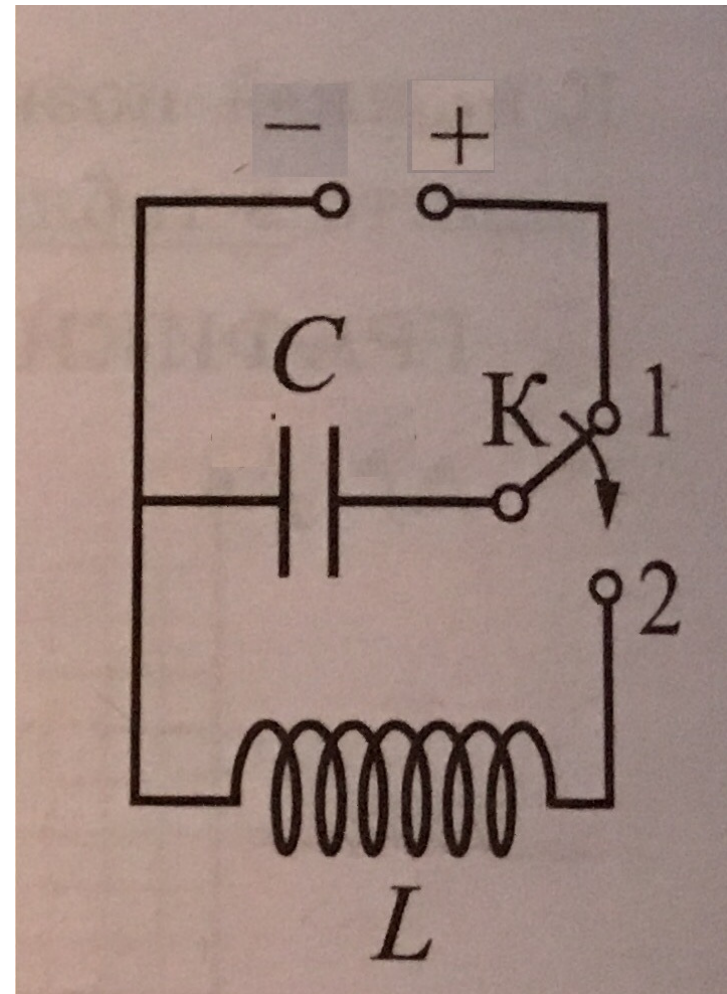
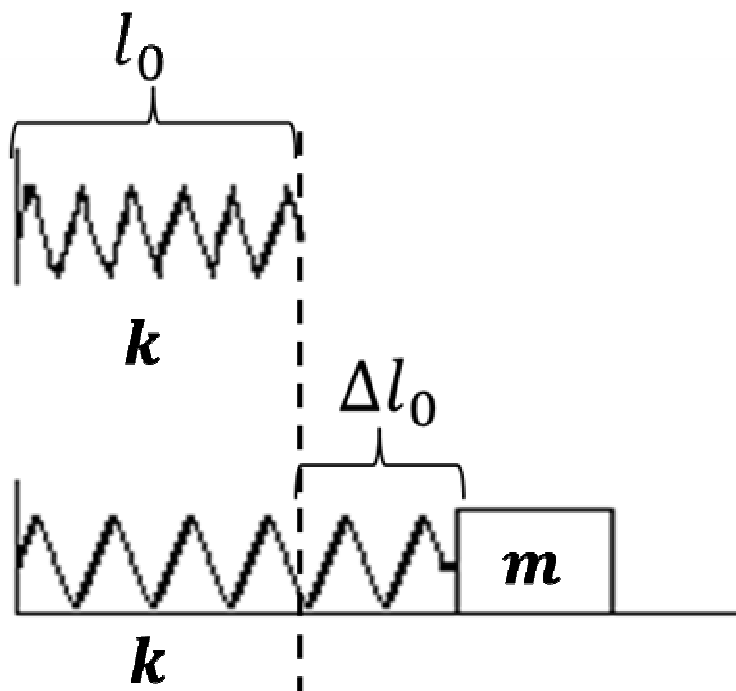
$$\frac{q}{C} = -L\dot{I} = -L\ddot{q}$$

$$k \rightarrow \frac{1}{C}$$

$$m \rightarrow L$$


$$\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \textit{const} = \frac{kx_m^2}{2} = \frac{mv_m^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \textit{const} = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}$$



Графический подход (свободные

характерные точки $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$, $\frac{3}{4}T$ и T .

При $t = 0$ энергия электрического поля максимальна, а энергия магнитного поля равна нулю. Поэтому энергия всей системы равна:

$$W = W_{\text{эл}} + W_{\text{магн}} = \frac{q_m^2}{2C} + 0 = \frac{q_m^2}{2C}. \quad (1)$$

В промежутке времени от $t = 0$ до $\frac{T}{4}$ заряд q конденсатора уменьшается от q_m до нуля. Напротив, модуль силы тока за это время нарастает от 0 до I_m . Обратим внимание на то, что сила тока в течение этого промежутка времени отрицательна. Такой ток уменьшает заряд q пластины конденсатора. При этом энергия электрического поля уменьшается, а энергия магнитного поля тока увеличивается.

В момент $\frac{T}{4}$ заряд конденсатора становится равным нулю, а модуль

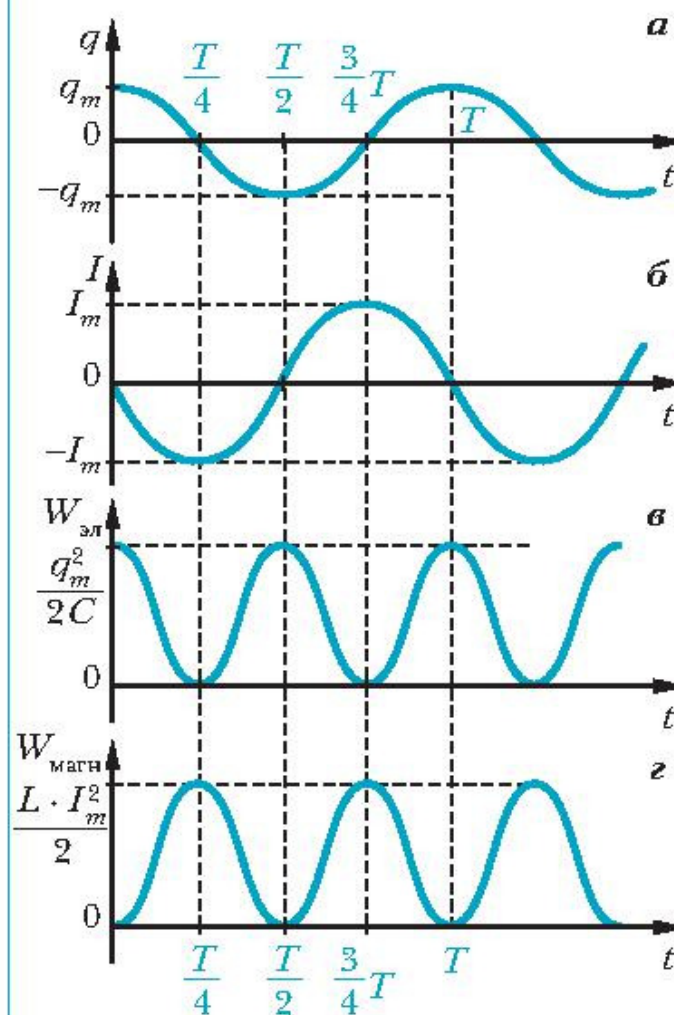


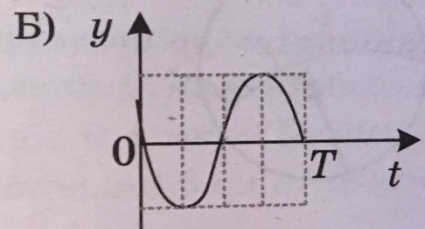
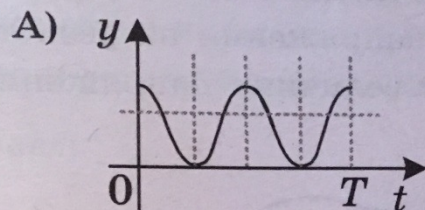
Рис. 139

18. В идеальном колебательном контуре происходят электромагнитные колебания. В момент $t = 0$ заряд конденсатора максимален, а сила тока равна нулю. T — период колебаний. Графики А и Б представляют изменения физических величин, характеризующих электромагнитные колебания в контуре.

Установите соответствие между графиками и физическими величинами, зависимости которых от времени эти графики могут представлять.

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами

ГРАФИКИ



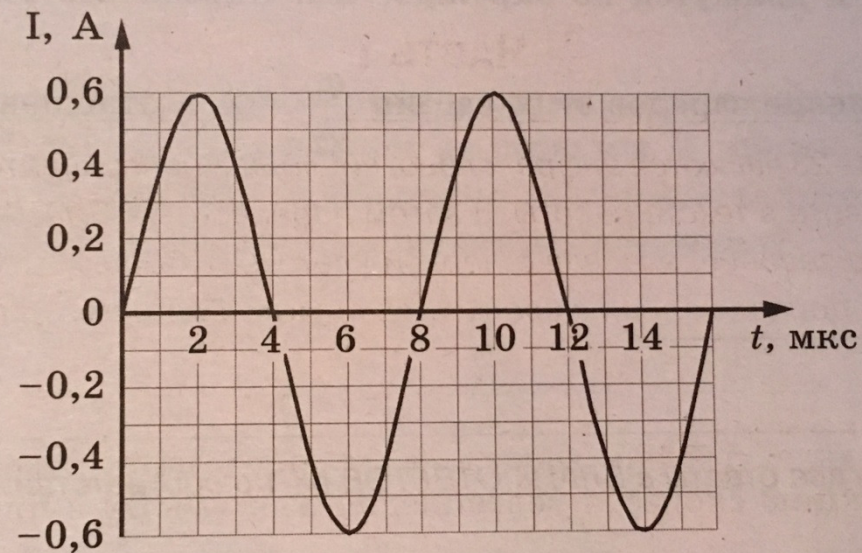
ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

- 1) энергия заряженного конденсатора
- 2) энергия катушки с током
- 3) сила тока в контуре
- 4) заряд на обкладке конденсатора

Ответ:

А	Б

30. Сила тока в идеальном колебательном контуре меняется со временем так, как показано на рисунке. Определите заряд конденсатора в момент времени $t = 3$ мкс.



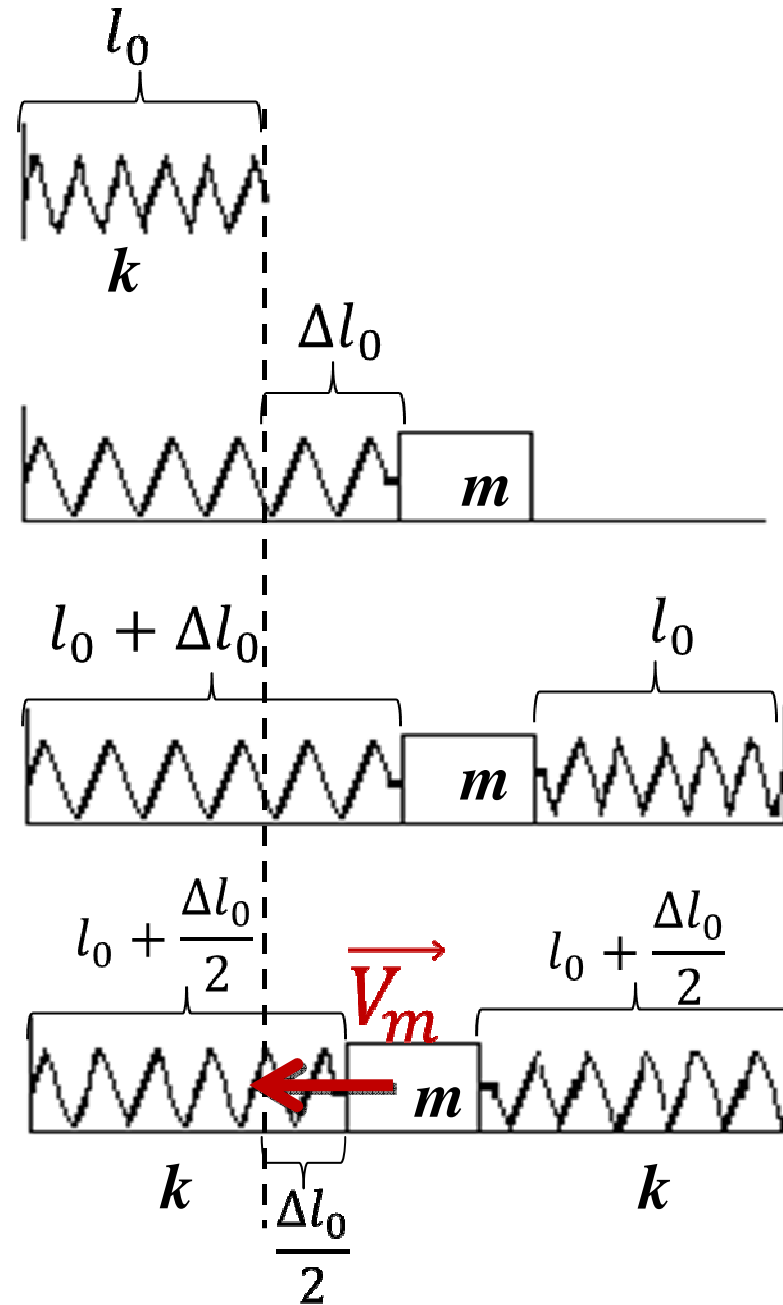
•

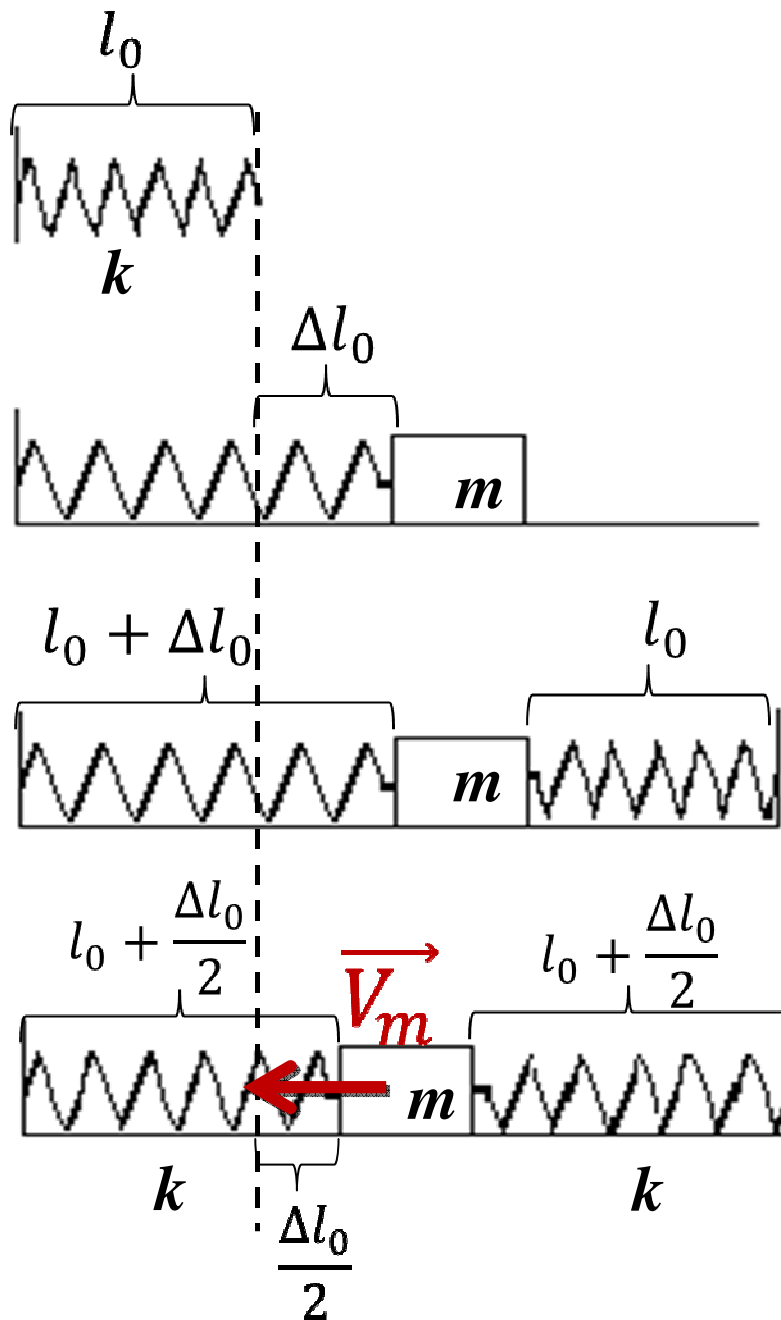
$$\Pi_0 + K_0 + A_{ex} + A_{тр} = \Pi_K + K_K$$

Устанавливаются вынужденные колебания

если $A_{ex} + A_{тр} = 0$, то $\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \textit{const}$

если $A_{ист} = Q_{дж}$, то $\frac{q^2}{2c} + \frac{LI^2}{2} = \textit{const}$



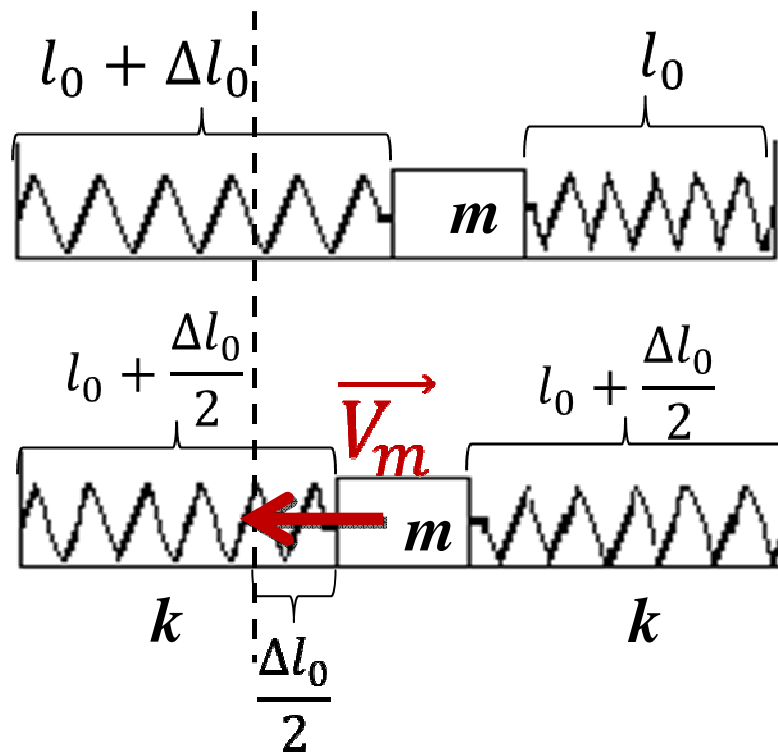


$$\frac{k\Delta l_0^2}{2} - 2 \frac{k \left(\frac{\Delta l_0}{2} \right)^2}{2} = \frac{mV_m^2}{2}$$

$$\Pi_{max} - \Pi_{min} = \frac{mV_m^2}{2} =$$

$$= \frac{kx_m^2}{2}$$

$$(x_m = \frac{\Delta l_0}{2})$$

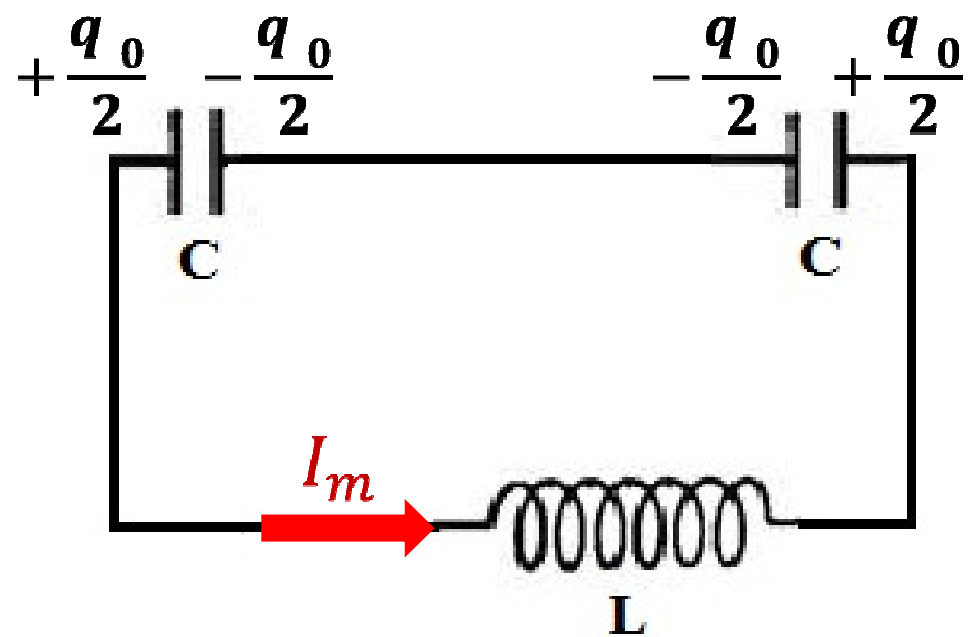
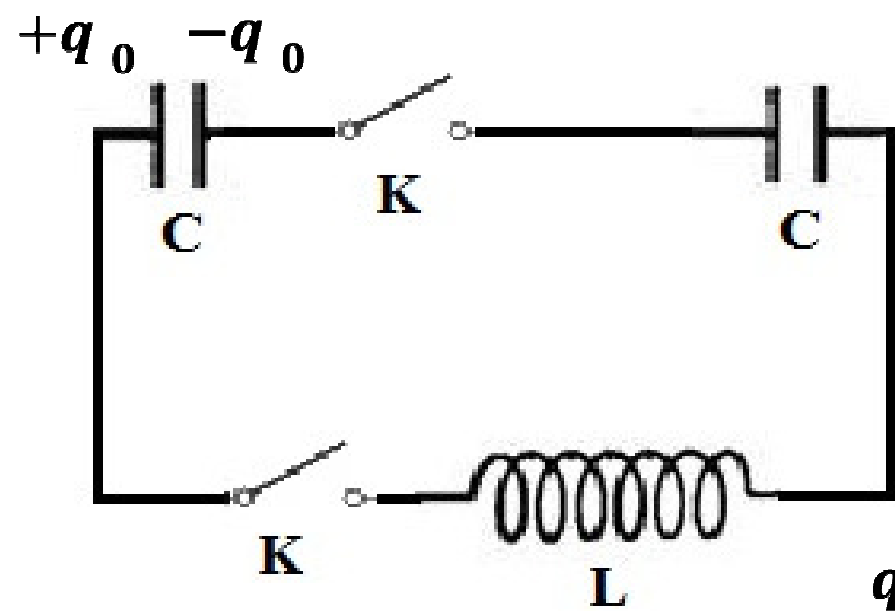


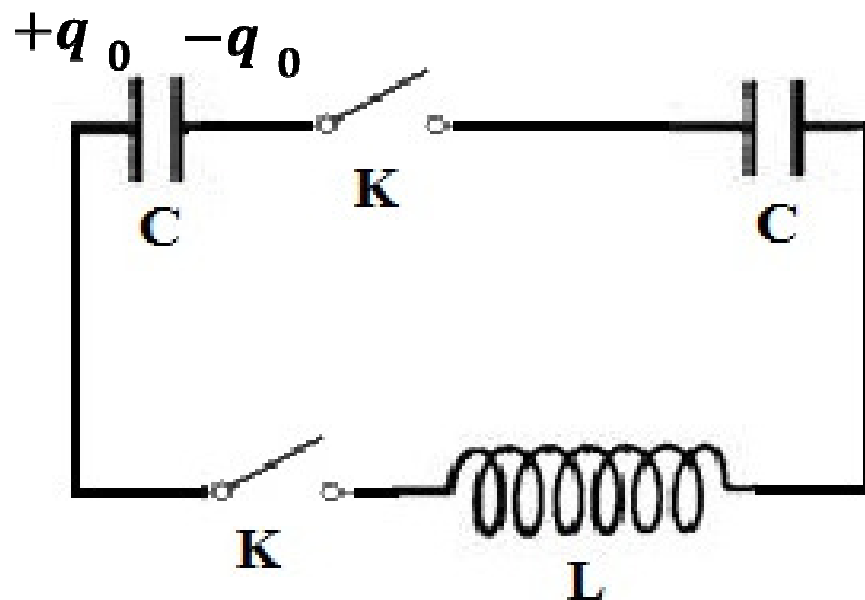
$$\frac{k\Delta l_0^2}{2} - 2 \frac{k \left(\frac{\Delta l_0}{2} \right)^2}{2} = \frac{mV_m^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{max} - \Pi_{min} &= \frac{mV_m^2}{2} = \\ &= \frac{kx_m^2}{2} \end{aligned}$$

$$(x_m = \frac{\Delta l_0}{2})$$

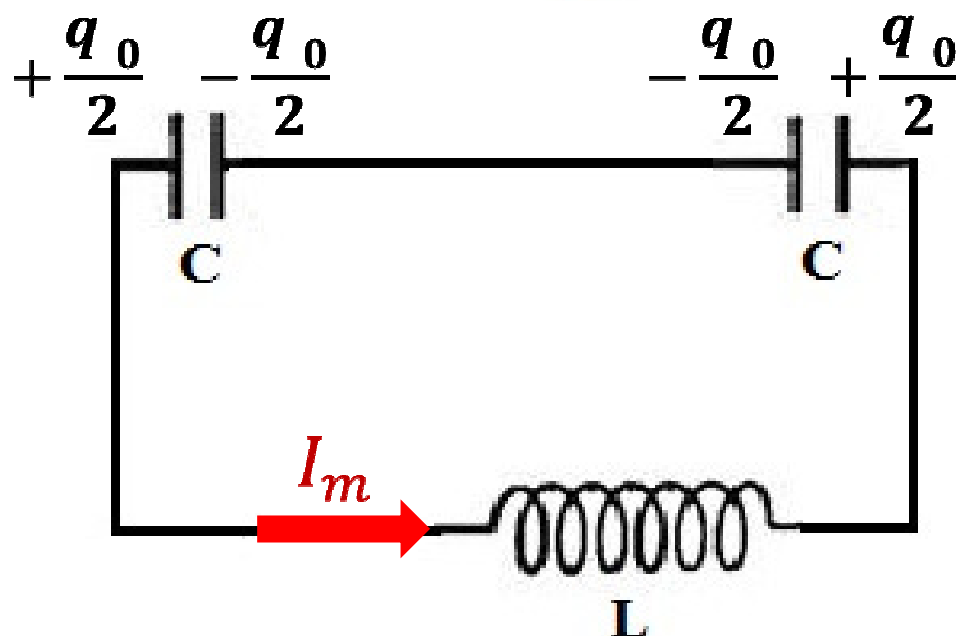
Если $\Pi_{min} = 0$, то $\frac{2kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{2kx_m^2}{2} = \frac{mV_m^2}{2}$

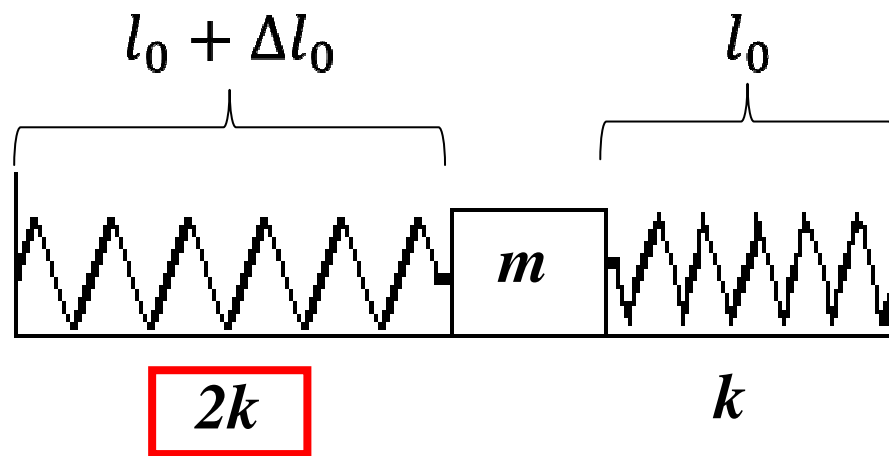




$$\frac{q_0^2}{2C} - 2 \frac{\left(\frac{q_0}{2}\right)^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}$$

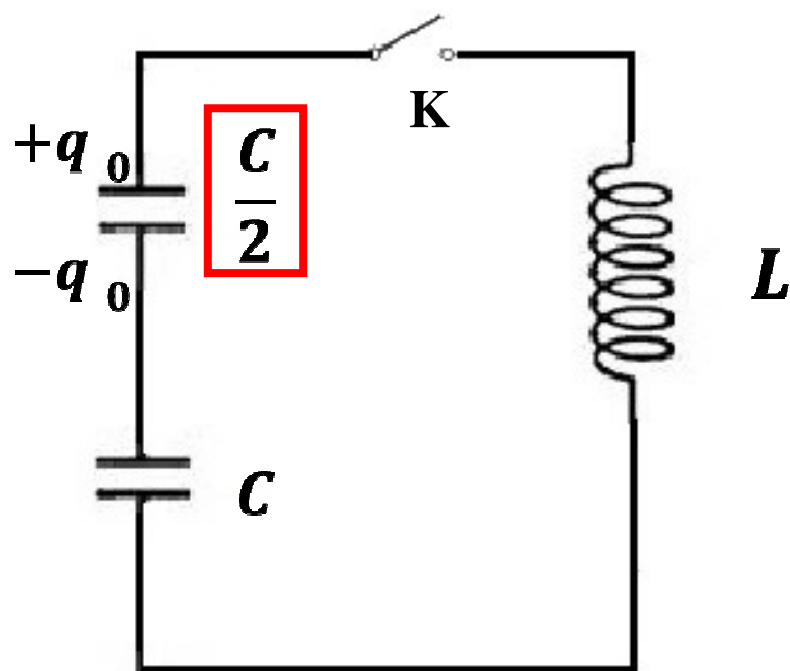
$$W_{\text{эл max}} - W_{\text{эл min}} = \frac{LI_m^2}{2}$$





$$V_0 = 0, V_m = ?$$

По аналогии



$$I_0 = 0, I_m = ?$$

5. Груз массой 0,1 кг подвешен на невесомой нерастяжимой нити длиной 40 см. В результате небольшого толчка груз пришел в движение. В таблице приведена зависимость высоты груза h относительно положения равновесия от времени t . На основании данных, приведенных в таблице, выберите два верных утверждения о движении груза.

$t, \text{с}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$h, \text{см}$	0	12	20	12	0	12	20	12	0

- 1) Период колебаний груза 4 с.
- 2) В момент времени 2 с скорость груза максимальна.
- 3) В промежуток времени от 1 до 5 с кинетическая энергия груза достигла минимального значения 2 раза.
- 4) В момент 6 с кинетическая энергия груза равна 0.
- 5) Максимальная скорость груза равна 2 м/с.

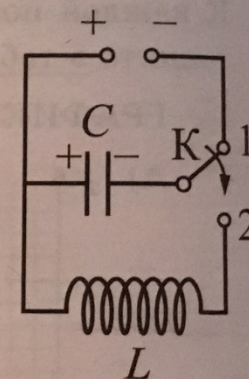
Ответ:

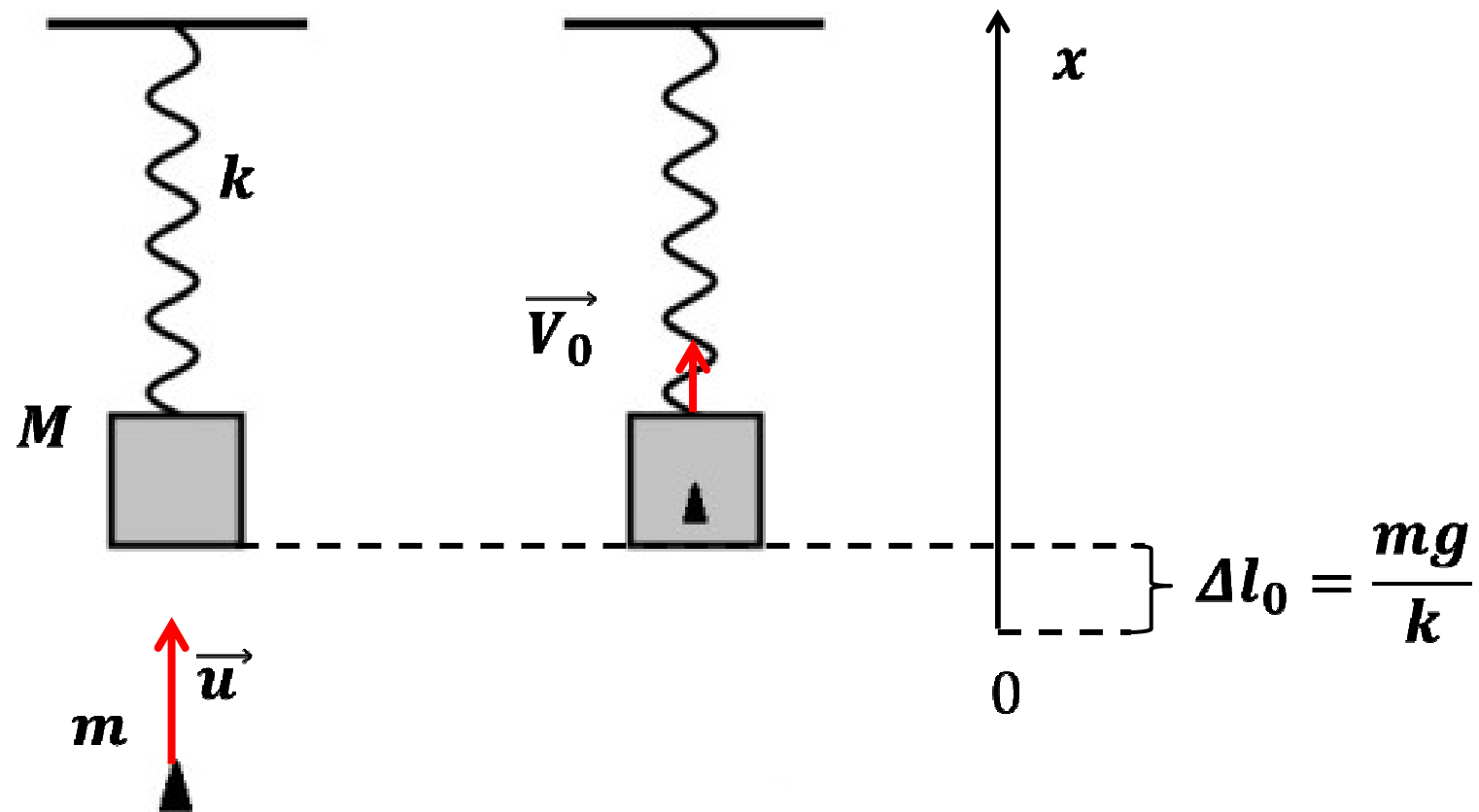
16. Конденсатор колебательного контура длительное время подключен к источнику постоянного напряжения (см. рис.). В момент времени $t = 0$ переключатель К переводят из положения 1 в положение 2. Выберите два верных утверждения о процессах, которые будут происходить в контуре после переключения ключа в положение 2. Сопротивлением контура пренебречь.

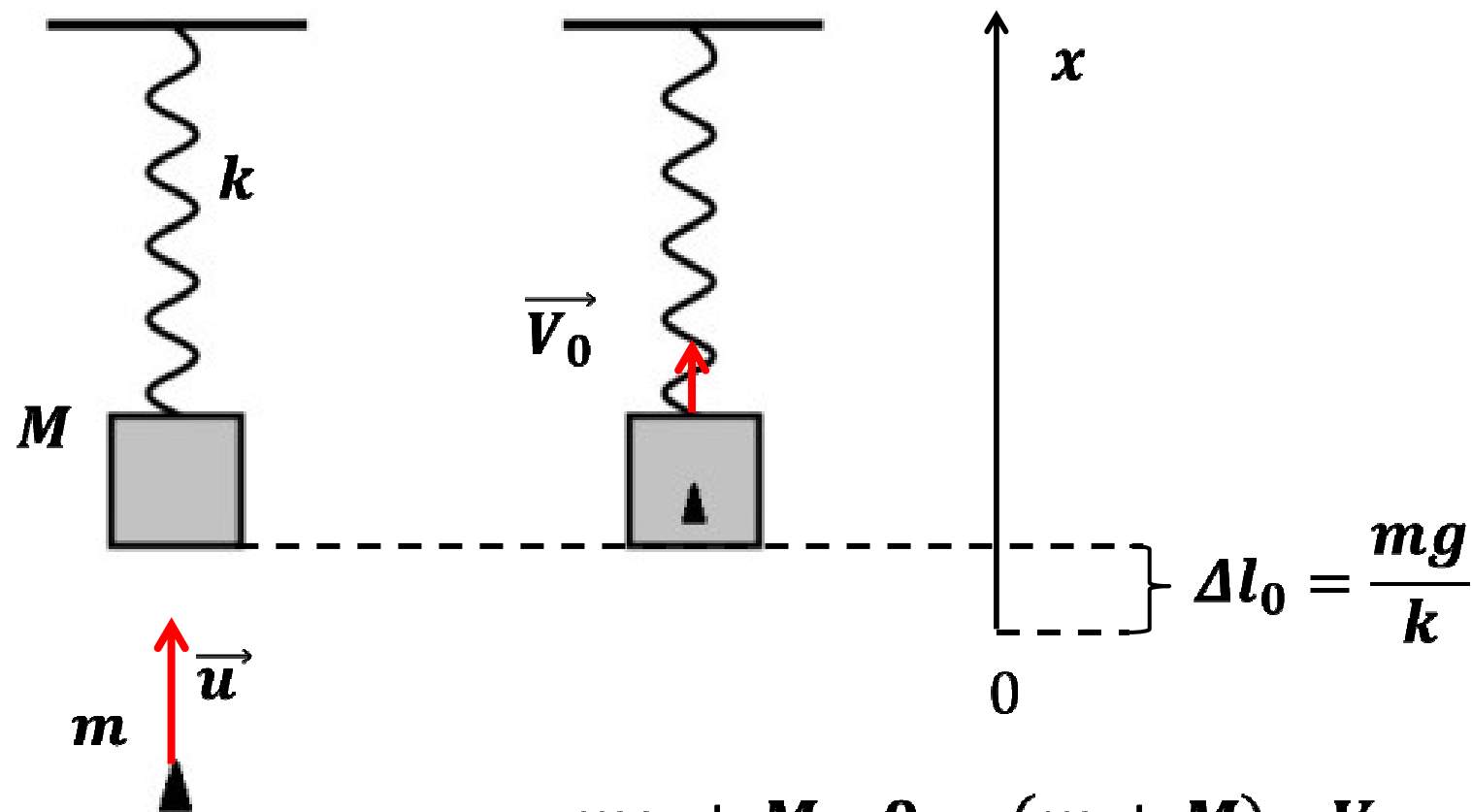
- 1) Сила тока через катушку будет постоянной.
- 2) В контуре начнутся электромагнитные колебания.
- 3) В контуре будет выделяться тепло.
- 4) Заряд на левой обкладке конденсатора сразу после переключения начнет уменьшаться.
- 5) Энергия конденсатора сразу после переключения ключа начнет увеличиваться.

Ответ:

--	--

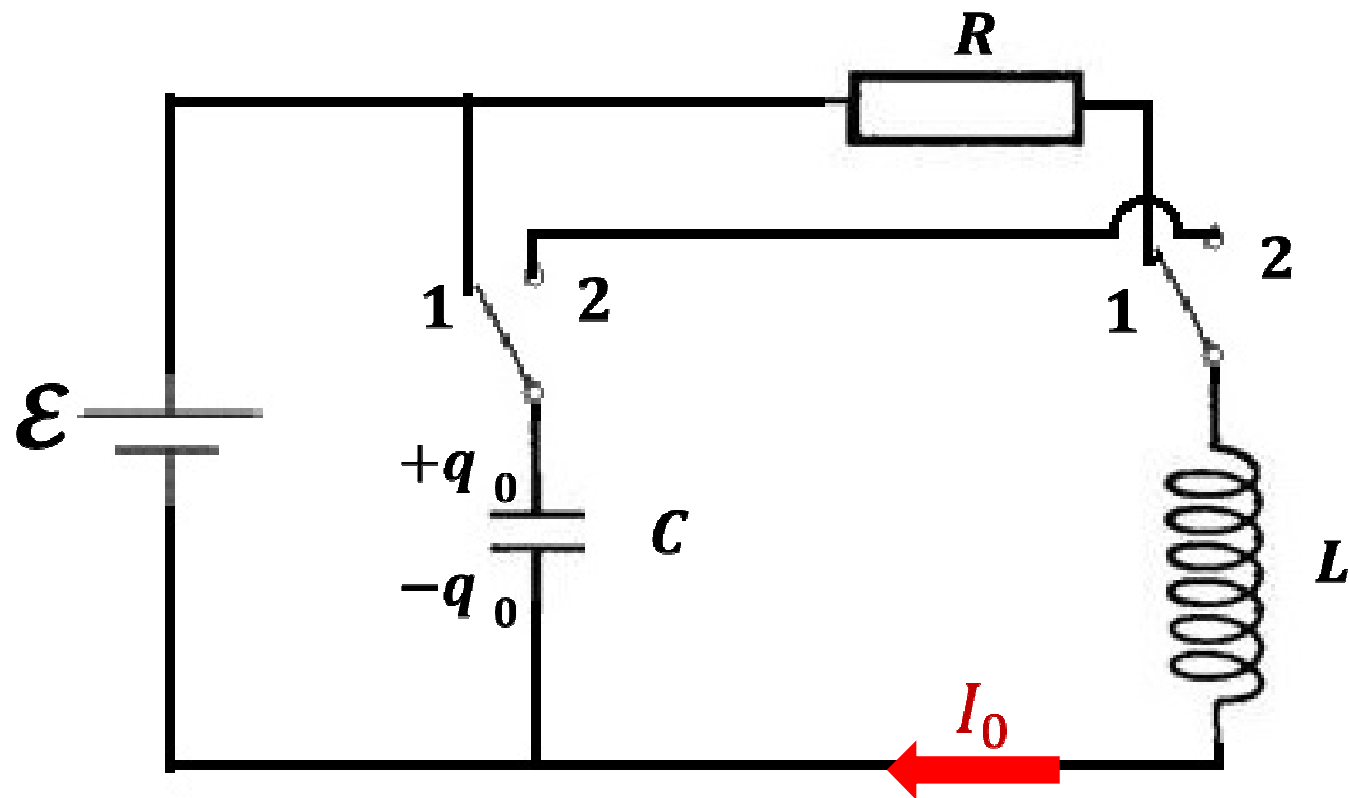




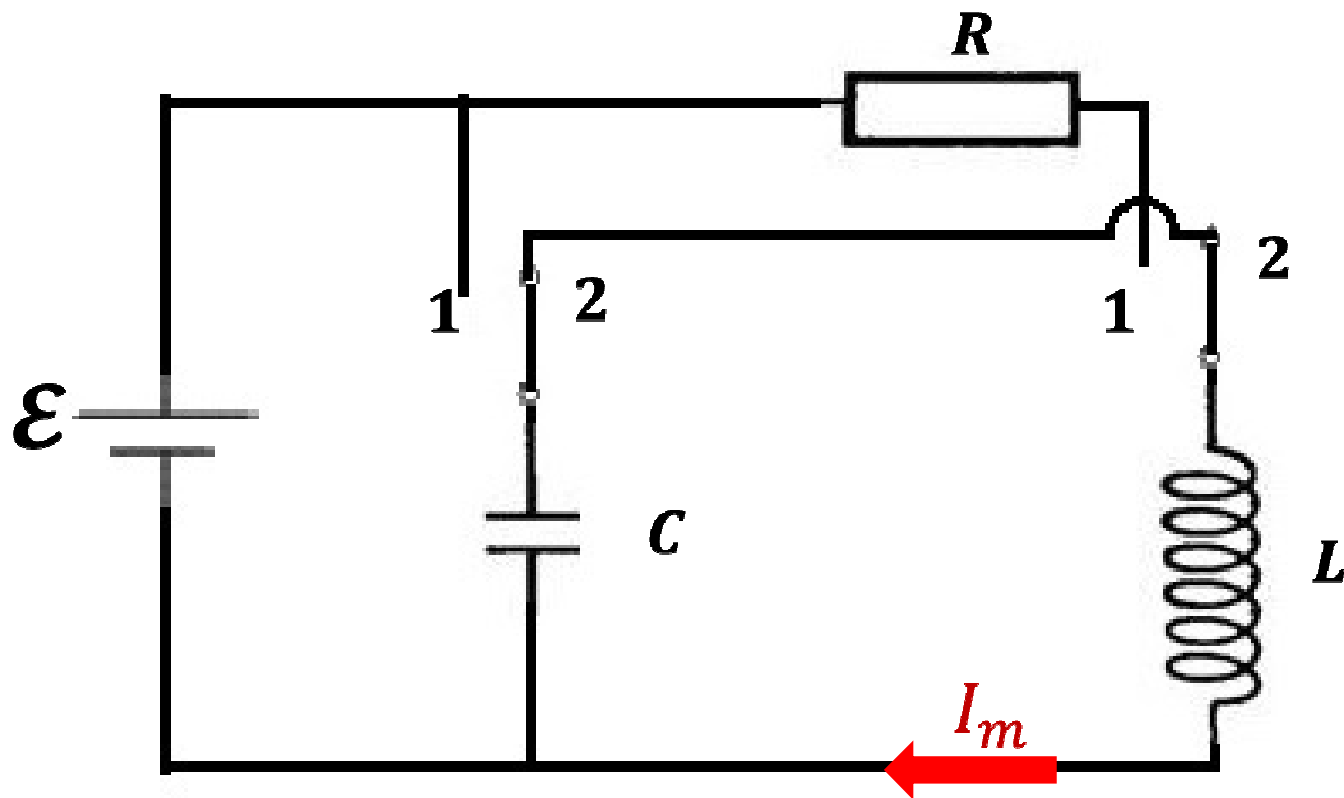


$$mu + M * 0 = (m + M) * V_0$$

$$\begin{aligned} \Pi_0 + K_0 &= \frac{k\Delta l_0^2}{2} + \frac{(m+M)V_0^2}{2} = \text{const} = \\ &= \frac{kx_m^2}{2} = \frac{(m+M)V_m^2}{2} \end{aligned}$$

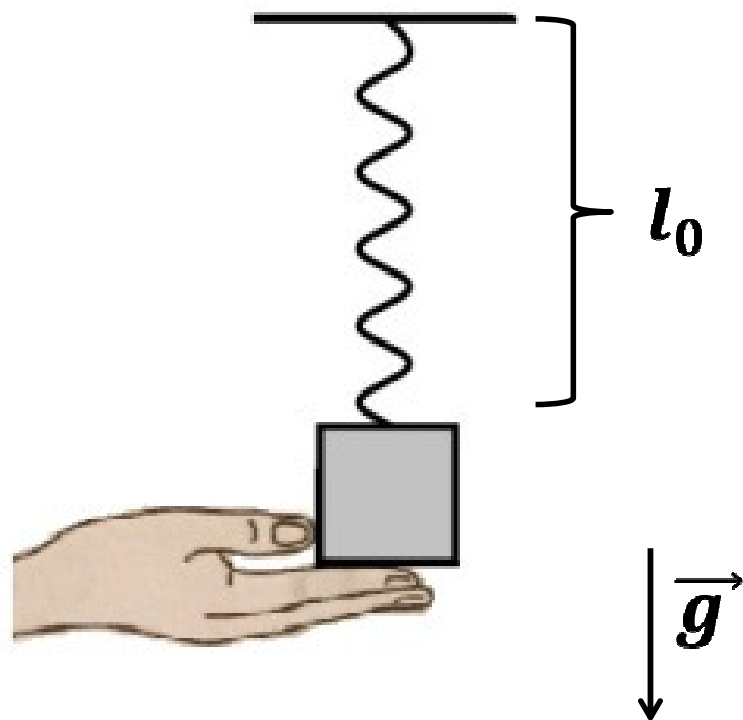


$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} = I_0 R$$

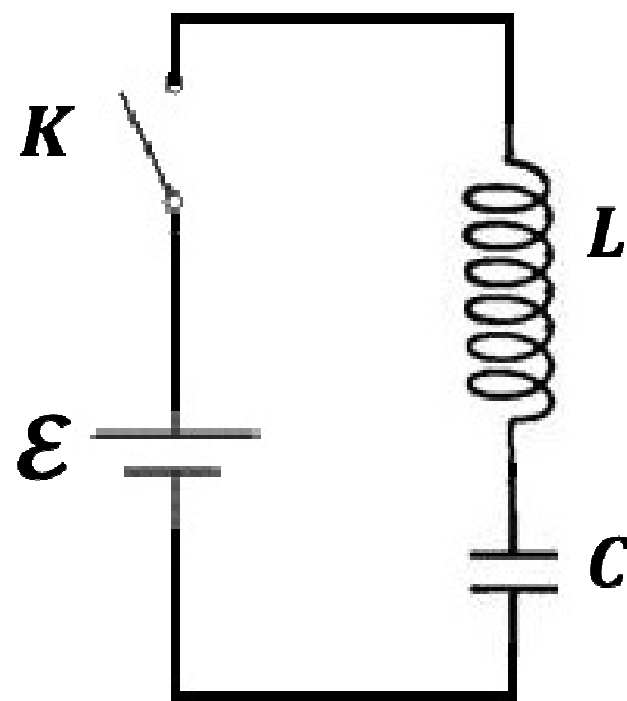


$$\mathcal{E} = \frac{q_0}{C} = I_0 R$$

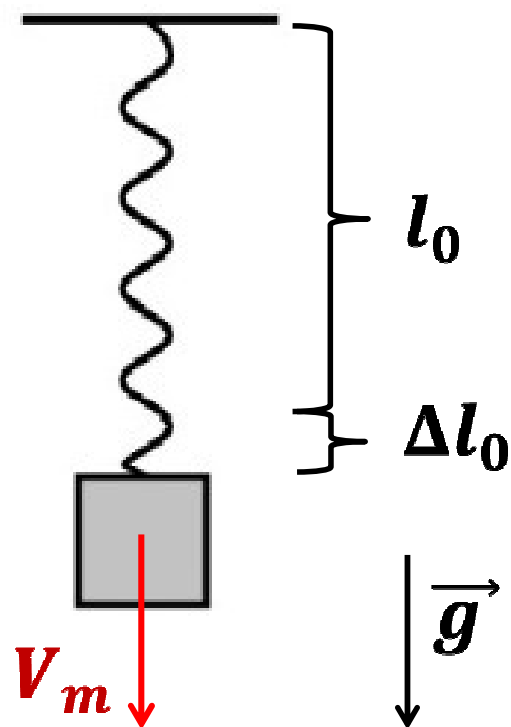
$$\frac{q_0^2}{2C} + \frac{LI_0^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C}$$



Отпускаем

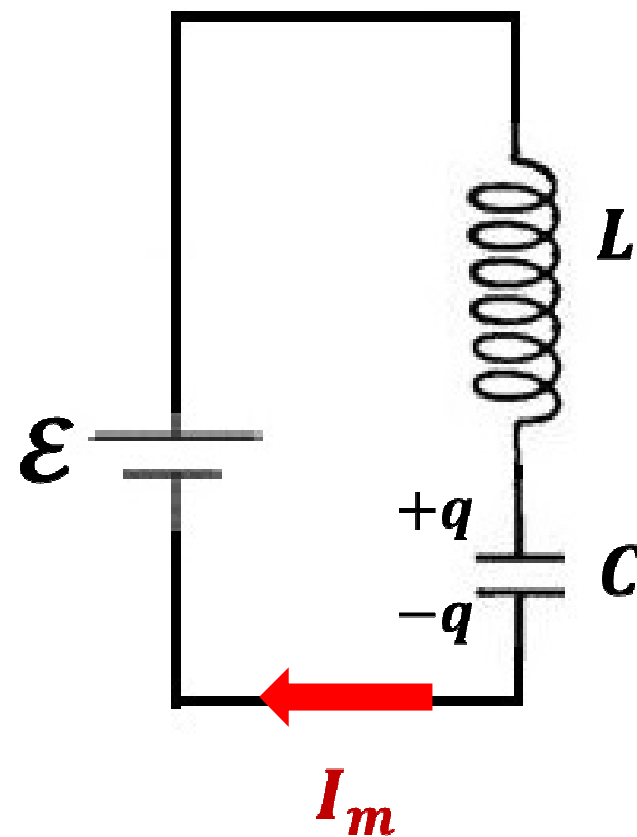


Замыкаем



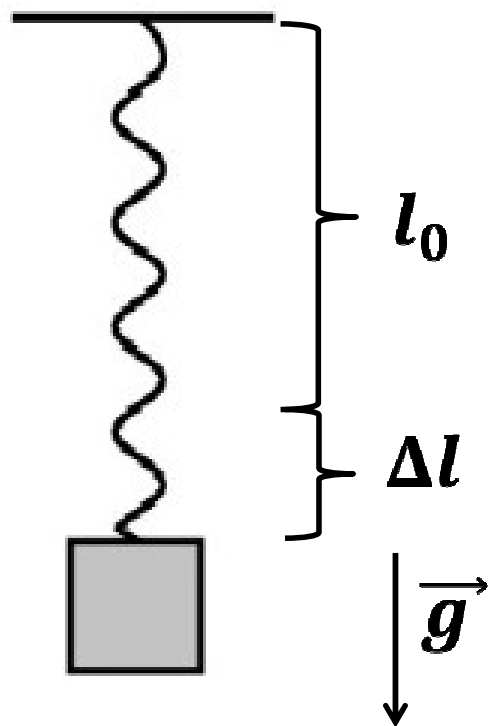
$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$$

Положение равновесия!



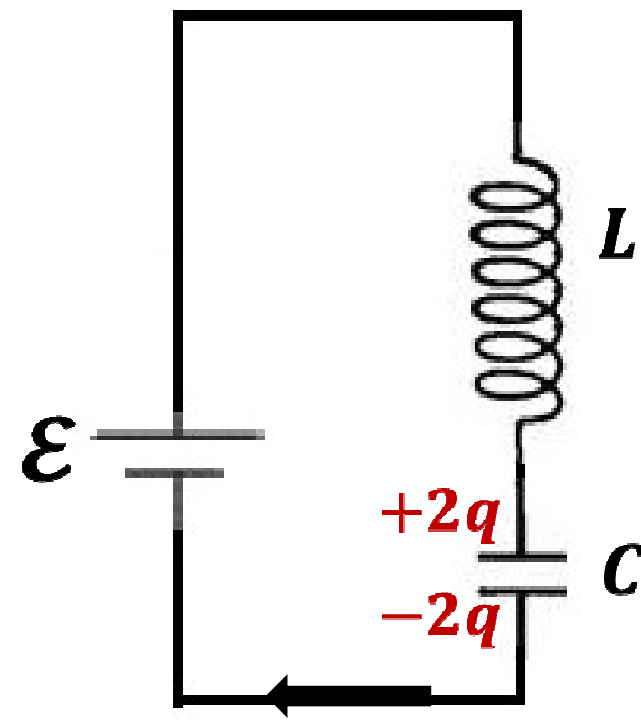
$$\mathcal{E} = \frac{q}{C}$$

Положение равновесия!



$$V = 0$$

$$\Delta l = 2\Delta l_0 = \frac{2mg}{k}$$



$$I = 0$$

$$U_C = \frac{2q}{C} = 2\mathcal{E}$$

Уважаемые коллеги, в связи с вашими многочисленными просьбами приводим вам данные о методических пособиях для учителей к нашему УМК

Физика: 10 класс: проектирование учебного курса: методическое пособие / А.В. Грачёв, В.А. Погожев, П.Ю. Боков и др. — М.: Вентана-Граф, 2017. — 128 с.

Физика: 11 класс: проектирование учебного курса: методическое пособие / А.В. Грачёв, В.А. Погожев, П.Ю. Боков и др. — М.: Вентана-Граф, 2017. — 178 с.

В электронном виде (на сайте ЛИТРЕС)

Методическое пособие 10 класса

<https://www.litres.ru/aleksandr-grachev-8802582/fizika-10-klass-proektirovanie-uchebnogo-kursa-metodicheskoe-posobie-24055642/>

Методическое пособие 11 класса

<https://www.litres.ru/aleksandr-grachev-8802582/fizika-11-klass-proektirovanie-uchebnogo-kursa-metodicheskoe-posobie-24436792/>