

## Лабораторная работа № 108

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ

#### Цель работы

*Определение коэффициентов трения качения для различных пар материалов.*

#### Идея эксперимента

При определенной конструкции маятника затухание его колебаний зависит, в частности, от коэффициента трения качения. По уменьшению амплитуды колебаний за определенное число периодов определяются коэффициенты трения качения.

#### Теоретическое введение

**Трение качения** — вид сухого трения, возникающего при качении одного тела по поверхности другого. Оно обусловлено деформациями этих тел в месте их контакта. Рассмотрим возникновение силы трения качения на примере абсолютно твердого цилиндра (или шара), катящегося по горизонтальной деформируемой поверхности. Когда цилиндр покоится, сила реакции опоры направлена вертикально вверх в центр цилиндра.

Когда катящийся «ка-ток» (цилиндр или шар) смещается вправо, упругий материал подложки возвращается к исходному уровню, но не сразу, так что сзади катящегося тела как бы образуется «щель», затягивающаяся после ухода тела, и уровень подложки (см. рис. 1) слева становится таким же, как и справа. Разница упругих сил при нагрузке и разгрузке тел в динамическом процессе, в отличие от статического, и приводит к потерям энергии за счет «упругого гистерезиса». Суммарная сила  $F$  реакции поверхности опоры при этом смещается вправо, в направлении качения, и наклоняется

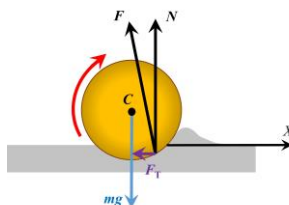


Рис. 1. Силы, действующие на катящийся цилиндр при наличии неупругих деформаций.

влево, создавая момент, тормозящий вращение и равный  $kN$ , где  $N$  – сила нормальной реакции опоры, и суммарную горизонтальную силу  $F_\tau$ , замедляющую поступательное движение катка. Размерный коэффициент  $k$  называется «коэффициентом трения качения», представляет собой плечо силы  $N$  и, как считается, не зависит от скорости качения, аналогично коэффициенту сухого трения  $\mu$  в законе Амонтона-Кулона.

При качении по горизонтальной поверхности ускорение центра масс тела определяется только тангенциальной составляющей силы реакции опоры  $F_\tau$  (рис. 1), и, следовательно, изменение кинетической энергии центра масс равно работе этой силы:

$$\Delta\left(\frac{mv^2}{2}\right) = -F_\tau \Delta x, \quad (1)$$

где  $m$  – масса шара (цилиндра),  $v$  и  $\Delta x$  – скорость и перемещение его центра масс.

Изменение кинетической энергии, связанной с вращением тела относительно оси, проходящей через центр масс, определяется работой двух сил:

$$\Delta\left(\frac{J_0\omega^2}{2}\right) = -Nk\Delta\varphi + F_\tau R\Delta\varphi. \quad (2)$$

Здесь  $J_0$  – момент инерции шара (цилиндра) относительно указанной оси,  $\omega$  – угловая скорость вращения,  $N$  – составляющая силы реакции опоры, перпендикулярная к недеформированной поверхности (сила нормальной реакции опоры),  $k$  – плечо этой силы относительно оси, проходящей через центр масс,  $R$  – радиус шара (цилиндра),  $\Delta\varphi$  – угол его поворота. При записи уравнения (2) учтено, что при малых деформациях плечо тангенциальной составляющей силы реакции опоры примерно равно радиусу шара (цилиндра).

При качении тела без проскальзывания изменение координаты центра масс и угол поворота связаны уравнением кинематической связи:

$$\Delta x = R\Delta\varphi. \quad (3)$$

Полное изменение кинетической энергии катящегося шара (цилиндра) получаем при сложении уравнений (1) и (2). Учитывая кинематическую связь перемещения центра масс шара (цилиндра) и его угла поворота (3), получаем:

$$\Delta \left( \frac{mv^2}{2} + \frac{J_0 \omega^2}{2} \right) = -Nk\Delta\varphi. \quad (4)$$

Как видим, изменение кинетической энергии катящегося без проскальзывания тела определяется только моментом силы нормальной реакции опоры, поэтому его принято называть моментом трения качения  $M_{\text{тк}}$ , а плечо этой силы  $k$  относительно оси, проходящей через центр масс – коэффициентом трения качения:

$$M_{\text{тк}} = kN. \quad (5)$$

Заметим, что коэффициент трения качения, в отличие от коэффициента трения скольжения, имеет размерность длины.

Для определения тангенциальной составляющей силы реакции опоры  $F_\tau$  запишем уравнение вращательного движения шара (цилиндра) относительно оси, проходящей через центр масс и второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось X:

$$J_0 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -M_{\text{тк}} + RF_\tau, \quad (6)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -F_\tau. \quad (7)$$

Из системы уравнений (3), (6) и (7) получаем дифференциальное уравнение относительно угла поворота  $\varphi$ :

$$(J_0 + mR^2) \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -M_{\text{тк}} \quad (8)$$

и связь тангенциальной составляющей силы реакции опоры с моментом трения качения:

$$F_\tau = \left( \frac{mR}{J_0 + mR^2} \right) M_{\text{тк}}. \quad (9)$$

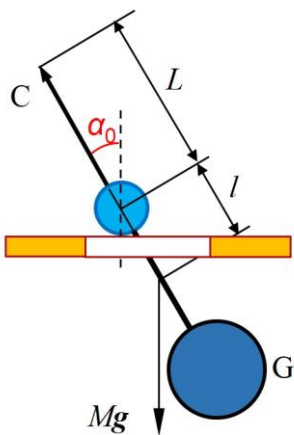


Рис. 2. Схема маятника.

нормальной реакции опоры  $N \approx Mg$  (в силу малости амплитуды колебаний) и направленная против смещения центра масс горизонтальная «возвращающая» сила сухого трения

$F_{\text{тр}} \leq \mu N \approx \mu Mg$  (отсюда – ограничения на амплитуду колебаний, чтобы не было проскальзывания цилиндра в точке его опоры). Силой  $F_{\text{т}} \ll F_{\text{тр}}$  можно пренебречь ввиду слабого затухания колебаний.»

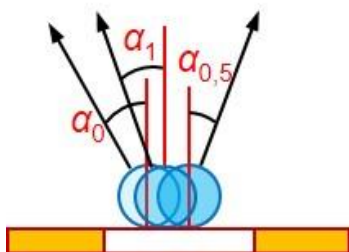


Рис. 3. Углы отклонения маятника от положения равновесия.

трения качения  $k$  можно определить по скорости затухания колебаний.

При рассмотрении процесса затухания колебаний, воспользуемся законом изменения механической энергии. Пусть маятник в начальный момент отклонили на угол  $\alpha_0$  от положения

В данной работе для экспериментального определения коэффициента трения качения  $k$  используется маятник, схема которого представлена на рис. 2.

Цилиндр радиусом  $R$  находится на горизонтальной плите. Стержень  $C$  прикреплен к цилиндру сверху, а снизу к системе прикреплен массивный груз  $G$ . При отклонении груза от положения равновесия система может совершать колебания.

К центру масс маятника, являющегося твердым телом, приложена сила тяжести  $Mg$ , в точке опоры цилиндра – вертикальная сила нормальной реакции опоры  $N \approx Mg$  (в силу малости амплитуды колебаний) и направленная против смещения центра масс горизонтальная «возвращающая» сила сухого трения  $F_{\text{тр}} \leq \mu N \approx \mu Mg$  (отсюда – ограничения на амплитуду колебаний, чтобы не было проскальзывания цилиндра в точке его опоры). Силой  $F_{\text{т}} \ll F_{\text{тр}}$  можно пренебречь ввиду слабого затухания колебаний.»

Колебания являются затухающими в первую очередь из-за противодействия момента трения качения. Движение цилиндра при этом является поступательно-вращательным.

Коэффициент

определить по скорости затухания

равновесия и отпустили. Через период (одно колебание) угол отклонения будет равен  $\alpha_1$  (см. рис. 3), а через  $n$  периодов –  $\alpha_n$  соответственно.

Для системы тел «маятник со штативом + подложка + Земля» запишем изменение полной механической энергии за первый период колебаний, когда угол отклонения маятника изменяется от  $\alpha_0$  до  $\alpha_1$ . В эти моменты система будет обладать лишь потенциальной энергией, которая изменяется только у маятника и равна (при выборе нуля потенциальной энергии в точке прохождения маятником нижнего положения):

$$E_{0,1} = mgl(1 - \cos \alpha_{0,1}), \quad (10)$$

где  $m$  – масса маятника,  $l$  расстояние между центром тяжести маятника и осью цилиндра.

Используя формулу  $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right)$ , находим уменьшение механической энергии системы за первый период колебания маятника:

$$\Delta E = 2mgl \left( \sin^2 \left( \frac{\alpha_0}{2} \right) - \sin^2 \left( \frac{\alpha_1}{2} \right) \right). \quad (11)$$

При малых углах  $\alpha$  выражение (11) преобразуется к виду:

$$\Delta E = \frac{mgl}{2} (\alpha_0^2 - \alpha_1^2). \quad (12)$$

Пренебрегая работой сил сопротивления воздуха и считая, что изменение энергии вызвано вызвано работой момента трения качения  $kN$ , можно записать:

$$\Delta A = M_{\text{тр}} \alpha = kN\alpha = kmg\alpha, \quad (13)$$

где  $\Delta A$  – работа силы нормальной реакции опоры при повороте цилиндра на угол  $\alpha$ .

За один полный период колебаний угол поворота составляет

$$\alpha = \alpha_0 + 2\alpha_{0,5} + \alpha_1, \quad (14)$$

где  $\alpha_{0,5}$  – угол отклонения цилиндра после одного полупериода (рис. 3).

Считая, что в среднем

$$\alpha_{0,5} \approx \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{2}, \quad (15)$$

и используя соотношения (13)–(15), получаем выражение для работы силы нормальной реакции опоры за период:

$$\Delta A_1 = 2kmg(\alpha_0 + \alpha_1) \quad (16)$$

Поскольку изменение механической энергии за период равно работе момента трения качения при повороте для коэффициента трения качения из соотношений (12) и (16) получаем следующее выражение:

$$k = \frac{l}{4}(\alpha_0 - \alpha_1). \quad (17)$$

Аналогичные соотношения можно получить для следующих периодов колебаний, взяв в качестве начальных моментов отклонения маятника угол  $\alpha_1$ , потом  $\alpha_2$  и т.д. Получим систему уравнений:

$$k = \frac{l}{4}(\alpha_0 - \alpha_1),$$

$$k = \frac{l}{4}(\alpha_1 - \alpha_2),$$

.....,

$$k = \frac{l}{4}(\alpha_{n-1} - \alpha_n).$$

Сложив эти уравнения почленно, получим:

$$nk = \frac{l}{4}(\alpha_0 - \alpha_n).$$

или

$$k = \frac{l}{4n}(\alpha_0 - \alpha_n). \quad (18)$$

Таким образом, определяя начальный  $\alpha_0$  и конечный  $\alpha_n$  углы отклонения цилиндра, а также измеряя число колебаний  $n$ , можно оценить коэффициент трения качения  $k$ .

В связи с тем, что цилиндр при качении движется вращательно-поступательно, необходимо уточнить связь угла поворота цилиндра  $\alpha$  с линейным отклонением конца стержня маятника.

Смещение конца стержня  $x$  можно представить в виде суммы двух смещений: поступательного движения оси цилиндра  $a_1$  и вращательной компоненты  $a_2$  поворота конца стержня относительно центра цилиндра (см. рис. 4):

$$x = a_1 + a_2 = R\alpha + L\alpha. \quad (19)$$

Здесь  $R$  – радиус цилиндра,  $L$  – расстояние от оси цилиндра до конца стержня,  $\alpha$  – угол поворота маятника.

При малых углах  $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ , и можно считать, что

$$\alpha_0 = \frac{x_0}{L+R}, \quad \alpha_n = \frac{x_n}{L+R}, \quad (20)$$

где  $x_0$  и  $x_n$  – начальная и конечная амплитуды отклонения стержня. Тогда формулу (18) для коэффициента трения качения можно окончательно представить в виде:

$$k = \frac{l}{4n} \cdot \frac{x_0 - x_n}{L+R} = \frac{l}{4n} \cdot \frac{\Delta x_n}{L+R}, \quad (21)$$

где  $n$  – число периодов колебаний маятника за время измерения.

Из полученного соотношения (21) следует, что зависимость амплитуды колебаний маятника  $x_n$  от числа колебаний  $n$  является линейной:

$$x_n = x_0 - \frac{4k(L+R)}{l} n. \quad (22)$$

При выводе соотношения (21) коэффициент трения качения считался постоянной величиной для конкретной пары соприкасающихся материалов.

Рассмотрим уравнение вращательного движения маятника, как твердого тела (см. рис. 2, где изображены внешние силы, действующие на него при колебаниях). При малых колебаниях возвращающая сила  $F_{\text{тр}}$ , приложенная на малом расстоянии  $R$  от оси цилиндра, мала по сравнению с силой тяжести  $Mg \approx N$ , и ее моментом относительно оси цилиндра можно пренебречь, как и моментом малой знакопеременной силы  $F_{\text{т}}$ . Основной вклад в

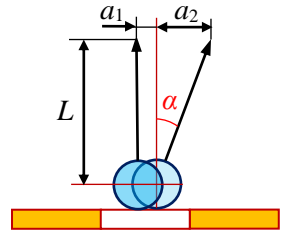


Рис. 4. Линейное и угловое смещение маятника от положения равновесия.

момент сил, возвращающий маятник к положению равновесия после его отклонения на угол  $\alpha$ , создает сила тяжести  $Mg$ , приложенная к его центру масс на расстоянии  $l$  от оси цилиндра и имеющая плечо  $l \sin \alpha \approx l\alpha$ . Малое затухание колебаний обеспечивается моментом трения качения  $kN \approx kMg$ , направленным против угловой скорости  $d\alpha/dt = \dot{\alpha}$  маятника и зависящим от знака  $\dot{\alpha}$ : это описывается нелинейной по  $\dot{\alpha}$  функцией  $\text{sgn} \dot{\alpha}$ , которая равна  $+1$  при  $\dot{\alpha} > 0$  и  $-1$  при  $\dot{\alpha} < 0$ . Таким образом, уравнение моментов имеет вид:  $J\ddot{\alpha} = -Mgl\alpha - kMg \cdot \text{sgn} \dot{\alpha}$  – это нелинейное (хотя и простое) дифференциальное уравнение второго порядка, которое описывает колебания нашего маятника в пренебрежении его трением о воздух. Перепишем его:  $\ddot{\alpha} = -(Mgl/J)[\alpha + (k/l) \cdot \text{sgn} \dot{\alpha}]$ . Решение этого уравнения можно искать, разбивая время на участки с  $\dot{\alpha} > 0$  и  $\dot{\alpha} < 0$ . Тогда получаем, что это уравнение на данных интервалах времени приводится к уравнению гармонических колебаний  $\ddot{\alpha} = -\omega^2(\alpha + k/l)$  для переменной  $\alpha + k/l$  при  $\dot{\alpha} > 0$  и  $\ddot{\alpha} = -\omega^2(\alpha - k/l)$  для переменной  $\alpha - k/l$  при  $\dot{\alpha} < 0$  с одинаковыми угловыми частотами  $\omega$  (и периодами  $T$ ):  $\omega^2 = 4\pi^2/T^2 = Mgl/J$ , не зависящими от коэффициента трения качения  $k$ . Угловые отклонения маятника будут при этом меняться на каждом полупериоде колебаний по гармоническим законам  $(\alpha + k/l) = \alpha_n \cos \omega t$  и  $(\alpha - k/l) = \alpha_{n+1} \cos \omega t$ .

Рассмотрим теперь колебания, возникающие после начального отклонения маятника на угол  $\alpha_0$ , как показано на рис. 2. При этом угол  $\alpha$  после отпускания маятника будет уменьшаться,  $\dot{\alpha} < 0$ , переменная  $(\alpha - k/l)$  колеблется по полупериоду косинуса, что соответствует сдвигу ее «нуля» вверх на  $+k/l$ . Отклонения угла  $\alpha$  от нового «нуля» вверх и вниз должны быть одинаковы:  $\alpha_0 - k/l = \alpha_{0,5} + k/l$ , где  $\alpha_{0,5}$  – модуль амплитуды через первую половину периода колебаний. На втором полупериоде  $\dot{\alpha} > 0$ , колеблется переменная  $(\alpha + k/l)$ , то есть ее «ноль» сдвинут вниз на  $-k/l$ , и должно выполняться равенство  $\alpha_{0,5} - k/l = \alpha_1 + k/l$ . Таким образом,



за каждые полпериода колебаний амплитуда уменьшается на одну и ту же величину:  $\alpha_0 - \alpha_{0,5} = \alpha_{0,5} - \alpha_1 = 2k/l$ , а за период – на  $4k/l$ :  $\alpha_0 - \alpha_1 = 4k/l$ . Амплитуда колебаний уменьшается по линейному закону от числа колебаний  $n$  (и от времени  $t$ ):  $\alpha_0 - \alpha_n = 4kn$ . – Динамическое рассмотрение колебаний дает тот же результат, что и энергетическое.

### Эксперимент Экспериментальная установка

Внешний вид установки представлен на рис. 5. На *столике 1* установлен маятник. Маятник состоит из *цилиндра 2*, сделанного из нержавеющей стали, *стержня 3* с закрепленной на его верхнем конце *пластиной 4 с прорезями* и массивного *груза 5*. Начальное отклонение маятника производится вручную до *фиксатора 6*.

Световые лучи от двух «оптических ворот» в



Рис. 5. Экспериментальная установка.

Между *цилиндром 2* и *столиком 1* размещаются *пластинки 10* из различных исследуемых материалов, входящие в комплект установки.

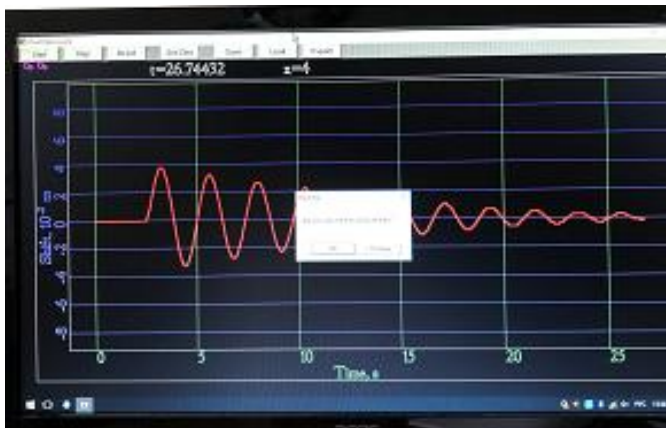


Рис. 6. График зависимости смещения маятника от времени.

Эксперимент проводится следующим образом. После запуска программы необходимо убедиться в том, что начальное смещение отсутствует. Для этого нажмите кнопку "Start" (маятник при этом не должен качаться) и убедитесь в том, что график имеет вид горизонтальной прямой с ординатой 0. Если положение прямой смещено, то нажмите кнопку "Set Zero". Перед каждой новой серией измерений следует нажимать кнопку "Reset". Для начала измерений нажмите кнопку "Start", после чего приведите маятник в движение, отклонив его до фиксатора. Когда на экране график будет иметь явно выраженный вид затухающих колебаний (в течении  $\sim 60$  с.) с изменением амплитуды не менее трех сантиметров, нажмите кнопку "Stop". Помещая курсор на экране в нужную точку графика, определите период колебаний маятника и изменение амплитуды колебаний, произошедшее за определенное число периодов. Координаты точки на графике отображаются в верхнем правом углу экрана желтым цветом. Изменение масштаба осуществляется вращением колёсика мыши, а перемещение графика в целом – нажатием левой клавиши мыши.

**Замечание:** при каждом последовательном срабатывании двух оптических ворот датчика 7 порядок во времени следования импульсов от них позволяет определить и перемещение  $\Delta x_i$  пластины 4 с известным периодом прозрачных и непрозрачных ( $2 + 2 = 4$  мм) ее участков, так и его знак в соответствующие моменты времени. Сама величина  $x(t)$  равна сумме этих  $\Delta x_i$ . С одними оптическими воротами это невозможно! Аналогичным образом работают компьютерные «мыши» с механическим приводом, только у них 2 координаты, а не одна, как здесь. Таким образом, кривые  $x(t)$  на экране имеют «ступенчатый» вид, в чем надо убедиться, растянув масштаб по оси  $x$  вблизи максимума кривой  $x(t)$ . Измеряя расстояние между «полочками» на кривых  $x(t)$ , равное  $\Delta x = 1$  мм, и учитывая, что в реальности максимум может находиться выше или ниже на  $\Delta x/2$ , можно оценить  $\sigma_x$  примерно в 0,5 мм. Поэтому при измерениях  $x_n$  надо округлять до целых миллиметров и не писать лишних знаков с экрана. Для нахождения  $t_n$  надо наводить курсор на центр верхней «полочки» кривой и округлять  $t_n$  до сотых долей секунды, отбрасывая лишние ненужные знаки.»

## Проведение эксперимента

### Измерения

1. Запишите в тетрадь указанные на установке значения и погрешности следующих параметров маятника: радиуса цилиндра  $R$ , расстояния  $L$  от оси цилиндра до конца стержня и расстояния  $l$  между центром тяжести маятника и осью цилиндра.
2. Установите между столиком и цилиндром одну из пластин 10, входящих в комплект установки. Запишите название материала цилиндра (сталь) и пластины.
3. Отклоните маятник до соприкосновения с фиксатором, запустите программу (нажать кнопку "Start") и отпустите маятник.
4. После 60 колебаний маятника (за время 80-100 секунд) остановите измерения кнопкой «Stop». При больших затуханиях

колебаний измерения времени проведите до уменьшения амплитуды до  $\sim 1$  см.

5. С помощью курсора проведите измерения амплитуды  $x_n$  и соответствующих моментов времени  $t_n$  для начального ( $n = 0$ ) колебания и  $n = 10, 20, \dots, 60$  колебаний. Результаты прямых измерений запишите в табл. 1. При больших затуханиях колебаний измерения проводятся для  $n = 0, 1, 2, \dots$ , и т.д.

6. Выполните измерения пп. 3-5 для остальных пар трущихся материалов. Результаты занесите в табл. 1.

Таблица 1.

**Результаты прямых измерений амплитуды и времени для различных пар трущихся материалов сталь (цилиндр) -**

| $n$ | Латунь |          | оргстекло |          | дюраль |          | текстолит |          | резина |          |
|-----|--------|----------|-----------|----------|--------|----------|-----------|----------|--------|----------|
|     | $x_n$  | $t_n, c$ | $x_n$     | $t_n, c$ | $x_n$  | $t_n, c$ | $x_n$     | $t_n, c$ | $x_n$  | $t_n, c$ |
|     | см     |          | см        |          | см     |          | см        |          | см     |          |
| 0   |        |          |           |          |        |          |           |          |        |          |
| 10  |        |          |           |          |        |          |           |          |        |          |
| 20  |        |          |           |          |        |          |           |          |        |          |
| 30  |        |          |           |          |        |          |           |          |        |          |
| 40  |        |          |           |          |        |          |           |          |        |          |
| 50  |        |          |           |          |        |          |           |          |        |          |
| 60  |        |          |           |          |        |          |           |          |        |          |

*Обработка результатов*

Зависимость амплитуды  $x_n$  от числа колебаний  $n$  и от времени  $t$ , как видно на экране компьютера, близка к линейной (за исключением самого мягкого материала подложки – резины). Это подтверждает правильность предположения о том, что  $k$  не зависит от скорости качения цилиндра. Обработку зависимости  $x_n(n)$  следует проводить по методу наименьших квадратов (МНК) в рамках модели

$$x_n = An + B,$$

где  $A = -\frac{4k(L+R)}{l}$ .

1. Применяя МНК, определите коэффициент  $A$  и оценку погрешности  $\sigma_A$ . Экспериментальные значения берутся из табл.1, значения  $n = 0, 10, 20, \dots$  известны точно, а погрешности измерения амплитуд ( $\pm 0,5$  мм) проверьте самостоятельно, учитывая **Замечание** выше.

2. По формуле для косвенных измерений найдите коэффициент трения качения  $k$

$$k = -\frac{Al}{4(L+R)}.$$

3. Поскольку выражение для  $k$  содержит только произведение и частное от деления трех величин с известными абсолютными погрешностями ( $A$ ,  $l$  и  $[L+R]$ , где погрешностью  $R$  можно пренебречь), то удобнее сначала найти относительную погрешность  $\delta_k = \sigma_k/k$ , которая равна корню квадратному из суммы квадратов относительных погрешностей сомножителей  $\delta_A = \sigma_A/A$ ,  $\delta_l = \sigma_l/l$  и  $\delta_{(L+R)} = \sigma_{(L+R)}/(L+R)$ , а потом уже  $\sigma_k = k \cdot \delta_k$ . Это упрощает расчеты, убирая вычисление размерных производных, так как складываются безразмерные квадраты процентов, и можно пренебречь слагаемыми под корнем, которые до возведения в квадрат не превышают 30% от максимальных.

4. Обработку результатов измерения линейной зависимости  $t_n(n)$  следует проводить также по методу наименьших квадратов (МНК), считая, что  $t_n = Tn + C$ , откуда находим период  $T$  колебаний маятника и его погрешность  $\sigma_T$ .

5. Выполните пп.1 - 4 для всех пяти пар трущихся материалов и запишите результаты в табл. 2.».

Таблица 2

**Значения  $A$ ,  $k$  и  $T$  для различных пар трущихся материалов сталь -**

| Пара сталь - | $A$ , | $\sigma_A$ , | $\delta_A, \%$ | $k$ ,       | $\delta_k, \%$ | $\sigma_k$ , | $T$ , | $\sigma_T$ , |
|--------------|-------|--------------|----------------|-------------|----------------|--------------|-------|--------------|
|              | м     | м            |                | $10^{-6}$ , |                | $10^{-6}$ ,  | с     | с            |
|              |       |              |                | м           |                | м            |       |              |

|             |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - латунь    |  |  |  |  |  |  |  |  |
| - оргстекло |  |  |  |  |  |  |  |  |
| - дюраль    |  |  |  |  |  |  |  |  |
| - текстолит |  |  |  |  |  |  |  |  |
| - резина    |  |  |  |  |  |  |  |  |

### Основные итоги работы

*В результате выполнения работы должны быть получены значения коэффициентов трения качения для различных пар материалов, периоды колебаний маятника, рассчитаны погрешности, проведен анализ причин их возникновения и выявлено, от каких свойств материалов зависит величина коэффициента трения качения.*

### Контрольные вопросы

1. Какие виды трения Вам известны?
2. Сформулируйте закон Амонтона-Кулона.
3. Дайте определение коэффициента трения качения.
4. Каковы причины возникновения трения качения?
5. От чего зависит коэффициент трения качения?
6. В чем отличие трения качения от трения скольжения?
7. Изобразите на рисунке с изображением маятника все силы, действующие на него в процессе колебаний, и запишите уравнения динамики, описывающие его поступательное и вращательное движение, как твердого тела.
8. Выведите соотношение нормальной и тангенциальной составляющих силы реакции опоры.
9. Укажите на том же рисунке коэффициент трения качения. Каков его физический смысл?
10. Какова размерность коэффициента трения качения?
11. Каким образом определяется коэффициент трения качения при выполнении данной задачи? Выведите расчетную формулу.

12. Какие факторы вносят погрешность в измерения коэффициента трения качения?
13. Какими физическими факторами мы пренебрегаем в процессе определения коэффициента трения качения?

### **Литература**

1. А. Н. Матвеев. Механика и теория относительности. – М. Изд. дом «Оникс 21 век», 2003. – . Гл. 8.
2. В. А. Алешкевич, Л. Г. Деденко, В. А. Караваев. Механика. – М.: Изд. центр «Академия», 2004. – Лекция 3.