

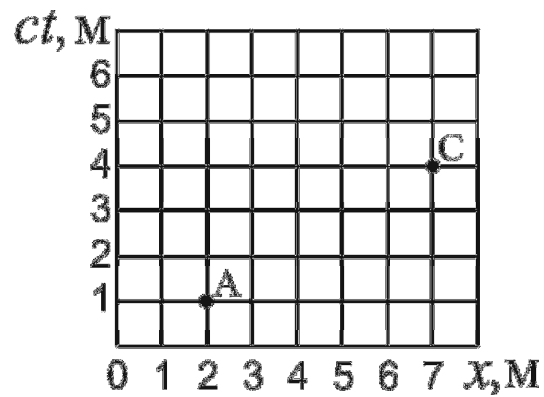


*Курс общей физики*

**Механика**

Л.Г.Деденко, А.И.Слепков

**Задачи по релятивистской механике**



**Москва – 2011**

## Задачи

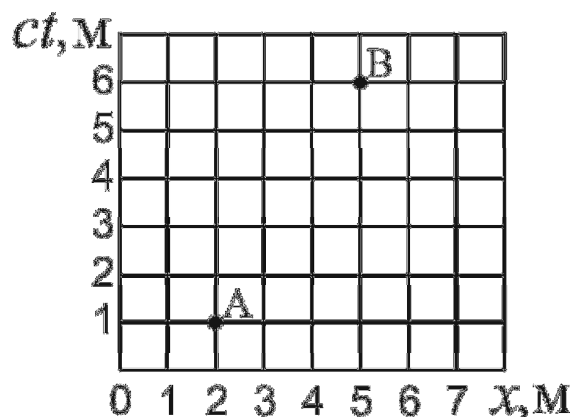
1. В 79 году произошло знаменитое извержение Везувия, а в 1054 г. на небе наблюдали сверхновую звезду, расстояние до которой равно  $R=3588$  световых лет. Найдите скорость  $V$  системы отсчета, в которой это извержение Везувия и взрыв сверхновой произошли одновременно.

2. В 472 г. произошло очередное сильное извержение Везувия, а в 1572 г. Тихо Браге наблюдал на небе сверхновую, расстояние до которой равно  $R = 1174$  световых лет. Найдите скорость  $V$  системы отсчета в которой это извержение Везувия произошло на 1000 лет позже момента взрыва сверхновой звезды

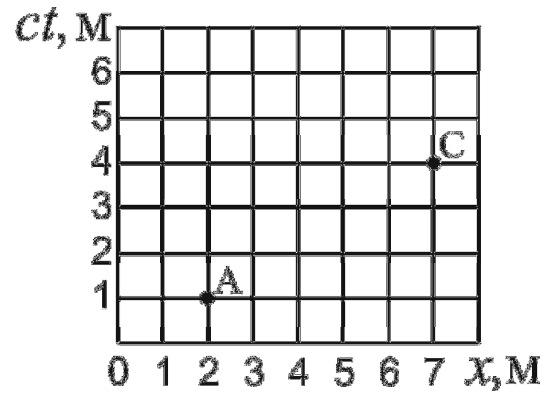
3. В 685 году произошло очередное сильное извержение Везувия, а в 1604 году Кеплер наблюдал на небе сверхновую звезду, расстояние до которой равно  $R = 3262$  световых года. Найдите скорость  $V$  системы отсчета, в которой это извержение Везувия произошло на 1000 лет раньше момента взрыва сверхновой звезды.

4. Нестабильная частица родилась и распалась в одной и той же точке. Время жизни частицы равно  $\tau = 1$  мкс. Найдите скорость  $V$  системы отсчета, в которой расстояние между точками рождения и распада равно  $l = 3$  км.

5. На диаграмме пространство – время Минковского показаны координаты событий А и В. Найдите промежуток времени  $\Delta t'$  между этими событиями в системе отсчета, в которой оба эти события произошли в одной точке.



6. На диаграмме пространство – время Минковского показаны координаты событий А и С. Найти расстояние  $\Delta x'$  между точками, в которых произошли события, в той системе отсчета, где они произошли одновременно.



7. Нейтрон родился в атмосфере Земли, полетел в некотором направлении в космическое пространство и через некоторое время распался. Кинетическая энергия нейтрона равна  $T=2$  ГэВ ( энергия покоя  $mc^2 = 0.94$  ГэВ). Найдите скорость системы  $V$  отсчета, в которой нейтрон родился и распался в одной и той же точке.

8. Навигационный спутник вращается вокруг Земли по орбите, высота которой равна  $h=1.9 \cdot 10^4$  км. На какое время  $\Delta t$  атомные часы на этом спутнике отстанут из-за лоренцевского замедления темпа хода движущихся часов от аналогичных часов на Земле за одни сутки?

9. Нестабильная частица родилась в атмосфере на высоте  $h=10$  км и распалась вблизи поверхности Земли. Полная энергия частицы равна  $E=300$  ГэВ (энергия покоя  $mc^2 = 0.14$  ГэВ), а ее скорость направлена под углом  $60^\circ$  к вертикали. Найдите отношение собственного времени  $\Delta t'$  жизни этой частицы к ее среднему времени жизни  $\tau=2.6 \cdot 10^{-8}$  с

10. Нейтроны с энергией  $E$  рождаются в гипотетическом источнике в центре Галактики и некоторая их часть летит по направлению к Земле, а половина из этой части долетает до Земли. Расстояние от Земли до центра Галактики равно  $2.6 \cdot 10^4$  световых лет. Среднее время жизни нейтрона  $\tau=887$  с, а энергия покоя  $mc^2 = 0.94$  ГэВ. Найдите энергию  $E$  этих нейтронов.

11. По прямой в одном и том же направлении летят две частицы с одинаковыми скоростями  $V = 0.999 \cdot c$ . В лабораторной системе отсчета до неподвижной мишени сначала долетает первая частица, а через промежуток времени  $\Delta t = 100$  нс по лабораторным часам – вторая. Найдите время  $\Delta t'$  запаздывания второй частицы относительно первой в системе отсчета, связанной с частицами.

12. Два космических корабля летят к Земле по прямой с одинаковыми скоростями друг за другом. Второй корабль приблизился к Земле спустя два месяца после первого по лабораторным часам на Земле. Время  $\Delta t'$  запаздывания второго корабля относительно первого в системе отсчета, связанной с кораблями равно 4 месяцам. Найдите скорость  $V$  космических кораблей.

13. На ускорителе из большого числа одинаковых нестабильных частиц формируются два одинаковых сгустка, которые летят по прямой друг за другом с одинаковой скоростью  $V = 0.99 \cdot c$ . В системе отсчета, связанной со сгустками средние числа частиц в сгустках одинаковы в любой момент времени. Среднее собственное время жизни каждой частицы в сгустках равно  $\tau = 2.6 \cdot 10^{-8}$  с. Когда первый сгусток попал в неподвижную мишень, в нем было  $N_1 = 10^8$  частиц. Через промежуток времени  $\Delta t = 10$  нс по лабораторным часам в мишень попал второй сгусток. Найдите число частиц  $N_2$  во втором сгустке в этот момент времени.

14. Сгусток из большого числа  $N = 10^6$  нестабильных частиц (мюонов) формируется у начала трубы длины  $L = 2000$  м и летит вдоль этой трубы. Полная энергия каждой частицы равна  $E = 10$  ГэВ (энергия покоя  $mc^2 = 0.106$  ГэВ, среднее время жизни  $\tau = 2.2 \cdot 10^{-6}$  с). Найдите среднее число  $\Delta N$  распавшихся частиц за время движения сгустка по трубе.

15. Сгусток из  $N=10^6$  нестабильных частиц (мюонов) летит в некотором направлении в лабораторной системе. Полная энергия каждого мюона равна  $E=50$  ГэВ (энергия покоя  $mc^2=0.106$  ГэВ, среднее время жизни  $\tau=2.2 \cdot 10^{-6}$  с). Какое расстояние  $l$  пролетит сгусток к моменту времени, когда в нем останется  $N_1=10^5$  частиц?

16. Сгусток из  $N=10^7$  нестабильных частиц (пи-мезонов) летит вдоль трубы длины  $L$ . Полная энергия каждого мезона равна 14 ГэВ (энергия покоя  $mc^2=0.14$  ГэВ, среднее время жизни  $\tau=2.6 \cdot 10^{-8}$  с). За время движения сгустка по трубе распалось  $\Delta N=10^6$  частиц. Найдите длину  $L$  этой трубы.

17. Сгусток из большого числа нестабильных частиц (пи-мезонов) летит вдоль трубы длины  $L$ . Полная энергия каждой частицы равна  $E=140$  ГэВ (энергия покоя  $mc^2=0.14$  ГэВ, среднее время жизни  $\tau=2.6 \cdot 10^{-8}$  с). За время движения по трубе распалось 1% частиц. Относительно этого сгустка движется труба. Найдите длину  $L_{\text{дв}}$  этой движущейся относительно сгустка трубы.

18. Две частицы летят навстречу друг другу со скоростями, которым соответствуют лоренцевские факторы  $\gamma_1=10^3$  и  $\gamma_2=10^5$ . Найдите величину лоренцевского фактора  $\gamma$  одной из частиц в системе покоя другой.

19. На ускорителе (большом адронном коллайдере) сталкиваются два протона, летящие навстречу друг другу. Полная энергия каждого протона равна  $E_0=7 \cdot 10^3$  ГэВ (энергия покоя  $mc^2=0.94$  ГэВ). Найдите энергию  $E$  одного из протонов в системе покоя другого.

20. Частица летит в направлении оси  $OX$  лабораторной системы отсчета со скоростью  $V=0.9999 \cdot c$ . В системе отсчета, связанной с этой частицей ось  $O'X'$  параллельна оси  $OX$ . В этой системе отсчета вдоль оси  $O'Y'$  по

направлению к частице летит фотон. Под каким углом  $\alpha$  относительно оси ОХ лабораторной системы отсчета летит этот фотон?

21. Нестабильная частица (нейтральный пи-мезон) летит в направлении оси ОХ лабораторной системы отсчета и распадается на два гамма-кванта. В системе отсчета, связанной с этой частицей ось  $O'X'$  параллельна оси ОХ. В этой системе один из гамма-квантов летит в направлении оси  $O'Y'$ , а другой - в противоположном. Полная энергия частицы равна  $E=135$  ГэВ (энергия покоя  $mc^2 = 0.135$  ГэВ). Найдите угол  $\alpha$  между направлениями разлета этих гамма-квантов в лабораторной системе отсчета.

22. Два ядра свинца летят навстречу друг другу с одинаковыми скоростями и сталкиваются. При столкновении рождаются тысячи разных частиц, которые разлетаются изотропно в системе центра масс. Полная энергия каждого ядра в лабораторной системе отсчета равна  $E = 2.87 \cdot 10^5$  ГэВ (энергия покоя  $mc^2 = 195$  ГэВ). Скорости разлета частиц в системе центра масс приближенно равны  $V = 0.9999 \cdot c$ . Найдите угол  $\alpha$  раствора конуса, в котором летит 99% всех частиц в системе отсчета, связанной с одним из ядер.

23. Нестабильные частицы (нейтральные пи-мезоны) летят со скоростью  $V = 0.9999 \cdot c$  в направлении оси ОХ лабораторной системы отсчета и распадаются на два гамма-кванта. В системе отсчета, связанной с каждой частицей, направление разлета гамма-квантов противоположны и распределены равномерно по всем углам. Найдите угол  $\alpha$  раствора конуса, в котором летит 75% всех гамма-квантов в лабораторной системе отсчета.

24. В ускорителе (большом адронном коллайдере) протоны из-за воздействия магнитного поля движутся по окружности радиуса  $R = 4.3$  км. Индукция магнитного поля равна  $B=5.43$  Тл и ее вектор направлен перпендикулярно к

плоскости траектории. Найдите полную энергию  $E$  протона. Энергия покоя протона  $mc^2 = 0.94$  ГэВ, заряд  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

25. В космическом пространстве протон движется по окружности в плоскости перпендикулярной линиям индукции магнитного поля, которая равна  $B = 2 \cdot 10^{-10}$  Тл. Полная энергия протона равна  $E = 10^7$  ГэВ. Найдите радиус  $R$  этой окружности. Энергия покоя протона  $mc^2 = 0.94$  ГэВ, заряд  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

26. Электрон начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением в сопутствующей системе отсчета и через некоторое время  $t$  достигает скорости  $V = 0.9999 \cdot c$ . Если бы электрон двигался с постоянным ускорением, той же величины в соответствии с законами кинематики Ньютона, той же скорости он достиг бы он достиг бы за время  $t_H$ . Найдите отношение  $t/t_H$  этих времен.

27. В ускорителе электрон (энергия покоя  $mc^2 = 0,511$  МэВ) начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением в сопутствующей системе отсчета и достигает энергии  $E = 511$  ГэВ. Длина этого ускорителя равна  $l$ . Если бы электрон двигался с постоянным ускорением той же величины в соответствии с законами кинематики Ньютона, то той же энергии  $E$  он достиг бы в ускорителе длины  $l_H$ . Во сколько раз длина релятивистского ускорителя  $l$  превышает длину  $l_H$  ускорителя, основанного на законах Ньютона?

28. Электрон (энергия покоя  $mc^2 = 0,511$  МэВ) начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением в сопутствующей системе отсчета и достигает энергии  $E = 511$  ГэВ за время  $t = 10^{-4}$  с в лабораторной системе отсчета. Найдите собственное время  $t'$ , за которое электрон достигает этой энергии  $E$ .

29. Первую половину пути длины  $L = 8$  световых лет до некоторой планеты ракета движется с постоянным ускорением  $a = g$  в сопутствующей системе

отсчета, а вторую половину - с постоянным ускорением  $a=-g$  найдите собственное время  $t'$ , за которое ракета долетит до планеты.

30. Протон с полной энергией  $E = 9.4 \cdot 10^3$  (энергия покоя  $mc^2 = 0.94$  ГэВ) и огромное плазменное облако движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Из-за воздействия магнитного поля протон абсолютно упруго отражается от облака. Найдите полную энергию  $E_0$  этого отраженного протона в лабораторной системе отсчета.

31. Две частицы летели одна за другой по прямой с одинаковой скоростью  $V = 0.6 \cdot c$  в лабораторной системе отсчета и попали в неподвижную мишень с интервалом времени  $\Delta t = 50$  нс. Найдите расстояние  $l'$  между частицами в системе отсчета, в которой они покоились столкновения с мишенью.

32. Две частицы летят по прямой в одном направлении с одинаковыми скоростями скоростью  $V = 0.99 \cdot c$  в лабораторной системе отсчета. Расстояние между ними в этой системе отсчета  $l = 120$  м. В системе отсчета, связанной с частицами, эти частицы распались одновременно. Найдите промежуток времени  $\Delta t$  между моментами распада частиц в лабораторной системе координат.

33. Частица, полная энергия которой равна  $E$ , движется со скоростью  $V=c$ . Найдите массу  $m$  этой частицы.

34. Частица, полная энергия которой равна  $E=9.9$  ГэВ движется со скоростью  $V = 0.9999 \cdot c$ . Найдите энергию покоя  $mc^2$  этой частицы.

35. Два протона летят навстречу друг другу. Полная энергия каждого протона в лабораторной системе отсчета равна  $E = 7 \cdot 10^3$  ГэВ. Найдите энергию покоя  $Mc^2$  этой системы протонов.

36. Ядро гелия  ${}^4_2\text{He}$  состоит из двух протонов и двух нейтронов. Атомная масса гелия равна  $m=4.002602$  а.е.м (1 а.е.м.=931.494 МэВ). Энергии покоя



протона , нейтрона и электрона равны соответственно  $m_p c^2 = 938,272 \text{ МэВ}$ ,  $m_n c^2 = 939,565 \text{ МэВ}$ ,  $m_e c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$ . Найдите удельную энергию  $\mathcal{E}$  связи этого ядра.

37. Солнечная постоянная (плотность потока энергии, излучаемая Солнцем) равна  $I = 1.36 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$ . Расстояние от Солнца до Земли равно  $R = 1.5 \cdot 10^8$  км. Найдите массу  $m$  вещества Солнца, которая превращается в энергию за одну секунду.

38. Две частицы летят навстречу друг другу со скоростями  $V_1 = 0.5 \cdot c$  и  $V_2 = 0.75 \cdot c$  в лабораторной системе отсчета. Найдите скорость  $V_{отн}$  одной частицы относительно другой.

39. Первая частица летит со скоростью  $V_{1x}$  в направлении оси  $OX$ , а вторая - со скоростью  $V_{2y}$  вдоль оси  $OY$  в лабораторной системе отсчета. Найдите скорость  $V_{отн}$  одной частицы относительно другой.

40. Частица летит со скоростью  $V_0$  под углом  $\theta$  к оси  $OX$  лабораторной системы отсчета. Под каким углом  $\theta'$  к оси  $O'X'$ , параллельной оси  $OX$  летит эта частица в системе отсчета, которая движется со скоростью  $V$  относительно лабораторной системы отсчета в положительном направлении оси  $OX$ .

41. Нестабильная частица (нейтральный пи-мезон) летит вдоль некоторой оси в лабораторной системе отсчета и распадается на два фотона. В системе отсчета, связанной с частицей, эти фотоны летят в противоположных направлениях параллельно той же оси. Под каким углом  $\alpha$  разлетаются фотоны в лабораторной системе отсчета?

42. Линейный размер галактики в лабораторной системе составляет величину  $L = 10^5$  световых лет. Частица летит со скоростью, которая отличается от

скорости света на  $\delta = 10^{-20}$  её величины. Каков размер галактики  $L'$  в системе отсчета, связанной с этой частицей?

43. Протон и электрон образуют атом водорода. Найдите энергию  $\mathcal{E}$ , которая выделяется в этой реакции.

Ответы.

$$1. V = c \cdot (c\Delta t / \Delta x) = -2.2 \cdot 10^8 \text{ м/с, где } \Delta t = t_1 - (t_2 - R/c); \Delta x = -R.$$

$$2. V = c(\beta_0 + a\sqrt{(1+a^2) - \beta_0^2}) / (1+a^2) = 1.8 \cdot 10^8 \text{ м/с, где } \beta_0 = c\Delta t / \Delta x;$$

$$a = c\Delta t' / \Delta x; \Delta t = t_1 - (t_2 - R/c); \Delta t' = t_1' - t_2'; \Delta x = -R.$$

$$3. V = c(\beta_0 + a\sqrt{(1+a^2) - \beta_0^2}) / (1+a^2) = -2.6 \cdot 10^8 \text{ м/с, где } \beta_0 = c\Delta t / \Delta x;$$

$$a = c\Delta t' / \Delta x; \Delta t = t_1 - (t_2 - R/c); \Delta t' = t_1' - t_2'; \Delta x = -R.$$

$$4. V = c / \sqrt{c^2\Delta t^2 / l^2 + 1} = 2.98 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

$$5. \Delta t' = \sqrt{c^2\Delta t^2 - \Delta x^2} / c = 13.3 \text{ нс}$$

$$6. \Delta x' = \sqrt{-(c^2\Delta t^2 - \Delta x^2)} = 4 \text{ м}$$

$$7. V = c\sqrt{1 - (mc^2 / (T + mc^2))^2} = 2.84 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

$$8. \Delta t = 0.5 \cdot t(g_0 R_0 / c^2)(R_0 / (R_0 + h)) = 7.7 \text{ мкс, где } t \text{ — длительность суток, } g_0 \text{ и } R_0 \text{ — ускорение свободного падения и радиус Земли.}$$

$$9. \Delta t' / \tau = h / c\tau(mc^2 / E) / \cos 60^\circ = 1.2$$

$$10. E = mc^2 / c\tau / \ln 2 = 1.25 \cdot 10^9 \text{ ГэВ}$$

$$11. \Delta t' = \Delta t / \sqrt{1 - (v/c)^2} = 7.07 \text{ мкс}$$

$$12. V = \sqrt{3} \cdot c / 2$$

$$13. N_2 = N_1 \cdot \exp\left(-(\Delta t / \tau) / \sqrt{1 - (v/c)^2}\right) = 6.5 \cdot 10^6$$

$$14. \Delta N = N_1 - \exp\left(-(L / c\tau) / \sqrt{(E / mc^2) - 1}\right) = 3.16 \cdot 10^4$$

$$15. l = (c\tau) \cdot \sqrt{(E / mc^2)^2 - 1} \cdot \ln(N / N_1) = 7.16 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$16. L = (c\tau) \cdot \sqrt{(E / mc^2)^2 - 1} \cdot \ln(N / (N - \Delta N)) = 82.2 \text{ м}$$

$$17. L_{\delta\theta} = (c\tau) \cdot \sqrt{1 - (mc^2 / E)^2} \cdot \ln(N_0 / N) = 7.8,$$

$$\text{где } N = 0.99 \cdot N_0$$

$$18. \gamma = \gamma_1\gamma_2 + \sqrt{(\gamma_1^2 - 1) \cdot (\gamma_2^2 - 1)} = 2 \cdot 10^8$$

$$19. E = mc^2 \left( (E / mc^2)^2 - 1 \right) = 1.04 \cdot 10^8 \text{ ГэВ}$$

$$20. \alpha \approx \sqrt{1 - (V/c)^2} / (V/c) = 1.41 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 0.81^\circ$$

21.  $\alpha = 2 \cdot \sqrt{(E/mc^2)^2 - 1} = 2 \cdot 10^{-4}$  рад
22.  $\alpha \approx (V/c) \cdot \sin \theta_0 / \left( \sqrt{(E/mc^2)^2 - 1} - (V/c) \cdot (E/mc^2) \cdot \cos \theta_0 \right) = 6.7 \cdot 10^{-3}$ ,  
где  $\theta_0$  определяется из условия  $2\pi(1 + \cos \theta_0)/(4\pi) = 0.99$
23.  $\alpha \approx \sqrt{1 - (V/c)^2} \sin \theta_0 / ((V/c) - \cos \theta_0) = 2.45 \cdot 10^{-2}$  рад  
где  $\theta_0$  определяется из условия  $2\pi(1 + \cos \theta_0)/(4\pi) = 0.75$
24.  $E = e \cdot c \cdot B \cdot R = 7.0 \cdot 10^3$  ГэВ
25.  $R = E/(ecB) = 1.7 \cdot 10^{17}$
26.  $t/t_H = 1/\sqrt{1 - (V/c)^2} = 70.7$
27.  $l/l_H = 2(E/mc^2)^2 / (E/mc^2 + 1) = 2 \cdot 10^3$
28.  $t' = \left( t / \sqrt{(E/mc^2)^2 - 1} \right) \cdot \ln(2\sqrt{(E/mc^2)^2 - 1}) \approx 2 \cdot 10^3$
29.  $t' = 2(c/g) \ln \left( 0.5L(g/c^2) + 1 + \sqrt{(0.5Lg/c^2 + 1)^2 - 1} \right) \approx 4.44$  года
30.  $E_0 = mc^2 \cdot (4(E/mc^2)^3 - 3(E/mc^2)) = 3.76 \cdot 10^{12}$  ГэВ
31.  $l' = V \cdot \Delta t / \sqrt{1 - (V/c)^2} = 11.25$
32.  $\Delta t = (l/V)(V/c)^2 \cdot / (1 - (V/c)^2) = 19.9$  мкс
33.  $m = \sqrt{E^2 - (V \cdot E/c^2)^2} \cdot c^2 / c^2 = 0$
34.  $mc^2 = E \cdot \sqrt{1 - (V/c)^2} = 0.14$  ГэВ
35.  $Mc^2 = \sqrt{(E + E)^2 - (p - p)^2} c^2 = 1.4 \cdot 10^4$  ГэВ
36.  $\mathcal{E} = (2(m_p + m_H) - (m - 2m_e))c^2 / 4 = 7.07$  МэВ
37.  $m = 4\pi R^2 I \Delta t / c^2 = 4.3 \cdot 10^9$  кг
38. Скорость 1-й относительно второй  $V_{omn} = (V_1 + V_2) / (1 + V_1 V_2 / c^2) = 0.91 \cdot c$
39. Скорость 2-й относительно первой  $V_{omn} = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{2y}^2} / (1 - (V_{1x}/c)^2)$
40.  $\theta' = \arctg \left( \frac{V_0 \sin \theta \sqrt{1 - (V/c)^2}}{V_0 \cos \theta - V} \right)$
41.  $\alpha = \pi$
42.  $L' = L / \sqrt{1 - (1 - \delta)^2} = 1.33 \cdot 10^8$  км
43.  $\mathcal{E} = 13.6$  эВ