

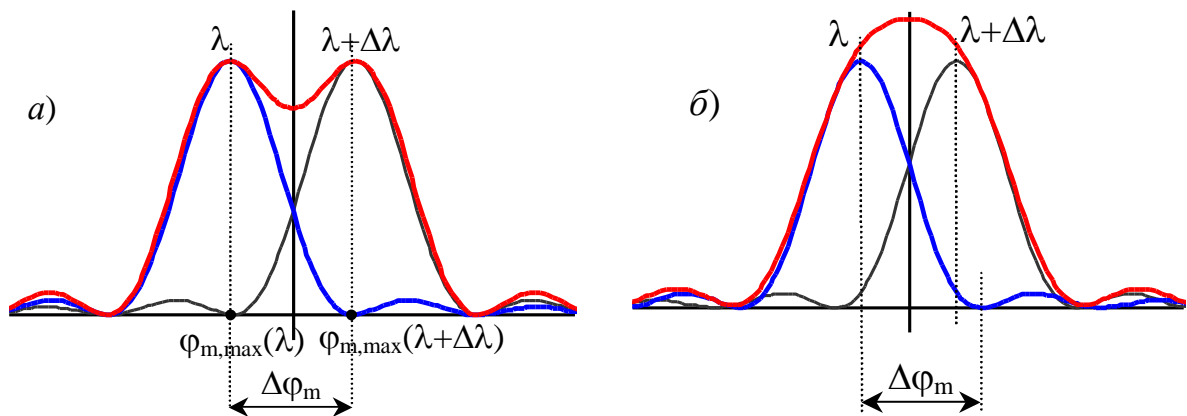


Лабораторный практикум по ФИЗИКЕ

ОПТИКА

Задача № 136

Изучение дифракционной решетки и
определение длины световой волны



МОСКВА 2019

Изучение дифракционной решетки и определение длины световой волны

Цель работы. Измерение основных спектральных характеристик дифракционной решетки.

Идея эксперимента. Излучение от ртутной лампы, имеющей линейчатый спектр, падает на дифракционную решетку. В зрительную трубу гониометра наблюдаются дифракционные максимумы нескольких порядков для различных длин волн. Измерение углов дифракции позволяет рассчитать характеристики дифракционной решетки, а также определить спектр излучения ртутной лампы.

Теория

Дифракционная решётка - это оптический прибор, представляющий собой совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (канавок, щелей) одинаковой формы, нанесённых на плоскую или вогнутую оптическую поверхность. Дифракционные решетки используют в спектральных приборах для пространственного разложения электромагнитного излучения в спектр, т.е. по длинам волн.

Решетки подразделяют на *плоские* (штрихи нанесены на плоскую поверхность) и *вогнутые* (штрихи на вогнутой, обычно сферической, поверхности). Решетки бывают отражательные и прозрачные. Решетки, у которых штрихи наносятся на зеркальную (обычно металлическую) поверхность, а наблюдение ведётся в отражённом свете, называют *отражательными*. У *прозрачных* решеток штрихи наносятся на поверхность прозрачной (обычно стеклянной) пластинки (или вырезаются в виде узких щелей в непрозрачном экране), а наблюдение ведётся в проходящем свете. В современных спектральных приборах применяются главным образом отражательные дифракционные решетки.

В настоящей работе изучаются свойства плоской прозрачной дифракционной решетки. В такой решетке прозрачные участки (щели) одной и той же ширины b чередуются с непрозрачными участками, также одинаковыми по ширине. Суммарную ширину прозрачного и непрозрачного участков называют *периодом* (или *постоянной*) *решетки* и обозначают d ($d > b$).

Пусть плоская монохроматическая световая волна (длина волны λ) падает нормально на плоскую дифракционную решетку, имеющую N штрихов (рис. 1). В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля каждый участок волнового фронта в плоскости щелей становится источником вторичных когерентных сферических волн, распространяющихся во всех направлениях. Если за дифракционной решеткой поместить собирающую линзу, то в каждой точке фокальной плоскости соберутся лучи, испускаемые вторичными источниками под одним и тем же углом φ к нормали, называемым *углом дифракции*.

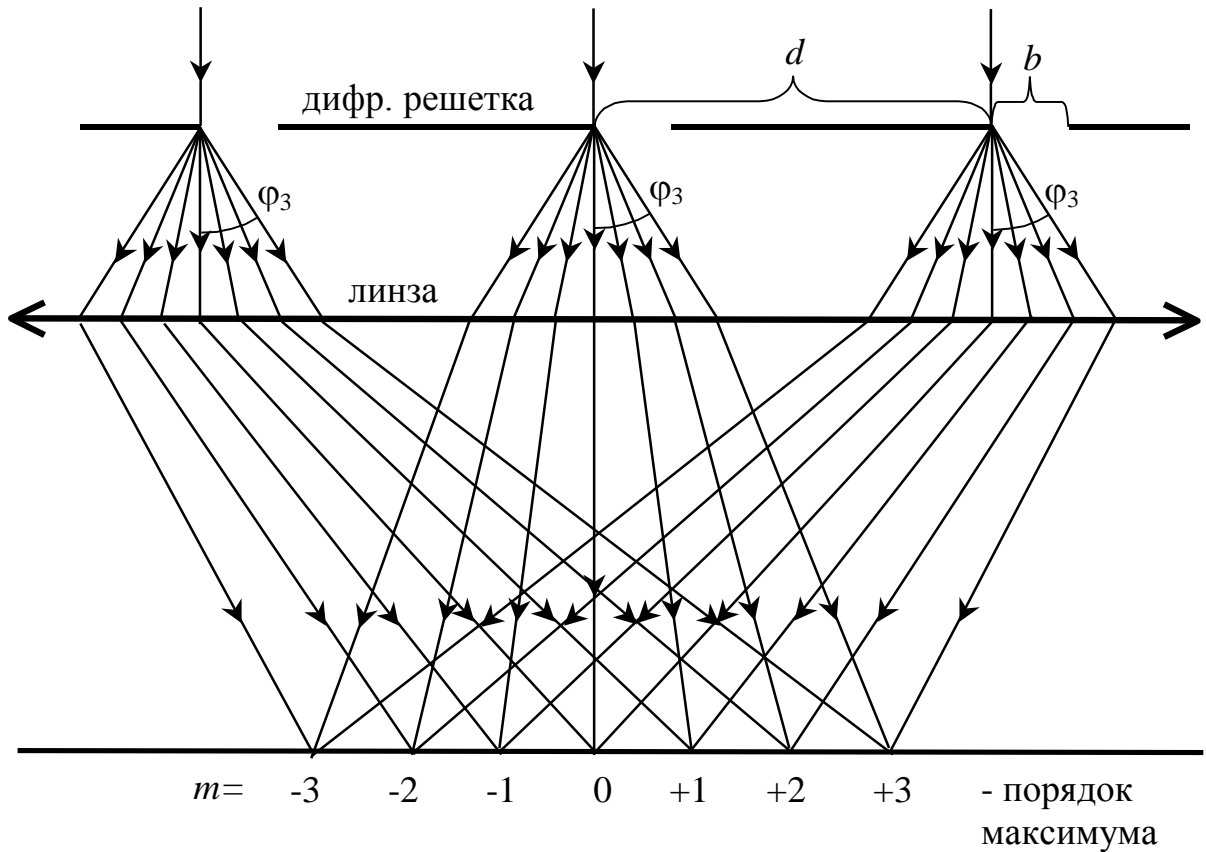


Рис. 1. Формирование дифракционной картины в фокальной плоскости линзы

Расчеты показывают, что интенсивность дифракционной картины, наблюдаемой в фокальной плоскости линзы, в зависимости от угла дифракции задается формулой:

$$I(\varphi) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2, \quad (1)$$

$$\text{где } u = k \cdot \frac{b \cdot \sin \varphi}{2} = \pi \cdot \frac{b \cdot \sin \varphi}{\lambda};$$

$$\delta = k \cdot \frac{d \cdot \sin \varphi}{2} = \pi \cdot \frac{d \cdot \sin \varphi}{\lambda};$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ - волновое число.}$$

Формулу (1) можно представить как произведение двух сомножителей: *дифракционного*

$$I_{\text{дифр}}(\varphi) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2, \quad (2)$$

описывающего дифракцию на одной щели шириной b , и *интерференционного*

$$I_{\text{инт}}(\varphi) = \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2, \quad (3)$$

описывающего интерференцию N когерентных пучков, идущих от щелей решетки.

На рис.2 показан вид дифракционной картины на $N=4$ щелях.

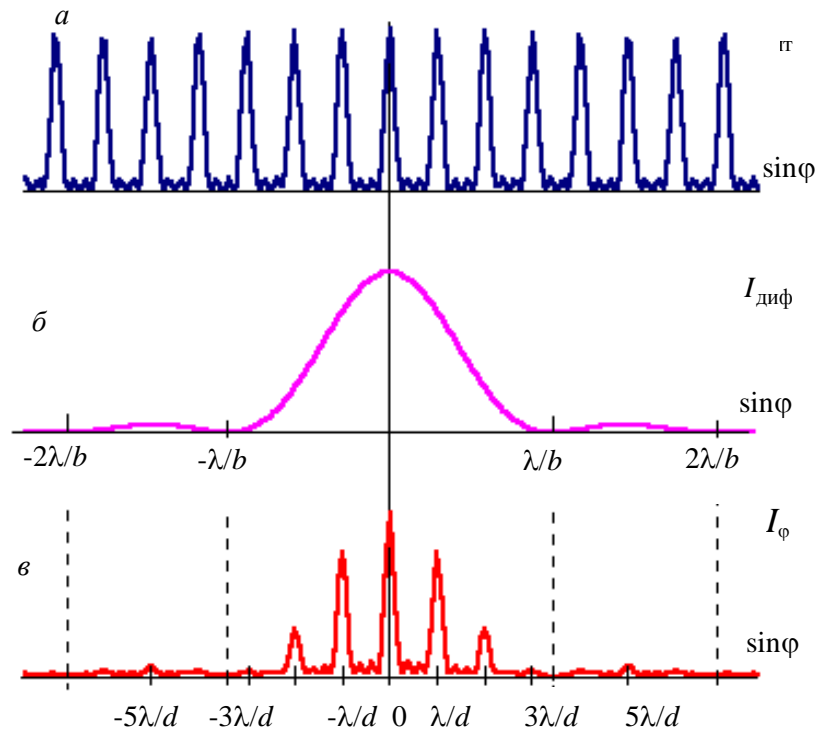


Рис. 2. Дифракция Фраунгофера на четырех щелях:
 a — интерференционный множитель (3), $б$ — дифракционный множитель (2),
 $в$ — общий вид дифракционной картины (1).

Местоположение главных дифракционных максимумов, соответствующих максимальным значениям $I_{инт}(\varphi)$, определяется из условия:

$$\delta = \pi \cdot m,$$

или

$$d \cdot \sin \varphi = m\lambda, \quad (4)$$

Между главными максимумами находятся $N-2$ дополнительных максимумов существенно меньшей интенсивности.

При выполнении условия (4) интерференционный множитель (3) стремится к N^2 . Современные дифракционные решетки характеризуются большим числом щелей (или штрихов): до тысячи и более штрихов на один миллиметр ширины решетки. Поэтому при освещении решетки монохроматическим светом дифракционная картина представляет собой набор ярких максимумов, местоположения которых удовлетворяют уравнению (4).

Условие (4) можно легко получить из геометрического построения (рис. 3). Волны от вторичных источников, расположенных в соседних щелях, при распространении в направлении φ будут иметь разность хода Δs , равную

$$\Delta s = d \cdot \sin \varphi.$$

Если разность хода будет кратна длине волны излучения

$$\Delta s = d \cdot \sin \varphi = m\lambda,$$

то волны от всех щелей будут приходить в точку наблюдения с разностью фаз

$$\Delta\varphi = k \cdot \Delta s = 2\pi m$$

и, следовательно, усиливать друг друга. Полученное соотношение совпадает с условием (4).

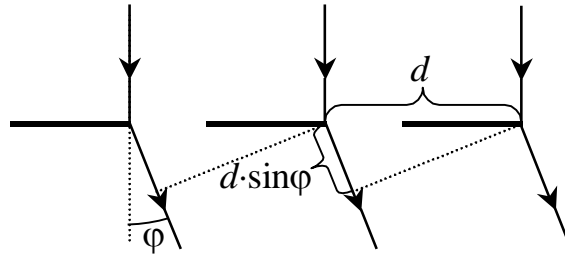


Рис. 3. К расчету разности хода при нормальном падении плоской волны на дифракционную решетку

Таким образом, при падении плоской монохроматической волны на дифракционную решетку в фокальной плоскости линзы, установленной за решеткой, будет формироваться дифракционная картина в виде отдельных ярко освещенных полосок, параллельным штрихам решетки (рис. 1). Эти полосы называют дифракционными максимумами m -го порядка ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$).

Если в качестве источника света использовать лампу с линейчатым спектром (излучаются несколько длин волн), то центральный максимум нулевого порядка ($m = 0$) будет представлять собой светлую ахроматическую полосу, так как условие максимума (4) выполнено сразу для всех длин волн. Максимумы $\pm m$ -го порядков, расположенные слева и справа от центрального, для различных длин волн будут соответствовать различным углам дифракции $\varphi_m(\lambda)$. При этом чем меньше длина волны, тем меньше угловое расстояние между максимумами соседних порядков.

С ростом числа щелей решетки дифракционные максимумы становятся более узкими и резкими. Если на решетку падает излучение сложного спектрального состава, то для каждой длины волны получится свой набор дифракционных максимумов и, следовательно, излучение будет разложено в спектр. Максимально возможный порядок дифракции определяется из условия:

$$\sin \varphi_m = m \frac{\lambda}{d} \leq 1,$$

откуда

$$m_{\max} = \left[\frac{d}{\lambda} \right],$$

где квадратные скобки означают, что берется целая часть отношения.

Одной из важных характеристик дифракционной картины является угловая ширина $\Delta\varphi_m$ дифракционного максимума m -го порядка, т.е. угол между направлениями на максимум и на ближайший к нему минимум, в котором интенсивность, вычисляемая по формуле (1), равна нулю (рис. 4). Из выражения (3) нетрудно заметить, что ближайшие к главному максимуму минимумы определяются из соотношения:

$$\delta_{m,\min} = \pi \cdot \left(m \pm \frac{1}{N} \right),$$

или

$$d \cdot \sin \varphi_{m, \min} = \left(m \pm \frac{1}{N} \right) \lambda. \quad (5)$$

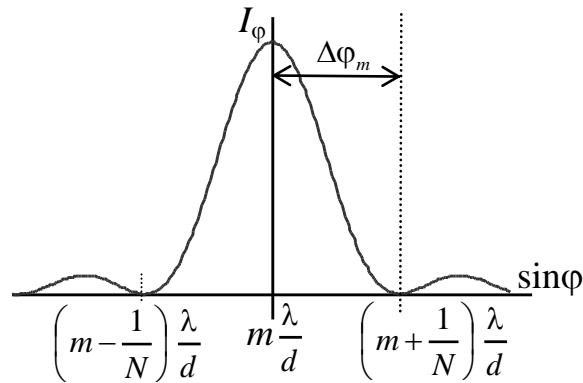


Рис. 4. К определению угловой ширины дифракционного максимума

Другими словами, при переходе от максимума к ближайшему минимуму порядок дифракции изменяется на $\delta m = \frac{1}{N}$. Тогда выражение для угловой ширины максимума можно получить, взяв дифференциал от обеих частей условия (4) по переменным φ_m и m :

$$\begin{aligned} d \cdot \delta(\sin \varphi_m) &= \delta m \cdot \lambda; \\ d \cdot \cos \varphi_m \cdot \Delta \varphi_m &= \frac{1}{N} \cdot \lambda; \\ \Delta \varphi_m &= \frac{\lambda}{Nd \cdot \cos \varphi_m} \end{aligned} \quad (6)$$

или

$$\Delta \varphi_m = \frac{\lambda}{L \cdot \cos \varphi_m}$$

где $L = Nd$ - ширина дифракционной решетки. При малых углах дифракции $\cos \varphi_m \approx 1$ и

$$\Delta \varphi_m \approx \frac{\lambda}{L},$$

т.е. угловая ширина не зависит от порядка максимума, а определяется шириной решетки.

Основными спектральными характеристиками дифракционной решетки являются:

1) **Угловая дисперсия** $D_\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda}$, характеризующая изменение углового положения дифракционных максимумов с изменением длины волны излучения. Угловую дисперсию можно найти, взяв дифференциал от обеих частей условия (4) по переменным φ_m и λ :

$$\begin{aligned} d \cdot \delta(\sin \varphi_m) &= m \cdot \delta \lambda; \\ d \cdot \cos \varphi_m \cdot \delta \varphi_m &= m \cdot \delta \lambda; \end{aligned}$$

$$D_{\varphi} = \frac{\delta\varphi_m}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\varphi_m}. \quad (7)$$

Если углы дифракции φ_m малы, то $\cos\varphi_m \approx 1$, и угловая дисперсия

$$D_{\varphi} \approx \frac{m}{d}$$

не зависит от длины волны.

2) **Разрешающая способность** $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, определяемая как отношение длины волны λ к $\Delta\lambda$ - наименьшей разности длин волн двух спектральных линий, которые могут быть *разрешены*, т.е. наблюдаются отдельно (рис. 5). В соответствии с *критерием Рэля* две линии λ и $(\lambda + \Delta\lambda)$ разрешены, если угловое расстояние между главными максимумами одного и того же порядка для этих длин волн не меньше угловой ширины $\Delta\varphi_m$ главного максимума:

$$\varphi_{m,\max}(\lambda + \Delta\lambda) - \varphi_{m,\max}(\lambda) \geq \Delta\varphi_m.$$

Это означает, что в предельном случае максимум m -го порядка для длины волны $(\lambda + \Delta\lambda)$ совпадает с минимумом, ближайшим к максимуму того же порядка для длины волны λ , т.е.

$$\varphi_{m,\max}(\lambda + \Delta\lambda) = \varphi_{m,\min}(\lambda).$$

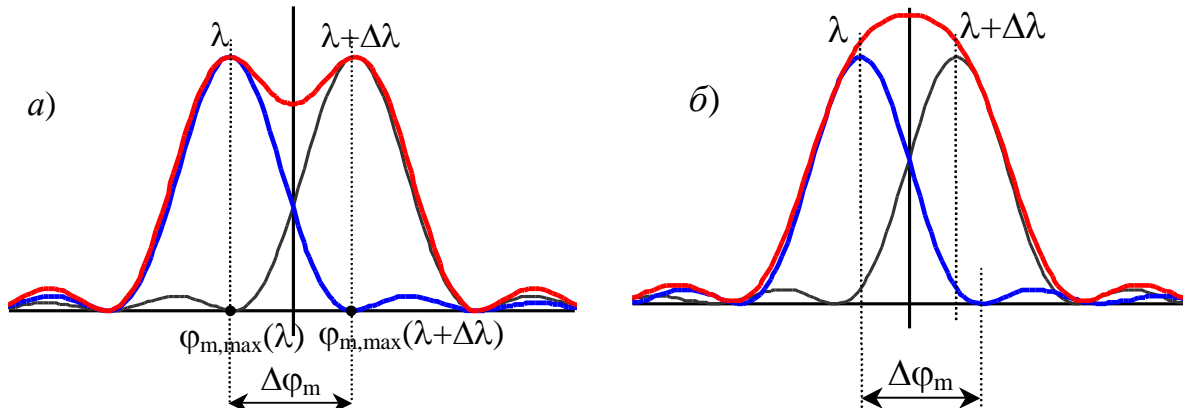


Рис. 5. К определению разрешающей способности:

а) спектральные линии разрешены; б) спектральные линии не разрешены.

Из (4)-(5) следует:

$$d \sin(\varphi_{m,\max}(\lambda + \Delta\lambda)) = m(\lambda + \Delta\lambda) = d \sin(\varphi_{m,\min}(\lambda)) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda.$$

Отсюда получаем:

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda;$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN = \frac{d \sin \varphi}{\lambda} N = \frac{L \cdot \sin \varphi}{\lambda}. \quad (8)$$

Высокая разрешающая способность дифракционной решетки создается за счет большого числа штрихов N , так как порядок дифракции m мал (обычно спектральные приборы работают в первом порядке дифракции).

Рассмотрим случай наклонного падения плоской волны на дифракционную решетку. Из рис. 6 следует, что условие дифракционных максимумов в этом случае запишется в виде:

$$\Delta s = d \cdot (\sin \psi - \sin \theta) = m\lambda, \quad (9)$$

где θ - угол падения плоской волны на решетку;

ψ - угол дифракции.

Представляя угол дифракции в виде:

$$\psi = \theta + \varphi,$$

и записывая (при условии $\varphi \ll 1$):

$$\sin \psi = \sin(\theta + \varphi) = \sin \theta \cdot \cos \varphi + \sin \varphi \cdot \cos \theta \approx \sin \theta + \sin \varphi \cdot \cos \theta$$

получим:

$$d \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi = m\lambda. \quad (10)$$

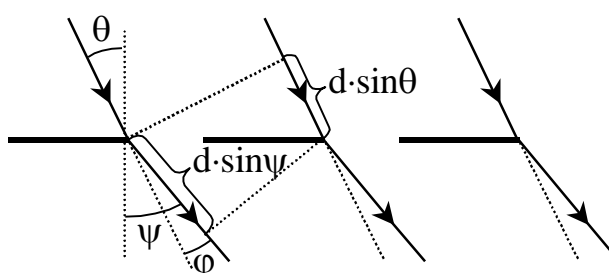


Рис. 6. К расчету разности хода при наклонном падении плоской волны на дифракционную решетку

Сравнивая полученное соотношение (10) с (4), заметим, что при малых углах дифракции ($\varphi \ll 1$) наклонное падение плоской волны на решетку эквивалентно уменьшению периода решетки до $d_\theta = d \cdot \cos \theta$. Таким образом, с ростом угла падения θ углы дифракции $\varphi_{\theta, m}$ для направлений на максимумы m -го порядка также увеличиваются:

$$\varphi_{\theta, m} = m \frac{\lambda}{d \cdot \cos \theta} > m \frac{\lambda}{d} = \varphi_m.$$

Следовательно, углы дифракции минимальны в случае нормального падения плоской волны на дифракционную решетку (это условие будет использовано в дальнейшем при настройке экспериментальной установки).

Угловая дисперсия решетки при наклонном падении также возрастет и станет равной (при условии $\varphi \ll 1$):

$$D_{\varphi, \theta} \approx \frac{m}{d \cdot \cos \theta}.$$

Разрешающая способность решетки (8) останется неизменной.

В настоящей задаче определяются постоянная решетки d и длины волн излучения ртутной лампы по непосредственному измерению углов дифракции на гониометре-спектрометре ГС-5. Кроме того, рассчитываются угловая дисперсия и разрешающая способность решетки.

Экспериментальная установка

Описание прибора. Гониометр-спектрометр ГС-5 (рис. 7) служит для измерения двугранных углов оптическим методом с точностью до 5". Он

состоит из следующих основных узлов: основания 1, коллиматора 2, корпуса 3 со зрительной трубой 4 и отсчетным микроскопом 5, поворотного столика 6 и скрытого под корпусом лимба. На основании 1 стационарно размещена колонка коллиматора и осевая система с вертикальной осью, вокруг которой могут вращаться корпус 3, столик 6 и лимб.

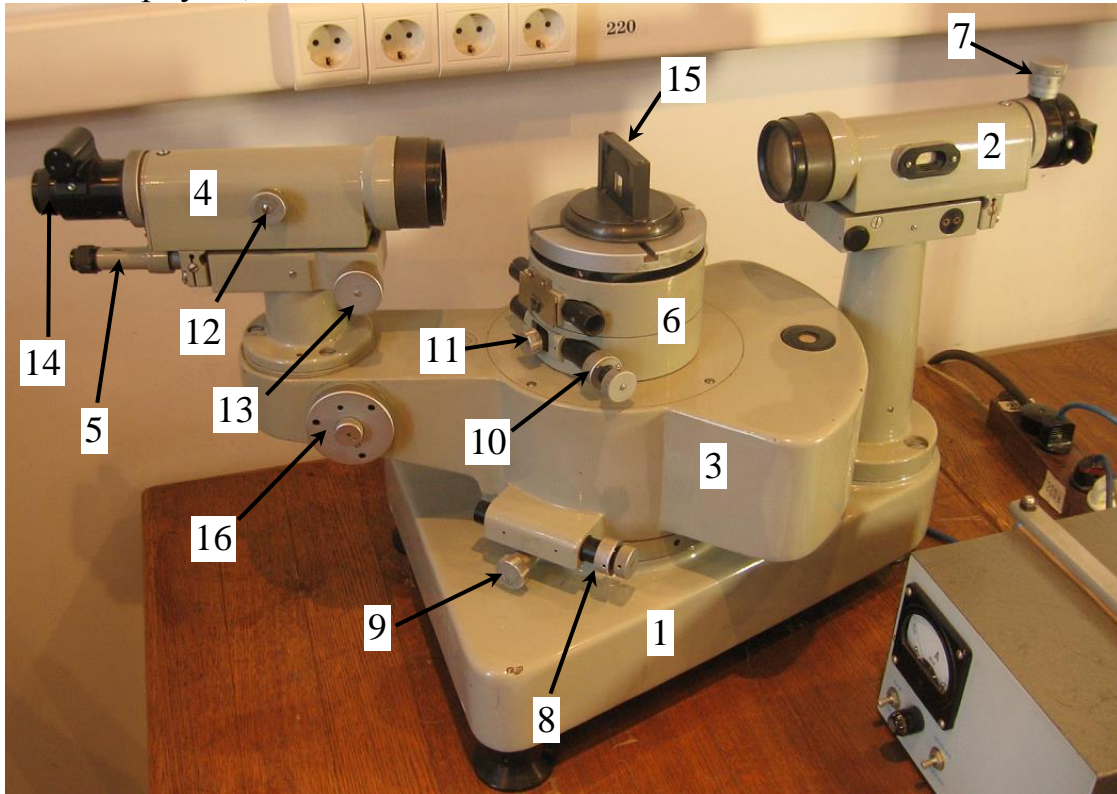


Рис. 7. Схема гониометра-спектрометра ГС-5.

Коллиматор 2 служит для создания параллельного пучка света. На торце коллиматора, обращенном к источнику света, имеется входная щель 7, ширину которой можно регулировать с помощью микрометрического винта, а высоту – специальной пластинкой типа «ласточкин хвост». С помощью бокового винта (на рис.7 находится за коллиматором) осуществляется настройка оптической схемы так, чтобы щель оказалась в фокальной плоскости системы линз (объектива) коллиматора. Наклон коллиматора в вертикальной плоскости можно изменять, вращая винт, находящийся под трубой коллиматора.

Корпус 3 вместе со зрительной трубой 4 может свободно вращаться относительно основания. Плавное перемещение корпуса осуществляется от руки, для точного поворота корпуса предусмотрен микрометрический винт 8, расположенный в нижней части корпуса. Под микрометрическим винтом 8 расположен перпендикулярно к нему зажимной винт 9, фиксирующий положение корпуса 3.

Столик 6, как и корпус 3, также может свободно вращаться относительно основания. Плавное вращение столика осуществляется от руки, для точного поворота предусмотрен микрометрический винт 10, расположенный в нижней части корпуса. Под микрометрическим винтом расположен перпендикулярно к

нему зажимной винт 11, фиксирующий положение столика 6. Установка столика горизонтально производится двумя винтами сбоку столика.

Конструкция зрительной трубы 4 идентична конструкции коллиматора 2. Фокусировка зрительной трубы производится с помощью винта 12 сбоку трубы. Положение зрительной трубы в вертикальной плоскости можно изменять, вращая винт 13, находящийся внизу около объектива трубы. На торце зрительной трубы, обращенном к наблюдателю, расположен окуляр 14. При правильной настройке гониометра в окуляр наблюдается четкое изображение входной щели 7.

Чуть ниже окуляра зрительной трубы расположен окуляр отсчетного микроскопа 5, применяемого для измерения углового положения зрительной трубы относительно расположенного на столике исследуемого объекта – дифракционной решетки 15 в оправе. В поле зрения микроскопа видны одновременно два изображения: шкалы лимба и шкалы микрометра. Стекланный лимб с делениями установлен на вертикальной оси прибора в ее нижней части и подсвечивается закрепленной там же электрической лампочкой. Выключатель лампочки расположен с левой стороны основания 1. Шкала лимба вращается при повороте как корпуса 3 со зрительной трубой, так и столика 6.

Поле зрения отсчетного микроскопа приведено на рис. 8. В левом окне наблюдаются изображения диаметрально противоположных участков лимба – прямое и перевернутое – и вертикальная риска в центре. В правом окне наблюдаются вертикальная шкала оптического микрометра и горизонтальная риска в центре.

Чтобы снять отсчет по лимбу, необходимо, вращая маховичок 16, совместить двойные штрихи на верхней и нижней шкалах в левом окне. Необходимо быть **предельно внимательным** и при вращении следить одновременно и за шкалой в правом окне. Диапазон вращения маховичка ограничен и соответствует показаниям в правом окне от 0.00 до 10.00. Поэтому, если показания приближаются к любому из предельных значений, а совмещения штрихов в левом окне не происходит, следует изменить направление вращения маховичка.

Помните!

Вращение маховичка 16 проводится без каких-либо усилий. Ни в коем случае не допускается выход за пределы указанного выше диапазона значений! Это может привести к выходу из строя отсчетного микроскопа!

После совмещения двойных штрихов в левом окне **число градусов** будет равно ближайшему видимому **слева** от вертикальной риски числу (на рис.8 это число 187). После этого на нижней (перевернутой) шкале левого окна следует найти число, отличающееся от верхнего на 180 (на рис.8 это число 7). **Число десятков минут** равно числу интервалов, заключенных между верхним и нижним штрихами, соответствующими найденным числам (на рис.8 число интервалов между штрихами 187 и 7 равно 4).

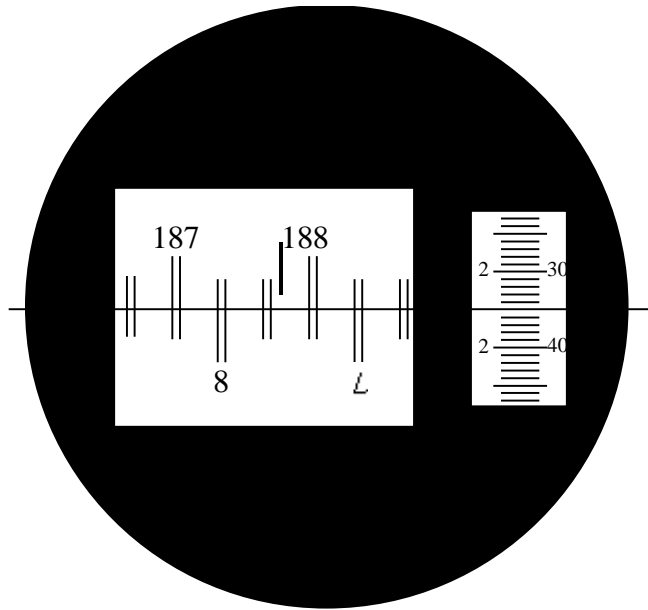


Рис. 8. Поле зрения отсчетного микроскопа 8.

Число единиц минут отсчитывается в правом окне по левому ряду чисел на шкале микрометра (на рис.8 это число 2). **Число десятков и единиц секунд** – в том же окне по правому ряду чисел и положению горизонтальной риски (на рис.8 это число 35).

Таким образом, указанное на рис. 8 положение соответствует отсчету $187^{\circ} 42' 35''$.

Гониометр требует очень тщательной установки, которая состоит в отдельности из установки оптической трубы на бесконечность, установки оси трубы перпендикулярно к оси вращения прибора и установки коллиматора. Настройка гониометра осуществляется дежурным инженером. Указания по проведению настройки приведены в Приложении.

Описание ртутной лампы. Источником света с линейчатым спектром служит ртутнокварцевая лампа, в которой используется дуговой разряд в парах ртути.

В лампе, наполненной аргоном до давления нескольких миллиметров ртутного столба, имеется некоторое количество ртути, которая во время работы полностью испаряется и дает нужное для данной лампы давление паров ртути. Аргон введен в лампу для начального зажигания разряда. Потенциал зажигания у аргона в присутствии небольшого количества ртутного пара снижается, и лампа в нормальных условиях легко зажигается при включении ее в цепь переменного тока (лампы типа ПРК-2, ПРК-4, ДРС-50).

В момент зажигания дугового разряда через ртутную лампу идет ток силой в несколько ампер, электроды накаляются и становятся источниками электронов, питающих разряд. Температура ртутной лампы повышается, давление паров ртути увеличивается, напряжение на лампе начинает расти, ток падает и свечение, заполняющее сначала все пространство лампы, стягивается в

яркий шнур шириной от 2 до 4 мм, идущий по оси трубки. Режим лампы становится устойчивым, когда вся ртуть испарится.

Повторное включение горевшей лампы возможно только после того, как она охладится, и давление паров ртути понизится настолько, что напряжение зажигания разряда станет ниже напряжения цепи, питающей лампу. Для этого обычно требуется не более 10 минут.

В целях предохранения окружающих от ожогов и от действия на глаза ультрафиолетового излучения лампу помещают в специальный кожух с защитным стеклом.

Эксперимент

Включить ртутную лампу и дать ей прогреться в течение 5-10 минут.

Поворачивая рукой корпус 3, установить зрительную трубу 4 гониометра на линии источник света-коллиматор. Если установка настроена правильно, то в окуляр 14 будет наблюдаться четкое изображение входной щели 7 коллиматора. В противном случае следует провести настройку гониометра (см. Приложение).

В поле зрения окуляра также виден крест, вертикальную линию которого при проведении настройки необходимо совмещать с изображением щели. Для этого, кроме поворота корпуса рукой, можно использовать микрометрический винт 8.

Получения резкого изображения креста добиваются вращением оправы окуляра.

Упражнение 1

Определение постоянной решетки

1. Установить дифракционную решетку 15 строго по центру столика 6 так, чтобы параллельный пучок света от коллиматора падал на нее примерно перпендикулярно. Наблюдать в окуляр трубы четкое изображение входной щели белого цвета. Это и будет дифракционный максимум нулевого порядка.

2. Вращать рукой корпус 3, например, влево, до тех пор, пока в поле зрения зрительной трубы не покажется зеленая линия ртути ($\lambda_{зел} = 5461 \text{ \AA}$) первого порядка. Слегка поворачивая рукой влево-вправо столик 6 с дифракционной решеткой, следить в зрительную трубу за изменением положения линии¹. В соответствии с теорией (см. выше) угол дифракции будет минимальным, когда свет будет падать на решетку строго перпендикулярно. Найти положение столика, соответствующее минимуму², и в дальнейшем при выполнении упражнений 1 и 2 столик и решетку не перемещать.

3. Вновь вернуться к максимуму нулевого порядка. Наблюдая в отсчетный микроскоп 5, произвести по лимбу отсчет угла β_0 установки зрительной трубы. Результат записать в таблицу 1.

¹ Поворачивать следует именно столик, а не дифракционную решетку на столике!

² Данную настройку следует осуществлять, если перед этим не производилась точная настройка гониометра, описанная в Приложении.

Навести трубу на зеленую линию первого порядка и произвести отсчет β_1 . Продолжая вращать трубу в ту же сторону, найти зеленые линии в спектрах второго, третьего и последующих порядков и произвести отсчеты β_2, β_3, \dots ³ Чем выше порядок спектра, тем меньше яркость линии. Результаты измерений записать в таблицу 1.

Таблица 1. Результаты измерений.

Порядок m	Цвет линии	Отсчет β_m			Угол дифракции φ			φ (рад)	$\sin\varphi$
		град	мин	сек	град	мин	сек		
0	бел				0	0	0	0	0
1	фиол								
	зел								
	жел1								
	жел2								
2	фиол								
	зел								
	жел1								
	жел2								
...									
...									
-1	фиол								
	зел								
	жел1								
	жел2								
...									
...									

4. Такие же установки и отсчеты проделать и по правую сторону от нулевого максимума, вращая трубу в противоположном направлении.

5. Рассчитать углы дифракции $\varphi_m = \beta_m - \beta_0$ для всех наблюдаемых порядков и построить график зависимости синуса угла дифракции $\sin\varphi_m$ от порядка m . Найти, используя метод наименьших квадратов (МНК), коэффициент наклона графика. В соответствии с (4), зная $\lambda_{зел}$, рассчитать постоянную d данной решетки и число $n = \frac{1}{d}$ штрихов на 1 миллиметр ширины решетки. Оценить погрешность. Результаты обработки записать в таблицу 2.

Таблица 2. Результаты обработки.

	d (мм)	n (мм ⁻¹)	$\lambda_{зел}$ (А)	$\lambda_{фиол}$ (А)	$\lambda_{жел1}$ (А)	$\lambda_{жел2}$ (А)	$D_{\varphi,1}$ (рад/мм)	$D_{\varphi,2}$ (рад/мм)	$D_{\varphi,3}$ (рад/мм)	R	$R_{реа}$ $л$
Эксп.			-							-	
Теор.			5461								-

³ Для ускорения выполнения работы можно проводить измерения для всех наблюдаемых линий в спектре (см. упражнение 2).

6. Сделаем следующее важное замечание. Предложенный в п.2 метод настройки на нормальное падение излучения на решетку не обладает высокой точностью. Поэтому для корректности обработки следует использовать формулу (9) для случая наклонного падения. Угол падения θ_0 мал, поэтому $\sin \theta_0 \approx \theta_0$. Угол дифракции ψ_m рассчитывается по той же самой формуле, что и φ_m :

$$\psi_m = \varphi_m = \beta_m - \beta_0.$$

В результате формула (9) запишется в виде:

$$d \cdot \sin \psi_m = d \cdot \sin \varphi_m = m\lambda + d \cdot \theta_0, \quad (9a)$$

Сравнивая (9a) с (4), заметим, что в случае наклонного падения зависимость синуса угла дифракции $\sin \varphi_m$ от порядка m остается линейной, а коэффициент наклона графика такой же, как и при нормальном падении. Отличие же заключается в том, что график не будет проходить через начало координат.

Поэтому при построении графика и обработке результатов (п.5) точку, соответствующую началу координат, следует исключить. Применение МНК для обработки позволит получить и оценку угла падения θ_0 .

Упражнение 2

Определение неизвестных длин волн спектральных линий, угловой дисперсии и разрешающей способности решетки

1. Вновь навести зрительную трубу на максимум нулевого порядка и проверить отсчет β_0 , полученный в 1-м упражнении.

2. Аналогично методике, изложенной в упр. 1, последовательно навести трубу на все видимые глазом спектральные линии первого порядка и произвести отсчеты. То же самое проделать и для всех остальных порядков по одну и другую стороны от нулевого максимума. Результаты измерений записать в таблицу 1.

3. Для каждой из наблюдаемых линий построить на одних осях график зависимости синуса угла дифракции $\sin \varphi_m$ от порядка m . Рассчитать по МНК коэффициент наклона графика и, в соответствии с (4), найти длину волны каждой линии излучения (значение постоянной решетки d взять из 1-го упражнения). Оценить погрешность. Результаты обработки записать в таблицу 2.

4. В спектре ртути присутствуют две близко расположенные желтые линии, длины волн λ_1 и λ_2 которых рассчитаны в п.3. Определяя разность углов $\varphi_{1,m}$ и $\varphi_{2,m}$ дифракции для этих линий, рассчитать угловую дисперсию решетки для каждого порядка:

$$D_{\varphi,m} = \frac{\varphi_{1,m} - \varphi_{2,m}}{\lambda_1 - \lambda_2}. \quad (7a)$$

Сравнить полученный результат с рассчитанным по теоретической формуле (7). Результаты обработки записать в таблицу 2.

5. В наблюдаемом спектре ртути нет двух близко расположенных линий, которые позволили бы экспериментально определить разрешающую способность R решетки. Поэтому ее следует рассчитать по формуле (8). Для этого линейкой измерить ширину решетки и, зная постоянную решетки d , найти число N штрихов на ней. Рассчитать разрешающую способность R решетки для максимально наблюдаемого порядка дифракции. Результат записать в таблицу 2.

6. Можно получить оценку реальной разрешающей способности $R_{реал}$ гониометра исходя из следующих соображений. Каждый наблюдаемый в зрительную трубу максимум есть изображение входной щели прибора, незначительно уширенное вследствие дифракции. В этом легко убедиться, наблюдая, к примеру, за изменениями ширины того или иного максимума при изменении ширины щели. Поэтому принято считать, что две линии разрешены, если наблюдаемое в эксперименте расстояние между соответствующими максимумами не меньше ширины изображения отдельной линии.

Установить зрительную трубу на желтый дублет в первом порядке. Произвести отсчеты левого и правого краев изображения какой-либо из линий дублета, тогда угловая ширина $\delta\varphi_1$ максимума будет равна разности отсчетов. Зная рассчитанную по (7а) угловую дисперсию $D_{\varphi,1}$ в первом порядке, найти разность длин волн $\delta\lambda$, соответствующую угловой ширине $\delta\varphi_1$:

$$\delta\lambda = \frac{\delta\varphi_1}{D_{\varphi,1}}.$$

Именно эта разность длин волн и входит в формулу для расчета реальной разрешающей способности $R_{реал}$ гониометра:

$$R_{реал} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\lambda \cdot D_{\varphi,1}}{\delta\varphi_1}. \quad (8a)$$

Полученный результат записать в табл. 2.

Упражнение 3

Определение длин волн спектральных линий при наклонном падении на решетку

1. Установить зрительную трубу на одну из желтых линий первого порядка с большей длиной волны. Для данного максимума справедливо соотношение (4):

$$d \cdot \sin \varphi_1 = \lambda_1, \quad (4a)$$

Напомним, что в начале работы дифракционная решетка была установлена таким образом, что параллельный пучок света из коллиматора падал на нее строго перпендикулярно. Произвести отсчет угла β_1 по отсчетному микроскопу 5. Результаты измерений записать в таблицу 3.

В дальнейшем при выполнении этого упражнения положение зрительной трубы не изменяется.

2. Аккуратно поворачивая рукой столик б с дифракционной решеткой влево или вправо, наблюдать за изменением положения линий⁴. Это связано с изменением угла падения θ_2 параллельного пучка света на решетку.

Установить столик так, чтобы труба оказалась наведенной на другую желтую линию (кроме поворота столика б рукой, можно использовать микрометрический винт 10). Произвести отсчет угла β_2 , при этом угол падения будет равен

$$\theta_2 = |\beta_2 - \beta_1|.$$

В этом случае будет справедливо соотношение (10) для наклонного падения:

$$d \cdot \cos\theta_2 \cdot \sin\varphi_1 = \lambda_2. \quad (10a)$$

(значение угла дифракции φ_1 осталось тем же самым, т.к. положение трубы не изменилось).

Результаты измерений записать в таблицу 3.

Из формул (4a) и (10a) следует:

$$\lambda_2 = \lambda_1 \cdot \cos\theta_2.$$

3. Аналогичные измерения провести для всех остальных наблюдаемых линий в спектре первого порядка, для каждой из которых будут справедливы соотношения:

$$\lambda_i = \lambda_1 \cdot \cos\theta_i \quad (11)$$

Зная длину волны зеленой линии ($\lambda = 5461 \text{ \AA}$) в спектре ртути, рассчитать по формулам (11) длины волн всех остальных линий и оценить погрешность.

Сравнить с результатами, полученными в упр.2.

Таблица 3. Результаты измерений и обработки в упр. 3.

Поря док <i>m</i>	Цвет линии	Отсчет β			Угол падения θ			θ (рад)	$\cos\theta$	λ (А)
		град	мин	сек	град	мин	сек			
1	фиол									
	зел									5461
	жел1									
	жел2				0	0	0	0	1	

Технические данные установки. Задача поставлена на гониометре ГС-5; дифракционные решетки могут иметь от 50 до 200 штрихов на мм.

Литература.

1. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976. §46, 47, 50.

⁴ Вращать следует именно столик, а не расположенную на нем решетку!

2. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. §5.7-5.8.
3. Матвеев А.Н. Оптика. – М.: Высшая школа, 1985. §33.
4. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М.: Наука, 2004. Лекция 16.
5. Бутиков Е.И. Оптика. – СПб.: Невский диалект, 2003. §6.5-6.6.

Контрольные вопросы и задания.

1. Нарисуйте схему наблюдения дифракции Фраунгофера на решетке и объясните способ формирования дифракционной картины.
2. Получите формулу (4) для нахождения положения главных дифракционных максимумов.
3. Как изменяется условие (4) в случае наклонного падения плоской волны на дифракционную решетку?
4. Чему равен максимальный порядок дифракции и где он наблюдается? Изменяется ли максимальный порядок при наклонном падении плоской волны?
5. Получите формулу (6) для нахождения угловой ширины дифракционного максимума.
6. Что называют угловой дисперсией дифракционной решетки? Получите формулу для ее нахождения.
7. Что такое разрешающая способность дифракционной решетки? Получите формулу для ее нахождения.
8. Сформулируйте критерий Рэлея.
9. Какой вид будет иметь дифракционная картина, если на решетку направить расходящийся пучок немонахроматического света?
10. Поднесите дифракционную решетку к глазу и посмотрите через нее на ртутную лампу и лампу накаливания. Объясните наблюдаемые картины.

Приложение

Настройка гониометра

Установка прибора. Гониометр требует очень тщательной установки, которая состоит в отдельности из установки оптической трубы на бесконечность, установки оси трубы перпендикулярно к оси вращения прибора и установки коллиматора. Вращая установочные винты под основанием прибора, устанавливают его горизонтально по уровню на корпусе.

1) Установка трубы на бесконечность. Устанавливают на глаз столик и трубу горизонтально. Приближенную установку оптической трубы на бесконечность производят с помощью фокусирующего винта трубы, совмещая в окошке сбоку на тубусе трубы метку «0» на неподвижной шкале с меткой «∞»

на подвижной шкале. Включают подсветку окуляра и наводят его на резкую видимость креста.

Ставят на столик плоскопараллельную стеклянную пластинку перпендикулярно к линии, соединяющей два установочных винта столика. Вращая столик и изменяя наклон трубы или столика, ловят отражение от передней грани плоскопараллельной пластинки светового пучка, освещающего крест. Если это отражение расплывчато, то фокусирующим винтом трубы устанавливают его на ясную видимость. В этом случае труба установлена на бесконечность.

2) Установка оси трубы перпендикулярно к оси вращения прибора. Вращая, столик с пластинкой и наклоняя его или трубу, совмещают крест с его отражением. Затем поворачивают столик на 180° и ловят отражение от второй грани пластинки. Указанного выше совпадения крестов, вообще говоря, не будет. Его восстанавливают, действуя одним из винтов столика и винтом трубы. Первым винтом наклоняют столик на столько, чтобы расстояние между горизонтальной чертой и ее отражением сократилось наполовину, а затем совмещают горизонтальную черту с ее отражением, наклоняя трубу. После этого снова поворачивают столик на 180° и, если кресты немного расходятся, совмещают их точно таким же методом. Труба установлена перпендикулярно к оси вращения столика, если отражение креста от обеих граней плоскопараллельной пластинки совпадает с крестом в окуляре. После этого пластинку снимают со столика.

3) Установка коллиматора. Щель должна находиться в фокальной плоскости, объектива коллиматора. Для этого совмещают в окошке сбоку на тубусе коллиматора «О» и «∞» двух шкал. Затем освещают щель, ловят ее изображение в трубу и, не трогая фоку справочного винта трубы, с помощью фокусирующего винта коллиматора добиваются резкого изображения щели.

Для установления оси коллиматора перпендикулярно к оси вращения столика предварительно уменьшают вертикальный размер щели, вдвигая пластинку с треугольным вырезом («ласточкин хвост»), а затем, изменяя наклон коллиматора, добиваются того, чтобы горизонтальная нить креста в окуляре разделяла щель пополам.

Установка решетки. Когда установка спектрометра закончена, следует установить дифракционную решетку. Для этого, вращая зрительную трубу относительно прибора, наводят крест окуляра на щель, освещенную ртутной лампой, и закрепляют трубу в этом положении; затем ставят на столик решетку так, что бы штрихи ее были вертикальны, т.е. параллельны оси вращения прибора, а ее плоскость – перпендикулярна к оси коллиматора. Наклоняя и вращая столик, получают в поле зрения изображение окулярного креста, отраженное от плоскости решетки или от стеклянных пластинок, в которых зажата реплика. Совмещает изображение вертикального штриха в окуляре с крестом, а горизонтального штриха – с его изображением, как и в случае установки с плоскопараллельной пластинкой. Наклонять следует *только столик*, а не трубу, т.к. установка спектрометра уже закончена.

Поворачивая столик с решеткой на 180° , проверяют установку решетки. Она считается установленной, если в обоих положениях совмещаются изображения вертикально штриха и щели с центром креста.

В одном из этих двух положений столик с решеткой закрепляют и отсчитывают по лимбу направления на первичный световой пучок. При данной установке решетки это будет также направлением на максимум нулевого порядка.