Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Физический факультет

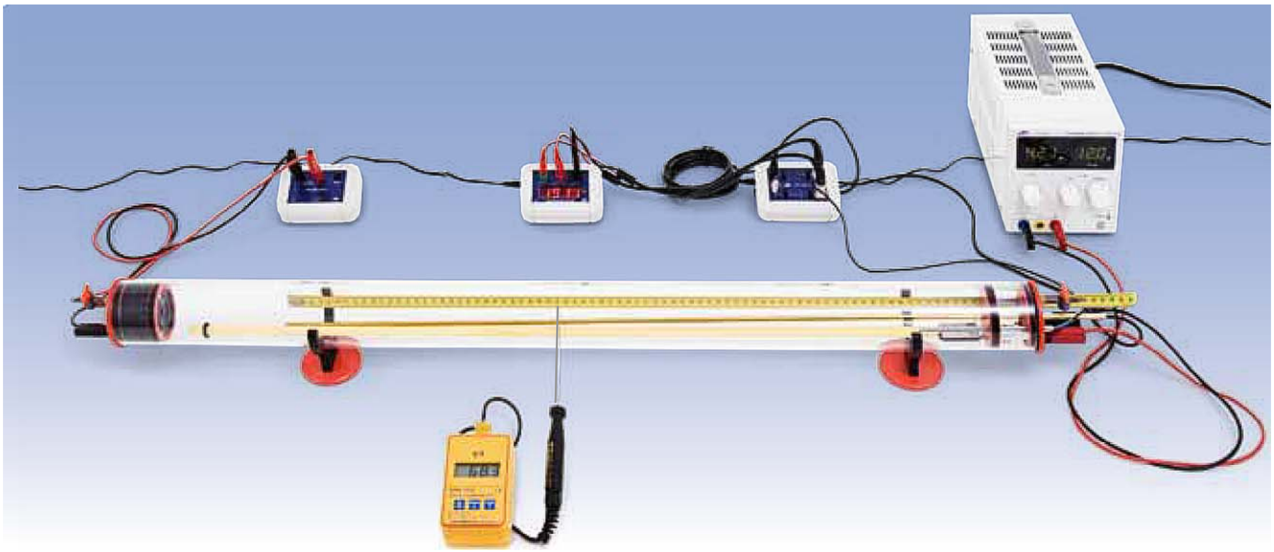
Кафедра общей физики

Лабораторный практикум по общей физике

(молекулярная физика)

Лабораторная работа

Скорость звука в воздухе и показатель адиабаты



Москва 2018

Лабораторный практикум по общей физике (молекулярная физика)

С.А.Киров, А.Л. Клавсюк, А.М. Салецкий

СКОРОСТЬ ЗВУКА И ПОКАЗАТЕЛЬ АДИАБАТЫ ВОЗДУХА

Учебное пособие – М.: ООП Физ. фак-та МГУ, 2018, 16 с.

Данная задача реализована на оборудовании фирмы 3B Scientific (Германия).

Оглавление

Цель задачи

Измерение зависимости скорости звука в воздухе от температуры, сравнение результатов с теорией и нахождение показателя адиабаты, теплоемкости и числа степеней свободы молекул воздуха.

Идея эксперимента

Ввиду адиабатичности процесса распространения звука в газе, его скорость зависит от показателя адиабаты γ. Температурные измерения скорости позволяют более точно найти γ, и из него – число степеней свободы молекул газа и его теплоемкость.

Теоретическое введение

Скорость звука в газах

Из механики сплошных сред известно следующее выражение для скорости гармонических волн в линейной среде, обладающей упругостью к сжатию [1]

$$\upsilon = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}, \tag{1}$$

где p – давление, ρ – плотность среды. Рассмотрим звуковые волны в газе. Ввиду малой теплопроводности газа и сравнительно высокой частоте волн процесс их распространения можно считать адиабатическим, то есть последовательные полуволны сжатия и разряжения не успевают обменяться теплом друг с другом. Уравнение адиабаты для идеального газа имеет вид

$$pV^{\gamma} = \mathrm{const}.$$

Запишем уравнение адиабаты в переменных p, ρ, учитывая, что $V = m/\rho \sim 1/\rho$ (где m – масса газа):

$$p\rho^{-\gamma} = \mathrm{const}.$$

Найдем дифференциал этого соотношения

$$dp \cdot \rho^{-\gamma} - p \cdot \gamma\rho^{-\gamma-1} d\rho = 0.$$

Отсюда получаем

$$\frac{dp}{d\rho} = \gamma \frac{p}{\rho}. \tag{2}$$

Подставляя $V = m / \rho$ в уравнение Менделеева-Клапейрона для состояния идеального газа, получим

$$\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu},$$

где R – универсальная газовая постоянная, μ – молярная масса. Подставляя это выражение в (2) и затем в (1), получаем выражение для скорости звука в идеальном газе и ее зависимость от температуры

$$\upsilon = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} = A\sqrt{T}. \tag{3}$$

Измерение температурной зависимости скорости $\upsilon(\sqrt{T})$ позволяет найти коэффициент A и из него величину $\frac{\gamma}{\mu} = \frac{A^2}{R}$. По величине этого отношения, в принципе, можно идентифицировать газ. В данной задаче, считая известной молярную массу воздуха, мы найдем его показатель адиабаты γ, и из него определим число степеней свободы молекул и молярную теплоемкость.

Как видно из (3), скорость звуковой волны не зависит от частоты (или длины волны), то есть дисперсия отсутствует. Это близко к действительности, только если длина акустической волны во много раз превосходит среднюю длину свободного пробега молекул, и волна распространяется в безграничной среде.

Теплоемкость газов

Молярная теплоемкость C численно равна количеству тепла Q, необходимому для изменения температуры T одного моля вещества на 1 кельвин:

$$C = \frac{1}{\nu}\frac{\delta Q}{dT}, \tag{4}$$

где ν – количество молей. Теплоемкость можно найти из первого начала термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A, \tag{5}$$

где U – внутренняя энергия, а элементарная работа равна

$$\delta A = pdV, \tag{6}$$

где p – давление, V – объем. Теплоемкость в общем случае зависит от процесса, поскольку от вида процесса зависит совершаемая работа, и соответственно, величина Q. Подставляя (5), (6) в (4), получаем

$$C = \frac{1}{\nu}\left(\frac{dU}{dT} + p\left(\frac{dV}{dT}\right)_{проц}\right). \tag{7}$$

где производная dV/dT берется в соответствии с процессом, в котором участвует тело. В изохорном процессе ($V = \mathrm{const}$) работа равна нулю, и теплоемкость, обозначаемая C_V, определяется только внутренней энергией

$$C_V = \frac{1}{\nu}\frac{dU}{dT}.$$

Подставляя это соотношение в (7), получаем окончательное выражение для молярной теплоемкости любого процесса в любом веществе

$$C = C_V + \frac{1}{\nu}p\left(\frac{dV}{dT}\right)_{проц}. \tag{8}$$

Далее будем рассматривать идеальный газ, то есть газ, подчиняющийся уравнению состояния Менделеева-Клапейрона

$$pV = \nu RT, \tag{9}$$

где R – универсальная газовая постоянная. В изобарном процессе ($p = \mathrm{const}$) из (9) следует

$$p\left(\frac{dV}{dT}\right)_p = \nu R,$$

где нижний индекс при производной показывает зафиксированный параметр. Подставляя это соотношение в (8), для изобарной молярной теплоемкости C_p получаем известное соотношение Майера:

$$C_p = C_V + R. \tag{10}$$

Теплоемкость C_V определяется числом степеней свободы молекулы газа. В классической статистической физике на основании распределения Гиббса доказывается закон о равномерном распределении энергии по термодинамическим степеням свободы молекул. Для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится средняя кинетическая энергия, равная $kT/2$, а на каждую колебательную степень свободы – kT [1)], где k – постоянная Больцмана. Колебательная степень обладает вдвое большей энергией, так как на нее приходится не только кинетическая, но и потенциальная энергия, причем их средние значения одинаковы. Таким образом, средняя энергия одной молекулы

$$u = \frac{1}{2} kT\,(i_{пост.} + i_{вр} + 2i_{кол}),$$

а молярная теплоемкость газа

$$C_V = \frac{1}{2} R\,(i_{пост} + i_{вр} + 2i_{кол}).$$

Показатель адиабаты для идеального газа равен

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{2}{i_{пост} + i_{вр} + 2i_{кол}} = 1 + \frac{2}{i}. \tag{11}$$

где i – полное число степеней свободы молекулы с энергией $kT/2$.

Каждая степень свободы имеет свой энергетический порог возбуждения U_m, которому соответствует своя характеристическая температура, определяемая условием $kT_x = U_m$. Наличие такого порога связано с квантовой дискретностью энергетических уровней. Характеристическая температура определяется разностью энергий между основным и возбужденным энергетическими уровнями молекулы, выраженной в единицах kT.

При температурах, сравнимых и меньших характеристической температуры T_x, необходимо пользоваться квантовой статистикой. При этом с уменьшением температуры теплоемкость всех степеней свободы, кроме поступательных, стре-

---

[1)] Более точно, на каждое квадратичное по скорости или координате слагаемое в выражении для энергии молекулы приходится средняя энергия ½ kT.

мится к нулю. При температурах, много больших T_x, квантовые эффекты исчезают, и начинают работать приведенные выше формулы классической статистики.

Таким образом, при низких температурах вклад в теплоемкость газа дают только поступательные степени свободы, при повышении температуры включаются вращательные, и при еще более высоких начинают работать колебательные.

При комнатной температуре колебательные степени свободы в молекулах большинства газов почти не возбуждаются, но вращательные полностью задействованы ввиду низкой температуры их активации (*табл.1*). Подключение новых степеней свободы с ростом температуры происходит не скачком, а достаточно широком диапазоне температур вокруг T_x. Например, одна из трех колебательных мод молекулы CO_2, имеющая самую низкую характеристическую температуру 1066 K, дает заметный вклад в теплоемкость уже при комнатной температуре, то есть около 293 K.

Таблица 1

Характеристические температуры колебательных $T_{кол}$ и вращательных $T_{вр}$ степеней свободы для молекул азота, кислорода и углекислого газа

	N_2	O_2	CO_2
$T_{вр}$, K	2.9	2.1	0.56
$T_{кол}$, K	3340	2230	1066, 2100, 3700

Сухой воздух на 99 % состоит из двухатомных молекул (молярный состав: 21.0% кислорода, 78.1% азота, 0.9% – аргон и остальные газы). Молекулы азота и кислорода имеют 2 вращательные степени свободы, соответствующие вращениям по двум ортогональным осям, перпендикулярным оси молекулы. Вращение вдоль оси молекулы не дает вклада в энергию ввиду малости момента инерции.

Таким образом, для подавляющего большинства молекул воздуха при комнатной температуре число степеней свободы равно 5, а молярная теплоемкость сухого воздуха близка к

$$C_V = \frac{5}{2} R\,.$$

Адиабатический процесс в идеальном газе

Целью настоящей работы является определение показателя адиабаты воздуха $\gamma = C_p / C_V$, где C_V и C_p – теплоемкости при постоянном объеме и давлении соответственно. Адиабатическим называется процесс, проходящий без теплообмена с окружающими телами ($\delta Q = 0$). Чтобы получить уравнение адиабатического процесса, запишем первое начало термодинамики для одного моля идеального газа

$$\delta Q = dU + \delta A = C_V dT + pdV = 0,$$

где далее C_p и C_V – молярные теплоемкости. Из уравнения Менделеева-Клапейрона для одного моля находим дифференциал температуры

$$dT = \frac{1}{R}(pdV + Vdp).$$

Подставляя это выражение в предыдущее уравнение и разделяя переменные, получим

$$\frac{dV}{V}\left(\frac{C_V}{R} + 1\right) + \frac{C_V}{R}\frac{dp}{p} = 0.$$

Учитывая, что для идеального газа $C_p = C_V + R$, это уравнение можно представить в виде

$$\gamma\frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0.$$

Интегрируя, получаем уравнение адиабаты

$$pV^{\gamma} = \mathrm{const}. \qquad (12)$$

Эксперимент

Метод измерения скорости звука

Используемый в задаче метод измерения скорости основан на измерении времени прохождения звуковым импульсом известного расстояния. Принципиальная схема установки показана на рис.1. Распространение звука происходит в трубе, что объясняется необходимостью локального нагрева воздуха.

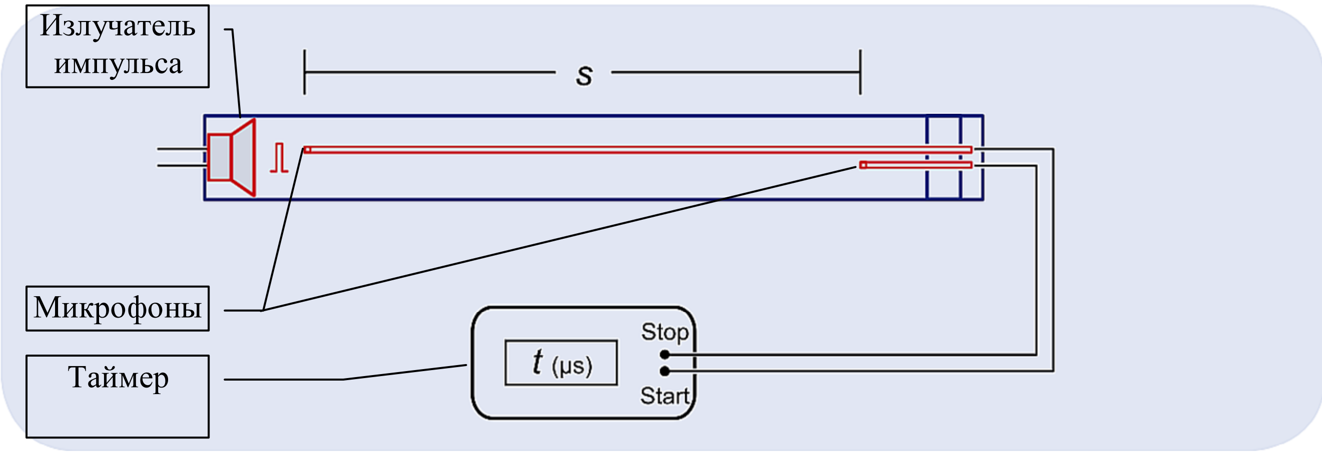


Рис.1. Схема эксперимента

Однократный звуковой импульс от излучателя последовательно принимается двумя микрофонами, расположенными на известном расстоянии S друг от друга. Интервал времени между импульсами, пришедшими от микрофонов, измеряется таймером. У волн звукового диапазона в воздухе дисперсия мала, поэтому скорость распространения импульса любой формы и любого спектрального состава будет близка к скорости гармонической волны, а сам импульс будет распространяться не расплываясь, сохраняя свою форму.

Следует отметить, дисперсия звука может быть обусловлена не только свойствами среды и соотношением периода волны и времени релаксации. Существует «геометрическая» дисперсия, обусловленная наличием стенок трубы вдоль пути прохождения волны. Анализ показывает, что если периметр трубы много меньше длины волны звука в материале трубы, то дисперсия скорости отсутствует. Это соответствует условиям данной задачи. При этом скорость волны в трубе будет немного меньше скорости звука в неограниченной среде.

Экспериментальная установка

Общий вид экспериментальной установки показан на рис.2. Прозрачная труба 1 стоит на двух подставках. С обеих сторон она закрыта заглушками 2, 3 с эластичными уплотнителями. В заглушке 2 находится излучатель. Внутри трубки вставлены перемещаемые акустические зонды – стержни, на концах которых рас-

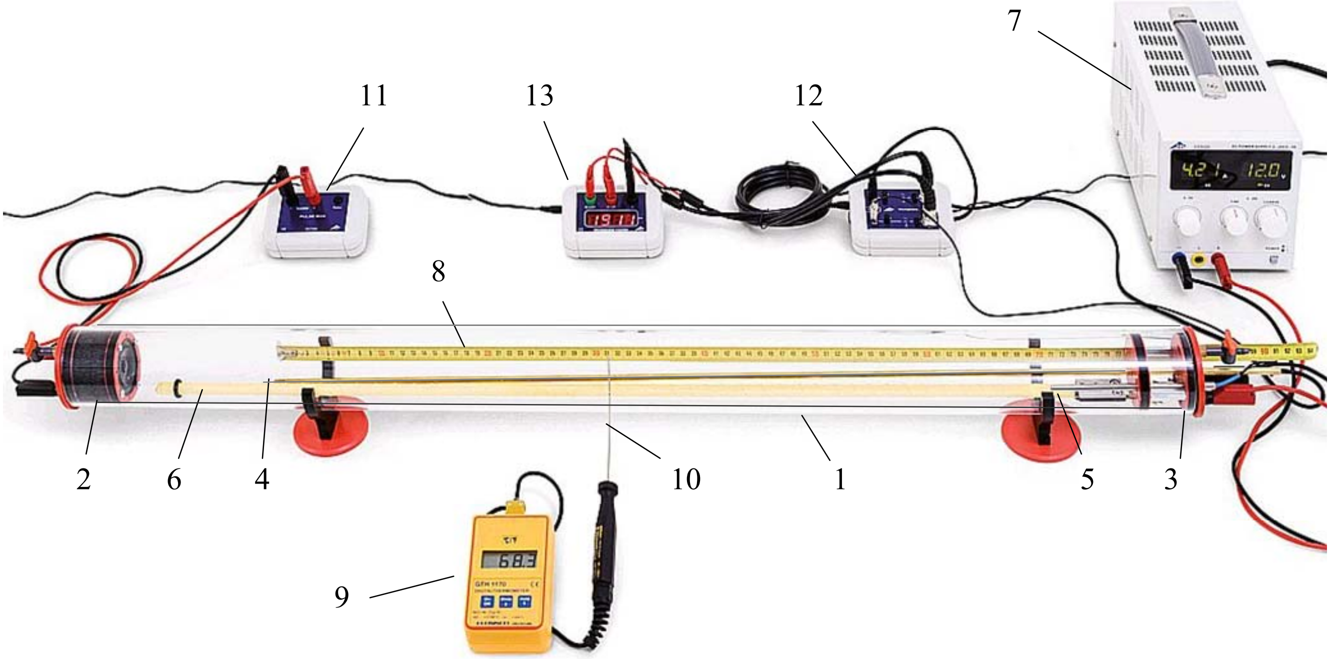
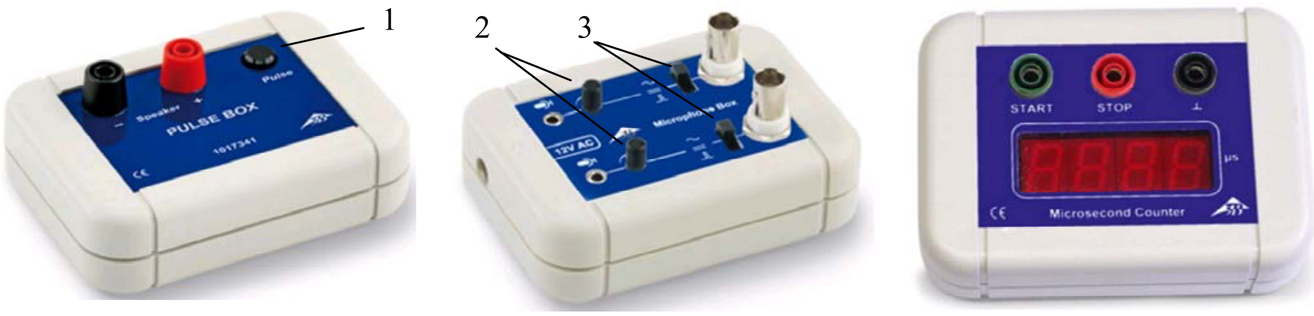


Рис.2. Экспериментальная установка

положены микрофоны 4 и 5. Вдоль трубы, не касаясь ее стенок, идет стержневой нагревательный элемент 6, подключенный к блоку питания 7 постоянного тока. Снаружи вплотную к трубе прикреплена линейка 8 для отсчета координат микрофонов.

Температура внутри трубы измеряется цифровым термометром 9 с помощью щупа 10 с термопарой NiCr-Ni типа К, вставляемого внутрь трубы через малое отверстие в ее стенке.



Генератор импульсов (11) Усилитель (12) Таймер (13)

Рис.3 Электронные блоки и основные элементы управления

Измерительная электроника включает следующее (рис.3):

Генератор одиночных звуковых импульсов 11 с кнопкой запуска 1; усилитель и формирователь микрофонных сигналов 12 с ручками установки усиления 2 и переключения формы сигнала 3; таймер 13 с цифровым индикатором. Эти компоненты в большем масштабе показаны на рис.3. Генератор имеет автономное питание от внутренней батареи 9 В, остальные два блока получают питание от индивидуальных сетевых адаптеров – понижающих трансформаторов с выходным напряжением 12 В переменного тока.

Измерения

Вся установка предварительно собрана и не требует дополнительной подготовки к измерениям.

Воткните адаптеры сетевого питания двух измерительных блоков в сетевые розетки. Экран таймера должен засветиться.

Проверьте, чтобы переключатели режимов 3 (рис.3) на обоих каналах усилителя стояли в положении импульсного сигнала П (на рис.3 они показаны в другом положении), а ручки регулировки усиления 2 – в одинаковом среднем положении. Установка готова к измерениям.

Упражнение 1. **Точное измерение скорости звука при комнатной температуре**

В данном упражнении надо измерить время прохождения звуковым импульсом разных расстояний. Заранее подготовьте таблицу 1 для записи результатов.

1) Установите микрофон, расположенный на конце короткого акустического зонда, на какую-либо отметку по шкале, удобную для начального отсчета. В дальнейшем он не будет перемещаться.

2) Передвигая второй акустический зонд, установите его конец на расстоянии L = 10 см от конца первого.

3) Измерьте время прохождения импульса между зондами. Для этого нажмите кратковременно кнопку 1 на генераторе импульсов 11 (рис.2, 3). Он сгенерирует и пошлет на излучатель один импульс. На индикаторе 2 таймера появится время прохождения импульса между зондами τ в микросекундах. Запишите его в табли-

Таблица 1

Время τ прохождения импульсом заданных расстояний L

L м	τ, мкс	$\overline{\tau}$ мкс	$S_{\overline{\tau}}$ мкс	$\sigma_{\overline{\tau}}$ мкс
0,10	… … …	…	…	…
0,20	… … …			
0,60	… … …			

цу 1. Измерьте второй раз. Если результаты совпадут, достаточно одного этого измерения. Погрешность в этом будет определяться только приборной погрешностью таймера σ_T = 1 мкс. Если результаты разные, выполните 3 измерения для последующей статистической обработки и запишите в таблицу 1.

3) Повторите пункты 2), 3) вплоть до достижения максимального расстояния между зондами (L = 60 -70 см).

Упражнение 2. **Измерение температурной зависимости скорости звука**

В данном измерении важна однородность температуры воздуха в трубе, которая нарушается при его быстром нагреве стержневым нагревателем. Поэтому измерения проводятся только на этапе медленного естественного охлаждения предварительно нагретого воздуха.

1) Оставьте зонды-микрофоны на максимальном расстоянии друг от друга и запишите его значение L.
2) Включите термометр кнопкой на его корпусе (он имеет встроенный внутренний источник питания). Проверьте, чтобы конец щупа термометра был вставлен в отверстие в трубе и был приблизительно в ее центре, не касаясь

Таблица 2

Время прохождения импульса τ в зависимости от температуры *t*

t °C	T K	$\sqrt{T}$ $K^{1/2}$	τ мкс	υ, м/с
50	323			
49				

Расстояние между зондами L_0 = … см; погрешность таймера σ_T= 1 мкс.

никаких элементов. Запишите значение исходной комнатной температуры, которую покажет термометр.

3) Проверьте провода питания нагревательного элемента, идущие к блоку питания. Поверните ручку регулировки напряжения на нуль – против часовой стрелки до упора.
4) Включите блок питания кнопкой на его панели. Ручкой регулировки напряжения поставьте напряжение 10 В. Наблюдайте по термометру постепенное увеличение температуры воздуха. При достижении 50°С поверните ручку регулировки напряжения на нуль. Выключите блок питания.
5) Подождите 1 минуту для установления однородной температуры воздуха внутри трубы.
6) По мере охлаждения воздуха в трубе через каждый градус проводите однократные измерения времени прохождения импульса, пока температура не упадет приблизительно до комнатной плюс 5°С. Результаты запишите в таблицу 2.

Обработка результатов

Упражнение 1

1. Переведите температуру из градусов Цельсия в шкалу Кельвина.
2. Рассчитайте среднее значение времени прохождения импульса для каждого расстояния.

$$\overline{\tau} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\tau_i$$

и стандартную погрешность этого времени

$$S_{\overline{\tau}} = \sqrt{\frac{1}{k(k-1)}\sum_{i=1}^{k}\left(\tau_i - \overline{\tau}\right)^2} .$$

3. Найдите полную погрешность измерения времени

$$\sigma_{\overline{\tau}} = \sqrt{S_{\overline{\tau}}^2 + \sigma_T^2} ,$$

где $\sigma_T = 1$ мкс – приборная ошибка таймера. Все эти результаты запишите в таблицу 1.

4. Постройте график времени $\overline{\tau}$ в зависимости от расстояния L, аппроксимируйте его линейной функцией $\overline{\tau} = AL$ и определите коэффициент наклона A и его стандартную погрешность S_A. Найдите скорость звука $\upsilon = \frac{1}{A}$ и ее погрешность $S_\upsilon = \upsilon\frac{S_A}{A}$.

Упражнение 2

1. Переведите температуру из градусов Цельсия в шкалу Кельвина, для каждой температуры T рассчитайте $\sqrt{T}$ и запишите в таблицу 2.

2. Для каждой температуры рассчитайте скорость $\upsilon = \frac{L_0}{\tau}$ и запишите в таблицу 2.

3. Постройте график скорости звука υ в зависимости от $\sqrt{T}$. С помощью метода наименьших квадратов (МНК) аппроксимируйте его прямо пропорциональной зависимостью $\upsilon = A\sqrt{T}$. Для этого при задании параметров МНК зафиксируйте прохождение графика через точку $\upsilon = 0$ при $\sqrt{T} = 0$. Запишите параметр A и его стандартную погрешность S_A.

4. В соответствии с (3) рассчитайте величину показателя адиабаты $\gamma = \mu\frac{A^2}{R}$ и ее погрешность $S_\gamma = 2\frac{S_A}{A}$, считая, что молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль и

R = 8.3145 Дж/(моль·К).

5. В соответствии с (11) рассчитайте теплоемкость $C_V = \dfrac{R}{\gamma - 1}$, число степеней свободы молекул воздуха $i = \dfrac{2}{\gamma - 1}$ и погрешности определения этих величин.

6. Оцените применимость адиабатического приближения к распространению звуковых волн, для чего рассчитайте время тепловой релаксации [3]

$$\tau = \frac{\rho c_V l^2}{\kappa},$$

где ρ – плотность воздуха, c_V – удельная теплоемкость, κ – коэффициент теплопроводности, l – характерное расстояние между соседними точками с максимальной и минимальной температурой в волне $l \approx \dfrac{\lambda}{2}$, где λ – длина звуковой волны. Сравните τ с периодом звуковой волны с частотой 1 кГц, сделайте выводы.

Основные итоги работы

В результате выполнения задачи должны быть измерены скорость звука при комнатной температуре, скорость звука в интервале температур от комнатной до 50°С, найден показатель адиабаты, определено число степеней свободы у молекул воздуха и его молярная теплоемкость. Сформулируйте выводы по итогам работы.

Контрольные вопросы

1. Что такое адиабатический процесс и показатель адиабаты?
2. Почему распространение акустической волны в газе можно считать адиабатическим процессом?
3. От чего зависит скорость звука в газе (давление, температура, плотность, молярная масса, влажность)?
4. В каком случае скорость импульса будет такой же, как у гармонической волны?
5. Что такое удельная и молярная теплоемкость газа? Каковы размерности этих физических величин? От чего зависит теплоемкость газа?
6. Какова связь между теплоемкостью C_V и числом степеней свободы молекул газа i?

7. Сколько степеней свободы у молекул газов Ar, N_2, CO_2, H_2O? Какие это степени свободы?
8. Какова качественно зависимость теплоемкости двухатомного газа, например H_2, от температуры (нарисовать).
9. В каком газе γ имеет наибольшее значение — в N_2, Ar, CO_2, H_2O?
10. Как повлияет на ход эксперимента наличие паров воды в воздухе?

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики, В 5 томах. Том 1. Механика. М.: Физматлит, 2006. Глава X, §85.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. Глава II, § 23, 21
3. Матвеев А.Н. “Молекулярная физика”, М.: Бином. Лаборатория знаний, 2010. §53.
4. Алешкевич В.А. Молекулярная физика. М.: Физматлит, 2016. Лекция 9.