



---

# Лабораторный практикум по ФИЗИКЕ

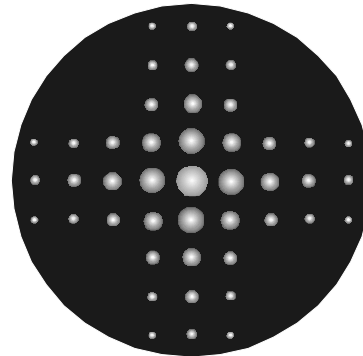
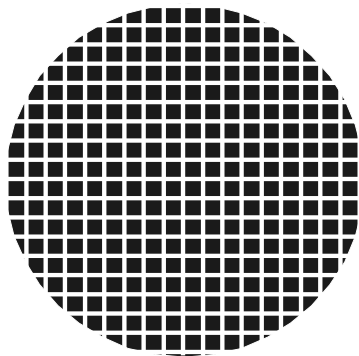
---

## ОПТИКА

Иванов В.Ю., Митин И.В.

Задача № 140

Изучение роли дифракционных явлений в  
формировании оптического изображения



МОСКВА 2020

## **Изучение роли дифракционных явлений в формировании оптического изображения**

Цель работы заключается в том, чтобы при помощи ряда простых опытов получить качественные и количественные иллюстрации волновой теории формирования оптического изображения несамосветящегося объекта.

Идея эксперимента: плоская немонахроматическая световая волна, полученная от точечного источника после прохождения света через коллиматор, падает на исследуемый объект. За объектом располагают линзу, чтобы сформировать его изображение. Помещая в фокальной плоскости линзы различные пространственные маски, получают измененные изображения объекта, которые наблюдают с помощью зрительной трубы.

### **ВНИМАНИЕ!**

**При подготовке к данной задаче необходимо выполнить домашнее задание (стр. 15), которое будет проверено преподавателем непосредственно на установке в процессе допуска!**

**Выполняющий работу получает по две фотографии с изображениями, наблюдаемыми на установке с использованием различных масок.**

### **Волновая теория формирования оптического изображения.**

В 70-х годах XIX века немецкий физик Эрнст Аббе проводил опыты, направленные на улучшение качества объективов для микроскопов. В экспериментах с чешуйками насекомых (объектами, имеющими периодическую структуру) он обнаружил, что объектив микроскопа дает тем лучшее изображение, чем больше его диаметр (апертура). Аббе показал, что влияние апертуры микроскопа на качество изображения объекта связано с дифракцией света на объекте. Таким образом, он впервые ввел волновую теорию света в инструмен-

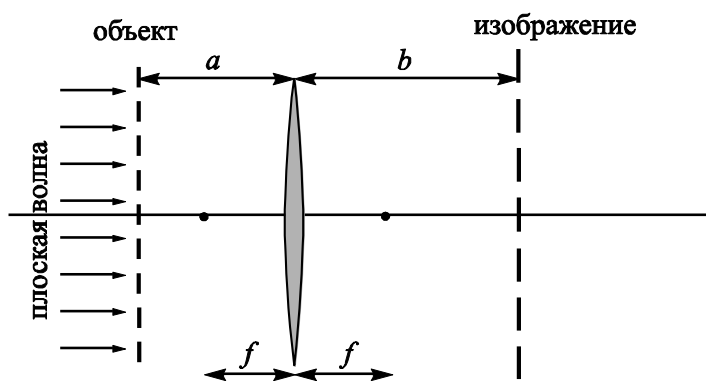
тальную оптику, бывшую ранее исключительно сферой приложения геометрической оптики. Согласно теории, развитой Аббе, процесс формирования линзой (объективом микроскопа) оптического изображения несамосветящегося объекта можно разбить на два этапа:

1) формирование распределения интенсивности в фокальной плоскости линзы, которое представляет собой картину дифракции Фраунгофера светового поля на объекте;

2) формирование распределения интенсивности, подобного распределению интенсивности света на объекте, т.е. изображения.

Это распределение интенсивности представляет собой результат интерференции волн, источниками которых можно считать дифракционные максимумы в фокальной плоскости линзы, и называется оптическим изображением объекта.

Схема опыта показана на рисунке 1. Параллельный пучок света проходит сквозь объект исследования (для простоты дальнейших рассуждений будем считать, что роль объекта выполняет дифракционная решетка, сечение которой плоскостью чертежа представлено пунктирной линией).



Действительное изображение объекта создается собирающей линзой, которая в экспериментальной установке имитирует объектив оптического прибора (например, объектив микроскопа). Предполагается, что у объектива полностью исправлены все виды аберраций.

Как известно, в большинстве случаев для исследования вопроса о получении изображения при помощи различных оптических систем достаточно методов геометрической оптики. Так, зная расстояние  $a$  от объекта до линзы, легко вычислить расстояние  $b$  от линзы до изображения, воспользовавшись формулой тонкой линзы. В лабораторной установке расстояние от объекта до объ-

ектива  $a = 2f$  (где  $f$  – фокусное расстояние объектива).

Согласно формуле тонкой линзы на расстоянии  $b = 2f$  за объективом получится равное по масштабу изображение объекта. Пользуясь законами геометрической оптики, легко построить изображение дифракционной решетки, даваемое безаберрационным объективом.

Такое построение изображено на рисунке 2. Чтобы не усложнять рисунок, показаны лишь две щели дифракционной решетки. От диаметра объектива в этом случае будет зависеть лишь освещенность изображения, но не его качество (четкость). Опыт же показывает, что в реальных оптических системах, чем больше апертура объектива, тем полнее даваемое им изображение воспроизводит детали изучаемого объекта.

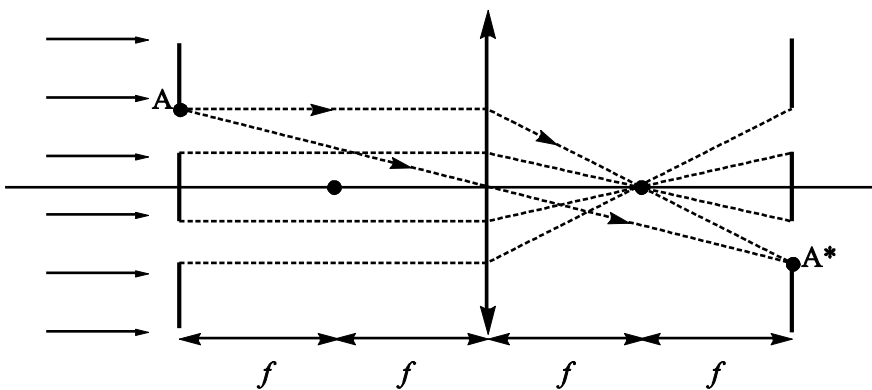


Рис. 2. Построение изображения решетки в рамках геометрической оптики

Чтобы это понять, надо учесть волновые свойства света, а именно – учесть дифракцию света на объекте.

Световая волна, прошедшая сквозь дифракционную решетку, имеет дискретный набор главных дифракционных максимумов, каждый из которых соответствует плоской волне, распространяющейся под определенным уг-

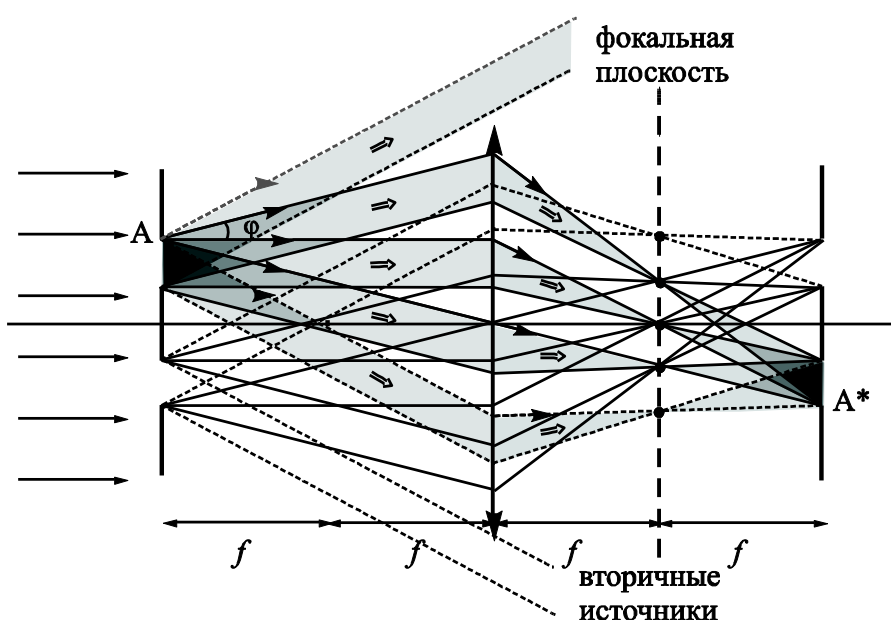


Рис. 3. Построение изображения решетки в теории Аббе

под определенным уг-

лом дифракции. Волны, идущие от двух щелей дифракционной решетки, схематично показаны на рис.3 (изображены лишь нулевой, первый и второй порядки дифракции для одной длины волны  $\lambda$ ). Эти волны свободно распространяются в пространстве за объектом, частично перехватываются объективом и, распространяясь дальше, формируют изображение решетки.

Изображение всегда получается на расстоянии, которое вычисляется по формуле тонкой линзы, но часто оно оказывается менее четким, чем сам объект. Эффект потери четкости изображения называется эффектом виньетирования. Именно его обнаружил Аббе при работе с микроскопом. Суть эффекта виньетирования заключается в следующем. В общем случае углы дифракции световой волны на объекте лежат в диапазоне от  $0^0$  до  $90^0$ , поэтому сквозь объектив, ввиду конечности его апертуры, пройдут не все дифрагировавшие волны (это видно на рис. 3). Согласно теории дифракционной решетки, чем меньше период решетки  $d$ , тем больше угол дифракции, соответствующий заданному порядку дифракции. Например, первый порядок дифракции наблюдается под углом  $\varphi$  (см. рис.3), который удовлетворяет формуле  $\sin \varphi = \lambda/d$ , где  $\lambda$  – длина волны освещающего объект света. При  $d \approx \lambda$  этот угол становится равным  $90^0$ . Указанная закономерность справедлива при дифракции света на любом объекте, т.е. волны, дифрагировавшие на мелких деталях объекта, распространяются под большими углами дифракции. Именно они могут не попадать в апертуру объектива. Неся информацию о мелких деталях объекта, эти волны не участвуют в процессе формирования его изображения, поэтому мелкие детали объекта пропадают в изображении, а это означает ухудшение его качества (четкости). Чем меньше апертура объектива, тем более нечетким (размытым) будет получающееся изображение. Идеальное изображение линза построит, если будет иметь бесконечную апертуру, т.е. сможет перехватить все дифрагировавшие на объекте волны.

Согласно волновой теории, изображение объекта получается за счет свободного распространения дифрагировавших на объекте волн, которые прошли сквозь объектив. Объектив при этом можно рассматривать как тонкую линзу,

которая меняет фазу падающего на нее светового поля в соответствии с функцией пропускания тонкой линзы (см. Приложение 1). Как уже упоминалось, процесс формирования изображения тонкой линзой Аббе условно разделит на два этапа.

Первым этапом является формирование дифракционной картины Фраунгофера в фокальной плоскости линзы с учетом эффекта виньетирования. В Приложении 1 показано, что распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы представляет собой с точностью до множителя пространственное Фурье-преобразование поля, падающего на линзу. Поэтому в теории Аббе первый этап формирования изображения называется Фурье-анализом поля световой волны после дифракции на объекте. Распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы часто называют Фурье-спектром (а также пространственным или угловым спектром) излучения, дифрагировавшего на объекте. Если объект имеет периодическую структуру (как в случае дифракционной решетки или сетки, которые используются в данной работе), то каждый максимум в его Фурье-спектре соответствует плоской волне, распространяющейся в направлении определенного угла дифракции  $\varphi$ . Таким образом, угловой спектр излучения после дифракционной решетки (или сетки) представляет собой регулярный набор ярких пятен, соответствующих главным максимумам дифракции (см., например, рис. 5). В случае несамосветящегося объекта при падении на него плоской монохроматической волны, полученной от точечного источника, световые колебания в любых двух точках объекта можно считать полностью когерентными, а, значит, полученные дифракционные максимумы в фокальной плоскости линзы можно рассматривать как систему когерентных источников излучения (вторичных источников). При освещении объекта белым светом дифракционные максимумы будут окрашенными.

Вторым этапом является формирование самого изображения объекта, благодаря дальнейшему свободному распространению световых волн в пространстве за фокальной плоскостью линзы (в теории Аббе этот этап называется Фурье-синтезом изображения). В случае объектов с периодической структурой

за фокальной плоскостью линзы распространяются волны от когерентных вторичных источников. Когда они начинают перекрываться (см. рис. 3), возникает интерференция. Поэтому вторым этапом формирования изображения таких объектов тонкой линзой является интерференция волн от вторичных источников, в результате которой на определенном расстоянии от плоскости источников (от фокальной плоскости линзы) образуется действительное изображение объекта.

Рассчитаем период изображения дифракционной решетки, даваемого безаберрационным объективом, методами геометрической оптики и волновой теории и сравним полученные результаты. Пусть на расстоянии  $a$  от тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием  $f$  ( $a > f$ ) находится объект - дифракционная решетка с периодом  $d$ . В соответствии с формулой тонкой линзы  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  на расстоянии  $b$  за линзой образуется изображение решетки. Период изображения решетки легко вычислить, зная линейное увеличение линзы  $m = \frac{b}{a}$ . Получаем  $d' = md = \frac{b}{a}d$ , где  $\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b} = \frac{b-f}{bf}$ . Таким образом:

$$d' = \frac{b-f}{f}d. \quad (1)$$

Из формулы видно, что если объект находится на двойном фокусном расстоянии перед линзой ( $a = 2f$ ), то, поскольку в этом случае расстояние  $b$  тоже равно  $2f$ , период изображения равен периоду решетки  $d$  (коэффициент увеличения равен 1).

Рассмотрим теперь процесс формирования изображения решетки тонкой линзой с точки зрения теории Аббе. Первый этап – дифракция Фраунгофера световой волны на решетке и формирование углового спектра плоских волн в фокальной плоскости линзы. Из формулы для максимумов дифракционной решетки

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (2)$$

следует, что первый главный дифракционный максимум наблюдается под уг-

лом  $\varphi \cong \lambda/d$  к главной оптической оси линзы. Расстояние между нулевым и первым главными максимумами в фокальной плоскости линзы равно:

$$\Delta x = f \cdot \varphi = f \cdot \lambda/d. \quad (3)$$

Второй этап – интерференция волн от вторичных источников и формирование изображения решетки. Роль вторичных источников выполняют главные дифракционные максимумы в фокальной плоскости линзы. Если принять во внимание лишь два соседних максимума (нулевой и первый), то получается классическая схема Юнга с двумя источниками, находящимися на расстоянии  $\Delta x$ . Известно что, если на расстоянии  $L$  от плоскости источников поместить экран, то на экране будут наблюдаться интерференционные полосы. Расстояние между полосами определяется формулой  $d' = \lambda \cdot L/\Delta x$ , где  $\lambda$  - длина волны падающего света. В нашем случае изображение решетки находится на расстоянии  $L = b - f$  от фокальной плоскости линзы, а расстояние  $\Delta x$  определяется формулой (3). Подставляя указанные выражения в формулу для расстояния между полосами, получим:

$$d' = \frac{b-f}{f} d. \quad (4)$$

Это и есть период изображения дифракционной решетки. Формула (4) совпадает с формулой (1). Таким образом, волновая теория Аббе дает тот же результат, что и геометрическая оптика. Увеличение числа вторичных источников не меняет период следования полос интерференции, а лишь повышает четкость изображения (многоволновая интерференция).

Вообще, соответствие между объектом и его изображением зависит от того, какое число когерентных вторичных источников и какие именно из этих источников дают волны, участвующие в интерференции. Помещая в фокальной плоскости линзы диафрагму, экран или фазовую пластинку, можно осуществлять преобразование углового спектра излучения, дифрагировавшего на объекте. В результате определенные детали в изображении могут быть подчеркнуты,



а другие удалены. Процесс преобразования углового спектра называется пространственной фильтрацией оптических полей. Заметим, что пространственную фильтрацию светового поля, идущего от объекта, всегда осуществляет уже сам объектив оптической системы, строящей изображение. Результатом этого является описанный выше эффект виньетирования.

В экспериментах данной задачи, имеющих целью проиллюстрировать концепцию Аббе, пространственная фильтрация светового поля выполняется в фокальной плоскости объектива с помощью специальных масок. В случае дифракционной решетки или сетки довольно легко управлять числом и расположением вторичных источников света, волны от которых участвуют в интерференции.

### Пространственная фильтрация световых полей.

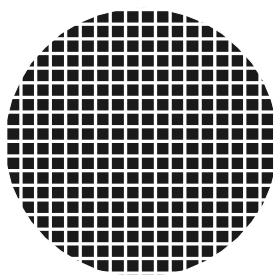


Рис. 4. Сетка – объект исследования

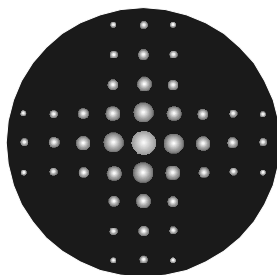


Рис. 5. Распределение интенсивности в фокальной плоскости

Рассмотрим более подробно возможности пространственной фильтрации световой волны в фокальной плоскости линзы. Именно это является предметом экспериментального исследования в данной работе. Пусть роль объекта играет черно-белая сетка (двумерная

дифракционная решетка), показанная на рис. 4. Этой сетке в фокальной плоскости линзы соответствует дифракционная картина Фраунгофера, представленная на рис. 5. Показаны только три ряда вертикальных и горизонтальных наиболее интенсивных дифракционных максимумов. Если часть из них перекрыть какой-нибудь диафрагмой, то изображение сетки изменится.

На рис. 6 показаны изображения сетки, полученные при различном диафрагмировании ее углового спектра. Слева сверху над каждым рисунком приведена табличка, девять клеток которой символически изображают девять центральных дифракционных максимумов в угловом спектре сетки (девять самых

ярких центральных точек на рис.5). Белые кружочки соответствуют пропущенным сквозь диафрагму дифракционным максимумам. Расположенный рядом с каждой табличкой рисунок представляет собой изображение сетки в условиях, когда сквозь диафрагму пропущены отмеченные кружочками дифракционные максимумы.

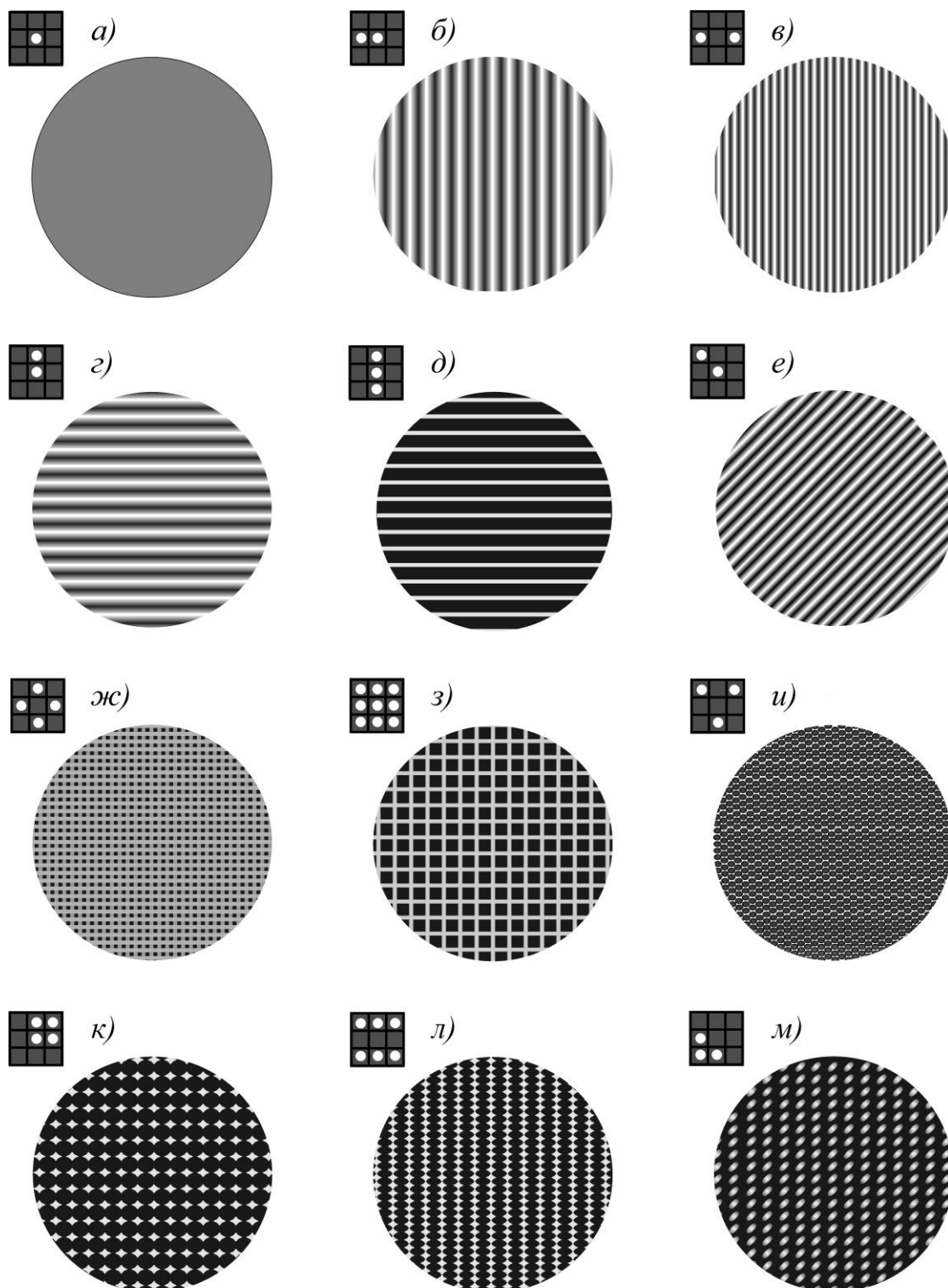


Рис. 6 «Изображения» сетки, полученные в результате пространственной фильтрации

Рис. 6,а соответствует случаю, когда сквозь диафрагму пропущен лишь один дифракционный максимум нулевого порядка. Никакого изображения сетки при этом, очевидно, не получается. На рис. 6,б видно, что пропускание сквозь диафрагму двух соседних горизонтально расположенных дифракционных максимумов (нулевого и первого порядков) приводит к тому, что в изображении наблюдаются вертикальные полосы, воспроизводящие основной период только вертикальных штрихов сетки, в то время как горизонтальные штрихи отсутствуют. Этот случай соответствует интерференции света от двух вторичных источников, поэтому пространственное распределение интенсивности в изображении описывается синусоидальным законом. Аналогично, пропускание сквозь диафрагму двух соседних вертикально расположенных максимумов (рис. 6,г) приводит к появлению в плоскости изображения горизонтальных полос, соответствующих только горизонтальным штрихам сетки.

На основании приведенных рисунков можно сделать вывод о том, что три отверстия в диафрагме, расположенные так, чтобы пропускать три соседних дифракционных максимума (нулевого и первых порядков по горизонтали и вертикали) позволят наблюдать правильную периодичность штрихов сетки. Заметим, что максимумы не обязательно должны быть нулевого и первого порядков, главное - это должны быть соседние дифракционные максимумы (см., например, рис. 6,м).

Весьма характерным является рис. 6,в, на котором видно, что избирательное пропускание сквозь диафрагму только максимумов двух первых порядков по горизонтали приводит к уменьшению в два раза видимого в изображении периода вертикальных штрихов сетки. Это хорошо согласуется с теорией двухволновой интерференции (схема Юнга). При таком диафрагмировании расстояние между вторичными источниками становится в два раза больше, поэтому ширина полос в интерференционной картине уменьшается в два раза. Аналогично, два максимума, показанные на рис. 6,е, дают в изображении полосы, расположенные под углом  $45^0$  к вертикали. Период чередования полос ока-

зывается в  $\sqrt{2}$  раз меньше, чем реальный период штрихов сетки (почему?).

На рис. 6,д показано изображение сетки, получающееся при пропускании трех соседних вертикально расположенных дифракционных максимумов (нулевого и  $\pm$  первых порядков). В отличие от рис. 6,з, в этом случае в изображении не только воспроизводится основной период горизонтальных штрихов сетки, но и возрастает контрастность полос.

Обратим внимание на рис. 6,ж. Видно, что пропускание сквозь диафрагму четырех максимумов ( $\pm$  первых порядков по горизонтали и по вертикали) дает изображение сетки, у которой период штрихов оказывается в 2 раза меньше, чем у реального объекта. И наконец, при пропускании девяти центральных дифракционных максимумов углового спектра (рис. 6,з) получается «правильное» изображение сетки, которое лишь слегка размыто по сравнению с оригиналом, т.к. в формировании изображения не участвуют максимумы высших порядков.

Прочие иллюстрации на рис. 6 показывают случаи «ложных» изображений, наблюдаемых при избирательном диафрагмировании нескольких дифракционных максимумов. Все они наглядно подтверждают описанные выше закономерности пространственной фильтрации оптических полей. Рассмотренные примеры иллюстрируют вопрос о соответствии между геометрическими структурами изображения и объекта.

Важным является вопрос о влиянии числа используемых дифракционных максимумов на контрастность наблюдаемого изображения. Опыт показывает, что контрастность изображения будет тем выше, чем большее число волн от соседних дифракционных максимумов (когерентных вторичных источников света) будет участвовать в интерференции, формирующей это изображение. Как уже говорилось, один дифракционный максимум нулевого порядка создает в плоскости изображения однородный освещенный фон (рис. 6,а). Добавление дифракционного максимума первого порядка приводит к появлению в изображении основного периода штрихов сетки (рис. 6,з). При этом наблюдается си-

стема темных и светлых полос, освещенность которых меняется плавно. Участие в интерференции волн от трех соседних дифракционных максимумов (нулевого и  $\pm$  первых порядков) приводит к тому, что штрихи сетки становятся более четкими (рис. 6,д). Добавление в интерференцию волн от дифракционных максимумов вторых порядков (интерференция волн от пяти когерентных источников: нулевого,  $\pm 1$  и  $\pm 2$  порядков) еще более увеличивает контрастность штрихов в изображении сетки, не меняя их период, т.е. между темными и светлыми полосами наблюдаются резкие перепады освещенности. Таким образом, по мере роста числа участвующих в интерференции волн от когерентных вторичных источников детали объекта вырисовываются все более четко.

Если в фокальную плоскость линзы поместить ирисовую диафрагму и установить ее так, чтобы сквозь нее проходила только осевая компонента углового спектра (максимум нулевого порядка), то при постепенном расширении диафрагмы можно шаг за шагом проследить Фурье-синтез изображения сетки (при увеличении числа пропускаемых максимумов постепенно все более четко будет проявляться пространственная структура сетки в изображении).

### Описание экспериментальной установки.

Схема экспериментальной установки показана на рис.7. Установка собрана на оптической скамье. Источником света служит светодиодная лампа 1, излучающая сплошной спектр во всем видимом диапазоне. Кроме нее, в задаче используются размещенные в одном корпусе три цветных светодиода (красный, зеленый и синий, на рисунке не показаны).

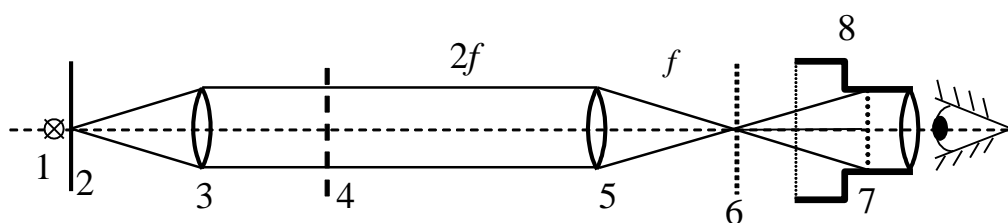


Рис. 7. Схема экспериментальной установки

Источник света располагают непосредственно (на расстоянии нескольких

миллиметров) перед входной диафрагмой 2 оптической системы. Это может быть либо непрозрачный экран с малым круглым отверстием, либо узкая щель постоянной ширины, образованная двумя лезвиями бритвы. Они устанавливаются поочередно на специальном столике. Установка той или иной диафрагмы определяется тем, какой объект исследования используется в соответствующем упражнении работы. При использовании двумерной структуры (сетки) необходимо установить диафрагму с круглым отверстием, а при работе с одномерной структурой (дифракционной решеткой) удобнее пользоваться щелевой диафрагмой.

За входной диафрагмой 2 располагается коллиматорный объектив 3, дающий параллельный пучок света для освещения исследуемого объекта. Для этого диафрагма должна располагаться в фокальной плоскости этого объектива. Если диафрагму 2 убрать, то световой пучок из осветителя будет падать непосредственно на коллиматорный объектив. В этом случае волна после объектива перестанет быть плоской. То же самое произойдет, если слегка переместить объектив 3 или диафрагму 2 вдоль оптической скамьи, т.к. в этих случаях диафрагма окажется не в фокусе объектива.

За коллиматорным объективом 3 на столике в специальном держателе помещается исследуемый объект 4: сетка или решетка, выполненные с помощью фотолитографии. Когда параллельный пучок света попадает на объект, происходит дифракция световой волны.

За объектом помещается объектив 5, формирующий оптическое изображение. Этот объектив имеет фокусное расстояние  $f = 27\text{см}$  (такое же, как и у объектива 3) и во время эксперимента располагается на двойном фокусном расстоянии от объекта. В этом случае изображение объекта, сформированное объективом 5, находится на двойном фокусном расстоянии от объектива (плоскость 7 на рис. 7). Это изображение служит предметом исследований в настоящей работе.

Для осуществления пространственной фильтрации в фокальной плоскости 6 на столике в специальных держателях помещаются диафрагмы-маски, ко-

торые предназначены для пропускания определенных комбинаций дифракционных максимумов углового спектра излучения, дифрагировавшего на объекте. На столике для масок установлена лупа, облегчающая наблюдение дифракционных максимумов и отверстий в масках при их совмещении друг с другом. Если объектом является сетка, то масками служат латунные пластинки, в которых просверлены круглые отверстия в сочетаниях, соответствующих приведенным на рис. 6 и некоторых других. В случае использования щелевой диафрагмы 2 и дифракционной решетки в фокальной плоскости объектива получается система дифракционных максимумов в виде полосок. Для такого углового спектра роль диафрагмы-маски выполняет латунная пластинка, в которой прорезаны две полоски, пропускающие только два дифракционных максимума. Имеется также диафрагма в виде раздвижной щели, которая позволяет плавно менять количество пропускаемых дифракционных максимумов. Эта диафрагма закреплена на отдельном держателе, который устанавливается на скамью вместо столика для масок. Щель может вращаться вокруг горизонтальной оси (оптической оси установки), что позволяет ориентировать ее различным образом по отношению к дифракционной картине.

За столиком для масок находится штатив, несущий окулярный тубус 8 зрительной трубы без объектива. Окуляр трубы можно фокусировать на любую плоскость за объективом 5, что позволяет наблюдать пространственное распределение интенсивности света в выбранной плоскости. Фокусировка окуляра на плоскость вторичных источников 6 (на фокальную плоскость) позволяет наблюдать угловой спектр излучения, дифрагировавшего на объекте, а фокусировка на плоскость изображения 7 дает возможность видеть получающееся в результате пространственной фильтрации изображение объекта. На тубус надет окулярный винтовой микрометр, служащий для измерений периодов штрихов сетки или решетки в наблюдаемых изображениях.

Детальная подготовка установки к измерениям описана в Приложении 2. Примерные координаты всех объектов указаны на установке.

### Домашнее задание.

При подготовке к работе дома необходимо выполнить следующее задание. Будем считать, что основные элементы системы установлены на оптической скамье следующим образом:

- 1) входная диафрагма 2 с малым круглым отверстием располагается в фокальной плоскости коллиматорного объектива 3;
- 2) исследуемый объект (сетка) 4 находится на двойном фокусном расстоянии от формирующего изображение объектива 5 (рис. 7).

Как уже было сказано, в этом случае в фокальной плоскости 6 будет наблюдаться **четкий** угловой спектр излучения, дифрагировавшего на сетке (рис. 5), а в плоскости изображения 7 в окуляр зрительной трубы будет наблюдаться **четкое** равновеликое изображение сетки (рис. 6,з).

Теперь мысленно измените положение одного из трех элементов (диафрагмы 2, коллиматорного объектива 3 или сетки 4), не трогая двух других, и попытайтесь предугадать, как при этом изменятся изображения в плоскостях 6 и 7. Заполните в рабочей тетради приведенную ниже таблицу. В первом столбце таблицы описано действие, которое произведено над установкой (все остальные элементы установки находятся на своих местах). Во втором и третьем столбцах таблицы надо выбрать правильный на ваш взгляд ответ на вопрос «Что произойдет с пространственным распределением интенсивности в соответствующей плоскости?»:

**Таблица 1. Домашнее задание.**

Действие	Фокальная плоскость 6	Плоскость изображения 7
Передвинули диафрагму 2	Не изменится	Не изменится
	Размоется	Размоется
Передвинули объектив 3	Не изменится	Не изменится
	Размоется	Размоется
Передвинули объект 4	Не изменится	Не изменится
	Размоется	Размоется



Свой выбор необходимо обосновать.

### **Наблюдения, измерения и их обработка.**

В Приложении 3 приведена таблица, в которой указано, какие из сменных элементов установки должны находиться на оптической скамье при выполнении каждого упражнения. В отчете по задаче должны быть указаны результаты для **каждого упражнения**.

1. В качестве входной диафрагмы 2 оптической системы устанавливают диафрагму с малым круглым отверстием. Придвигают вплотную к ней источник света (светодиодную лампу). Меняя положение лампы, добиваются, чтобы прошедший через диафрагму пучок света<sup>1</sup> попадал в центр коллиматорного объектива 3. Так как диафрагма 2 расположена в фокальной плоскости объектива 3, то после объектива будет сформирован параллельный пучок света круглого сечения. На столик для объекта 4 помещают сетку так, чтобы пучок падал на нее. Столик находится на двойном фокусном расстоянии от объектива 5. Фокусируют наблюдательный окуляр 8 на плоскость изображения 7 и наблюдают четкое изображение сетки. Помещая в фокальную плоскость 6 объектива 5 экран (листок белой бумаги), наблюдают дифракционную картину.

Теперь следует проверить выполненное дома задание (табл. 1). Поочередно изменяя положение одного из трех элементов установки, проследить за изменением распределения интенсивности в плоскостях 6 и 7 и сравнить полученные результаты с предсказанными. В случае несовпадения сделать отметку в таблице и дать объяснение.

2. Восстанавливают положение элементов установки так, чтобы опять наблюдать в плоскости изображения 7 четкое изображение сетки. Ориентируют окулярный тубус так, чтобы при вращении барабана микрометра крест нитей перемещался перпендикулярно вертикальным штрихам сетки. Пользуясь

---

<sup>1</sup> Для контроля прохождения света лампы через малое отверстие следует использовать небольшой листок белой бумаги, помещая его непосредственно перед объективом 3.

винтовым окулярным микрометром, измеряют период вертикальных штрихов в изображении сетки. Для повышения точности измерения крест перемещают на длину десяти-двадцати периодов, а потом делят разность отсчетов на микрометре на число периодов. Измерения проделывают несколько раз на разных участках изображения сетки. Оценивают погрешность.

3. Устанавливают в фокальной плоскости 6 столик для масок и ставят на столик держатель с первой маской - одним круглым отверстием. Пользуясь винтовыми подачами столика и рассматривая дифракционную картину через лупу, установленную на столике, добиваются совпадения этого отверстия с центральным дифракционным максимумом картины. Наблюдают в окуляр 8 получающуюся при этом равномерно освещенную плоскость изображения.

Переходят к следующим маскам. Положение каждой маски требует отдельной юстировки по отношению к дифракционной картине. **Каждому студенту выдается по две фотографии, на которых приведены по шесть наблюдаемых в окуляр изображений.** Для каждой маски следует найти соответствующее изображение на одной из фотографий. Рядом с ним необходимо отметить параметры маски, т.е. указать дифракционные максимумы, которые использовались для его получения (как это сделано на рис. 6).

Окулярным микрометром измеряют периоды штрихов в этих изображениях (если периодичность наблюдается). Сравнивают измеренные в присутствии масок периоды штрихов в изображении сетки с периодом, измеренным в пункте 2, и объясняют полученные результаты на основании формул (3) и (4).

4. Заменяют столик для масок держателем с раздвижной щелью. Подвижные щечки щели сделаны светлыми, чтобы на них, как на экране, можно было наблюдать картину в фокальной плоскости. Сначала щель располагают вертикально так, чтобы она пропускала максимум нулевого порядка, а ее ширина была не более расстояния между соседними максимумами. Увеличивая ширину щели, наблюдают этапы Фурье-синтеза изображения сетки. Находят на фотографиях наблюдаемые изображения и на каждом найденном изображении отмечают открытые раздвижной щелью дифракционные максимумы.

Поворачивают щель на угол  $45^0$  и вновь наблюдают изменения изображения в зависимости от ширины щели. Какие-либо из наблюдаемых изображений можно найти (и отметить) на фотографиях. Повернув окулярный микрометр на угол  $45^0$ , измеряют расстояние между наблюдаемыми характеристиками изображений. Используя формулу (3), объясняют полученный результат.

5. Заменяют входную круглую диафрагму 2 оптической системы щелевой диафрагмой, а сетку 4 - дифракционной решеткой. Убирают со скамьи держатель с раздвижной щелью. С помощью окулярного микрометра измеряют период штрихов в изображении дифракционной решетки, так же как это делалось в случае сетки (пункт 2). Оценивают погрешность.

6. Ставят на скамью столик для масок и маску с двумя полосками для пропускания двух дифракционных максимумов. Располагают маску так, чтобы она пропускала максимумы  $\pm 2$  порядка. Измеряют период штрихов в изображении дифракционной решетки окулярным микрометром. Сравнивают полученный результат с предыдущими измерениями, выполненными без маски. Объясняют его.

7. Заменяют столик для масок держателем с раздвижной щелью и, расположив ее так, чтобы дифракционная картина была видна на ее щечках, ведут наблюдения изображения решетки при разной ширине щели. Наблюдения следует начинать, когда щель пропускает один дифракционный максимум нулевого порядка.

Затем уменьшают ширину щели так, чтобы она пропускала два или три соседних дифракционных максимума, и начинают смещать щель, не меняя ее ширины, от центра дифракционной картины. В рабочей тетради записывают, как изменяются изображения по мере смещения щели. Объясняют наблюдаемые результаты.

8. Убирают со скамьи держатель с раздвижной щелью. Придвигают наблюдательный окуляр 8 практически вплотную к формирующему изображение объективу 5 так, чтобы через него могли быть отчетливо видны находящи-

еся в фокальной плоскости объектива дифракционные максимумы<sup>1</sup> (в данном случае в виде полосок). Фокусировку окуляра следует осуществлять, добиваясь максимальной резкости центральной бесцветной полосы (максимума нулевого порядка). В рабочей тетради описывают (или схематично зарисовывают, или фотографируют) наблюдаемую картину.

Не меняя положения всех элементов, заменяют источник излучения на цветные светодиоды. Для этого отодвигают лампу и приподнимают держатель светодиодов. Включают один из них (например, красный) и находят такое положение, чтобы полоска света, прошедшая через щелевую диафрагму, попадала на объектив 3. Наблюдают в окуляр дифракционную картину, при этом максимум нулевого порядка должен быть резким, а остальные максимумы будут слегка размыты (почему?).

Измеряют координаты максимумов нулевого,  $\pm 1$  и  $\pm 2$  порядков. Принимая координату нулевого порядка за нуль ( $x_0 = 0$ ), рассчитывают координаты  $x_m$  остальных максимумов. Записывая формулу (2) в виде

$$d \cdot \frac{x_m}{f} = m\lambda \quad (5)$$

замечают, что координата  $x_m$  пропорциональна  $m$ .

Построив график зависимости  $x_m$  от  $m$  и используя МНК и найденное ранее значение периода решетки  $d$  (пункт 5), вычисляют длину волны красного светодиода

Аналогичные действия выполняют и с остальными светодиодами. Все три графика следует построить на одних осях. Сравнивают полученные значения длин волн с табличными для того или иного цвета.

9. Заменяют щелевую диафрагму 2 на диафрагму с круглым отверстием. Наблюдаемая в окуляр дифракционная картина изменяется (как? почему?). Так как прошедший через круглую диафрагму поток света мал, наблюдение может оказаться затруднительным. Заменяют объект: решетку на сетку.

---

<sup>1</sup> Так как окуляр 8 перемещают на значительное расстояние, то наблюдаемая в окуляр картина может сместиться и даже уйти из поля зрения. В этом случае надо сместить тубус трубы вверх-вниз и влево-вправо.

Аналогичные наблюдения (с различными диафрагмами 2 и с различными объектами 4) проводят и с белым светодиодом. Любуются красотой.

Итогом работы является проверка основных положений дифракционной теории формирования изображения и их экспериментальное доказательство. Следует сделать выводы о влиянии масок на изображение сетки и сравнить экспериментально измеренные периоды следования штрихов в изображениях сетки при различных масках с теоретически рассчитанными. Необходимо также найти подтверждение дифракционной теории на основании расчета длин волн по измерениям в угловом спектре дифракционной решетки.

### **Контрольные вопросы и задания.**

1. Что такое оптическое изображение?
2. Из каких этапов состоит процесс формирования изображения с помощью линзы согласно теории Аббе?
3. В чем заключается эффект виньетирования?
4. Что такое угловой спектр излучения?
5. Что представляют собой вторичные источники в теории Аббе? Какова их роль в процессе формирования изображения?
6. Как влияет на изображение количество вторичных источников?
7. Как уменьшить вдвое период следования штрихов в изображении сетки?
8. Пользуясь формулой тонкой линзы, получить выражение для периода штрихов в изображении дифракционной решетки с периодом  $d$ .
9. Получить выражение для периода штрихов в изображении дифракционной решетки с периодом  $d$  с помощью формул волновой оптики.
10. Нарисовать оптическую схему установки для осуществления пространственной фильтрации световых полей.

### **Приложение 1.**

#### **Распределение интенсивности света в фокальной плоскости линзы.**

Пусть на линзу с фокусным расстоянием  $f$  падает монохроматическая

световая волна с комплексной амплитудой  $E_0(x', y')$ , где  $(x', y')$  - поперечные декартовы координаты в плоскости линзы. Известно, что функция пропускания тонкой линзы имеет вид [3]:

$$t(x', y') = \exp\left[-ik(x'^2 + y'^2)/2f\right].$$

Тогда комплексная амплитуда волны после прохождения линзы есть

$$E_1(x', y') = E_0(x', y') \cdot t(x', y').$$

За линзой световая волна распространяется в соответствии с законами дифракции. Поэтому, используя дифракционный интеграл в приближении Френеля

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_1(x', y') \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x-x')^2 + (y-y')^2]\right\} dx' dy',$$

можно найти комплексную амплитуду световой волны на любом расстоянии  $z$  от линзы

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} \exp\left[ik\left(z + \frac{x^2 + y^2}{2z}\right)\right] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(x', y') \times \exp\left\{ik\left(\frac{x'^2 + y'^2}{2}\right)\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right) - \frac{ik}{z}(xx' + yy')\right\} dx' dy'$$

Здесь  $(x, y)$  – поперечные декартовы координаты в плоскости наблюдения.

Полагая  $z = f$ , найдем комплексную амплитуду волны в фокальной плоскости линзы

$$E(x, y, f) = \frac{1}{i\lambda f} \exp\left[ik\left(f + \frac{x^2 + y^2}{2f}\right)\right] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(x', y') \exp\left[-\frac{ik}{f}(xx' + yy')\right] dx' dy'$$

или

$$E(x, y, f) = \frac{1}{i\lambda f} \exp\left[ik\left(f + \frac{x^2 + y^2}{2f}\right)\right] \cdot E_0(k_x, k_y),$$

где введены обозначения  $k_x = \frac{kx}{f}$  и  $k_y = \frac{ky}{f}$ . Величина  $E_0(k_x, k_y)$  определяется

выражением

$$E_0(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(x', y') \exp[-i(k_x x' + k_y y')] dx' dy'$$

и называется пространственной спектральной амплитудой светового поля  $E_0(x, y)$ .

Последняя формула показывает, что в фокальной плоскости линзы формируется распределение поля, пропорциональное пространственному Фурье-образу

поля, падающего на линзу. Заметим также, что эта формула совпадает с выражением для дифракционного интеграла Френеля в приближении Фраунгофера.

Угловым (пространственным) спектром излучения называется величина, равная квадрату модуля пространственной спектральной амплитуды поля

$$S(k_x, k_y) = |E(k_x, k_y)|^2,$$

поэтому распределение интенсивности света в фокальной плоскости линзы имеет форму углового спектра излучения, падающего на линзу, а именно

$$I(x, y, f) = |E(x, y, f)|^2 = \frac{1}{\lambda^2 f^2} S_0(k_x, k_y)$$

## Приложение 2.

### Подготовка установки к измерениям.

Перед началом измерений необходимо рационально расположить на оптической скамье все элементы установки. Приблизительное их расположение указано на самой установке в лаборатории. Раздвижная щель и столик для масок не ставятся на оптическую скамью при первоначальной юстировке системы.

Центры всех размещенных на скамье элементов установки должны находиться на одной высоте. Обычно это условие соблюдено, так как кольца, фиксирующие высоту штативов, уже установлены в нужных положениях. В случае децентрировки системы по высоте надо сдвинуть все элементы установки вплотную и, поместив глаз на уровне центра одного из них, отрегулировать высоту всех остальных. Центровку элементов установки в горизонтальной плоскости надо производить с помощью поперечных винтовых салазок. Эта юстировка производится всегда по ходу работы при включенной лампе осветителя.

Светодиодная лампа размещена на длинном гибком проводе, рекомендуется располагать осветитель лампы на расстоянии 2-3 миллиметра от входной диафрагмы 2. Поместив за диафрагмой 2 перед коллиматором 3 листок белой бумаги, можно наблюдать изображение светящегося элемента лампы в форме квадрата площадью порядка 2-4 см<sup>2</sup>. Прошедший световой пучок должен попадать в центр коллиматора 3.

Объектив коллиматора 3 должен быть установлен так, чтобы из него выходил параллельный пучок света. Об этом можно судить, помещая за объективом листок белой бумаги. Если на листке бумаги виден равномерно освещенный неокрашенный светлый круг, диаметр которого не зависит от расстояния между бумагой и объективом, то последний установлен правильно. При работе со щелевой входной диафрагмой по мере удаления бумаги от объектива коллиматора круг будет растягиваться по высоте.

Если описанные выше требования выполнены, на столик для объекта 4 надо поставить сетку. Располагать сетку надо таким образом, чтобы ее плоскость проходила через центр столика и была перпендикулярна к световому пучку, идущему из коллиматора.

Дальнейшая юстировка системы производится следующим образом. Помещая листок белой бумаги сразу за формирующим изображением сетки объективом 5, проверяют, насколько равномерно последний заполнен светом, регулируя его положение поперечными салазками. Затем помещают лист бумаги в фокальную плоскость объектива и убеждаются в том, что в этой плоскости находится система дифракционных максимумов. Передвигая лист бумаги дальше, к наблюдательному окуляру 8, убеждаются в том, что постепенно размывающиеся максимумы образуют в конце концов общий, сливающийся световой блик, который попадает в тубус окуляра.

Сетка должна быть видна в окуляр как система черных прямоугольников с узкими просветами между ними на равномерно освещенном неокрашенном фоне (см. рис. 4). Фокусировка креста нитей окулярного микрометра производится независимо от фокусировки самого окуляра вращением рифленого кольца на краю оправы окуляра. Если окажется, что поле зрения или изображение объекта окрашены, то это свидетельствует о неправильной юстировке всей системы или окуляра.

До начала измерений необходимо также рассмотреть в окуляр картину дифракционных максимумов. Для этого выдвигают вперед держатель окулярного тубуса так, чтобы плоскость креста нитей окуляра совпала с плоскостью



локализации дифракционной картины 6. Затем небольшими перемещениями тубуса вдоль оптической скамьи добиваются отчетливой видимости максимумов. При этом должно быть видно симметричное их расположение, показанное на рис. 5. Фокусировку на фокальную плоскость объектива надо осуществлять, добиваясь максимальной резкости центрального бесцветного пятна дифракционной картины, т.е. максимума нулевого порядка. По окончании этих наблюдений возвращают держатель окуляра к концу оптической скамьи на прежнее место и опять фокусируют окуляр на плоскость изображения сетки 7.

### Приложение 3

**Таблица используемых элементов установки в каждом упражнении.**

<b>Номер упражнения</b>	<b>Осветитель 1</b>	<b>Входная диафрагма 2</b>	<b>Объект 4</b>	<b>Диафрагма-маска 6</b>
<b>1</b>	Белый светодиод	Круглое отверстие	Сетка	нет
<b>2</b>	Белый светодиод	Круглое отверстие	Сетка	нет
<b>3</b>	Белый светодиод	Круглое отверстие	Сетка	Точечные диафрагмы
<b>4</b>	Белый светодиод	Круглое отверстие	Сетка	Раздвижная щель
<b>5</b>	Белый светодиод	Щелевая диафрагма	Решетка	нет
<b>6</b>	Белый светодиод	Щелевая диафрагма	Решетка	Прозрачные полосы
<b>7</b>	Белый светодиод	Щелевая диафрагма	Решетка	Раздвижная щель
<b>8</b>	Цветные светодиоды	Щелевая диафрагма	Решетка	нет
<b>9</b>	Цветные светодиоды, затем белый	Круглое отверстие	Решетка, затем сетка	нет

### Литература

1. С.А. Ахманов, С.Ю. Никитин, Физическая оптика, Лекция 17. Изд-во Московского университета, 1998.
2. Г.С. Ландсберг, Оптика, §97. Москва, Физматлит, 2003.
3. А.Н. Матвеев, Оптика, §35. Москва, Высшая школа, 1985.