

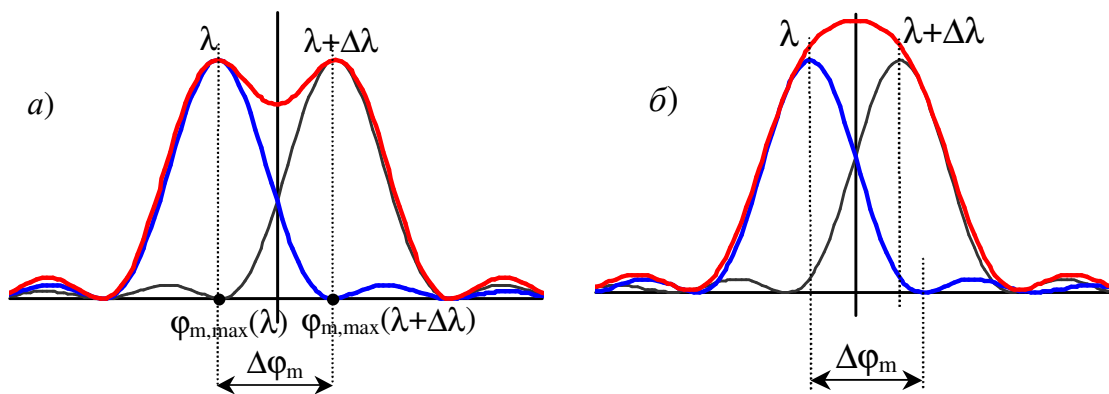


# Лабораторный практикум по ФИЗИКЕ

## ОПТИКА

### Задача № 136

Изучение дифракционной решетки и  
определение длины световой волны



МОСКВА 2011

## Изучение дифракционной решетки и определение длины световой волны

**Цель работы.** Измерение основных спектральных характеристик дифракционной решетки.

**Идея эксперимента.** Излучение от ртутной лампы, имеющей линейчатый спектр, падает на дифракционную решетку. В зрительную трубу гониометра наблюдаются дифракционные максимумы нескольких порядков для различных длин волн. Измерение углов дифракции позволяет рассчитать характеристики дифракционной решетки, а также определить спектр излучения ртутной лампы.

### Теория

Дифракционная решётка - это оптический прибор, представляющий собой совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (канавок, щелей) одинаковой формы, нанесённых на плоскую или вогнутую оптическую поверхность. Дифракционные решетки используют в спектральных приборах для пространственного разложения электромагнитного излучения в спектр, т.е. по длинам волн.

Решетки подразделяют на *плоские* (штрихи нанесены на плоскую поверхность) и *вогнутые* (штрихи на вогнутой, обычно сферической, поверхности). Решетки бывают отражательные и прозрачные. Решетки, у которых штрихи наносятся на зеркальную (обычно металлическую) поверхность, а наблюдение ведётся в отражённом свете, называют *отражательными*. У *прозрачных* решеток штрихи наносятся на поверхность прозрачной (обычно стеклянной) пластинки (или вырезаются в виде узких щелей в непрозрачном экране), а наблюдение ведётся в проходящем свете. В современных спектральных приборах применяются главным образом отражательные дифракционные решетки.

В настоящей работе изучаются свойства плоской прозрачной дифракционной решетки. В такой решетке прозрачные участки (щели) одной и той же ширины  $b$  чередуются с непрозрачными участками, также одинаковыми по ширине. Суммарную ширину прозрачного и непрозрачного участков называют *периодом* (или *постоянной*) *решетки* и обозначают  $d$  ( $d > b$ ).

Пусть плоская монохроматическая световая волна (длина волны  $\lambda$ ) падает нормально на плоскую дифракционную решетку, имеющую  $N$  штрихов (рис. 1). В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля каждый участок волнового фронта в плоскости щелей становится источником вторичных когерентных сферических волн, распространяющихся во всех направлениях. Если за дифракционной решеткой поместить собирающую линзу, то в каждой точке фокальной плоскости соберутся лучи, испускаемые вторичными источниками под одним и тем же углом  $\varphi$  к нормали, называемым *углом дифракции*.

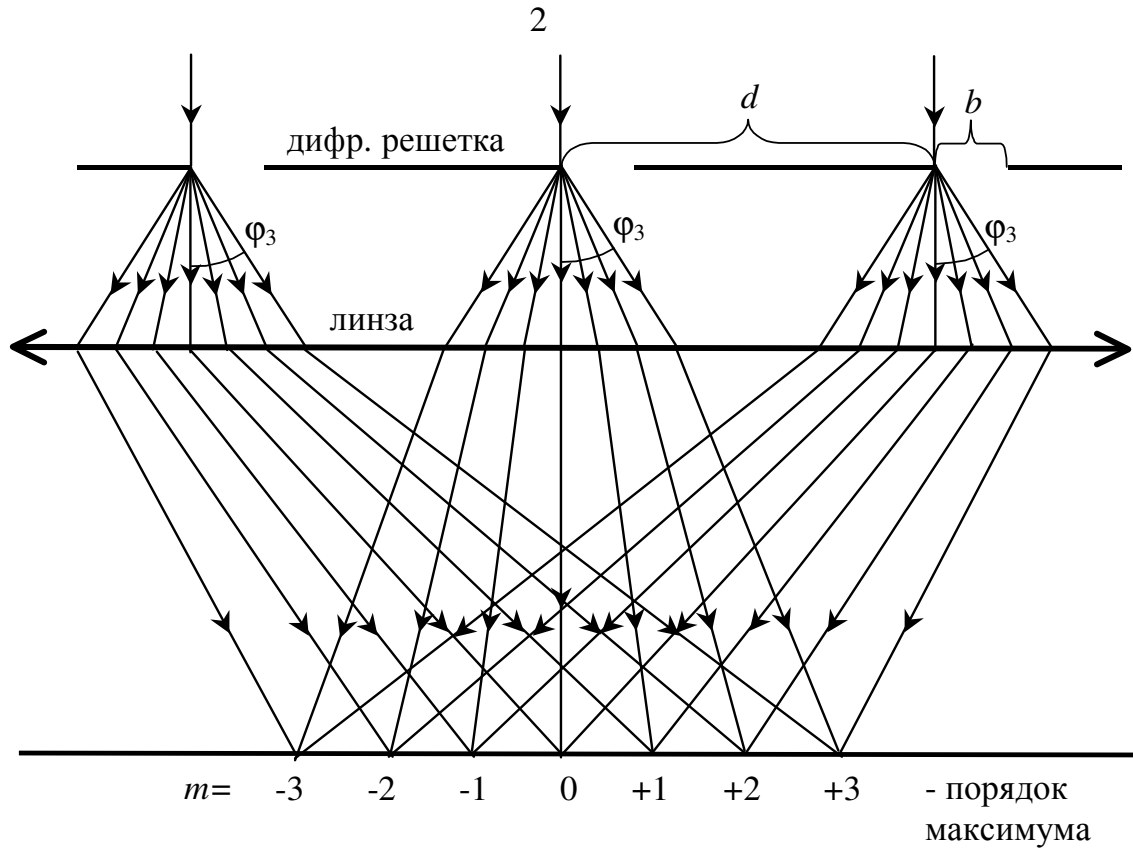


Рис. 1. Формирование дифракционной картины в фокальной плоскости линзы

Расчеты показывают, что интенсивность дифракционной картины, наблюдаемой в фокальной плоскости линзы, в зависимости от угла дифракции задается формулой:

$$I(\varphi) = I_0 \cdot \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2, \quad (1)$$

где  $u = k \cdot \frac{b \cdot \sin \varphi}{2} = \pi \cdot \frac{b \cdot \sin \varphi}{\lambda}$ ;

$$\delta = k \cdot \frac{d \cdot \sin \varphi}{2} = \pi \cdot \frac{d \cdot \sin \varphi}{\lambda};$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ - волновое число.}$$

Формулу (1) можно представить как произведение двух сомножителей: *дифракционного*

$$I_{\text{дифр}}(\varphi) = I_0 \cdot \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2, \quad (2)$$

описывающего дифракцию на одной щели шириной  $b$ , и *интерференционного*

$$I_{\text{инт}}(\varphi) = \left( \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2, \quad (3)$$

описывающего интерференцию  $N$  когерентных пучков, идущих от щелей решетки.

На рис.2 показан вид дифракционной картины на  $N=4$  щелях.

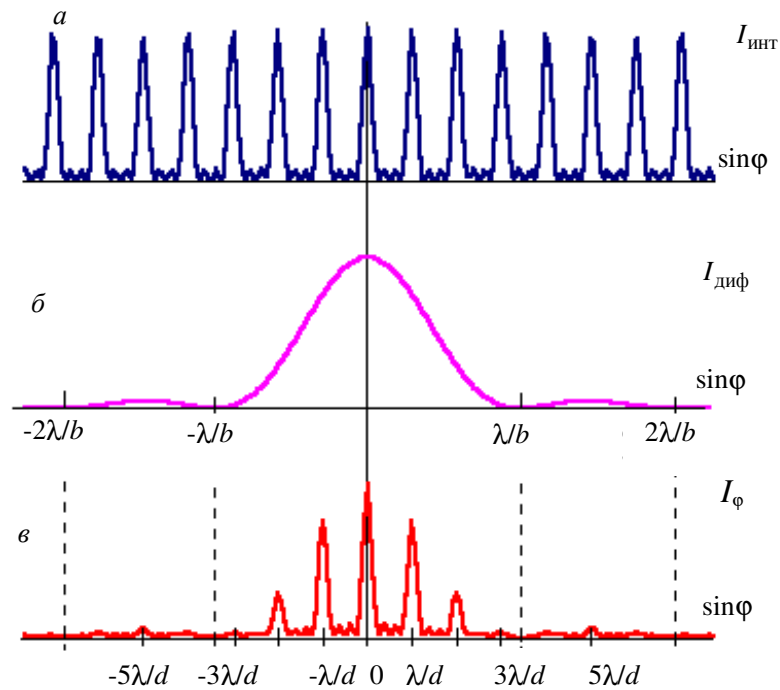


Рис. 2. Дифракция Фраунгофера на четырех щелях:  
*a* — интерференционный множитель (3), *б* — дифракционный множитель (2),  
*в* — общий вид дифракционной картины (1).

Местоположение главных дифракционных максимумов, соответствующих максимальным значениям  $I_{инт}(\varphi)$ , определяется из условия:

$$\delta = \pi \cdot m,$$

или

$$d \cdot \sin \varphi = m\lambda, \quad (4)$$

Между главными максимумами находятся  $N-2$  дополнительных максимумов существенно меньшей интенсивности.

При выполнении условия (4) интерференционный множитель (3) стремится к  $N^2$ . Современные дифракционные решетки характеризуются большим числом щелей (или штрихов): до тысячи и более штрихов на один миллиметр ширины решетки. Поэтому при освещении решетки монохроматическим светом дифракционная картина представляет собой набор ярких максимумов, местоположения которых удовлетворяют уравнению (4).

Условие (4) можно легко получить из геометрического построения (рис. 3). Волны от вторичных источников, расположенных в соседних щелях, при распространении в направлении  $\varphi$  будут иметь разность хода  $\Delta s$ , равную

$$\Delta s = d \cdot \sin \varphi.$$

Если разность хода будет кратна длине волны излучения

$$\Delta s = d \cdot \sin \varphi = m\lambda,$$

то волны от всех щелей будут приходить в точку наблюдения с разностью фаз

$$\Delta\varphi = k \cdot \Delta s = 2\pi m$$

и, следовательно, усиливать друг друга. Полученное соотношение совпадает с условием (4).

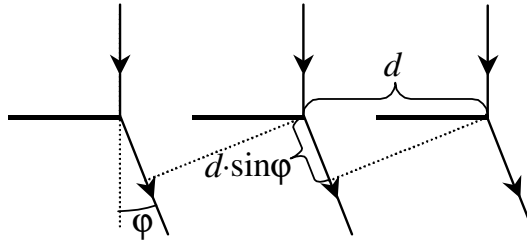


Рис. 3. К расчету разности хода при нормальном падении плоской волны на дифракционную решетку

Таким образом, при падении плоской монохроматической волны на дифракционную решетку в фокальной плоскости линзы, установленной за решеткой, будет формироваться дифракционная картина в виде отдельных ярко освещенных полосок, параллельным штрихам решетки (рис. 1). Эти полосы называют дифракционными максимумами  $m$ -го порядка ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ ).

Если в качестве источника света использовать лампу с линейчатым спектром (излучаются несколько длин волн), то центральный максимум нулевого порядка ( $m = 0$ ) будет представлять собой светлую ахроматическую полосу, так как условие максимума (4) выполнено сразу для всех длин волн. Максимумы  $\pm m$ -го порядков, расположенные слева и справа от центрального, для различных длин волн будут соответствовать различным углам дифракции  $\varphi_m(\lambda)$ . При этом чем меньше длина волны, тем меньше угловое расстояние между максимумами соседних порядков.

С ростом числа щелей решетки дифракционные максимумы становятся более узкими и резкими. Если на решетку падает излучение сложного спектрального состава, то для каждой длины волны получится свой набор дифракционных максимумов и, следовательно, излучение будет разложено в спектр. Максимально возможный порядок дифракции определяется из условия:

$$\sin \varphi_m = m \frac{\lambda}{d} \leq 1,$$

откуда

$$m_{\max} = \left[ \frac{d}{\lambda} \right],$$

где квадратные скобки означают, что берется целая часть отношения.

Одной из важных характеристик дифракционной картины является угловая ширина  $\Delta \varphi_m$  дифракционного максимума  $m$ -го порядка, т.е. угол между направлениями на максимум и на ближайший к нему минимум, в котором интенсивность, вычисляемая по формуле (1), равна нулю (рис. 4). Из выражения (3) нетрудно заметить, что ближайшие к главному максимуму минимумы определяются из соотношения:

$$\delta_{m, \min} = \pi \cdot \left( m \pm \frac{1}{N} \right),$$

или

$$d \cdot \sin \varphi_{m, \min} = \left( m \pm \frac{1}{N} \right) \lambda. \quad (5)$$

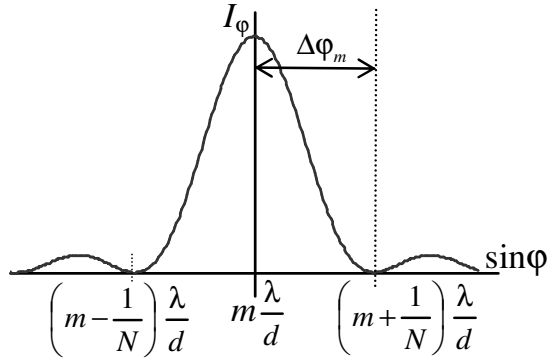


Рис. 4. К определению угловой ширины дифракционного максимума

Другими словами, при переходе от максимума к ближайшему минимуму порядок дифракции изменяется на  $\delta m = \frac{1}{N}$ . Тогда выражение для угловой ширины максимума можно получить, взяв дифференциал от обеих частей условия (4) по переменным  $\varphi_m$  и  $m$ :

$$\begin{aligned} d \cdot \delta(\sin \varphi_m) &= \delta m \cdot \lambda; \\ d \cdot \cos \varphi_m \cdot \Delta \varphi_m &= \frac{1}{N} \cdot \lambda; \\ \Delta \varphi_m &= \frac{\lambda}{Nd \cdot \cos \varphi_m} \end{aligned} \quad (6)$$

или

$$\Delta \varphi_m = \frac{\lambda}{L \cdot \cos \varphi_m}$$

где  $L = Nd$  - ширина дифракционной решетки. При малых углах дифракции  $\cos \varphi_m \approx 1$  и

$$\Delta \varphi_m \approx \frac{\lambda}{L},$$

т.е. угловая ширина не зависит от порядка максимума, а определяется шириной решетки.

Основными спектральными характеристиками дифракционной решетки являются:

1) **Угловая дисперсия**  $D_\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda}$ , характеризующая изменение углового положения дифракционных максимумов с изменением длины волны излучения. Угловую дисперсию можно найти, взяв дифференциал от обеих частей условия (4) по переменным  $\varphi_m$  и  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} d \cdot \delta(\sin \varphi_m) &= m \cdot \delta \lambda; \\ d \cdot \cos \varphi_m \cdot \delta \varphi_m &= m \cdot \delta \lambda; \end{aligned}$$

$$D_{\varphi} = \frac{\delta\varphi_m}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\varphi_m}. \quad (7)$$

Если углы дифракции  $\varphi_m$  малы, то  $\cos\varphi_m \approx 1$ , и угловая дисперсия

$$D_{\varphi} \approx \frac{m}{d}$$

не зависит от длины волны.

2) **Разрешающая способность**  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ , определяемая как отношение длины волны  $\lambda$  к  $\Delta\lambda$  - наименьшей разности длин волн двух спектральных линий, которые могут быть *разрешены*, т.е. наблюдаются раздельно (рис. 5). В соответствии с *критерием Рэлея* две линии  $\lambda$  и  $(\lambda + \Delta\lambda)$  разрешены, если угловое расстояние между главными максимумами одного и того же порядка для этих длин волн не меньше угловой ширины  $\Delta\varphi_m$  главного максимума:

$$\varphi_{m,\max}(\lambda + \Delta\lambda) - \varphi_{m,\max}(\lambda) \geq \Delta\varphi_m.$$

Это означает, что в предельном случае максимум  $m$ -го порядка для длины волны  $(\lambda + \Delta\lambda)$  совпадает с минимумом, ближайшим к максимуму того же порядка для длины волны  $\lambda$ , т.е.

$$\varphi_{m,\max}(\lambda + \Delta\lambda) = \varphi_{m,\min}(\lambda).$$

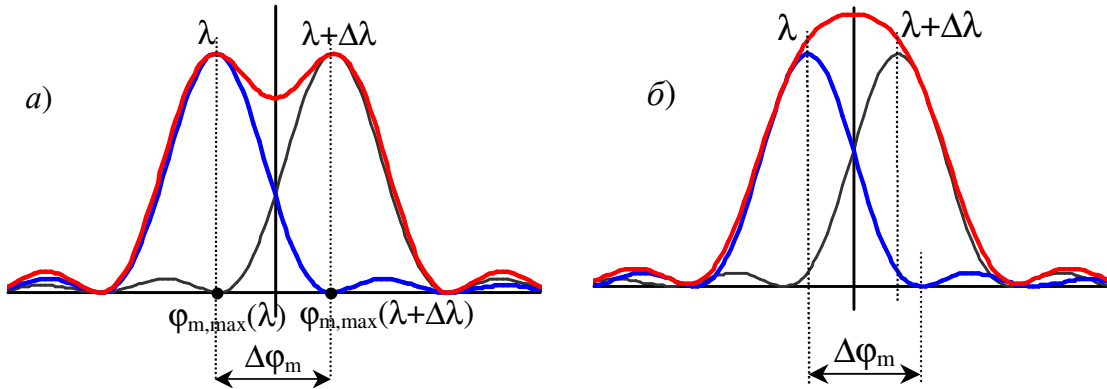


Рис. 5. К определению разрешающей способности:

а) спектральные линии разрешены; б) спектральные линии не разрешены.

Из (4)-(5) следует:

$$d \sin(\varphi_{m,\max}(\lambda + \Delta\lambda)) = m(\lambda + \Delta\lambda) = d \sin(\varphi_{m,\min}(\lambda)) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda.$$

Отсюда получаем:

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda;$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN = \frac{d \sin \varphi}{\lambda} N = \frac{L \cdot \sin \varphi}{\lambda}. \quad (8)$$

Высокая разрешающая способность дифракционной решетки создается за счет большого числа штрихов  $N$ , так как порядок дифракции  $m$  мал (обычно спектральные приборы работают в первом порядке дифракции).

Рассмотрим случай наклонного падения плоской волны на дифракционную решетку. Из рис. 6 следует, что условие дифракционных максимумов в этом случае запишется в виде:

$$\Delta s = d \cdot (\sin \psi - \sin \theta) = m\lambda, \quad (9)$$

где  $\theta$  - угол падения плоской волны на решетку;

$\psi$  - угол дифракции.

Представляя угол дифракции в виде:

$$\psi = \theta + \varphi,$$

и записывая (при условии  $\varphi \ll 1$ ):

$$\sin \psi = \sin(\theta + \varphi) = \sin \theta \cdot \cos \varphi + \sin \varphi \cdot \cos \theta \approx \sin \theta + \sin \varphi \cdot \cos \theta$$

получим:

$$d \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi = m\lambda. \quad (10)$$

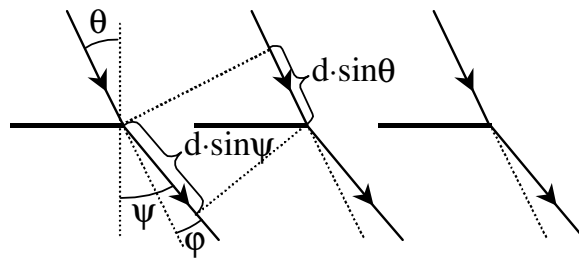


Рис. 6. К расчету разности хода при наклонном падении плоской волны на дифракционную решетку

Сравнивая полученное соотношение (10) с (4), заметим, что при малых углах дифракции ( $\varphi \ll 1$ ) наклонное падение плоской волны на решетку эквивалентно уменьшению периода решетки до  $d_\theta = d \cdot \cos \theta$ . Таким образом, с ростом угла падения  $\theta$  углы дифракции  $\varphi_{\theta, m}$  для направлений на максимумы  $m$ -го порядка также увеличиваются:

$$\varphi_{\theta, m} = m \frac{\lambda}{d \cdot \cos \theta} > m \frac{\lambda}{d} = \varphi_m.$$

Следовательно, углы дифракции минимальны в случае нормального падения плоской волны на дифракционную решетку (это условие будет использовано в дальнейшем при настройке экспериментальной установки).

Угловая дисперсия решетки при наклонном падении также возрастет и станет равной (при условии  $\varphi \ll 1$ ):

$$D_{\varphi, \theta} \approx \frac{m}{d \cdot \cos \theta}.$$

Разрешающая способность решетки (8) останется неизменной.

В настоящей задаче определяются постоянная решетки  $d$  и длины волн излучения ртутной лампы по непосредственному измерению углов дифракции на гониометре-спектрометре ГС-5. Кроме того, рассчитываются угловая дисперсия и разрешающая способность решетки.



### Экспериментальная установка

**Описание прибора.** Гониометр-спектрометр ГС-5 (рис. 7) служит для измерения двугранных углов оптическим методом с точностью до 5". Он состоит из следующих основных узлов: основания 1, коллиматора 2, корпуса 3 со зрительной трубой 4 и отсчетным микроскопом 5, поворотного столика 6 и скрытого под корпусом лимба. На основании 1 стационарно размещена колонка коллиматора и осевая система с вертикальной осью, вокруг которой могут вращаться корпус 3, столик 6 и лимб.

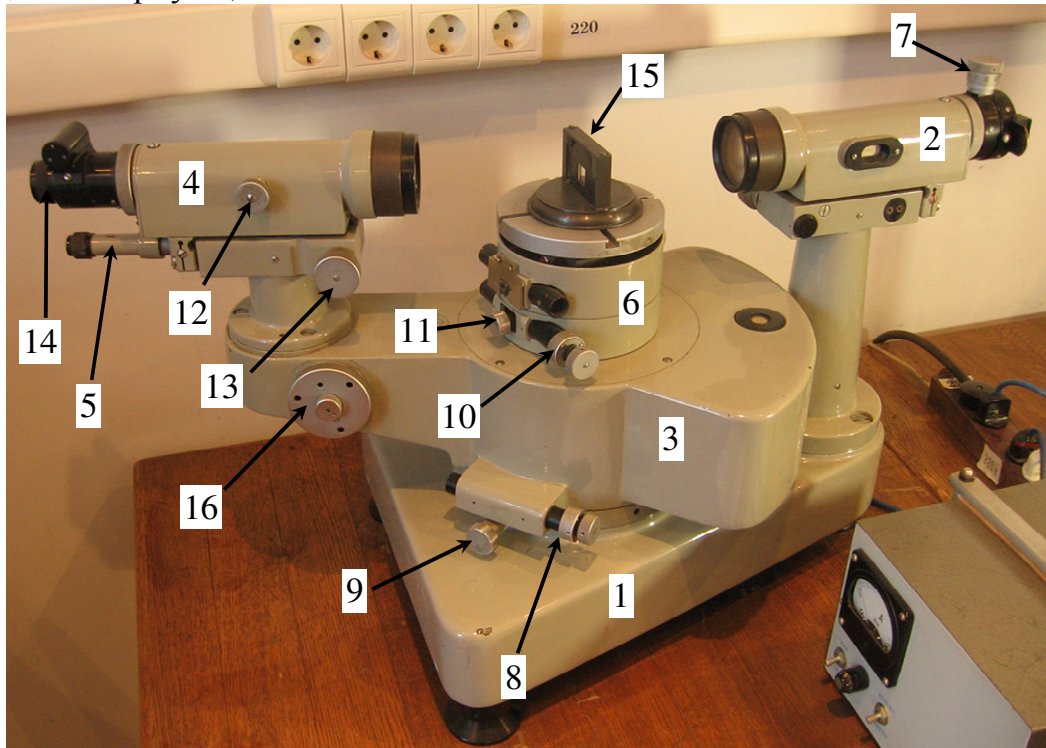


Рис. 7. Схема гониометра-спектрометра ГС-5.

Коллиматор 2 служит для создания параллельного пучка света. На торце коллиматора, обращенном к источнику света, имеется входная щель 7, ширину которой можно регулировать с помощью микрометрического винта, а высоту – специальной пластинкой типа «ласточкин хвост». С помощью бокового винта (на рис.7 находится за коллиматором) осуществляется настройка оптической схемы так, чтобы щель оказалась в фокальной плоскости системы линз (объектива) коллиматора. Наклон коллиматора в вертикальной плоскости можно изменять, вращая винт, находящийся под трубой коллиматора.

Корпус 3 вместе со зрительной трубой 4 может свободно вращаться относительно основания. Плавное перемещение корпуса осуществляется от руки, для точного поворота корпуса предусмотрен микрометрический винт 8, расположенный в нижней части корпуса. Под микрометрическим винтом 8 расположен перпендикулярно к нему зажимной винт 9, фиксирующий положение корпуса 3.

Столик 6, как и корпус 3, также может свободно вращаться относительно основания. Плавное вращение столика осуществляется от руки, для точного

поворота предусмотрен микрометрический винт 10, расположенный в нижней части корпуса. Под микрометрическим винтом расположен перпендикулярно к нему зажимной винт 11, фиксирующий положение столика 6. Установка столика горизонтально производится двумя винтами сбоку столика.

Конструкция зрительной трубы 4 идентична конструкции коллиматора 2. Фокусировка зрительной трубы производится с помощью винта 12 сбоку трубы. Положение зрительной трубы в вертикальной плоскости можно изменять, вращая винт 13, находящийся внизу около объектива трубы. На торце зрительной трубы, обращенном к наблюдателю, расположен окуляр 14. При правильной настройке гониометра в окуляр наблюдается четкое изображение входной щели 7.

Чуть ниже окуляра зрительной трубы расположен окуляр отсчетного микроскопа 5, применяемого для измерения углового положения зрительной трубы относительно расположенного на столике исследуемого объекта – дифракционной решетки 15 в оправе. В поле зрения микроскопа видны одновременно два изображения: шкалы лимба и шкалы микрометра. Стекланный лимб с делениями установлен на вертикальной оси прибора в ее нижней части и подсвечивается закрепленной там же электрической лампочкой. Выключатель лампочки расположен с левой стороны основания 1. Шкала лимба вращается при повороте как корпуса 3 со зрительной трубой, так и столика 6.

Поле зрения отсчетного микроскопа приведено на рис. 8. В левом окне наблюдаются изображения диаметрально противоположных участков лимба – прямое и перевернутое – и вертикальная риска в центре. В правом окне наблюдаются вертикальная шкала оптического микрометра и горизонтальная риска в центре.

Чтобы снять отсчет по лимбу, необходимо, вращая маховичок 16, совместить двойные штрихи на верхней и нижней шкалах в левом окне. Необходимо быть *предельно внимательным* и при вращении следить одновременно и за шкалой в правом окне. Диапазон вращения маховичка ограничен и соответствует показаниям в правом окне от 0.00 до 10.00. Поэтому, если показания приближаются к любому из предельных значений, а совмещения штрихов в левом окне не происходит, следует изменить направление вращения маховичка.

### **Помните!**

**Вращение маховичка 16 проводится без каких-либо усилий.  
Ни в коем случае не допускается выход за пределы указанного  
выше диапазона значений! Это может привести к выходу из  
строя отсчетного микроскопа!**

После совмещения двойных штрихов в левом окне **число градусов** будет равно ближайшему видимому **слева** от вертикальной риски числу (на рис.8 это число 187). После этого на нижней (перевернутой) шкале левого окна следует найти число, отличающееся от верхнего на 180 (на рис.8 это число 7). **Число десятков минут** равно числу интервалов, заключенных между верхним и

нижним штрихами, соответствующими найденным числам (на рис.8 число интервалов между штрихами 187 и 7 равно 4).

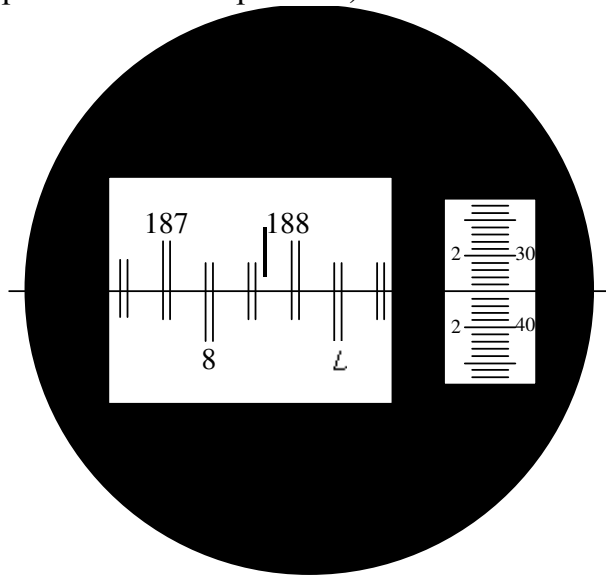


Рис. 8. Поле зрения отсчетного микроскопа.

**Число единиц минут** отсчитывается в правом окне по левому ряду чисел на шкале микрометра (на рис.8 это число 2). **Число десятков и единиц секунд** – в том же окне по правому ряду чисел и положению горизонтальной риски (на рис.8 это число 35).

Таким образом, указанное на рис. 8 положение соответствует отсчету  $187^{\circ} 42' 35''$ .

Гониометр требует очень тщательной установки, которая состоит в отдельности из установки оптической трубы на бесконечность, установки оси трубы перпендикулярно к оси вращения прибора и установки коллиматора. Указания по проведению настройки приведены в Приложении.

**Описание ртутной лампы.** Источником света с линейчатым спектром служит ртутнокварцевая лампа, в которой используется дуговой разряд в парах ртути.

В лампе, наполненной аргоном до давления нескольких миллиметров ртутного столба, имеется некоторое количество ртути, которая во время работы полностью испаряется и дает нужное для данной лампы давление паров ртути. Аргон введен в лампу для начального зажигания разряда. Потенциал зажигания у аргона в присутствии небольшого количества ртутного пара снижается, и лампа в нормальных условиях легко зажигается при включении ее в цепь переменного тока (лампы типа ПРК-2, ПРК-4, ДРС-50).

В момент зажигания дугового разряда через ртутную лампу идет ток силой в несколько ампер, электроды накаляются и становятся источниками электронов, питающих разряд. Температура ртутной лампы повышается, давление паров ртути увеличивается, напряжение на лампе начинает расти, ток падает и свечение, заполняющее сначала все пространство лампы, стягивается в

яркий шнур шириной от 2 до 4 мм, идущий по оси трубки. Режим лампы становится устойчивым, когда вся ртуть испарится.

Повторное включение горевшей лампы возможно только после того, как она охладится, и давление паров ртути понизится настолько, что напряжение зажигания разряда станет ниже напряжения цепи, питающей лампу. Для этого обычно требуется не более 10 минут.

В целях предохранения окружающих от ожогов и от действия на глаза ультрафиолетового излучения лампу помещают в специальный кожух с защитным стеклом.

### Эксперимент

Включить ртутную лампу и дать ей прогреться в течение 5-10 минут.

Поворачивая рукой корпус 3, установить зрительную трубу 4 гониометра на линии источник света-коллиматор. Если установка настроена правильно, то в окуляр 14 будет наблюдаться четкое изображение входной щели 7 коллиматора. В противном случае следует провести настройку гониометра (см. Приложение).

В поле зрения окуляра также виден крест, вертикальную линию которого при проведении настройки необходимо совмещать с изображением щели. Для этого, кроме поворота корпуса рукой, можно использовать микрометрический винт 8.

Получения резкого изображения креста добиваются вращением оправы окуляра.

### Упражнение 1

#### Определение постоянной решетки

1. Установить дифракционную решетку 15 строго по центру столика 6 так, чтобы параллельный пучок света от коллиматора падал на нее примерно перпендикулярно. Наблюдать в окуляр трубы четкое изображение входной щели белого цвета. Это и будет дифракционный максимум нулевого порядка.

2. Вращать рукой корпус 3, например, влево, до тех пор, пока в поле зрения зрительной трубы не покажется зеленая линия ртути ( $\lambda_{зел} = 5461 \text{ \AA}$ ) первого порядка. Слегка поворачивая рукой влево-вправо столик 6 с дифракционной решеткой, следить в зрительную трубу за изменением положения линии<sup>1</sup>. В соответствии с теорией (см. выше) угол дифракции будет минимальным, когда свет будет падать на решетку строго перпендикулярно. Найти положение столика, соответствующее минимуму<sup>2</sup>, и в дальнейшем при выполнении упражнений 1 и 2 столик и решетку не перемещать.

3. Вновь вернуться к максимуму нулевого порядка. Наблюдая в отсчетный микроскоп 5, произвести по лимбу отсчет угла  $\beta_0$  установки зрительной трубы. Результат записать в таблицу 1.

Навести трубу на зеленую линию первого порядка и произвести отсчет  $\beta_1$ . Продолжая вращать трубу в ту же сторону, найти зеленые линии в спектрах

<sup>1</sup> Поворачивать следует именно столик, а не дифракционную решетку на столике!

<sup>2</sup> Данную настройку следует осуществлять, если перед этим не производилась точная настройка гониометра, описанная в Приложении.

второго, третьего и последующих порядков и произвести отсчеты  $\beta_2, \beta_3, \dots$ <sup>3</sup> Чем выше порядок спектра, тем меньше яркость линии. Результаты измерений записать в таблицу 1.

Таблица 1. Результаты измерений.

Порядок $m$	Цвет линии	Отсчет $\beta_m$			Угол дифракции $\varphi$			$\varphi$ (рад)	$\sin\varphi$
		град	мин	сек	град	мин	сек		
0	бел				0	0	0	0	0
1	фиол								
	зел								
	жел1								
2	жел2								
	фиол								
	зел								
...									
...									
-1	жел1								
	жел2								
	зел								
...									
...									

4. Такие же установки и отсчеты проделать и по правую сторону от нулевого максимума, вращая трубу в противоположном направлении.

5. Рассчитать углы дифракции  $\varphi_m = \beta_m - \beta_0$  для всех наблюдаемых порядков и построить график зависимости синуса угла дифракции  $\sin\varphi_m$  от порядка  $m$ . Найти, используя метод наименьших квадратов (МНК), коэффициент наклона графика. В соответствии с (4), зная  $\lambda_{зел}$ , рассчитать постоянную  $d$  данной решетки и число  $n = \frac{1}{d}$  штрихов на 1 миллиметр ширины решетки. Оценить погрешность. Результаты обработки записать в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты обработки.

	$d$ (мм)	$n$ (мм <sup>-1</sup> )	$\lambda_{зел}$ (А)	$\lambda_{фиол}$ (А)	$\lambda_{жел1}$ (А)	$\lambda_{жел2}$ (А)	$D_{\varphi,1}$ (рад/мм)	$D_{\varphi,2}$ (рад/мм)	$D_{\varphi,3}$ (рад/мм)	$R$	$R_{реал}$
Эксп.			-							-	
Теор.			5461								-

6. Сделаем следующее важное замечание. Предложенный в п.2 метод настройки на нормальное падение излучения на решетку не обладает высокой

<sup>3</sup> Для ускорения выполнения работы можно проводить измерения для всех наблюдаемых линий в спектре (см. упражнение 2).

точностью. Поэтому для корректности обработки следует использовать формулу (9) для случая наклонного падения. Угол падения  $\theta_0$  мал, поэтому  $\sin \theta_0 \approx \theta_0$ . Угол дифракции  $\psi_m$  рассчитывается по той же самой формуле, что и  $\varphi_m$ :

$$\psi_m = \varphi_m = \beta_m - \beta_0.$$

В результате формула (9) запишется в виде:

$$d \cdot \sin \psi_m = d \cdot \sin \varphi_m = m\lambda + d \cdot \theta_0, \quad (9a)$$

Сравнивая (9a) с (4), заметим, что в случае наклонного падения зависимость синуса угла дифракции  $\sin \varphi_m$  от порядка  $m$  остается линейной, а коэффициент наклона графика такой же, как и при нормальном падении. Отличие же заключается в том, что график не будет проходить через начало координат.

Поэтому при построении графика и обработке результатов (п.5) точку, соответствующую нулевому порядку интерференции ( $m=0$ ), следует исключить, так как  $\psi_0 \approx \theta_0 \neq 0$ . Применение МНК для обработки позволит получить и оценку угла падения  $\theta_0$ .

### Упражнение 2

#### Определение неизвестных длин волн спектральных линий, угловой дисперсии и разрешающей способности решетки

1. Вновь навести зрительную трубу на максимум нулевого порядка и проверить отсчет  $\beta_0$ , полученный в 1-м упражнении.

2. Аналогично методике, изложенной в упр. 1, последовательно навести трубу на все видимые глазом спектральные линии первого порядка и произвести отсчеты. То же самое проделать и для всех остальных порядков по одну и другую стороны от нулевого максимума. Результаты измерений записать в таблицу 1.

3. Для каждой из наблюдаемых линий построить на одних осях график зависимости синуса угла дифракции  $\sin \varphi_m$  от порядка  $m$ . Рассчитать по МНК коэффициент наклона графика и, в соответствии с (4), найти длину волны каждой линии излучения (значение постоянной решетки  $d$  взять из 1-го упражнения). Оценить погрешность. Результаты обработки записать в таблицу 2.

4. В спектре ртути присутствуют две близко расположенные желтые линии, длины волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  которых рассчитаны в п.3. Определяя разность углов  $\varphi_{1,m}$  и  $\varphi_{2,m}$  дифракции для этих линий, рассчитать угловую дисперсию решетки для каждого порядка:

$$D_{\varphi,m} = \frac{\varphi_{1,m} - \varphi_{2,m}}{\lambda_1 - \lambda_2}. \quad (7a)$$

Сравнить полученный результат с рассчитанным по теоретической формуле (7). Результаты обработки записать в таблицу 2.

5. В наблюдаемом спектре ртути нет двух близко расположенных линий, которые позволили бы экспериментально определить разрешающую способность  $R$  решетки. Поэтому ее следует рассчитать по формуле (8). Для этого линейкой измерить ширину решетки и, зная постоянную решетки  $d$ , найти число  $N$  штрихов на ней. Рассчитать разрешающую способность  $R$  решетки для максимально наблюдаемого порядка дифракции. Результат записать в таблицу 2.

6. Можно получить оценку реальной разрешающей способности  $R_{real}$  гониометра исходя из следующих соображений. Каждый наблюдаемый в зрительную трубу максимум есть изображение входной щели прибора, незначительно уширенное вследствие дифракции. В этом легко убедиться, наблюдая, к примеру, за изменениями ширины того или иного максимума при изменении ширины щели. Поэтому принято считать, что две линии разрешены, если наблюдаемое в эксперименте расстояние между соответствующими максимумами не меньше ширины изображения отдельной линии.

Установить зрительную трубу на желтый дублет в третьем порядке. Произвести отсчеты левого  $\beta_{лев}$  и правого  $\beta_{прав}$  краев изображения какой-либо из линий дублета, тогда угловая ширина  $\delta\varphi_1$  максимума будет равна разности отсчетов:

$$\delta\varphi_1 = |\beta_{лев} - \beta_{прав}|.$$

Зная рассчитанную по (7а) угловую дисперсию  $D_{\varphi,3}$  в третьем порядке, найти разность длин волн  $\delta\lambda$ , соответствующую угловой ширине  $\delta\varphi_3$ :

$$\delta\lambda = \frac{\delta\varphi_3}{D_{\varphi,3}}.$$

Именно эта разность длин волн и входит в формулу для расчета реальной разрешающей способности  $R_{real}$  гониометра:

$$R_{real} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\lambda \cdot D_{\varphi,3}}{\delta\varphi_3}. \quad (8a)$$

Полученный результат записать в табл. 2 и сравнить с теоретическим значением (8).

### Упражнение 3

#### Определение длин волн спектральных линий при наклонном падении на решетку

1. Установить зрительную трубу на одну из желтых линий первого порядка с большей длиной волны. Для данного максимума справедливо соотношение (4):

$$d \cdot \sin \varphi_1 = \lambda_1, \quad (4a)$$

Напомним, что в начале работы дифракционная решетка была установлена таким образом, что параллельный пучок света из коллиматора падал на нее

строго перпендикулярно. Произвести отсчет угла  $\beta_1$  по отсчетному микроскопу 5. Результаты измерений записать в таблицу 3.

В дальнейшем при выполнении этого упражнения положение зрительной трубы не изменяется.

2. Аккуратно поворачивая рукой столик 4 с дифракционной решеткой влево или вправо, наблюдать за изменением положения линий<sup>4</sup>. Это связано с изменением угла падения  $\theta_2$  параллельного пучка света на решетку.

Установить столик так, чтобы труба оказалась наведенной на другую желтую линию (кроме поворота столика 4 рукой, можно использовать микрометрический винт 10). Произвести отсчет угла  $\beta_2$ , при этом угол падения будет равен

$$\theta_2 = |\beta_2 - \beta_1|.$$

В этом случае будет справедливо соотношение (10) для наклонного падения:

$$d \cdot \cos \theta_2 \cdot \sin \varphi_1 = \lambda_2. \quad (10a)$$

(значение угла дифракции  $\varphi_1$  осталось тем же самым, т.к. положение трубы не изменилось).

Результаты измерений записать в таблицу 3.

Из формул (4a) и (10a) следует:

$$\lambda_2 = \lambda_1 \cdot \cos \theta_2.$$

3. Аналогичные измерения провести для всех остальных наблюдаемых линий в спектре первого порядка, для каждой из которых будут справедливы соотношения:

$$\lambda_i = \lambda_1 \cdot \cos \theta_i \quad (11)$$

Зная длину волны зеленой линии ( $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ ) в спектре ртути, рассчитать по формулам (11) длины волн всех остальных линий и оценить погрешность.

Сравнить с результатами, полученными в упр.2.

Таблица 3. Результаты измерений и обработки в упр. 3.

Порядок $m$	Цвет линии	Отсчет $\beta$			Угол падения $\theta$			$\theta$ (рад)	$\cos \theta$	$\lambda$ (А)
		град	мин	сек	град	мин	сек			
1	фиол									
	зел									5461
	жел1									
	жел2				0	0	0	0	1	

**Технические данные установки.** Задача поставлена на гониометре ГС-5; дифракционные решетки могут иметь от 50 до 200 штрихов на мм.

### Литература.

<sup>4</sup> Вращать следует именно столик, а не расположенную на нем решетку!



1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976. §46, 47, 50.
2. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. §5.7-5.8.
3. Матвеев А.Н. Оптика. – М.: Высшая школа, 1985. §33.
4. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М.: Наука, 2004. Лекция 16.
5. Бутиков Е.И. Оптика. – СПб.: Невский диалект, 2003. §6.5-6.6.

### **Контрольные вопросы и задания.**

1. Нарисуйте схему наблюдения дифракции Фраунгофера на решетке и объясните способ формирования дифракционной картины.
2. Получите формулу (4) для нахождения положения главных дифракционных максимумов.
3. Как изменяется условие (4) в случае наклонного падения плоской волны на дифракционную решетку?
4. Чему равен максимальный порядок дифракции и где он наблюдается? Изменяется ли максимальный порядок при наклонном падении плоской волны?
5. Получите формулу (6) для нахождения угловой ширины дифракционного максимума.
6. Что называют угловой дисперсией дифракционной решетки? Получите формулу для ее нахождения.
7. Что такое разрешающая способность дифракционной решетки? Получите формулу для ее нахождения.
8. Сформулируйте критерий Рэлея.
9. Какой вид будет иметь дифракционная картина, если на решетку направить расходящийся пучок монохроматического света?
10. Поднесите дифракционную решетку к глазу и посмотрите через нее на ртутную лампу и лампу накаливания. Объясните наблюдаемые картины.

### **Приложение**

#### **Настройка гониометра**

Гониометр требует очень тщательной установки, которая состоит в отдельности из установки зрительной трубы 4 на бесконечность, установки оси зрительной трубы перпендикулярно к оси вращения прибора и установки коллиматора 2. Предварительно, вращая установочные винты-ножки под основанием прибора, устанавливают его горизонтально по уровню, размещенному на корпусе.

Для настройки зрительная труба снабжена автоколлимационным окуляром Гаусса (рис. 9). На корпусе трубы вблизи окуляра 14 в специальном защитном кожухе расположена лампочка подсветки 1. Свет лампочки 1, пройдя матовую пластинку 2, отражается от плоскопараллельной пластинки 3, установленной

под углом 45 градусов к оси трубы. В результате формируется пучок света, распространяющийся вдоль оси зрительной трубы. Этот пучок сначала проходит через пластинку 4 с нанесенным на нее крестом, находящуюся вблизи фокальной плоскости окуляра 14. Затем, пройдя объектив зрительной трубы, пучок попадает на плоскую поверхность объекта, установленного на столике гониометра, и отражается от нее.

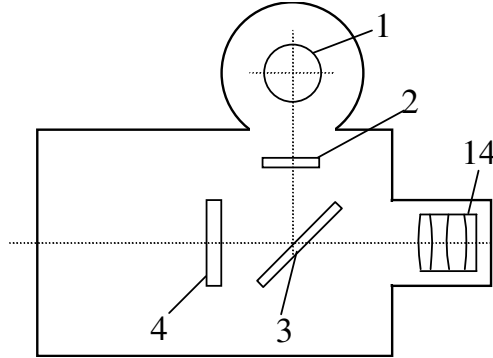


Рис. 9. Схема автоколлимационного окуляра Гаусса.

Труба установлена на бесконечность, если в поле зрения окуляра одновременно четко видны крест, изображенный на пластинке 4, и его отражение. Действительно, в этом случае плоскости креста и его изображения совпадают, а такое может быть только тогда, когда обе эти плоскости совпадают с фокальной плоскостью объектива трубы. Отражающая поверхность объекта должна быть строго перпендикулярна к оптической оси трубы, в этом случае крест и его изображение окажутся совмещенными друг с другом.

1) Установка зрительной трубы на бесконечность. Устанавливают на глаз столик 6 и трубу 4 (рис. 7) горизонтально. Приблизненную установку оптической трубы на бесконечность производят с помощью фокусирующего винта 12 трубы, совмещая в окошке сбоку на тубусе трубы метку «0» на неподвижной шкале с меткой «∞» на подвижной шкале.

Включают подсветку окуляра 14 (лампочку 1 на рис. 9) и настраивают окуляр на резкую видимость креста.

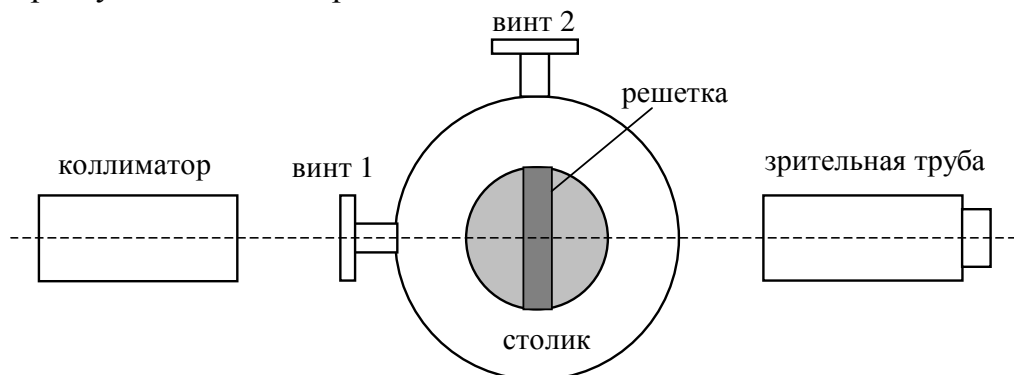


Рис. 10. Схема установки (вид сверху).

Поворачивают столик 6 таким образом, чтобы один из винтов (винт 1 на рис. 10), регулирующих его наклон, оказался на линии оптической оси системы.

В этом случае горизонтальная ось, относительно которой данный винт будет наклонять столик, окажется перпендикулярной к оптической оси. Вторым регулировочным винтом (винт 2) будет наклонять столик относительно оси, совпадающей с оптической осью системы.

Ставят на столик исследуемую дифракционную решетку так, чтобы ее плоскость была примерно перпендикулярна к оптической оси системы. Теперь, наблюдая в окуляр, необходимо «поймать зайчик», отраженный от передней грани решетки. Для этого слегка вращают столик влево-вправо и изменяют наклон трубы винтом 13 или наклон столика первым регулировочным винтом. Когда зайчик будет «пойман», в поле зрения на фоне светлого пятна от матовой пластинки будет наблюдаться крест, отраженный от поверхности решетки. Если это отражение расплывчато, то фокусирующим винтом 12 трубы устанавливают его на ясную видимость. В этом случае труба установлена на бесконечность.

2) Установка оси трубы перпендикулярно к оси вращения прибора. Так как дифракционная решетка зафиксирована между двумя стеклянными пластинами, то, вообще говоря, в окуляр будут видны два креста, отраженные от двух внешних поверхностей пластин. Эти поверхности могут оказаться не параллельными, в итоге отраженные кресты никогда не будут совпадать друг с другом. Поэтому указываемое в дальнейшем требование совмещения креста с его отражением означает, что крест должен наблюдаться примерно посередине (и по вертикали, и по горизонтали) между отраженными крестами.

Совмещение вертикального штриха креста с соответствующим вертикальным штрихом в отражении осуществляется простым вращением столика с решеткой. Основную трудность составляет требование совмещения горизонтальных штрихов. Регулировку положения данного штриха можно осуществлять двумя способами: наклоном столика или наклоном трубы. Так как заранее неизвестно, что именно надо регулировать, то поступают следующим образом: первым винтом наклоняют столик на столько, чтобы расстояние между горизонтальным штрихом и его отражением сократилось наполовину, а затем наклоном трубы совмещают горизонтальный штрих с его отражением.

Затем поворачивают столик на  $180^\circ$  и ловят отражение от второй поверхности решетки. Полученного ранее совпадения крестов, вообще говоря, не будет. Его восстанавливают, вновь действуя одним из винтов наклона столика и винтом наклона трубы. После этого снова поворачивают столик на  $180^\circ$  и повторяют аналогичные действия. В результате нескольких итераций добиваются такого положения, чтобы при повороте столика на  $180^\circ$  не происходило рассовмещения крестов, т.е. крест в окуляре должен оказаться посередине между отражениями креста от обеих поверхностей решетки. Следовательно, труба установлена перпендикулярно к оси вращения столика.

3) Установка коллиматора. Щель должна находиться в фокальной плоскости объектива коллиматора. Для этого в окошке сбоку на тубусе коллиматора предварительно совмещают «0» и « $\infty$ » двух шкал. Затем освещают щель ртутной лампой, ловят изображение щели в зрительную трубу и, не

*трогая фокусирующего винта трубы*, с помощью фокусирующего винта коллиматора добиваются резкого изображения щели. Затем поворотом зрительной трубы совмещают вертикальную линию креста с серединой щели.

Далее поворотом столика устанавливают плоскость решетки перпендикулярно падающему пучку света от коллиматора. Закрепляют столик в положении, когда совмещены исходный и отраженные кресты и щель.

Для установки оси коллиматора перпендикулярно к оси вращения столика предварительно уменьшают вертикальный размер щели, вдвигая пластинку с треугольным вырезом («ласточкин хвост»). Затем, изменяя наклон коллиматора, добиваются того, чтобы горизонтальная нить креста в окуляре разделяла щель пополам.

4) Установка решетки. Осталось наклонить решетку так, чтобы ее штрихи были параллельны оси вращения столика; для этого используют второй настроечный винт столика.

Поворачивают зрительную трубу в произвольном направлении и наблюдают какую-либо линию в спектре первого-второго порядков. Вращением второго винта столика добиваются того, чтобы горизонтальная нить креста в окуляре разделяла эту линию пополам. Прodelывают подобную операцию, поворачивая трубу в другую сторону.

Затем возвращают трубу в положение, когда вертикальная линия креста нацелена на середину щели, и проверяют совпадение вертикальных и горизонтальных линий отраженного креста с исходным крестом. При необходимости поправляют регулировку совпадения крестов.

На этом установка гониометра для работы закончена. Необходимо помнить, что изменять положение дифракционной решетки на столике не следует, так как в этом случае придется производить настройку повторно.