

ВВЕДЕНИЕ

(к задачам 4а и 5а)

Характеристики переменного тока. Переменный ток (англ. Alternating Current) — электрический ток, который с течением времени изменяется по величине и направлению (или только по величине или направлению). Основные характеристики переменного тока это: форма сигнала, амплитудные и временные характеристики силы тока и напряжения.

Под формой сигнала мы понимаем график зависимости напряжения от времени. На рис. 1 приведены примеры сигналов разной

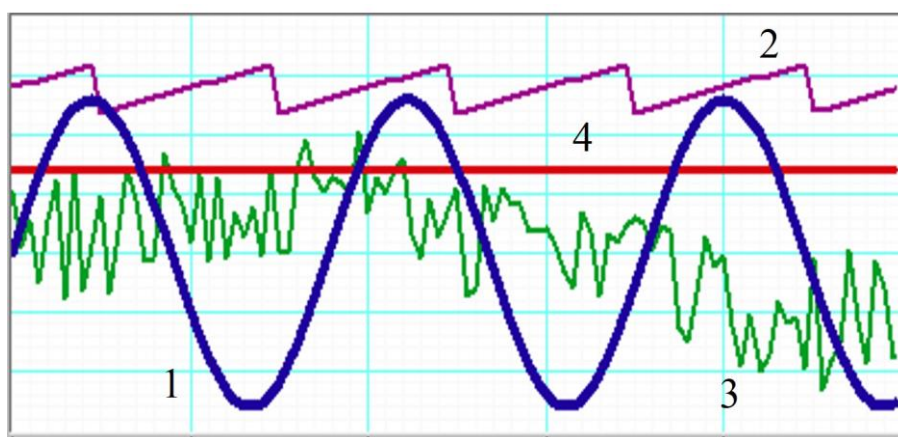


Рис. 1. Примеры форм различных сигналов переменного тока: синусоидальный (1), переменный пульсирующий ток (2), случайные изменения напряжения (3) и постоянный ток (4).

формы.

Периодическим переменным током называется такой электрический ток, который через равные промежутки времени повторяет полный цикл своих изменений, возвращаясь к своей исходной величине (рис. 2).

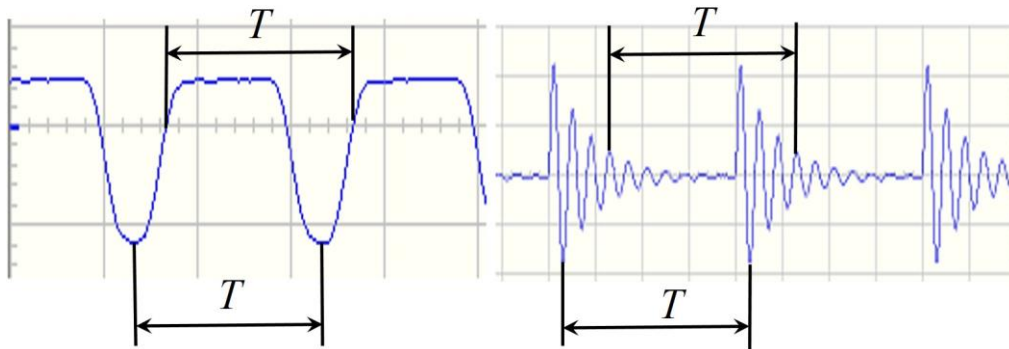


Рис. 2. Примеры периодических переменных токов.

Время T , в течение которого переменный периодический ток совершает полный цикл своих изменений, возвращаясь к своей исходной величине (рис. 2), называется *периодом переменного тока*.

Величина, обратная периоду, называется *частотой переменного тока* F :

$$F = \frac{1}{T}.$$

Частота переменного тока численно равна числу периодов в секунду.

Наиболее часто встречающиеся периодические переменные токи: синусоидальный, прямоугольный и треугольный (пилообразный). На рис. 3 представлены виды этих периодических функций.

Из всех возможных форм периодического переменного тока наибольшее распространение получили токи синусоидальной формы, потому, что позволяют наиболее просто и экономично (по сравнению со всеми другими токами) осуществлять передачу, преобразование и использование электрической энергии.

Синусоидальным током называется периодический переменный ток, напряжение (мгновенное значение напряжения) $u(t)$ которого с течением времени изменяется по

$$u(t) = U_a \cdot \sin(\omega t + \varphi),$$

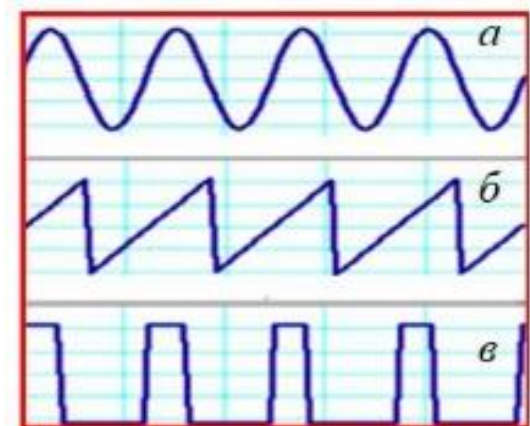


Рис. 3. Виды периодических переменных токов: синусоидальный (а), пилообразный (б) и прямоугольный (в).

закону синуса или косинуса

где U_a – амплитудное напряжение,
 $\omega = 2\pi F$ – циклическая частота,
 $(\omega t + \varphi)$ – фаза сигнала,
 φ – начальная фаза.

На рис. 4 представлены основные характеристики синусоидального сигнала. На рис. 4 Δt – отрезок времени, определенный начальной фазой.

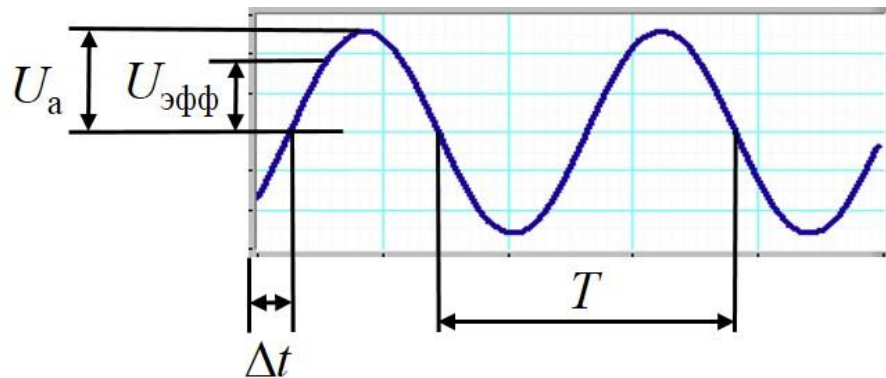


Рис. 4. Основные характеристики синусоидального сигнала.

Зная этот время, можно рассчитать начальную фазу сигнала из условия:
 $\Delta t/T = \varphi/360^\circ$.

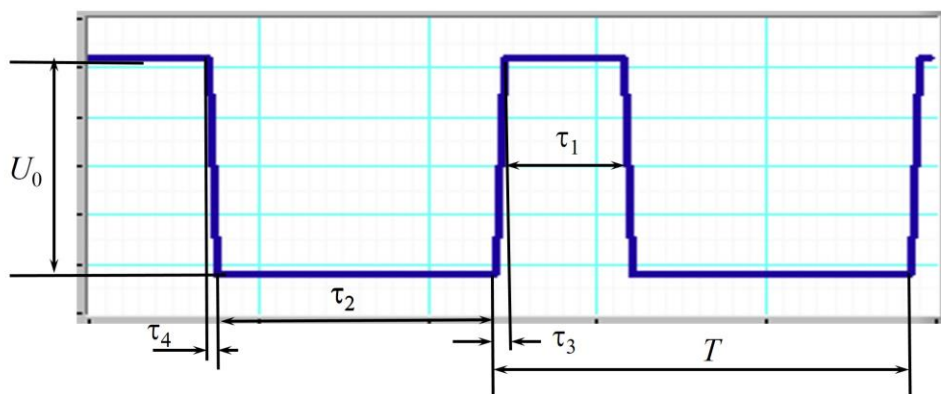


Рис. 5. Основные характеристики прямоугольного сигнала.

В данной лабораторной работе используются прямоугольные (или трапецевидные) сигналы, основными характеристиками которых являются (см. рис. 5): U_o – размах напряжения, T – период сигнала, τ_1 – длительность плато, τ_2 – длительность паузы, τ_3 – длительность фронта, τ_4 – длительность спада.

Для периодических сигналов сложной формы не всегда можно четко определить некоторые параметры, так, как они описаны выше для простейших сигналов. В **приложении 1** приведен метод определения характеристик таких сигналов на осциллографической приставке PCSGU250, которая используется при измерениях в задачах 4а и 5а.

Для описания напряжения переменного тока применяются следующие понятия (аналогично и для силы тока):

1. *Мгновенное напряжение* – величина напряжения переменного тока, соответствующая данному моменту времени. Мгновенное напряжение является функцией времени: $u(t)$.
2. *Амплитудное значение напряжения* U_a – это максимальное мгновенное значение напряжения за весь период колебаний для сигналов, симметричных оси X (синусоидальный, меандр). Для сигналов сложной формы используют понятие *размах напряжения* U_0 .
3. *Среднее значение напряжения (постоянная составляющая напряжения)*, в зарубежной терминологии **DC Mean**, определяется за весь период колебаний, как:

$$U_m = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt .$$

4. *Среднеквадратичное значение* (действующее, эффективное, в зарубежной терминологии – **RMS** - *root mean square*) наиболее удобно для практических расчётов, так как на линейной активной нагрузке оно совершает ту же работу (например, нагревательный элемент выделяет столько же тепла), что и равное ему постоянное напряжение. В общем случае – для произвольного периодического сигнала $u(t)$ эффективное значение напряжения определяется как среднее значение квадрата напряжения за период в степени 1/2:

$$U_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} .$$

Измерение переменного тока и напряжения. В цепи переменного тока значения напряжения и силы тока на всех ее участках непрерывно меняются во времени. Непосредственное измерение мгновенных значений I и U можно выполнить быстродействующими приборами (длительность измерения должна быть много меньше периода напряжения питания), например, с помощью осциллографа измеряют мгновенное значение напряжения. Мгновенное значение силы тока на участке цепи измеряют, подключая вход осциллографа параллельно любому резистору с известным сопротивлением, входящим в исследуемый участок цепи. Измерив на нем напряжение, силу тока находят по закону Ома. Если участок цепи не содержит активного

сопротивления, то резистор включают последовательно в разрыв цепи. Но это приводит к изменению величины силы тока, поэтому сопротивление резистора выбирают минимально возможной величины. Современные цифровые осциллографы могут не только отобразить зависимость напряжения от времени, но и достаточно точно провести измерения различных характеристик сигналов. А так как в напряжение мы можем преобразовать с помощью датчиков различные физические величины, осциллограф становится одним из основных приборов современной научно-исследовательской лаборатории. В настоящее время все осциллографы являются цифровыми. Структура цифрового осциллографа описана в **Приложение 2**.

Кроме осциллографов для измерений характеристик переменного тока используют и другие приборы: вольтметры и амперметры переменного тока (они могут входить в мультиметры). Их измерения имеют особенность по сравнению с измерениями аналогичных величин в цепях постоянного тока: переменный ток преобразуют в постоянный, который и измеряют. Есть два основных способа такого преобразования: термопреобразователем и выпрямителем.

1. Переменный ток протекает через нагревательный элемент, температура нагрева зависит от средней мощности тока, ее и измеряют, например, термопарой. Этот способ редко используется, хотя температура пропорциональна эффективному значению напряжения (или силы тока).

2. При использовании двухполупериодного полупроводникового выпрямителя, схема которого показана на рис. 3.6, измеряется средневывпрямленное значение напряжения (или силы тока)

$$U_{\text{ср.в.}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt$$

Чаще всего шкалы приборов, независимо от способа преобразования переменного тока в постоянный, градуируются так, чтобы для *синусоидального тока* показания соответствовали эффективному значению измеряемых величин. Это будет верно только для синусоидального тока! Поэтому необходимо знать форму измеряемого сигнала.

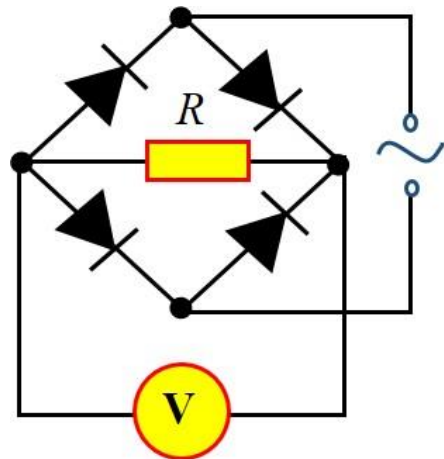


Рис. 6. Преобразование переменного тока в постоянный с помощью выпрямителя.

Влияние формы сигнала на показания вольтметра. При измерении сигналов синусоидальной формы большинство измерительных приборов, независимо от схемы преобразователя, показывают среднее квадратичное за период значение тока или напряжения. При измерении сигналов другой формы показания прибора будут зависеть как от схемы преобразователя, так и от формы импульса, поэтому для определения истинного значения напряжения необходимо вводить поправки. В частности, связь эффективного напряжения с амплитудой для различных форм периодического переменного тока различна.

Для синусоидального сигнала ($U(t) = U_a \sin(\omega t)$):

$$U_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_a^2 \sin^2(\omega t) dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} U_a^2 \sin^2(\omega t) dt} = \frac{U_a}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

То есть, для гармонического сигнала эффективное напряжение в корень из двух меньше амплитудного $U_a = \sqrt{2} U_{\text{эфф}}$.

Для прямоугольного сигнала

$$U_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} U_a^2(t) dt} = U_a. \quad (2)$$

т.е. для прямоугольного сигнала $U_a = U_{\text{эфф}}$.

*Для треугольного сигнала с одинаковым передним и задним фронтом**

$$U_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/4} U_a^2(t) dt} = U_a \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/4} (4t/T)^2 dt} = \frac{U_a}{\sqrt{3}}, \quad (3)$$

т.е. для треугольного сигнала $U_a = \sqrt{3} U_{\text{эфф}}$.

Связь между средним значением напряжения и среднеквадратическим значением определяется соотношением:

$$U_{\text{эфф}} = K_{\text{ф}} \cdot U_{\text{м}}, \quad (4)$$

где $K_{\text{ф}}$ – коэффициент формы.

Значения $K_{\text{ф}}$ для трех видов сигналов представлены в табл. 1.

* Интегрирование проводится на четверти периода. В этом случае сигнал можно записать в виде $U(t) = \frac{U_a \cdot 4t}{T}$.

Таблица 1

Значения K_ϕ и K_a для сигналов различной формы

Форма сигналов	K_ϕ	K_a
Синусоидальная	1,11	1,41
Треугольная	1	1
Прямоугольная	1,16	1,73

Связь между амплитудой сигнала U_a и его среднеквадратическим значением определяется по формуле:

$$U_m = K_a \cdot U_{\text{эфф}}, \quad (5)$$

где K_a – коэффициент амплитуды, значения которого для часто встречающихся сигналов приведены в табл. 1.

Влияние частоты измеряемого сигнала на показания вольтметров. Измерительные приборы, как правило, могут измерять как постоянные, так и переменные токи (напряжения). Рабочий интервал частот для различных типов измерительных приборов может значительно отличаться. Рабочим интервалом частот является диапазон частот, в котором показания прибора соответствуют паспортному значению его погрешности. Для экспериментального определения рабочего диапазона частот необходимо измерить амплитудно-частотную характеристику – зависимость показаний прибора от изменения частоты для гармонического сигнала синусоидальной формы (рис. 7)

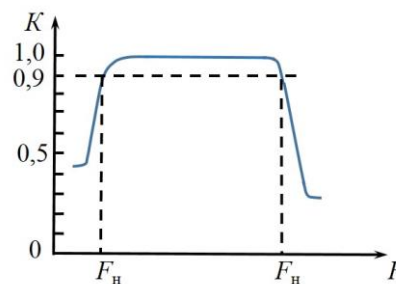


Рис. 7. Примерный вид амплитудно-частотной характеристики.

Синусоидальный переменный ток в линейных цепях. *Линейной* называют электрическую цепь, содержащую только линейные элементы: резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности (их вольт-амперные характеристики линейные).

Только для синусоидальных токов сохраняется неизменной форма сигнала на всех участках линейной электрической цепи. В цепях, содержащих нелинейные элементы (диоды, транзисторы и др.) форма сигнала не сохраняется при любом, в том числе и синусоидальном, напряжении.

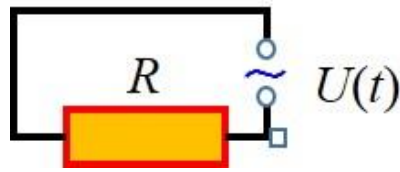


Рис. 8. Цепь с резистором.

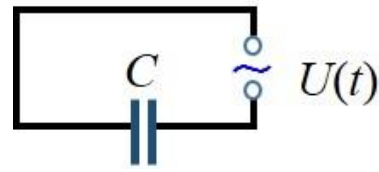


Рис. 9. Цепь с конденсатором.

Силу тока в цепи с резистором с сопротивлением R – его называют *активным сопротивлением* (рис. 8), можно вычислить по закону Ома

$$I(t) = \frac{U(t)}{R}. \quad (6)$$

Для вычисления силы тока через конденсатор, необходимо рассмотреть цепь, содержащую только емкость C и источник переменного тока (рис. 9). Сила тока будет определяться скоростью изменения заряда q на конденсаторе

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}. \quad (7)$$

А заряд на обкладках конденсатора пропорционален напряжению $q = CU$.

Если напряжение изменяется по гармоническому закону $u(t) = U_a \cos \omega t$,
то

$$I(t) = -C\omega U_a \cdot \sin \omega t = C\omega U_a \cdot \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (8)$$

Таким образом, ток имеет синусоидальную форму и опережает напряжение на $\pi/2$.

Введя амплитудное значение силы тока $I_a = C\omega U_a$ и *емкостное сопротивление* $R_C = \frac{1}{\omega C}$, то для амплитудного значения силы тока получаем

$$I_a = \frac{U_a}{R_C}. \quad (9)$$

Если переменное напряжение подать на катушку индуктивности L (рис. 10), то изменение напряжения должно компенсироваться возникающей в катушке ЭДС самоиндукции

$$u(t) = -E(t) = L \frac{dI(t)}{dt}. \quad (10)$$

Если ток меняется по закону

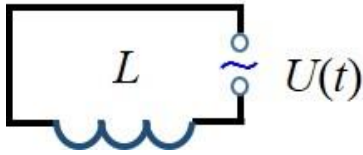
$$I(t) = I_a \cdot \sin \omega t, \quad (11)$$

то

$$u(t) = L\omega I_a \cdot \cos \omega t = U_a \cdot \cos \omega t, \quad (12)$$

где $U_a = L \omega I_a$.

Напряжение опережает ток на $\pi/2$. Введем *индуктивное сопротивление* $R_L = \omega L$, тогда для амплитудного значения силы тока получим



$$I_a = \frac{U_a}{R_L}. \quad (13)$$

Рис. 10. Цепь с индуктивностью.

Изменяющееся по синусоидальному закону мгновенное напряжение $u(t) = U_a \cdot \cos \omega t$ может быть представлено как проекция вектора, длиной U_a , вращающегося вокруг начала координат, на ось X (рис. 11). С помощью такого представления

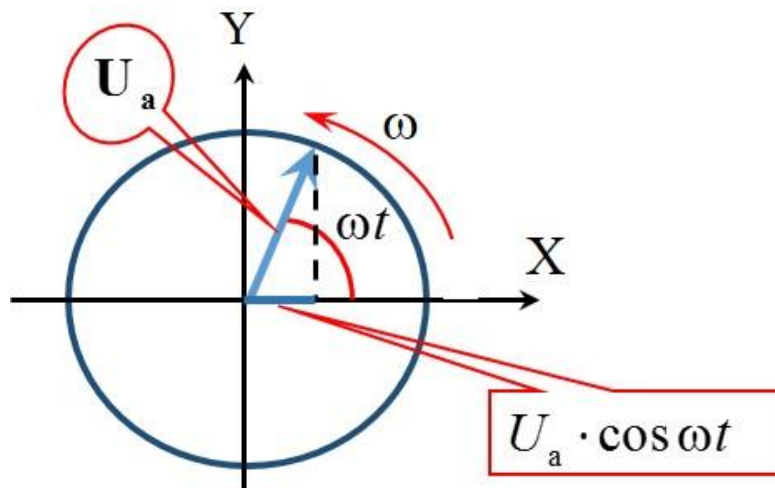


Рис. 11. Построение векторных диаграмм для цепей переменного тока.

можно построить векторные диаграммы для различных цепей переменного тока.

В RC -цепи (рис.12) сумма мгновенных напряжений на конденсаторе и резисторе равна переменному напряжению на входе цепи:

$$u(t) = U_a \cdot \cos(\omega t + \varphi) = u_R(t) + u_C(t). \quad (14)$$

Сила тока в каждый момент времени через резистор и конденсатор одинакова.

Составим для этой схемы векторную диаграмму (рис.13). Напряжение и сила тока на активном сопротивлении изменяются синфазно – в начальный момент времени отложим эти вектора по оси X .

Длина вектора U_{aR} равна напряжению на резисторе. Напряжение на конденсаторе отстает от тока на $\pi/2$, в начальный момент времени вектор напряжения отложим против оси Y . Вектор U_a , изображающий входное напряжение, должен быть равен векторной сумме U_{aR} и U_{aC} . Вся система векторов вращается как целое против часовой стрелки вокруг центра координат с угловой скоростью ω .

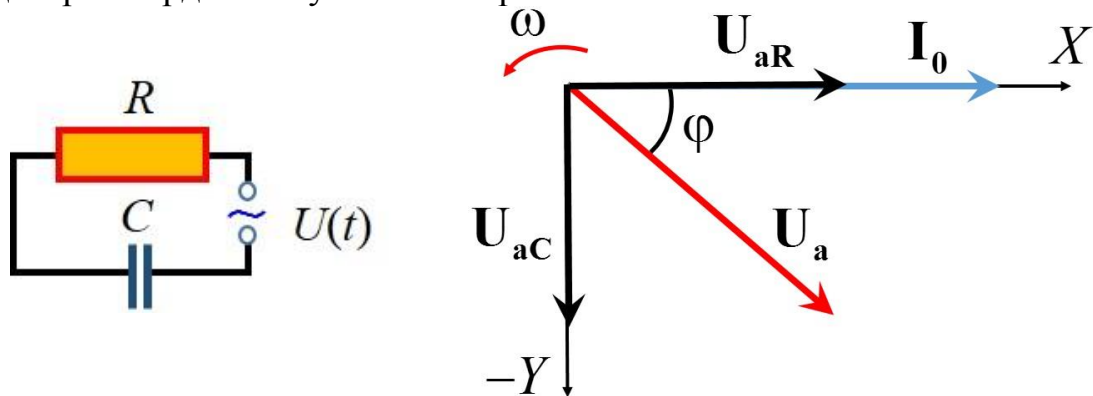


Рис. 12. Последовательное соединение R и C в цепи. Рис. 13. Векторная диаграмма для RC - цепи.

Последовательный колебательный контур. Рассмотрим цепь переменного тока, состоящую из последовательно соединенных источника тока E , резистора R , конденсатора C и катушки индуктивности L (рис. 14). Рассмотрим идеальный *последовательный колебательный контур с сосредоточенными параметрами*, в котором активное сопротивление этой цепи сосредоточено в сопротивлении резистора R , емкость – в конденсаторе C , индуктивность – в катушке L .

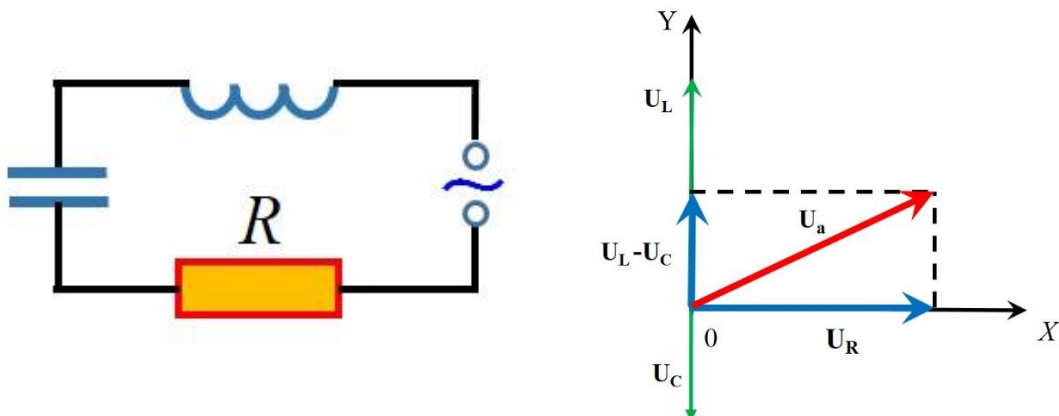


Рис. 14. Последовательный колебательный контур.

Рис. 15. Векторная диаграмма для последовательного колебательного контура.

Для резистора и конденсатора векторная диаграмма (рис.15) строится аналогично предыдущему случаю. Колебания силы тока в

катушке отстают от колебаний напряжения на $\pi/2$. Поэтому вектор, изображающий напряжение на катушке индуктивности U_L , отложим по оси Y .

Результирующий вектор U_a равен

$$U_a = U_R + U_L + U_C. \quad (15)$$

Из этой векторной диаграммы видно, что

$$U_a^2 = U_{aR}^2 + (U_{aL} - U_{aC})^2. \quad (16)$$

Используя связь между амплитудными значениями силы тока и напряжения $I_a = \frac{U_a}{R}$, $I_a = \frac{U_a}{R_L}$, $I_a = \frac{U_a}{R_C}$, для силы тока получим:

$$I_a = \frac{U_a}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad (17)$$

где $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ полное сопротивление цепи переменному току.

При равенстве емкостного R_C и индуктивного R_L сопротивлений общее сопротивление цепи становится минимальным. Сопротивление всей последовательной цепи становится чисто активным и равно R . Сдвиг фаз между приложенным напряжением и силой тока в цепи отсутствует. Такую ситуацию для последовательного колебательного контура называют *резонансом напряжений*.

Приложение 1

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛА НА ОСЦИЛЛОГРАФИЧЕСКОЙ ПРИСТАВКЕ PCSGU250

В случае когда не всегда можно четко определить некоторые параметры периодических сигналов сложной формы, пользуются следующим методом определения характеристик сигнала, который рассмотрен в описании осциллографической приставки PCSGU250.

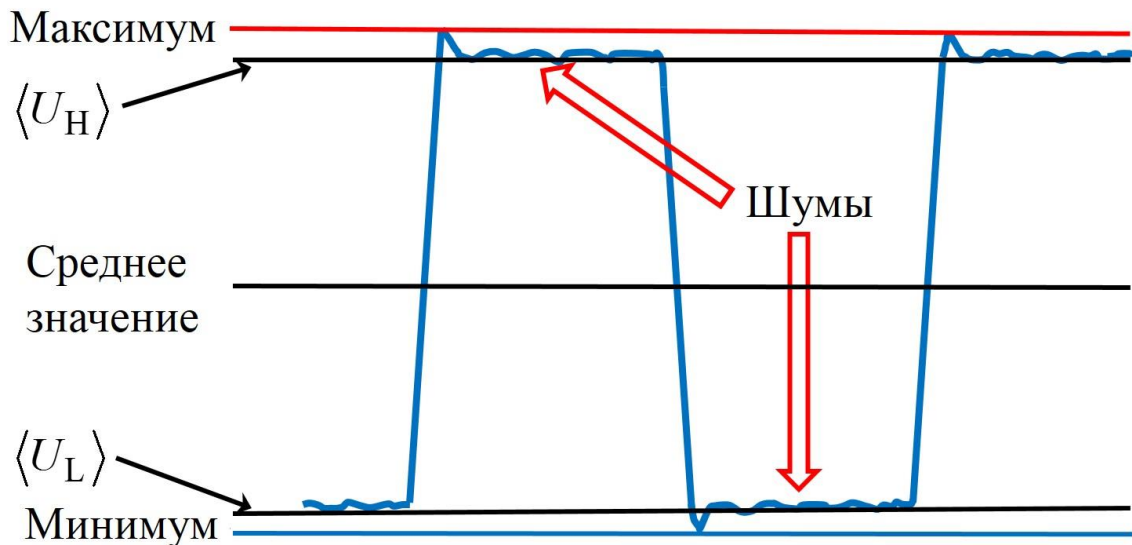


Рис. П1. Определение амплитуды периодического сигнала на осциллографической приставке PCSGU250.

Определение амплитуды. Если сигнал похож на трапецевидный, но содержит шумы – случайные отклонение от некоторого среднего уровня (максимумы и минимумы на рис. П1), то определяют среднестатистический максимальный уровень сигнала ($\langle U_H \rangle$) и среднестатистический минимальный уровень сигнала ($\langle U_L \rangle$).

Амплитуда сигнала тогда будет равна

$$U_a = \langle U_H \rangle - \langle U_L \rangle.$$

Определение временных характеристик сигнала. В данной приставке амплитудное синусоидальное напряжение измеряется как полный размах – по аналогии с напряжением сложной формы. Но исторически сложилось, что амплитудное синусоидальное напряжение это половина размаха (по формуле $u(t) = U_a \cdot \sin(\omega t + \varphi)$).

Для сигналов с плавными переходами характеристик (а на практике такие сигналы наиболее часто встречаются), принято отсчитывать начало фронта (аналогично и для спада) с момента, когда напряжение возрастет на 10% от среднестатистического максимального

уровня сигнала τ_L^ϕ (τ_L^c) (рис. П.2). Заканчивается фронт, когда напряжение возрастет до 90% от среднестатистического максимального уровня сигнала τ_H^ϕ (τ_H^c) (рис. П.2).

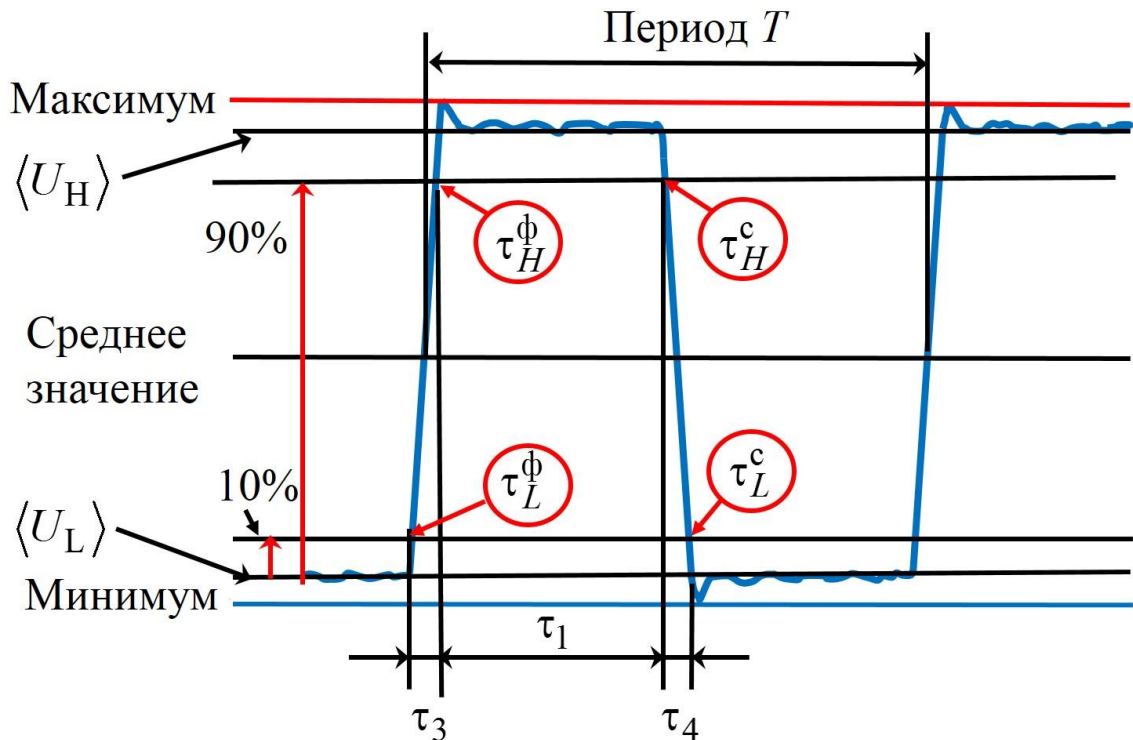


Рис. П. 2. Определение временных характеристик периодического сигнала на осциллографической приставке PCSGU250

В этом случае временные характеристики равны, соответственно:
длительность фронта

$$\tau_3 = \tau_H^\phi - \tau_L^\phi;$$

длительность спада

$$\tau_4 = \tau_H^c - \tau_L^c$$

и длительность плато сигнала

$$\tau_1 = \tau_H^\phi - \tau_H^c.$$

Приложение 2

СТРУКТУРА ЦИФРОВЫХ ОСЦИЛЛОГРАФОВ

Структура (архитектура) цифровых осциллографов разнообразна, но их общая схема имеет вид, представленный на рис. П. 3.

Аналоговый блок предназначен для предварительного усиления или ослабления сигнала (масштабирование по уровню) и ограничению его частотного диапазона (фильтрами подавляются частоты, большие

половины максимальной частоты дискретизации данного прибора) для предотвращения появления «ложных» частот.

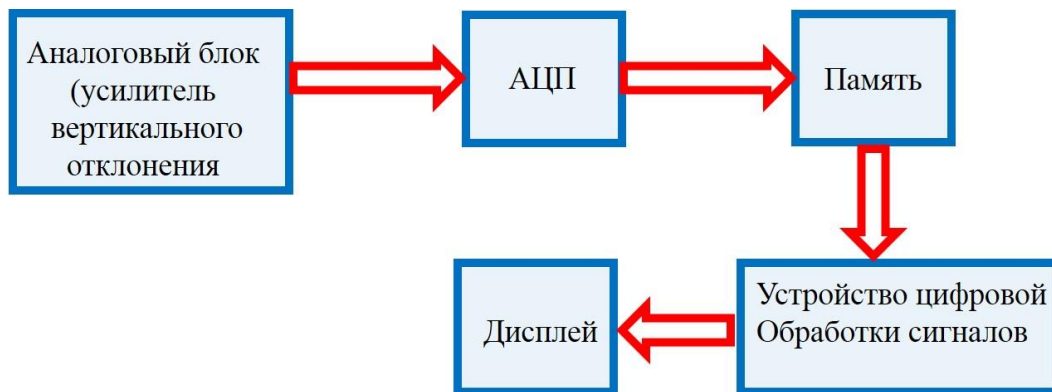


Рис. П. 3. Блок-схема цифрового осциллографа.

Затем нормированный сигнал поступает на АЦП (*аналогово-цифровой преобразователь*). На выходе АЦП мгновенное значение входного сигнала $u(t)$ преобразуется в цифровой отсчет $u(k)$. Преобразование проводится через равные интервалы времени, определяемые частотой дискретизации. Схема синхронизации системы горизонтального отклонения устанавливает частоту, с которой АЦП делает выборки. Эта величина называется частота выборки (измеряется в выборках в секундах).

Выборки, полученные от АЦП записываются в *оперативную память*. При этом *устройство цифровой обработки сигналов* анализирует содержимое памяти для выявления определенного заданного условия (уровень запуска, длительность импульса или др.). При выполнении этого условия прибор производит запись заданного количества отсчетов и останавливает регистрацию для обработки полученных величин и отображения их на *дисплее*. Через требуемое на это некоторое время осциллограф будет готов к последующей регистрации и продолжит работу в соответствии с выбранным текущим режимом.

