



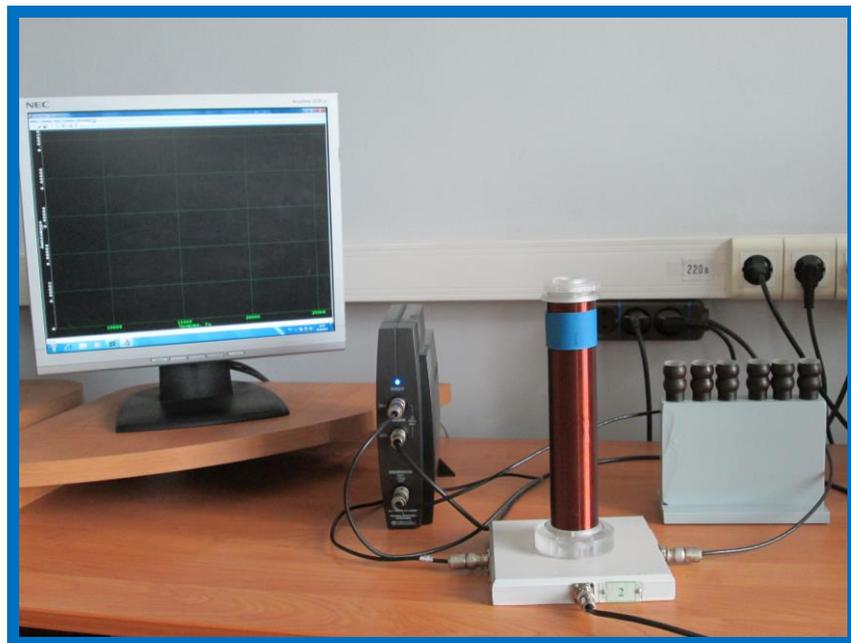
*Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова*

*Физический факультет
Кафедра общей физики*

*Лабораторный практикум по
общей физике*

Лабораторная работа № 3.3
**БЕСКОНТАКТНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ
МЕТАЛЛОВ**

Буханов В.М., Николадзе Г.М., Салецкий А.М., Харабадзе Д.Э.



МОСКВА - 2017

Используется метод дифференциального трансформатора; с помощью фазоизмерительного устройства определяется частотная зависимость фазового сдвига между переменным внешним магнитным полем и намагниченностью образца, помещенного в это поле. В результате обработки экспериментальных данных находится удельная проводимость различных металлов и сплавов.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Магнитные свойства вещества принято объяснять т.н. микротоками, циркулирующими в атомах и молекулах вещества, которые получили общее название молекулярных токов [1, 2]. Они обусловлены главным образом орбитальным и спиновым движением электронов.

Так как микроструктурные элементы веществ (электроны и нуклоны) являются элементарными носителями магнитного момента, то и любые их комбинации – атомные ядра и электронные оболочки, а также комбинации этих комбинаций, т. е. атомы, молекулы и макроскопические тела, тоже оказываются источниками магнетизма. Поэтому магнитные свойства присущи всем веществам, т. е. все они магнетики.

Если суммарный магнитный момент элементарных носителей атомов вещества полностью скомпенсирован; это – т.н. диамагнетики. Вещества, в атомах которых суммарный магнитный момент элементарных носителей не скомпенсирован; представляют парамагнетики (или ферромагнетики). Однако, в отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты парамагнитных атомов и молекул ориентированы хаотически и суммарный магнитный момент любого макроскопического объема вещества будет равен нулю.

Если парамагнитное вещество поместить во внешнее магнитное поле, магнитные моменты его молекул приобретут преимущественную ориента-

цию под действием поля. Вещество станет намагниченным, т.е. его суммарный магнитный момент будет отличным от нуля.

В диамагнетиках внешнее магнитное поле индуцирует элементарные круговые токи в молекулах (атомах), магнитное поле которых направлено противоположно внешнему полю.

Когда говорят, что среда в магнитном поле намагничивается, то подразумевают, что из-за молекулярных токов любой физически малый объем среды в магнитном поле приобретает магнитный момент. Следовательно, в создании магнитного поля в среде участвуют не только внешние источники, но и внутренние токи, циркулирующие в пределах атомов и молекул.

В однородных и изотропных неферромагнитных телах при не слишком сильных магнитных полях векторы **V**, **J** и **H** связаны друг с другом линейными соотношениями:

$$\mathbf{V} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad (1)$$

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}, \quad (2)$$

где

$$\mu = 1 + \chi, \quad (3)$$

V – вектор магнитной индукции (полевого вектор), используемый для обозначения результирующего (внешнего плюс внутреннего) магнитного поля; **H** – вектор магнитной напряженности (вспомогательный вектор, в диэлектриках **D**); **J** – вектор намагниченности вещества, равный магнитному моменту единицы объема тела; χ – магнитная восприимчивость вещества и μ – его магнитная проницаемость. В отличие от диэлектрической восприимчивости, магнитная восприимчивость может быть как положительной, так и отрицательной. Вещества с $\chi > 0$ – парамагнетики, вещества с $\chi < 0$ – диамагнетики.

В случае гармонической зависимости магнитного поля от времени, вектор **V** может быть представлен в комплексном виде ($\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 e^{-i\omega t}$). Векторы **H** и **J** также будут представлены комплексными величинами. Поэтому и коэффициент χ между ними (как и μ) также может быть записан в комплексной

форме: $\chi = \chi' + i\chi''$. У диамагнетиков и парамагнетиков магнитная проницаемость очень мало отличается от единицы, а напряженность магнитного поля в веществе H_i линейно связано с внешним полем H_e , поэтому намагниченность тела также линейно зависит от H_e

$$\mathbf{J} = \alpha \mathbf{H}_e. \quad (4)$$

Безразмерный коэффициент α , называемый магнитной поляризуемостью, также является комплексной величиной: $\alpha = \alpha' + i\alpha''$; это означает, что *намагниченность не совпадает с внешним полем по фазе*.

Магнитную поляризуемость для цилиндрического проводника радиуса r , помещенного в однородное переменное магнитное поле, параллельное оси цилиндра ($H_e = H_0 e^{-i\omega t}$) находят исходя из уравнений Максвелла:

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (6)$$

Здесь \mathbf{j} – ток проводимости, а $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ – ток смещения, которым можно пренебречь при относительно низких частотах (до 10 кГц), используемых в задаче, и высокой проводимости среды. В этом приближении уравнение (6) упрощается:

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}.$$

Ток проводимости \mathbf{j} связан с вихревым электрическим полем дифференциальным законом Ома

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (7)$$

Вихревое электрическое поле создается переменным магнитным полем, которое, в свою очередь, создается только вихревыми токами (токами Фуко), текущими по проводнику.

Из уравнений Максвелла можно получить волновые уравнения для векторов \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{B} и \mathbf{H} , в частности,

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}. \quad (8)$$

Это уравнение вместе с уравнением $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ и с учетом временной зависимости поля $H_e = H_0 e^{-i\omega t}$ при $\mu = 1$ в парамагнетиках и диамагнетиках составляет полную систему, достаточную для определения магнитного поля и магнитной поляризуемости α .

Точное решение приведено в книгах [3] (задача 3 к § 59) и [4] (задача 382), в частности для магнитной поляризуемости получено выражение:

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\pi r^2} = -\frac{1}{4\pi} \left[1 - \frac{2}{kr} \frac{J_1(kr)}{J_0(kr)} \right], \quad (9)$$

где r – радиус проводника, $k = \frac{1+i}{\delta}$, $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$ – толщина скин-слоя, $J_0(kr)$ и $J_1(kr)$ функции Бесселя нулевого и первого порядка.

В предельном случае низких частот ($\delta \gg r$) можно получить приближенные соотношения, раскладывая функции Бесселя в ряд по степеням kr :

$$\alpha' = -\frac{\mu_0^2 r^6 \sigma^2}{192} \omega^2, \quad \alpha'' = \frac{\mu_0 r^4 \sigma}{32} \omega, \quad (10)$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha''} = \frac{\mu_0 r^2 \sigma}{6} \omega = \frac{\pi \mu_0 r^2 \sigma}{3} f.$$

Таким образом, магнитный момент проводника в переменном магнитном поле обусловлен в основном, возникающими в нем вихревыми индукционными токами; он отличен от нуля даже при $\mu = 1$, когда статический момент обращается в нуль. Статический магнитный момент получается из $J(\omega)$ при $\omega \rightarrow 0$. Вещественная часть магнитной поляризуемости α' при $\omega \rightarrow 0$ также стремится к постоянному значению (равному нулю при $\mu = 1$). Возникновение вихревых токов сопровождается диссипацией энергии поля, выделяющейся в виде джоулева тепла. Диссипация энергии определяется мнимой частью магнитной поляризуемости α'' [3], причем $\alpha'' > 0$.

Полученное соотношение (10) может использоваться (см. далее) для бесконтактного определения проводимости (на достаточно малых частотах) в

тех случаях, когда вещественная часть магнитной поляризуемости $\alpha' < 0$, а $\mu = 1$.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

Бесконтактные методы измерения электропроводности во многих случаях имеют существенные преимущества перед контактными способами. В частности, они позволяют контролировать чистоту металлов по остаточному удельному сопротивлению.

Бесконтактные методы можно использовать для измерения электропроводности металлов, сплавов, полупроводников и электролитов, в том числе и в тех случаях, когда образец помещен в герметичную ампулу для изоляции исследуемого материала от окружающей среды.

В данной работе применяется метод дифференциального трансформатора. Датчиком служит дифференциальный трансформатор, состоящий из двух одинаковых катушек индуктивности (см. рис. 1). Образец 1 помещают внутрь одной из катушек трансформатора. Первичные обмотки катушек включены последовательно и по ним пропускается ток от генератора низкой частоты. Вторичные обмотки включены навстречу друг другу, поэтому в отсутствие образца напряжение на выходе дифференциального трансформатора должно быть равно нулю. При помещении образца 1 внутрь рабочей катушки в нем возникают вихревые токи, которые изменяют магнитное поле, и во вторичной обмотке появляется ЭДС. Возникающий в этом случае выходной сигнал пропорционален частоте, амплитуде магнитного поля и эффективной магнитной восприимчивости образца:

$$U_{\text{out}} \propto \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\chi H_0 e^{-i\omega t}) = -i\omega \chi_0 H_0 e^{-i\omega t} = \omega \chi_0 H_0 e^{-i(\omega t + \frac{\pi}{2} - \beta)}. \quad (11)$$

Здесь $\chi = \chi_0 e^{i\beta}$, где $\text{tg } \beta = \frac{\alpha''}{\alpha'}$, из соотношения (10). Иначе говоря, вы-

ходной сигнал оказывается сдвинут по фазе на величину $\varphi = (\pi/2 - \beta)$ отно-

сительно магнитного поля (тока в первичной катушке). Воспользовавшись тем, что $\operatorname{tg}(\pi/2 - \beta) = \operatorname{ctg} \beta$, получим

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{ctg} \beta = \frac{\alpha'}{\alpha''} = -\frac{\pi \mu_0 r^2 \sigma}{3} f. \quad (12)$$

Таким образом, построив график зависимости $\operatorname{tg} \varphi$ от частоты f , можно рассчитать проводимость σ по коэффициенту наклона линейного участка кривой.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка показана на рис. 1 (вид приборов и их расположение могут отличаться от показанного на рисунке). В ее состав вхо-

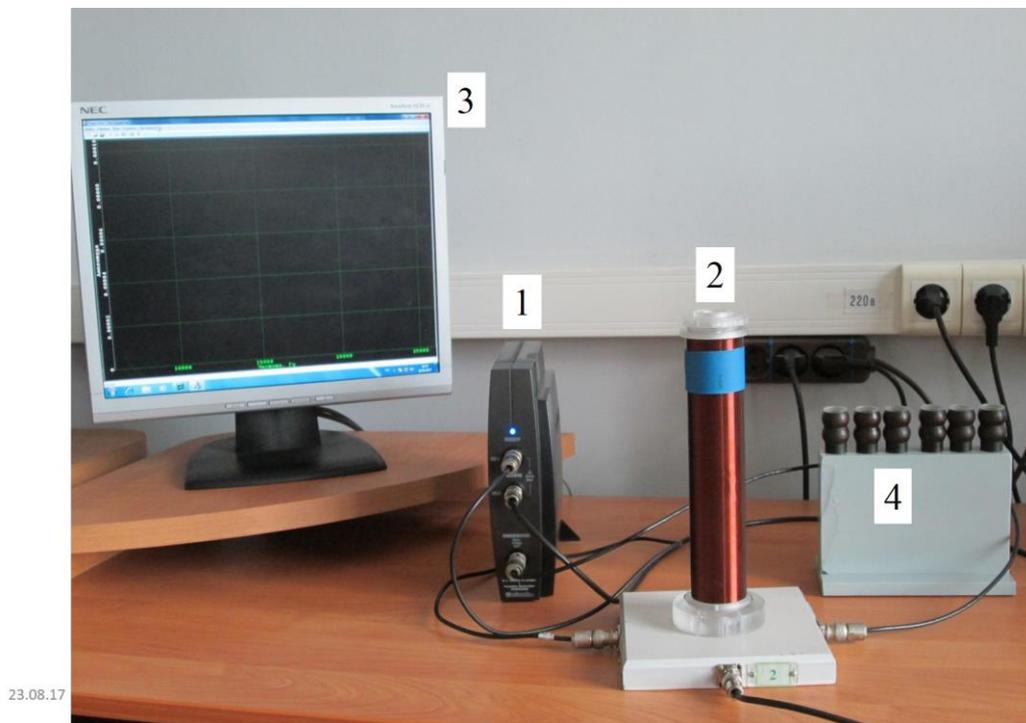


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки. Основные части: 1 – USB приставка PClab2000LT, 2–дифференциальный трансформатор с испытуемым образцом, 3 – компьютер, 4 – набор образцов.

дят: модуль PClab2000LT (1), дифференциальных трансформатор (2), компьютер (3) (на рис. 1 показан только монитор). Образцы (4) для определения электропроводности представляют собой стержни диаметром $d = 16$ мм и длиной $L = 110$ мм, изготовленные из меди, алюминия, титанового сплава, свинца, латуни и стали.

Модуль PClab2000LT представляет собой специальную USB приставку к компьютеру и позволяет генерировать электрические сигналы различной формы (гармонические, пилообразные и прямоугольные), период (основную частоту $f = \frac{1}{T}$) которых можно изменять в широких пределах от единиц герц до сотен килогерц.

В этой работе используются гармонические колебания, частоту которых можно плавно изменять с заданной скоростью (шагом) в определенных пределах. Это позволяет получить частотную зависимость сдвига фаз между током в первичной обмотке трансформатора (напряженностью магнитного поля) и выходным сигналом во вторичной обмотке с погруженным в нее испытуемым образцом.

Электрическая схема экспериментальной установки показана на рис. 2. Основные модули: *G* – генератор (входит в состав USB приставки), 1 – испытуемый образец, 2 – вторичная обмотка, в которую помещают образец, 3 – вторичная обмотка без образца, *R* – сопротивление, напряжение с которого поступает в канал Ch1; сигнал с вто-

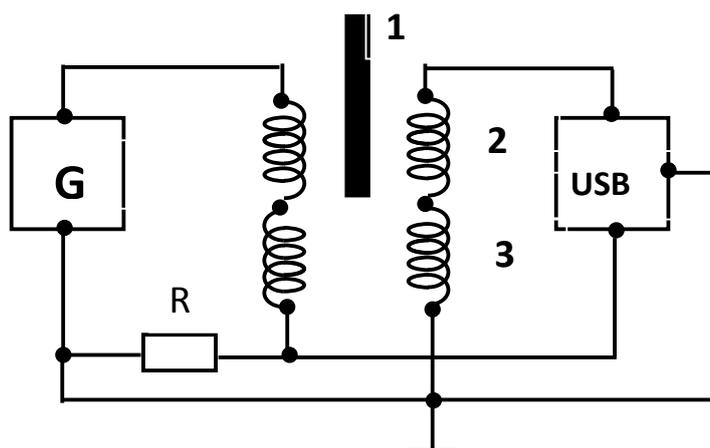


Рис. 2. Электрическая схема экспериментальной установки. Основные модули: USB приставка PClab2000LT, *G* – генераторная часть приставки, 1 –испытуемый образец, 2,3 – вторичные обмотки дифференциального трансформатора, включенные навстречу друг другу.

ричных обмоток поступает в канал Ch2. Сдвиг по фазе φ между этими двумя сигналами измеряется с помощью специальной программы в системе USB-приставка–компьютер. Зависимости φ и амплитуды вторичного сигнала от частоты генератора выводятся на экран дисплея компьютера.

ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерения

1. Рекомендуется начинать работу с трансформатором без образца.
2. Включить компьютер. После загрузки на экране появится *Рабочий стол*.

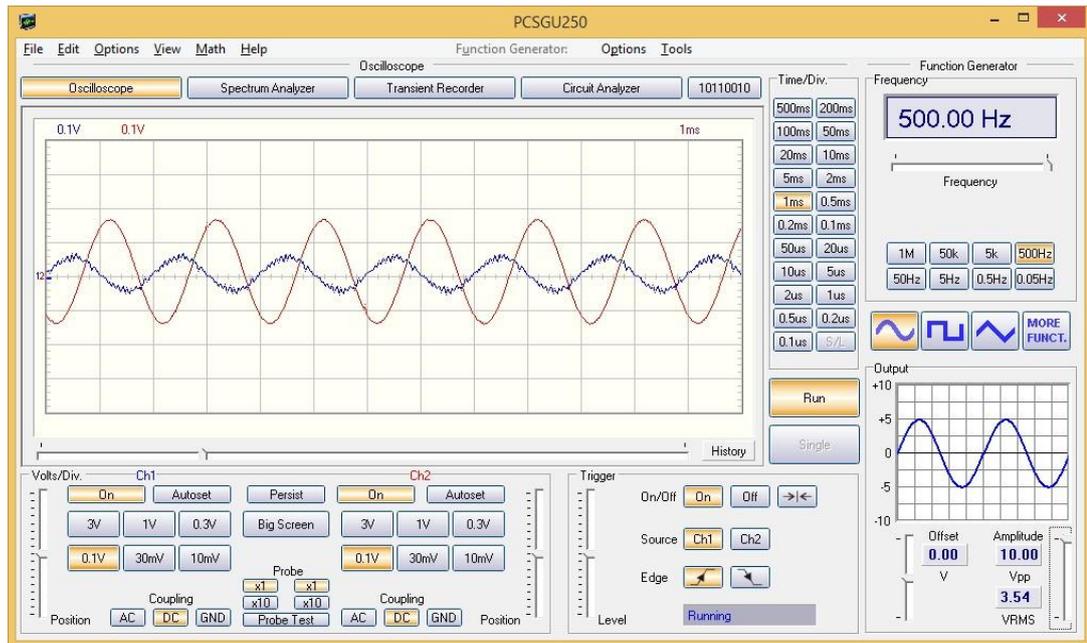


Рис. 3. «Лицевая панель» приставки PClab2000LT.

3. С помощью мыши переместить курсор на значок *PClab2000LT* и, дважды нажав левую клавишу мыши, запустить рабочую программу. На экране дисплея – появится окно программы *PClab2000LT* (рис. 3) в виде координатного поля двухлучевого осциллографа с отсчетом напряжения (в вольтах) по вертикали и длительности (в секундах) по горизонтали и кнопки управления генераторной и осциллографической частью системы.

4. Далее нажимается с помощью мыши картинка гармонического сигнала и кнопки *Run* и *On* (на рис. 3 показан результат вызова сигнала). В нижнем правом углу следует установить амплитуду 10 В. В каналах *Ch1* и *Ch2* установить чувствительность 0.1 В.

5. В строке выше экранного поля нажать *Circuit Analyzer*, после чего появляется поле *Bode Plotter* (Рис. 4), в меню которого следует нажать команду *View* и *Phase plot*.

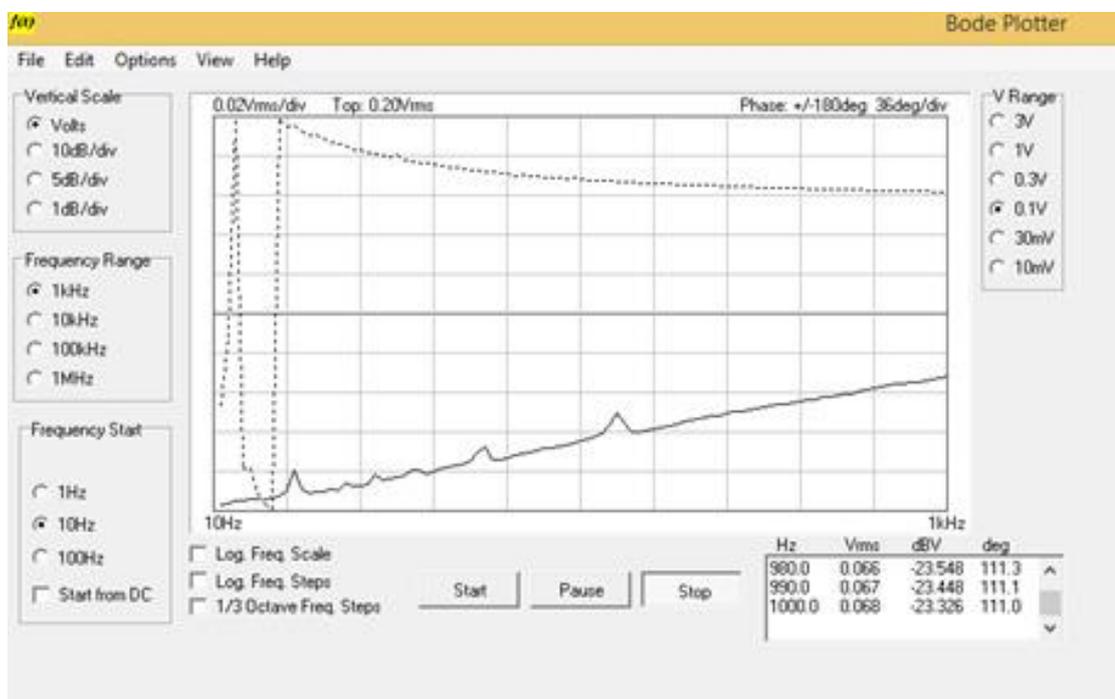


Рис. 4. Частотные зависимости разности фаз напряжения во вторичной обмотке дифференциального трансформатора и магнитного поля в первичной обмотке (верхняя точечная кривая) и амплитуды напряжения (нижняя кривая) во вторичной обмотке.

6. Удалить галочки из окошек с вызовом логарифмического масштаба изменения частоты и шага (ниже левого края экрана).

7. В левом столбце установить, (Volts, 1 kHz и 10 Hz) (как показано на рис. 4), после чего кнопкой *Start* запустить процесс сканирования частоты и построения зависимостей сдвига по фазе и амплитуды сигнала во вторичной обмотке от частоты (зависимость амплитуды не используется в задаче). Графическая информация может быть использована для исключения тех точек, которые явно выпадают из плавного хода фазовой зависимости. Вся рабочая информация отражена в таблице, расположенной в правом нижнем углу.

8. Для трансформатора без образца амплитуда оказывается практически нулевой, а сдвиг по фазе около 90° во всем диапазоне частот, что указывает на правильную работу прибора (объясните – почему?). Таблицу следует со-

хранить отдельным файлом на *Рабочем столе*, присвоив ему имя *Empty* (и скопировать, например, на флешку, если планируется обработка результатов дома). Файл появится в виде зеленой иконки на *Рабочем столе*. Нажатием на нее открывают табличные данные в программе *Libre Office*.

9. В указанном режиме следует повторить измерения для медного, алюминийного и латунного образцов (*материалы с высокой проводимостью*) и сохранить соответствующие файлы под именами Cu, Al и Brass.

10. Для образцов из титанового сплава, стали и свинца (*материалы с относительно низкой проводимостью*) следует (см. п. 7) в левом столбце установить 10 kHz и 100 Hz, восстановить галочки логарифмического масштаба, после чего нажать кнопку *Start*. Полученные файлы сохранить под именами Ti, Pb и Fe.

В итоге на Рабочем столе (или флешке) будут сохранены семь таблиц, шесть из которых нужно обработать для получения искоемых значений электропроводностей исследуемых материалов.

Обработка результатов

1. Нахождение удельных электропроводностей материала образцов.

1. Первая таблица (для «пустого» трансформатора) нужна лишь для того, чтобы убедиться в нормальной работе трансформатора (почти нулевая амплитуда сигнала во вторичной обмотке и фазовый сдвиг около 90°).

Для остальных таблиц, полученных в результате эксперимента с шестью разными образцами, осуществляется одна и та же процедура: вычисляются тангенсы углов сдвига фаз φ из соответствующей таблицы, строятся графики зависимости $\operatorname{tg}\varphi$ от частоты, определяется тангенс угла наклона линейной части зависимости и рассчитывается значение электропроводности. При желании и возможности студенты могут выбрать свой способ реализации указанной процедуры в зависимости от умений и наличия вспомогательных программ, записав предварительно результаты на флешку и удалив свои файлы с *Рабочего стола*.

2. Приведем «ручной» вариант обработки в лаборатории с использованием тех программ, что имеются на *Рабочем столе* (Libre Office, калькулятор, МНК).

Открыть первый файл (например для меди), кликнув левой кнопкой мыши на соответствующий файл. После открытия промежуточной таблицы и повторения вызова открывается основная таблица, в первом столбце которой - частоты, в четвертом – сдвиг фаз в градусах. Второй и третий столбцы не нужны и могут быть удалены.

Значения углов, представленные в форме десятичных дробей с десятичной точкой, следует перевести в форму с запятой: для этого следует пометить столбец φ ; далее нажать *Правка* → *Найти и заменить*: . → , .

Для нахождения тангенса угла φ в пятом пустом столбце напротив первого значения угла делают запись $E2=tan(D2/57)$ → *Enter*. Вместо записи появляется значение тангенса соответствующего угла. Поместить курсор в угол ячейки с тангенсом и при нажатой правой кнопке мыши потянуть вниз вдоль столбца до конца; весь столбец будет заполнен значениями тангенсов всех углов φ таблицы.

4. Строится зависимость $tg(\varphi) = F(f)$ (например, с использованием МНК) определяется тангенс угла наклона A графика зависимости для соответствующего материала (например меди). Из всего массива данных выбирается несколько значений частоты (например, 200, 300, 400, ..., 1000 Гц). Если среди выбранных точек оказываются и те, что резко отклоняются от ожидаемой зависимости, то их следует удалить, а затем повторить построение с оставшимися точками.

Подобным образом находят значения тангенса угла соответствующих графиков наклона для всех шести образцов.

5. Для расчета электропроводностей используется сравнительный метод. В качестве эталонного образца выбирается медь ($\sigma_{Cu} = 60$ МСм). Тогда, в соответствии с соотношением (12) для материала образца i ($i = Al$, латунь, Ti , Pb и Fe) можно записать:

$$\sigma_i = \sigma_{Cu} \frac{A_i}{A_{Cu}},$$

где A_i – тангенс угла наклона зависимости $\text{tg}(\varphi) = F(f)$ для материала образца (i), A_{Cu} – тангенс угла наклона $\text{tg}(\varphi) = F(f)$ для Cu.

6. Можно использовать машинный способ обработки таблиц данных (вместо ручного) по выше предложенной программе при наличии соответствующих умений. В этом случае будет использован весь массив данных вместо нескольких выбранных частот в ручной обработке.

7. Представить отчет в форме таблицы значений σ для всех образцов и графики зависимости $\text{tg}\varphi = F(f)$.

2. Оценка глубины проникновения (скин-слоя) переменного электромагнитного поля в проводник.

Скин-эффект существует не только в том случае, когда к концам проводника приложена переменная разность потенциалов и по нему протекает переменный ток, но и когда проводник находится во внешнем переменном электромагнитном поле, созданном любым способом.

В случае сильного скин-эффекта, когда глубина скин-слоя $\delta \ll h$, где h – характерный линейный размер проводника, выведено соотношение [1, 2]:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \mu_0 \sigma}},$$

где $\mu = 1$ для немагнитных проводников.

В данной работе при низких частотах f (порядка сотен Гц) реализуется слабый скин-эффект, для которого, строго говоря, указанная формула неприменима. Ее можно использовать лишь для оценки порядка величины δ при использованных частотах и для сравнения величин δ в проводниках с различной электропроводностью.

Отчет состоит в расчете δ для всех образцов, используя ранее найденные значения σ , и в построении графиков зависимостей δ от f для всех материалов на одном графике.

После завершения работы с данными (после перенесения всех данных на флешку или окончания обработки результатов – получении искомых значений σ и δ) следует удалить свои файлы с Рабочего стола.

Основные итоги работы

В результате выполнения лабораторной работы должны быть определены удельные электропроводности различных металлов, определена оценка глубины проникновения (скин-слоя) переменного поля в проводнике.

Контрольные вопросы

1. Что такое магнитная восприимчивость?
2. Что такое магнитная проницаемость?
3. Что такое магнитная поляризуемость?
4. Что такое вектор магнитной поляризации?
5. Как магнитная поляризация связана с магнитной проницаемостью, восприимчивостью и поляризуемостью?
6. Типы магнетиков и их магнитная восприимчивость.
7. Объясните суть метода дифференциального трансформатора для измерения удельной электропроводности проводников.
8. Как удельная электропроводность проводников связана с глубиной проникновения переменного электромагнитного поля в проводник?

Литература

1. Сивухин Д.В. Электричество. Т. III, М.: Физматлит, 2004.
2. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 2005.
3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Электродинамика сплошных сред, М.: Физматлит, 2001.
4. Батыгин В.В., Топтыгин И.Н., Сборник задач по электродинамике, М.: НИЦ «Регул. и хаот. динамика», 2002