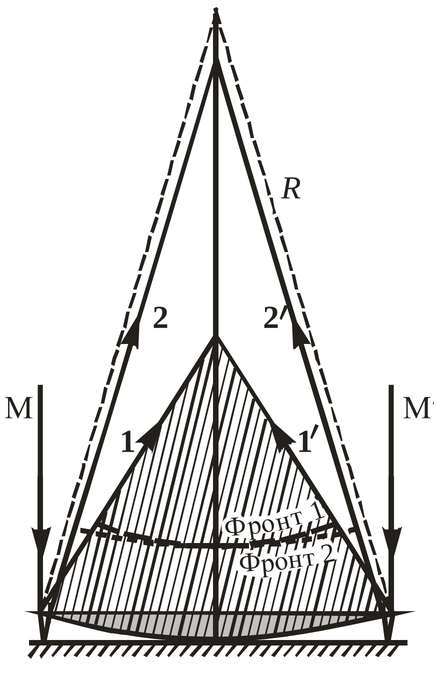
Лабораторный практикум по ФИЗИКЕ

ОПТИКА

Митин И.В., Вишнякова Е.А.

ЗАДАЧА № 132

Определение радиуса кривизны линзы и длины световой волны с помощью колец Ньютона



МОСКВА 2018

ЗАДАЧА 132

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ И ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ КОЛЕЦ НЬЮТОНА

Цель работы: изучение явления интерференции на примере наблюдаемых в микроскоп колец Ньютона.

Идея эксперимента: измеряя радиусы наблюдаемых в микроскоп колец Ньютона, можно рассчитать радиус кривизны сферической поверхности используемой в установке линзы, а также длины волн используемых источников света

I. Теория

Под **интерференцией** понимают круг явлений, в которых при наложении двух или более световых пучков происходит пространственное перераспределение энергии излучения, при этом возникают устойчивые во времени чередующиеся светлые и темные участки – **интерференционные полосы**.

Если две волны монохроматичны и имеют одну и ту же частоту, а также одинаково поляризованы, то интенсивность I в точке наблюдения равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi. \tag{1}$$

где I_1, I_2 – интенсивности каждой из волн, φ - разность фаз между ними.

В оптическом диапазоне частота излучения очень велика (~10^{15} Гц), и для получения интерференционной картины используют один источник света. Испускаемую им исходную волну разделяют на две, а затем эти волны сводят вместе. Если волны после разделения проходят до точки встречи расстояния s_1 и s_2 соответственно, то возникает ***разность хода*** $\Delta s = s_1 - s_2$. Это приводит к появлению ***разности фаз***

$$\varphi = k \cdot \Delta s, \tag{2}$$

где $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число; λ - длина волны (разности хода λ соответствует разность фаз 2π).

Из (1) следует, что интенсивность максимальна, если разность фаз

$$\varphi_{\max} = 0, 2\pi, 4\pi, \ \ldots, 2\pi m,$$

где m =0, 1, 2, …, – целое число, называемое ***порядком интерференции***.

Для интерференционных минимумов

$$\varphi_{\min} = \pi, 3\pi, \ \ldots, 2\pi\left(m + \frac{1}{2}\right).$$

Из (2) для разности хода получим:

$$\Delta s_{\max} = 0, \ \lambda, 2\lambda, \ \ldots, \lambda m; \qquad \Delta s_{\min} = \frac{\lambda}{2}, \ \frac{3\lambda}{2}, \ \ldots, \lambda\left(m + \frac{1}{2}\right).$$

Область наложения двух волн называют ***областью интерференции***, а чередование темных и светлых полос в области интерференции называют ***интерференционной картиной***.

Интерференционная картина будет наиболее чёткой, если интенсивности волн примерно одинаковы $I_1 \approx I_2 \approx I_0$, в этом случае

$$I_{\max} \approx 4I_0; \qquad I_{\min} \approx 0.$$

В общем случае

$$I_{\max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2; \qquad I_{\min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2.$$

Кольца Ньютона – это **кольцевые полосы** (полосы равной толщины), образующиеся при отражении света от двух поверхностей воздушной прослойки, расположенной между плоской поверхностью стеклянной пластины и соприкасающейся с ней выпуклой линзой малой кривизны. Толщина воздушной прослойки постепенно увеличивается от центра к краям.

Рис. 1 иллюстрирует процесс формирования интерференционной картины в случае падения **плоской волны**[1]. Волна ММ' нормально падает на плоскую поверхность плосковыпуклой линзы и частично отражается от нее (на рисунке не показано). На *сферической* поверхности линзы волна испытывает как *отражение*, так и *преломление*.

[1] Заметим, что в экспериментальной установке на систему падает пучок света от протяженного источника.

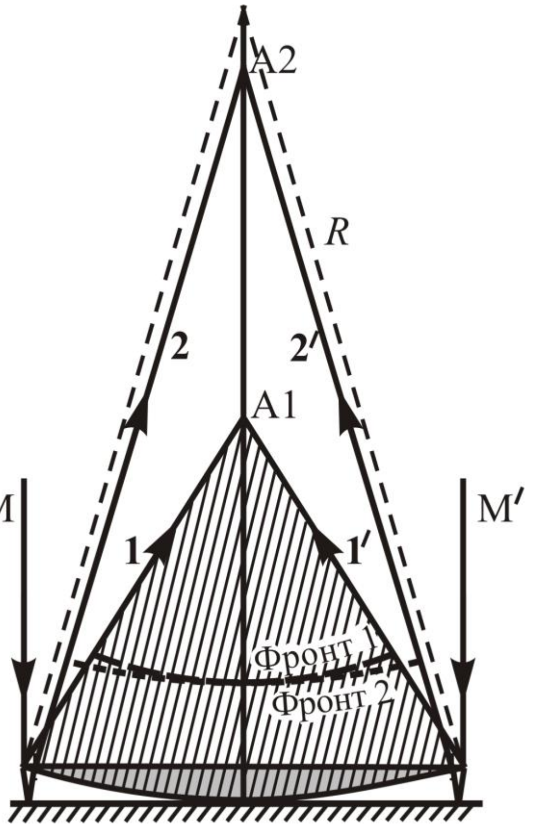


Рис. 1. Область интерференции при наблюдении колец Ньютона.

М-М´ – падающая волна; 1-1´ и 2-2´ – первая и вторая отраженные волны соответственно; Фронт 1 и Фронт 2 – фронты первой и второй отраженных волн (соприкасаются на оси симметрии); R – радиус кривизны линзы; заштрихованная область – область интерференции.

Отраженная волна 1-1' после прохождения плоской поверхности линзы сфокусируется в точке А1. Преломленная волна, пройдя воздушный промежуток, сначала отразится от плоской стеклянной пластины, а затем, вновь преломившись на сферической поверхности линзы, сформирует вторую отраженную волну 2-2', которая сфокусируется в точке А2. Интерференционная картина наблюдается в области наложения обеих отраженных волн 1-1' и 2-2' (***область интерференции***).

Такой метод формирования интерференционной картины называют ***методом деления амплитуды***.

В **реальной установке** на систему падает не плоская волна, а пучок света от удаленного ***протяженного источника***, при этом угол падения практически равен нулю. Можно показать, что в этом случае чёткая интерференционная картина будет наблюдаться только вблизи ***выпуклой поверхности линзы*** и иметь вид концентрических окружностей. Центр интерференционной картины соответствует точке соприкосновения линзы и пластины. Говорят, что картина ***локализована*** на поверхности тонкой пленки, роль которой выполняет воздушный зазор.

Можно показать (см. Дополнение), что разность хода Δ между волнами на поверхности линзы будет примерно равна удвоенной толщине δ воздушной прослойки:

$$\Delta = 2\delta.$$

Произведем расчет радиуса r_m m-го кольца Ньютона в отраженном свете.

Из геометрических соображений

$$R^2 - (R - \delta_m)^2 = r_m^2,$$

$$2R \cdot \delta_m - \delta_m^2 = r_m^2,$$

$$\frac{2R\delta_m}{r_m^2} - \frac{\delta_m^2}{r_m^2} = 1, \frac{\delta_m^2}{r_m^2} << 1,$$

$$2R \cdot \delta_m = r_m^2,$$

$$\delta_m = \frac{r_m^2}{2R}.$$

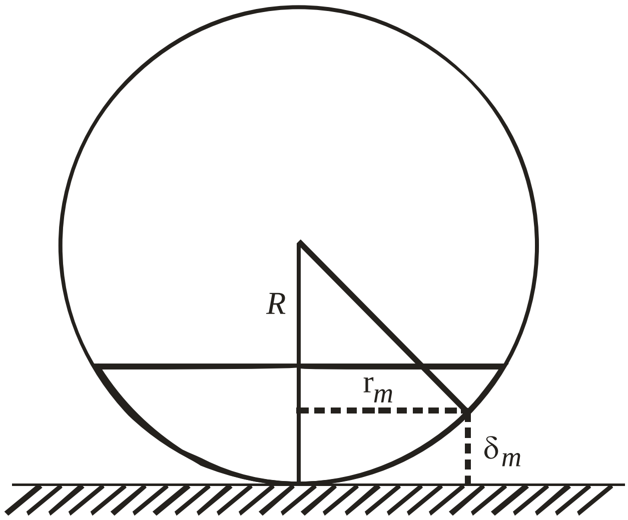


Рис.2 Схема расчёта радиуса колец Ньютона.

Для нахождения оптической разности хода необходимо учесть изменение фазы второй волны на π при отражении от оптически более плотной среды (от пластины), что соответствует дополнительной разности хода $\frac{\lambda}{2}$:

$$\Delta_{опт} = 2\delta \cdot n + \frac{\lambda}{2},$$

где n - показатель преломления прослойки (в случае воздуха $n = 1$).

Интерференционные минимумы (темные кольца) образуются в точках, для которых оптическая разность хода равна полуцелому числу длин волн:

$$\Delta_{опт} = 2\delta_m + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Подставляя значение δ_m, получаем:

$$2\frac{r_m^2}{2R} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda + \frac{\lambda}{2},$$

$$\frac{r_m^2}{R} = m\lambda,$$

$$r_m^{темн} = \sqrt{mR\lambda}.$$

Обратим внимание, что в центре интерференционной картины (в отраженном свете) наблюдается темное пятно, т.к. хотя толщина воздушного промежутка и равна нулю, но оптическая разность хода равна $\frac{\lambda}{2}$.

Таким образом,

$$r_m^{темн} = \sqrt{mR\lambda}, \qquad \text{для} \quad m=0,\ 1,\ 2,\ 3\dots. \tag{3}$$

Светлые кольца (интерференционные максимумы) образуются в точках, для которых оптическая разность хода равна целому числу длин волн:

$$\Delta_{опт} = \Delta \cdot n = 2\delta_m + \frac{\lambda}{2} = m\lambda.$$

$$2\frac{r_m^2}{2R} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

$$\frac{r_m^2}{R} = (2m-1)\frac{\lambda}{2},$$

$$r_m^{светл.} = \sqrt{(2m-1)R\frac{\lambda}{2}}, \qquad \text{для} \quad m=1,\ 2,\ 3\dots.$$

С увеличением номера кольца m уменьшается расстояние между соседними кольцами, т.е. кольца становятся теснее ($r_m \sim \sqrt{m}$).

Если взять произвольное темное (или светлое) кольцо, то для всех его точек *толщина* воздушного зазора будет одной и той же, поэтому наблюдаемую картину называют **полосами равной толщины**[2].

При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете картина обратная: пятно в центре будет светлым, а все темные кольца заменяются светлыми и

[2] Иногда ошибочно считают, что полосы равной толщины – это интерференционные полосы, толщина которых одна и та же.

наоборот. Но контрастность картины будет очень малой, т.к. интенсивность первого прошедшего пучка будет существенно больше интенсивности второго.

Из формулы $r_m^2 = \lambda R m$ видно, что квадрат радиуса темного кольца линейно зависит от номера кольца. Значит, зная угловой коэффициент зависимости r_m^2 от m, можно определить радиус кривизны линзы (при известной длине волны) или длину волны (при известном радиусе кривизны).

Сделаем важное замечание. Иногда при наблюдении в микроскоп пятно в центре картины не является темным, что, как правило, связано с попаданием между линзой и пластиной мелкой соринки, размер которой сравним с длиной волны. В этом случае оптическая разность хода увеличится на $2d$, где d - размер соринки. Тогда для темных колец получим:

$$\Delta'_{опт} = \Delta_{опт} + 2d = 2\delta_m + \frac{\lambda}{2} + 2d = (2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

$$2\frac{r_m^2}{2R} + 2d = m\lambda;$$

$$r_m^2 = m\lambda R - 2dR. \tag{3а}$$

График зависимости r_m^2 от m останется линейным, но уже не будет проходить через начало координат. Определяя координату пересечения графика с какой-либо из осей, можно оценить размер соринки d.

Описание установки.

Для наблюдения интерференционных колец Ньютона в задаче применяется микроскоп МБИ-4 (рис. 3).

К револьверной головке микроскопа привинчен вертикальный осветитель, представляющий собой небольшую трубку с боковым окном. Внутри трубки перед окном находится стеклянная пластинка *P*, установленная под углом 45º к оси микроскопа. Пучок света от источника *S* после отражения от пластинки *P* идет вертикально вниз к столику измерительного микроскопа.

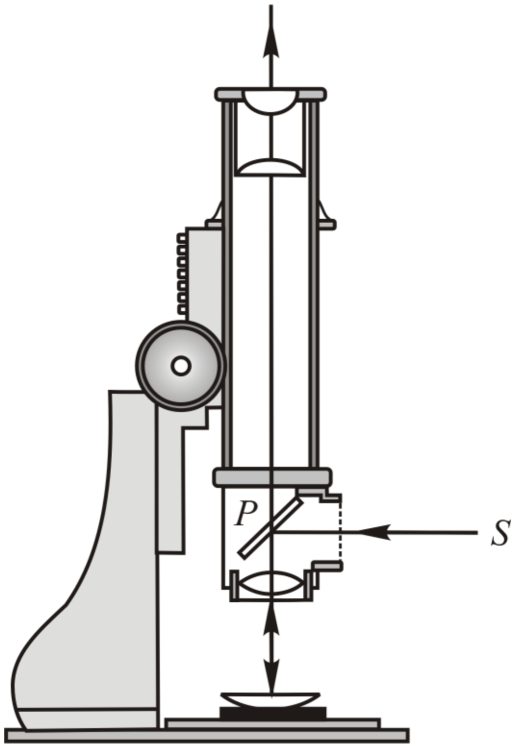


Рис. 3. Установка для наблюдения колец Ньютона.

На столике помещается полированная пластинка из черного стекла, на которую устанавливается исследуемая линза. При отражении от обеих поверхностей воздушного промежутка между пластинкой и линзой и формируется интерференционная картина.

В верхней части тубуса микроскопа установлен винтовой окулярный микрометр АМ-9. Через окуляр микроскопа наблюдаются (рис. 4):

- интерференционная картина,
- шкала окуляра,
- указатель шкалы (в виде двух вертикальных линий над шкалой)
- крест прицельных нитей.

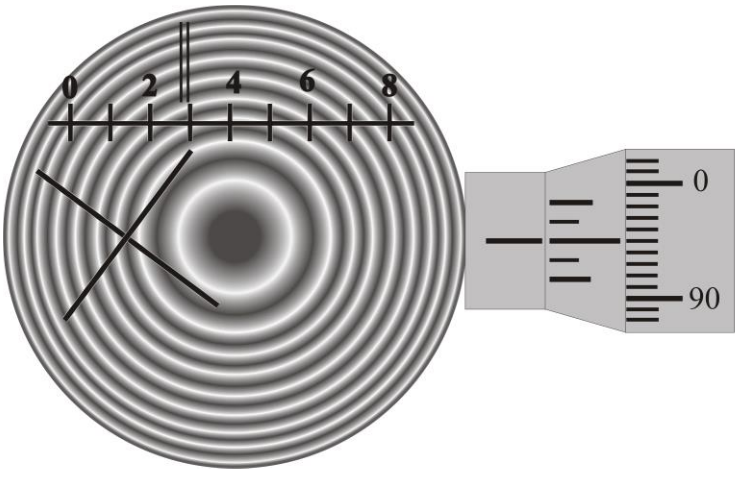


Рис. 4. Отсчет микрометра (левый) для второго темного кольца:

2 деления на шкале окуляра и 95 делений на шкале барабана микрометра

295 делений = 295·0,0033мм = 0,97мм = 0,097см.

При вращении барабана окулярного микрометра перемещаются крест и указатель шкалы.

Расстояние между окуляром и объективом микроскопа подобрано так, что вблизи фокальной плоскости окуляра изображения увеличены в три раза. Таким образом, измеренные расстояния следует уменьшить в три раза, или считать, что перемещение креста нитей на одно деление барабана соответствует не 0,01 мм, а 0,0033мм.

Источником света служит ртутная лампа. Она устанавливается на некотором расстоянии от прибора на одной высоте с окном осветителя.

Свет, испускаемый ртутной лампой, состоит из немногих отдельных узких ($\Delta\lambda \cong 0{,}01\,нм$) ярких линий. Их можно выделить из спектра лампы, помещая на пути лучей подобранные светофильтры. Наиболее удобными для наблюдения являются две: зеленая и жёлтая линии. Желтая линия ртути состоит из двух весьма близких друг к другу линий.

Измерения.

1. Зажечь ртутную лампу. Поместить у окна защитного кожуха светофильтр, выделяющий зеленую линию ртути (λ = 546 нм, $\Delta\lambda \cong 0{,}01$ нм). При этом на поверхности линзы появится зелёное пятнышко света диаметром несколько миллиметров. Установить линзу таким образом, чтобы пятнышко оказалось в центре линзы. Перемещение линзы следует осуществлять вместе с пластиной во избежание появления царапин на стеклянных поверхностях.
2. Вращая фокусировочный винт микроскопа, получить четкую интерференционную картину. Если картина не наблюдается, то можно сначала сфокусировать микроскоп на верхнюю поверхность черного стекла. Для этого, приподняв линзу, положить под неё на стекло кусочек миллиметровой бумаги и получить четкое изображение,

   После этого снять бумагу и разместить линзу так, чтобы точка соприкосновения линзы и пластинки попала в центр поля зрения микроскопа. Образующиеся на границе воздушного слоя и линзы кольца Ньютона должны быть отчетливо видны (в случае необходимости фокусировочным винтом добиться четкой картины колец). Если в точке соприкосновения вместо темного пятна получится светлое, то это значит, что между поверхностями линзы и стекла имеются пылинки – их можно удалить с помощью замши.

3. Вращая барабан окулярного микрометра, установить его крест на середину какого-либо темного кольца и произвести отсчет по шкале и барабану окулярного микрометра. Измерения координат колец провести для правого и левого (относительно центра картины) положений креста.
4. Провести измерения для 7-9 темных колец с зеленым светофильтром.
5. Значение радиуса m-го кольца (в делениях) вычислить по формуле: $r_m(дел) = \dfrac{x_m(прав) - x_m(лев)}{2}$. Значение радиуса m-го кольца (в сантиметрах) определить по формуле: $r_m(см) = r_m(дел) \cdot 0.00033 см$.
6. Результаты измерений занести в таблицу 1.

Таблица 1.

Измерения с зеленым светофильтром.

Длина волны: λ=546 нм

Номер темного кольца, *m*	Левый отсчет микрометра, дел	Правый отсчет микрометра, дел	Радиус кольца, дел.	Радиус кольца, см	Квадрат радиуса, см^2
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

Результат упражнения:

РАДИУС КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ:	

Таблица 2.

Измерения с желтым светофильтром.

Номер темного кольца, *m*	Левый отсчет микрометра, дел	Правый отсчет микрометра, дел	Радиус кольца, дел.	Радиус кольца, см	Квадрат радиуса, см^2
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

Результат упражнения:

ДЛИНА ВОЛНЫ ЖЕЛТОЙ ЛИНИИ РТУТИ:	

7. Провести аналогичные измерения с желтым светофильтром. Результаты измерений занести в таблицу 2.

Вычисления.

Определение радиуса кривизны линзы.

1. По результатам измерений с зеленым светофильтром построить график зависимости квадрата радиуса r_m^2 m-го тёмного кольца от номера m.
2. Используя метод наименьших квадратов (МНК) и формулу (3), **определить радиус кривизны линзы *R*** и оценить погрешность. Если проведенная по экспериментальным точкам прямая не будет проходить через начало координат, то в соответствии с формулой (3а) оценить размер соринки.

Определение длины волны излучения желтой линии ртути.

3. По результатам измерений с желтым светофильтром, используя полученное значение радиуса кривизны линзы R, построить график зависимости квадрата радиуса r_m^2 m-го кольца от номера m.
4. Используя метод наименьших квадратов (МНК) и формулу (3), **определить длину волны излучения желтой линии ртути** и оценить погрешность.

Результаты представляются в виде рабочих таблиц, двух графиков, значения радиуса кривизны линзы и значения длины волны излучения желтой линии ртути с указанием их погрешностей.

Основные положения, объясняющие формирование интерференционной картины.

1. При падении волны на воздушную прослойку между плоской поверхностью стеклянной пластины и соприкасающейся с ней выпуклой линзой малой кривизны происходит деление амплитуды исходной волны на границе стекло-воздух.

2. Область перекрывания двух волн (отраженных от верхней и нижней поверхностей прослойки) будет областью интерференции этих волн.
3. В случае когерентного точечного источника интерференционную картину можно наблюдать в любой точке области интерференции.
4. Протяженность источника уменьшает область интерференции (картина локализуется лишь вблизи выпуклой поверхности линзы).
5. Интерференционная картина на выпуклой поверхности линзы представляет собой «полосы равной толщины», соответствующие *определенной толщине воздушной прослойки*.

Литература.

1. Ландсберг Г.С. «Оптика», «Наука», М., 1976.
2. Бутиков Е.И. «Оптика», «Невский диалект», С.Пб., 2003, §5.3.

Контрольные вопросы

1. Какие волны интерферируют при формировании колец Ньютона?
2. Почему в условиях эксперимента интерференционная картина локализована?
3. Где в условиях эксперимента интерференционная картина локализована?
4. Почему в центре интерференционной картины наблюдается темное пятно?
5. Как будет изменяться интерференционная картина, если линзу медленно поднимать вверх (воздушный зазор между линзой и пластиной увеличивается)?
6. Как следует проводить обработку результатов измерений, если в центре картины наблюдается не темное пятно (между линзой и пластиной попала мелкая соринка)?
7. Кольца Ньютона – это полосы равной толщины или равного наклона? Почему?
8. Метод получения колец Ньютона – это метод деления амплитуды или волнового фронта? Почему?
9. Можно ли получить не кольца Ньютона, а «квадраты» Ньютона?

Теоретическое дополнение

Строгое рассмотрение формирования колец Ньютона для реальных источников (протяженных и квазимонохроматических) затруднительно, поэтому рассмотрим подробно интерференцию волн от реального источника в тонком воздушном клине, образованном двумя плоскими стеклянными пластинками.

Пусть на воздушный клин с малым углом раствора α падает плоская волна (рис. Д1) ($\vec{k}$ – волновой вектор падающей волны), которая, достигнув верхней границы *воздушного клина*, частично отразится ($\vec{k}_1$ – волновой вектор первой отраженной волны). Волна, преломившаяся на верхней границе, дойдет до нижней границы клина, снова частично отразится, вернется к верхней границе и вновь преломится на ней ($\vec{k}_2$ – волновой вектор второй отраженной волны).

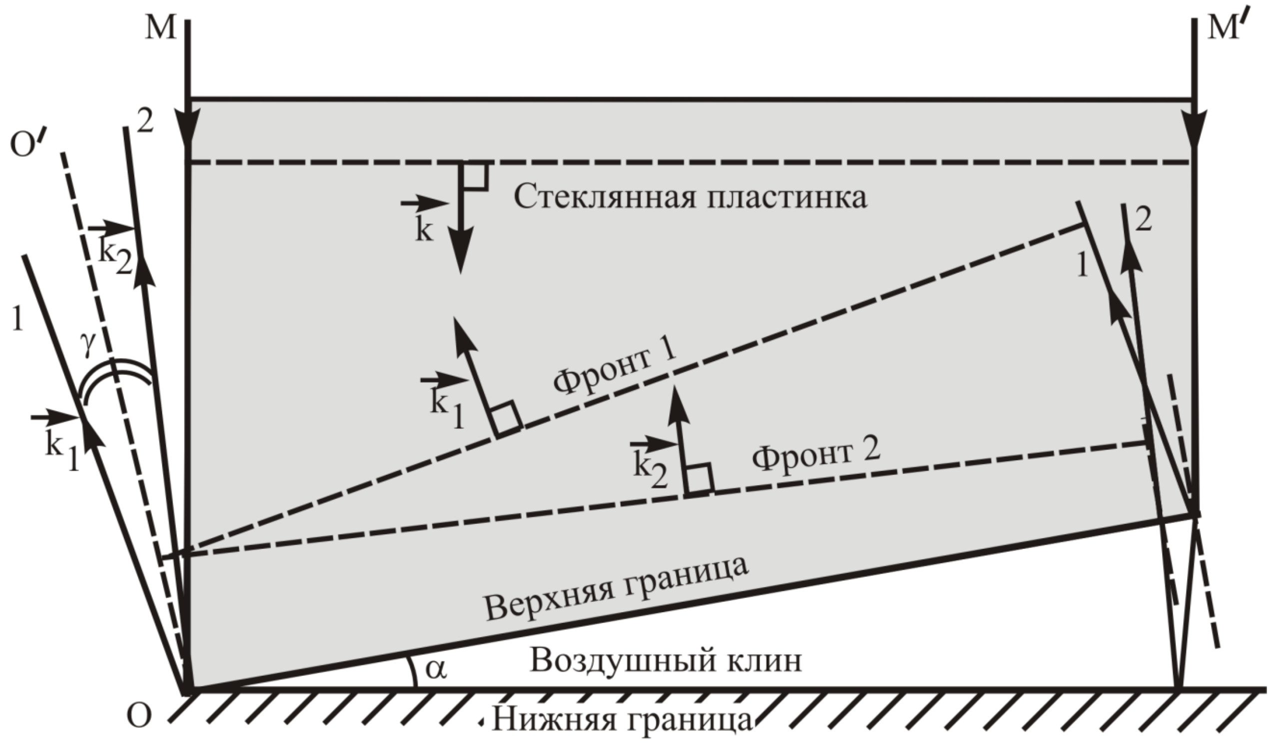


Рис. Д1 Формирование интерференционной картины в воздушном клине.

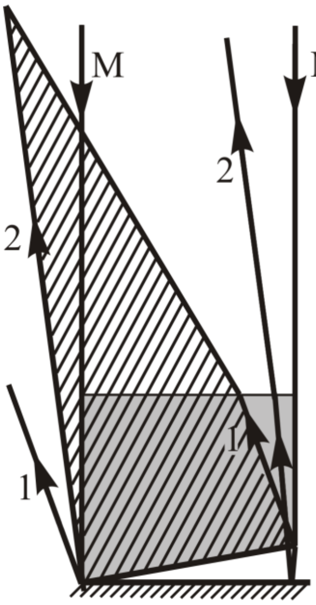


Рис. Д2 Область наблюдения интерференционной картины.

Таким образом, в пространстве над воздушным клином (в стекле!) распространяются две плоские когерентные волны, и в области их наложения будет формироваться интерференционная картина (рис. Д2). Разность хода между волнами будет равна нулю на линии OO´, являющейся биссектрисой угла γ между векторами $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$. Можно показать (см. [2], §5.1, формула 5.5), что на экране Э, «установленном» в стекле перпендикулярно к линии OO´ (рис. Д3), будут наблюдаться интерференционные полосы, расстояние Δx между которыми равно $\Delta x = \dfrac{\lambda_{cm}}{\gamma} = \dfrac{\lambda}{\gamma \cdot n_1}$,

где λ – длина волны излучения в вакууме (воздухе); $\lambda_{cm} = \dfrac{\lambda}{n_1}$ – длина волны излучения в стекле; n_1 – показатель преломления стекла.

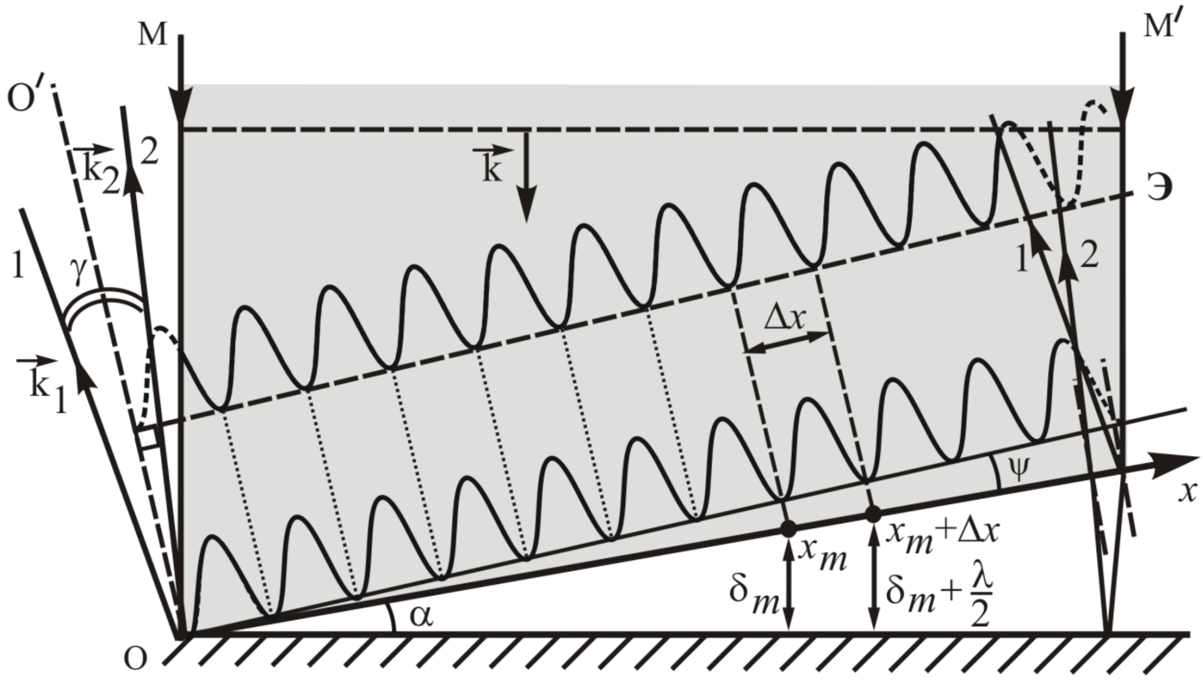


Рис. Д3. Интерференционные полосы на экране Э и на верхней поверхности воздушного клина.

Если исходная волна падает на клин почти нормально, то, как будет показано ниже, угол γ между направлениями распространения отраженных волн (угол между векторами $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$) будет равен:

$$\gamma = 2\alpha \frac{n_2}{n_1},$$

где α – угол раствора клина; $n_2 = 1$ – показатель преломления воздуха.

Обозначим за x координату точки на верхней границе клина ($x = 0$ соответствует точке O). Так как верхняя граница клина практически перпендикулярна биссектрисе OO′ (угол ψ на рис. Д3 мал), то расстояние $\Delta x_{пов}$ между интерференционными полосами на границе клина будет равно

$$\Delta x_{пов} = \frac{\lambda}{\gamma \cdot n_1} \approx \frac{\lambda}{2\alpha \cdot n_2} = \frac{\lambda}{2\alpha}.$$

В точке с координатой $x_m = m \cdot \Delta x_{пов}$ находится m–ая интерференционная полоса, что соответствует разности хода между волнами равной $\Delta(x_m) = m\lambda$. Тогда зависимость разности хода $\Delta(x)$ между волнами от координаты x имеет вид:

$$\Delta(x) = \frac{x \cdot \lambda}{\Delta x_{пов}} \approx 2\alpha \cdot x$$

(изменение координаты x на величину $\Delta x_{пов}$, равную ширине полосы, соответствует изменению разности хода на λ).

Такой же результат получается, если считать, что разность хода равна удвоенной толщине $\delta(x)$ воздушного клина:

$$\Delta(x) = 2\delta(x) \approx 2\alpha \cdot x.$$

Таким образом, при наблюдении интерференционной картины в тонком воздушном слое (как в схеме наблюдения колец Ньютона), разность хода на поверхности можно считать равной удвоенной толщине воздушного слоя.

Для вычисления *оптической разности хода* двух отраженных волн необходимо учитывать дополнительную разность хода $\frac{\lambda}{2}$, возникающую при отражении второй волны на границе «воздух-стекло»:

$$\Delta_{onm} = 2\delta(x) + \frac{\lambda}{2}.$$

Интерференционные минимумы (темные полосы) образуются в точках, для которых оптическая разность хода двух отраженных волн равна полуцелому числу длин волн:

$$\Delta_{onm} = (2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

а *интерференционные максимумы* – в точках, для которых оптическая разность хода будет равна целому числу длин волн:

$$\Delta_{onm} = m\lambda.$$

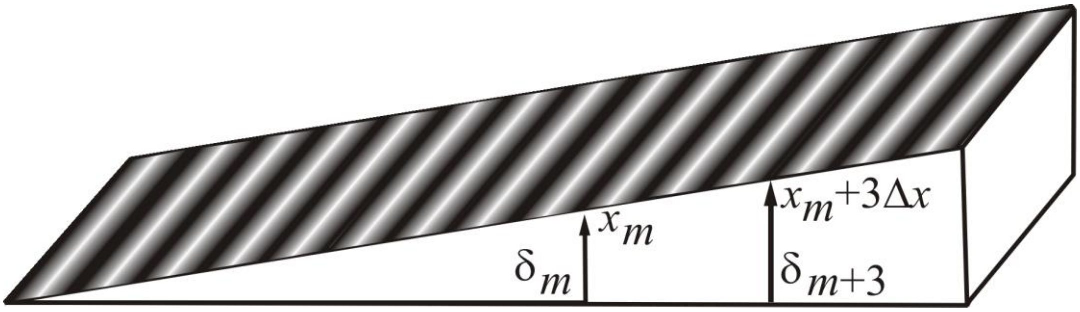


Рис. Д4. Интерференционная картина на поверхности клина

Таким образом, в результате отражений **от участков клина с одинаковой толщиной** в области интерференции возникнут темные или светлые полосы, параллельные ребру клина (рис. Д4), при этом на ребре клина будет наблюдаться темная полоса. Такая интерференционная картина носит название **полос равной толщины**.

Влияние пространственной протяженности источника.

Волны, излучаемые любой парой точек протяженного источника, *некогерентны*. Поэтому интенсивность интерференционной картины для протяженного источника будет равна *сумме интенсивностей* картин, полученных от каждой точки этого источника. Ранее рассматривался случай, когда точечный источник находился от клина на расстоянии, существенно превышающем размеры воздушного клина (тогда исходную волну можно считать плоской). Переход от одной точки протяженного источника к другой сопровождается изменением угла падения на воздушный клин. Поэтому требуется проанализировать, как интерференционная картина зависит от угла падения исходной волны.

Пусть на поверхность воздушного клина (угол раствора α) исходная волна падает под некоторым малым углом φ к нормали к поверхности клина (рис. Д5).

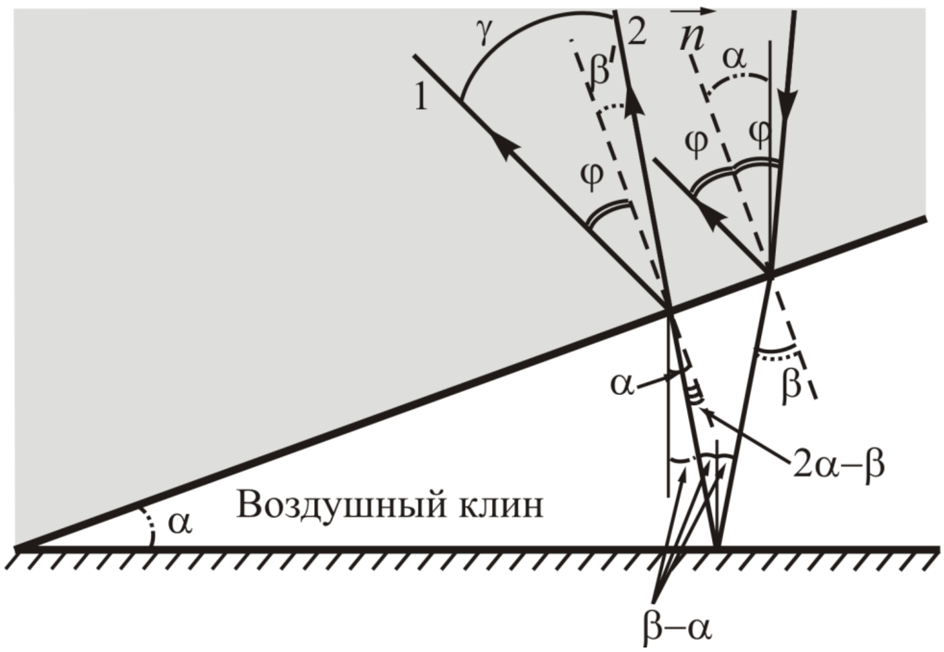


Рис. Д5. Преломление в воздушном клине

Первая отраженная волна будет распространяться под таким же углом φ (угол падения равен углу отражения).

Угол преломления β прошедшей волны находится из закона преломления:

$$n_1 \cdot \mathbf{sin}\varphi = n_2 \cdot \mathbf{sin}\beta.$$

Считая углы малыми, получим:

$$\beta = \varphi \cdot \frac{n_1}{n_2}.$$

Дойдя до нижней границы воздушного клина, волна частично отразится и вернется к верхней поверхности клина. Из геометрических соображений можно получить, что угол падения этой волны на верхнюю поверхность клина будет равен $2\alpha - \beta$.

Испытав преломление, эта волна попадет в стеклянную пластинку под углом β´, причем

$$n_2 \cdot (2\alpha - \beta) = n_1 \cdot \beta'.$$

Тогда угол γ между направлениями распространения и волновыми векторами двух отраженных волн равен:

$$\gamma = \varphi + \beta' = \varphi + (2\alpha - \beta)\frac{n_2}{n_1} = \varphi + \left(2\alpha - \varphi\frac{n_1}{n_2}\right)\frac{n_2}{n_1} = 2\alpha\frac{n_2}{n_1},$$

т.е. угол γ между волновыми векторами не зависит от угла падения исходной волны (напоминаем, что угол падения φ исходной волны мал).

Найдем теперь разность хода между отраженными волнами для произвольной точки S, находящейся внутри стеклянной пластинки. Положение точки S внутри пластинки будем характеризовать расстоянием H от вершины O клина до точки S и углом θ между биссектрисой OO´ и линией OS.

Проведем дополнительные построения.

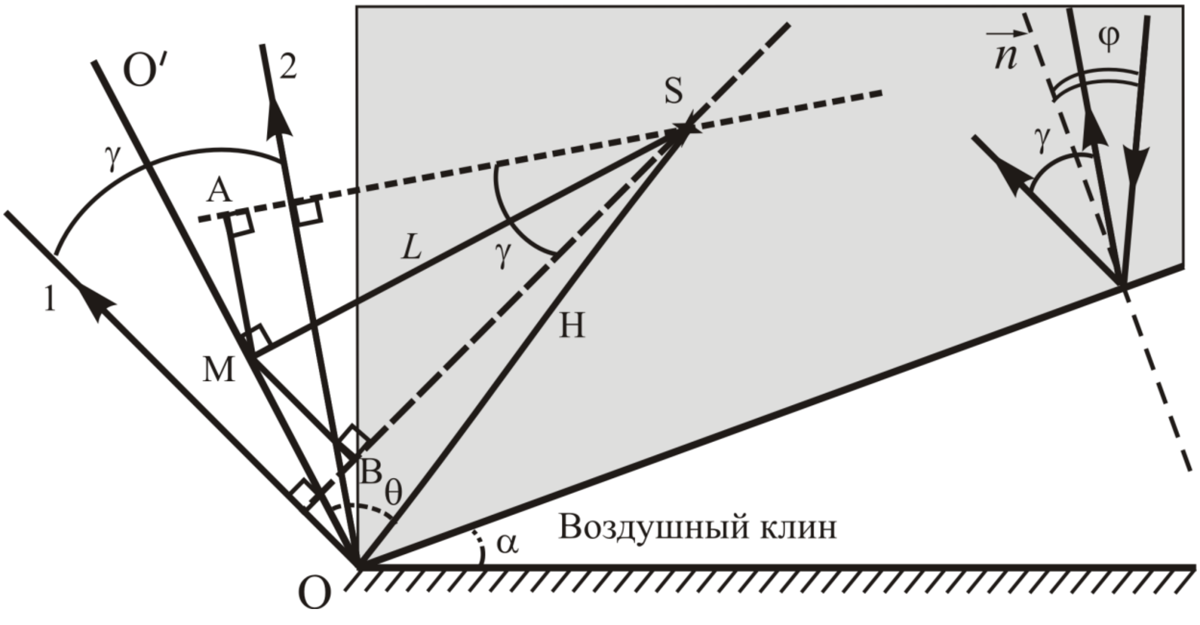


Рис. Д6. Расчет разности хода в произвольной точке

Из точки S опускаем три перпендикуляра:

1) на линию OO´ (биссектрису угла между волновыми векторами двух отраженных волн); расстояние SM обозначим L;

2) на линию 1, тогда проведенный перпендикуляр будет являться фронтом первой отраженной волны;

3) на линию 2, тогда проведенный перпендикуляр будет являться фронтом второй отраженной волны.

Из точки M опускаем два перпендикуляра на фронты первой и второй отраженных волн (равные отрезки MB и MA соответственно). Можно заметить, что, так как разность хода между отраженными волнами в точке M равна нулю, то разность хода Δ(S) между этими волнами в точке S, равна:

$$\Delta(S) = MB + MA = 2L \cdot \mathbf{sin}\frac{\gamma}{2} = 2H \cdot \mathbf{sin}\theta \cdot \mathbf{sin}\frac{\gamma}{2}$$

(так как $L = H \cdot sin\theta$).

Если разность хода Δ(S) для волн, идущих от различных точек протяженного источника, будет изменяться на величину, сравнимую с длиной волны, то вследствие некогерентности таких волн интерференционная картина в окрестности точки S исчезнет.

Пусть при переходе от одной точки источника к другой угол падения исходной волны на верхней грани клина изменяется на $d\varphi$, тогда (в соответствии с законом отражения) на такую же величину изменится и направление распространения первой отраженной волны. Так как угол γ не зависит от угла падения φ исходной волны, то на $d\varphi$ изменится и направление распространения второй отраженной волны. Значит и угол θ между биссектрисой угла γ и отрезком OS изменится на такую же величину: $d\theta = d\varphi$.

Так как при этом величины H и γ не изменяются, то для изменения разности хода Δ(S) получим:

$$d(\Delta) = 2H \cdot \mathbf{sin}\frac{\gamma}{2} \cdot d(\mathbf{sin}\theta) = 2H \cdot \mathbf{sin}\frac{\gamma}{2} \cdot \mathbf{cos}\,\theta \cdot d\theta$$

Изменение разности хода $d(\Delta)$ будет пренебрежимо малым, если $cos\theta \approx 0$, т.е. $\theta \approx 90^\circ$. Это условие справедливо для случая, когда точка S лежит ***вблизи поверхности клина***.

Таким образом, *влияние пространственной протяженности источника* проявляется в том, что *интерференционная картина будет локализована (будет наблюдаться) вблизи поверхности клина*. По мере удаления от поверхности интерференционная картина пропадает. Аналогичное утверждение справедливо и для схемы наблюдения колец Ньютона.

Видность интерференционной картины.

Возможность наблюдения интерференционной картины зависит от её контрастности. Количественной характеристикой контрастности служит безразмерная величина – видность V интерференционной картины, равная

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},$$

где I_{max} и I_{min} – значения интенсивностей в соседних максимуме и минимуме.

В простейшем случае, если точечный источник излучает равномерно в узком спектральном диапазоне $\Delta\lambda << \lambda_0$ (λ_0 – центр диапазона), то форма $F(\lambda)$ линии излучения представляется в виде прямоугольника (рис. Д7):

$$F(\lambda) = \begin{cases} A_0, & \text{при } |\lambda - \lambda_0| \le \dfrac{\Delta\lambda}{2} \\ 0, & \text{при } |\lambda - \lambda_0| > \dfrac{\Delta\lambda}{2} \end{cases}.$$

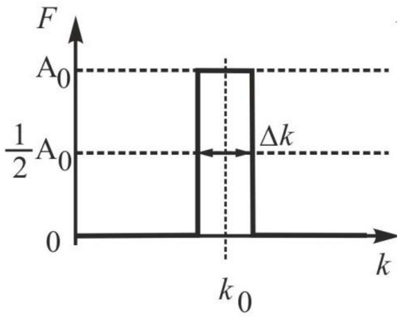


Рис. Д7. «Прямоугольная» форма линии излучения.

Для такого источника зависимость интенсивности I от разности хода Δ двух интерферирующих волн одинаковой интенсивности I_0 определяется выражением

$$I(\Delta) = 2I_0\left[1 + \frac{\mathbf{sin}\left(\frac{\Delta k\cdot\Delta}{2}\right)}{\frac{\Delta k\cdot\Delta}{2}}\cdot\mathbf{cos}(k\cdot\Delta)\right] = 2I_0\left[1 + \mathbf{sinc}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\cdot\frac{\pi\cdot\Delta}{\lambda_0}\right)\cdot\mathbf{cos}\left(2\cdot\frac{\pi\cdot\Delta}{\lambda_0}\right)\right].$$

Так как $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, а $|\Delta k| = 2\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$, то зависимость $I(\Delta)$ представляется в виде:

$$I(\Delta) = 2I_0\left[1 + \mathbf{sinc}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\cdot\frac{\pi\cdot\Delta}{\lambda_0}\right)\cdot\mathbf{cos}\left(2\cdot\frac{\pi\cdot\Delta}{\lambda_0}\right)\right]$$

Функция видности V равна (рис. Д8):

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \left|\mathbf{sinc}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{\lambda_0}\right)\right|.$$

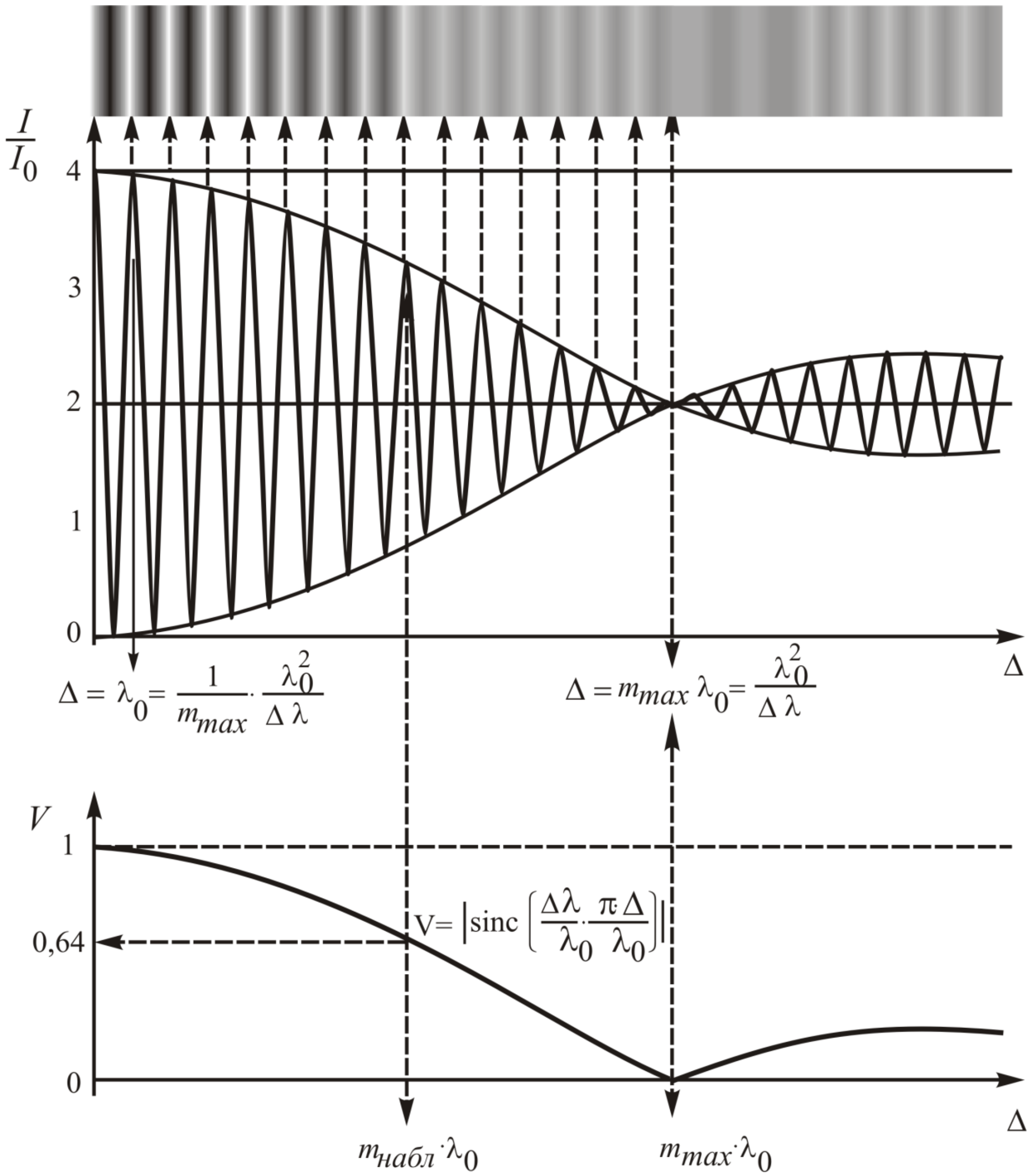


Рис. Д8. Зависимость интенсивности и видности от разности хода для источника с «прямоугольной» формой линии излучения.

Видность интерференционной картины первый раз принимает нулевое значение при значении аргумента, равном π, т.е. $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{\lambda_0} = \pi$, что соответствует разности хода

$$\Delta = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \cdot \lambda_0 = m_{max} \cdot \lambda_0,$$

где $m_{max} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$ – максимальный порядок интерференции, соответствующий нулевому значению видности.

Разность хода, при которой видность становится равной нулю, называют ***длиной когерентности*** излучения:

$$\ell_{ког} = m_{max} \cdot \lambda_0 = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}.$$

Длина когерентности связана со ***временем когерентности*** соотношением:

$$\ell_{ког} = c \cdot \tau_{ког}.$$

Из соотношений можно получить выражение для времени когерентности:

$$\tau_{ког} = \frac{l_{ког}}{c} = \frac{\lambda_0^2}{c \cdot \Delta\lambda} = \frac{1}{\Delta\nu},$$

где $\nu = \frac{c}{\lambda}$ - частота излучения; $\Delta\nu = \frac{c \cdot |\Delta\lambda|}{\lambda_0^2}$ - ширина спектра излучения точечного источника по частотам.

При увеличении ширины линии источника $\Delta\lambda$ число наблюдаемых интерференционных полос уменьшается: если $\Delta\lambda_1 < \Delta\lambda_2$, то $m_{max1} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_1} > m_{max2} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_2}$ (рис. Д9).

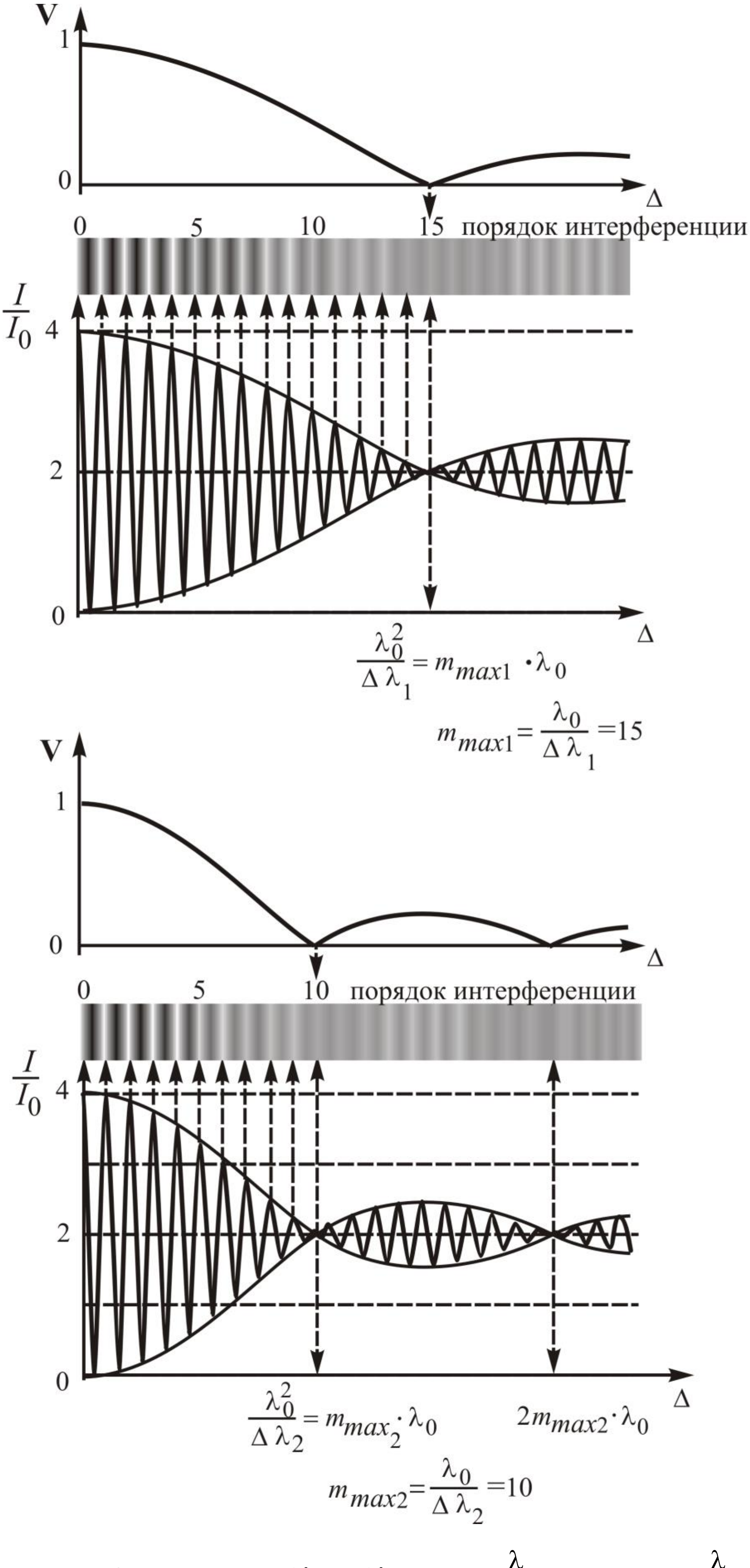


Рис. Д9. На рисунке $\Delta\lambda_1 < \Delta\lambda_2$, $m_1 = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_1} = 15 > m_2 = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_2} = 10$.

Для прямоугольной формы спектра принято считать, что интерференционная картина пропадает при $V \approx 0{,}5$. Пусть, например, глаз перестанет различать интерференционные полосы при $V \approx 0{,}64$, что соответствует аргументу функции **sinc**, равному $\frac{\pi}{2}$ (рис. Д8). Тогда число $m_{набл}$ наблюдаемых интерференционных полос можно найти из соотношения:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\cdot\frac{\pi\cdot\Delta_{набл}}{\lambda}=\frac{1}{m_{max}}\cdot\frac{\pi\cdot\left(m_{набл}\cdot\lambda\right)}{\lambda}=\frac{1}{2}\pi.$$

Следовательно, $m_{набл}=\frac{1}{2}\cdot m_{max}$ – число наблюдаемых полос в 2 раза меньше, чем максимальный порядок интерференции.

Таким образом, подсчитав число $m_{набл}$ наблюдаемых интерференционных полос, можно найти ширину линии излучения источника.

Влияние формы линии излучения на функцию видности.

Для реальных источников света форма линии в спектре обычно имеет «колоколообразный» вид. В частности, форма спектральной линии $F(\lambda)$ газоразрядного источника, уширенная вследствие эффекта Доплера, описывается функцией Гаусса:

$$F(\lambda)=A_0\cdot e^{-2\left(\frac{(\lambda-\lambda_0)}{\Delta\lambda}\cdot\sqrt{2\ln 2}\right)^2}$$

где $\Delta\lambda$ - ширина линии излучения на полувысоте (рис. Д10).

Можно показать, что функция видности в этом случае определяется следующим образом:

$$V(\Delta)=e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\pi\cdot\Delta\lambda}{\sqrt{2\ln 2}\lambda_0^2}\cdot\Delta\right)^2}.$$

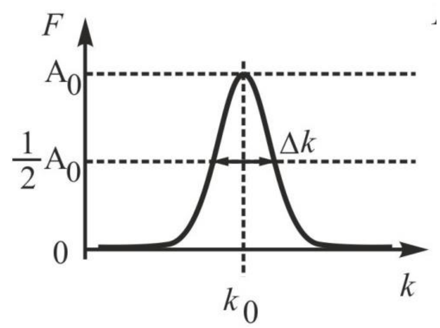


Рис. Д10. Гауссова форма линии излучения.

На рисунке Д11 для сравнения приведены зависимости видности и распределение интенсивности для двух форм линий излучения (прямоугольной и гауссовой) от разности хода при одинаковых значениях ширины спектра

$\Delta\lambda_{прям} = \Delta\lambda_{гаусс}$. Отметим, что при всех значениях разности хода $\Delta = m \cdot \lambda_0$, при $0 < m < m_{max}$ видность для гауссовой формы спектра существенно меньше видности для прямоугольного спектра.

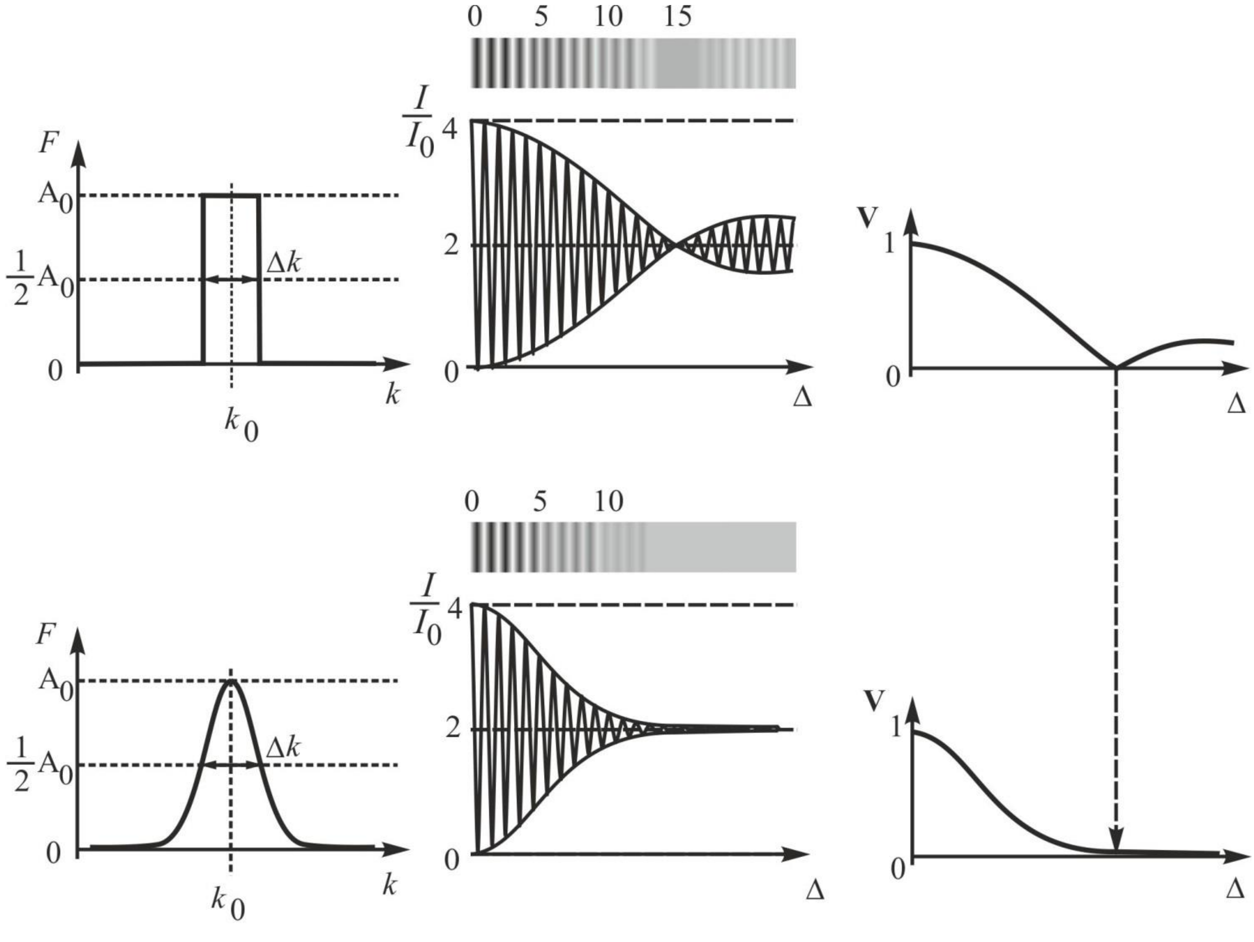


Рис. Д11. Зависимости видностей и распределения интенсивностей для различных форм линий спектра

Если спектральные характеристики источника известны (заданы форма линии – обычно гауссова, длина волны λ_0 и ширина линии $\Delta\lambda$), то, подсчитав число $m_{набл}$ наблюдаемых полос, можно найти видность $V_{набл}$, различаемую глазом:

$$V_{набл} = V_{гаусс} = = e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\pi\cdot\Delta\lambda}{\sqrt{2\ln 2}\lambda_0^2}\cdot\Delta\right)^2} = e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\pi\cdot\Delta\lambda}{\sqrt{2\ln 2}\lambda_0^2}\cdot m_{набл}\lambda_0\right)^2} = e^{-\frac{\pi^2}{4\ln 2}\cdot\left(\frac{m_{набл}}{m_{max}}\right)^2}, \qquad (Д1)$$

где $m_{max} = \dfrac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$.

<u>Для прямоугольной формы спектра</u> аналогичное выражение будет иметь вид:

$$V_{прям} = \left| \mathbf{sinc} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{\lambda_0} \right| = \mathbf{sinc}\left(\pi \frac{m_{набл}}{m_{max}} \right).$$

Из приведенных формул следует, что различаемая глазом видность $V_{набл}$ зависит от отношения $\frac{m_{набл}}{m_{max}}$. На рис. Д12 приведены графики зависимости видностей для гауссовой (наблюдаемой) $V_{гаусс}$ и прямоугольной $V_{прям}$ форм линий спектра от отношения $\frac{m_{набл}}{m_{max}}$. Так как для одного из светодиодов (в нашем случае – зеленого) известны и m_{max}, и $m_{набл}$, то, вычислив отношение $\frac{m_{набл}}{m_{max}}$, можно по графику определить видность $V_{набл}$, различаемую глазом наблюдателя.

Если считать, что различаемая глазом видность не зависит от длины волны, то для всех изучаемых в задаче квазимонохроматических источников отношение $\frac{m_{набл}}{m_{max}}$ будет иметь одно и то же значение. Тогда, зная отношение $\frac{m_{набл}}{m_{max}}$ для зеленого светодиода и число наблюдаемых полос $m_{набл}$ для каждого из оставшихся светодиодов, можно найти m_{max}, и, следовательно, ширину линии излучения светодиода.

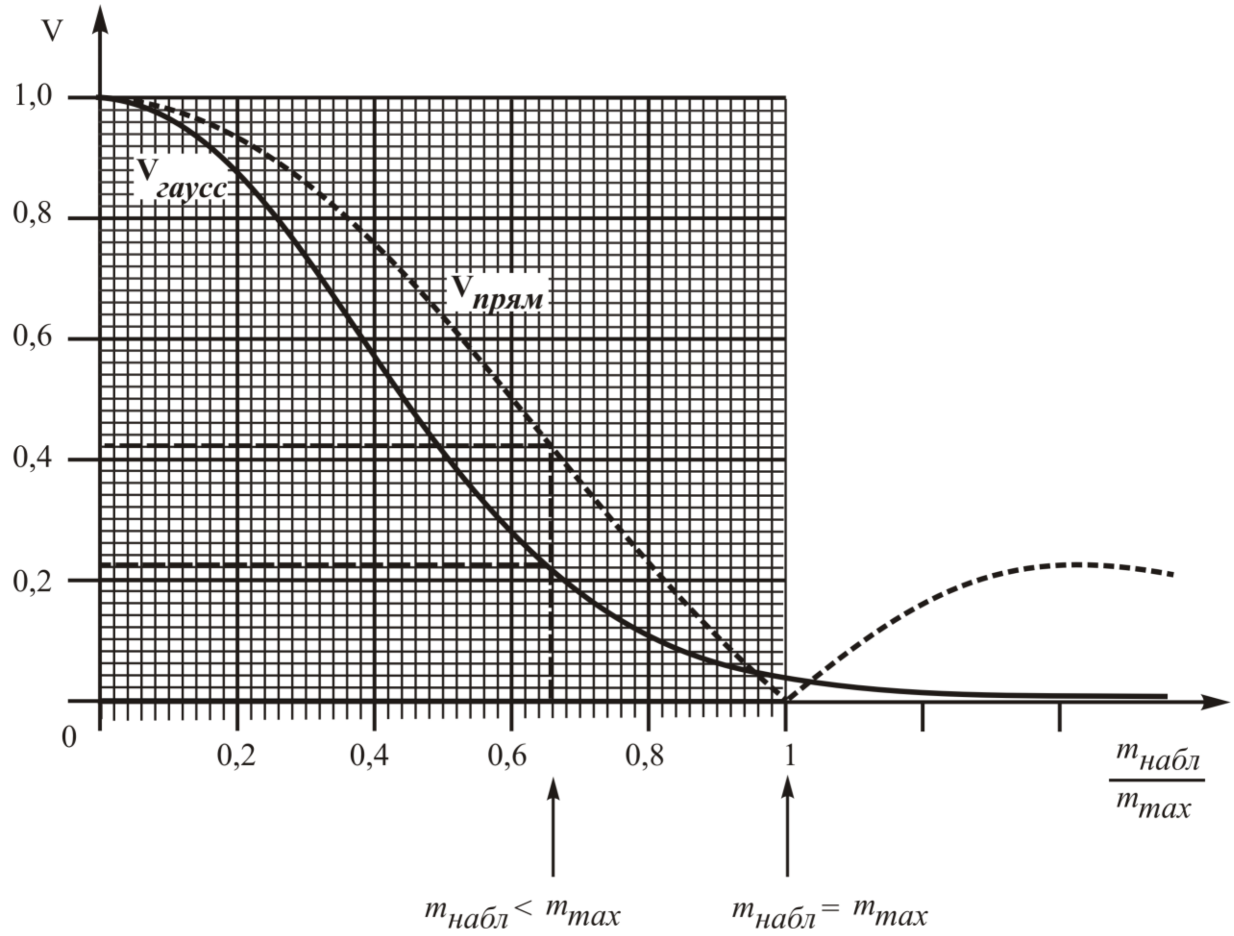


Рис. Д12. Зависимость видности $V_{набл}$ от отношения $\frac{m_{набл}}{m_{max}}$.

Например, при $\frac{m_{набл}}{m_{max}}$ =0,67 значения видностей равны: $V_{прям}$ =0,42, $V_{гаусс}$=0,22.