

6.1. Однородный цилиндр массы  $M$  и радиуса  $R$  может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси. На цилиндр намотана нить, к концу которой прикреплен груз массы  $m$ . Найти зависимость кинетической энергии всей системы от времени  $t$ , если движение началось в момент времени  $t = 0$ .

6.2. Однородный диск массы  $m$  и радиуса  $R$  раскрутили вокруг его оси до угловой скорости  $\omega$  и осторожно положили плашмя на стол. Коэффициент трения диска о стол  $\mu$ . Сколько оборотов  $N$  сделает диск до полной остановки?

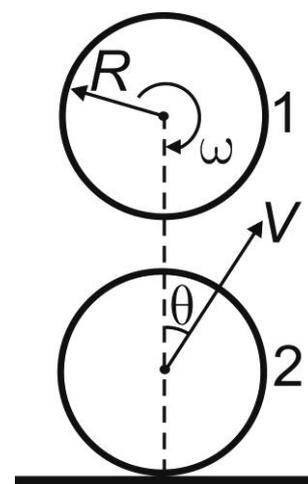
6.3. Гладкий тонкий однородный стержень АВ массы  $M$  и длины  $L$  в горизонтальной плоскости свободно вращается с угловой скоростью  $\omega_0$  вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через начало А стержня. Небольшая муфточка массы  $m$ , расположенная в точке А стержня, начинает скользить вдоль стержня по направлению к его концу В. Какую скорость  $V$  относительно стержня приобретет муфточка в момент достижения конца В?

6.4. Однородная тонкая квадратная пластинка со стороной  $L$  и массой  $M$  может свободно вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси, совмещенной с одной из её сторон. В центр покоящейся пластинки по нормали к ней упруго ударяется шарик массы  $m$ , летящий со скоростью  $V$ . Найти скорость  $u$  шарика после упругого удара.

6.5. Однородный диск массы  $M$  и радиуса  $R$  может свободно вращаться в горизонтальной плоскости вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через центр диска. Человек массы  $m$ , стоящий на краю неподвижного диска, начинает двигаться вдоль края диска, совершает перемещение на угол  $\varphi$  относительно диска и останавливается. На какой угол  $\theta$  поворачивается диск вокруг своей оси в результате перемещения человека?

6.6. Два параллельных горизонтальных диска 1 и 2 свободно вращаются вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны  $J_1$  и  $J_2$ , а угловые скорости дисков равны  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Через некоторое время после падения верхнего диска на нижний вследствие силы трения между поверхностями дисков они оба вращаются как единое целое. Найти работу  $A$ , которую совершили силы трения.

6.7. Однородный диск радиуса  $R$  в положении 1 свободно вращается вокруг своей горизонтальной оси с угловой скоростью  $\omega$ . В положении 2, после падения диска на шероховатую горизонтальную поверхность, он отскакивает от поверхности под углом  $\theta$ , но уже не вращаясь. Какова скорость  $V$  диска сразу после отскока?



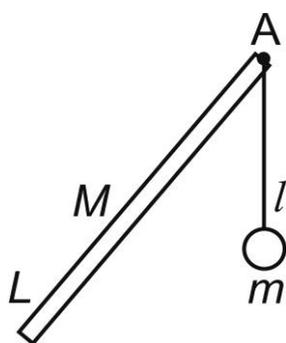
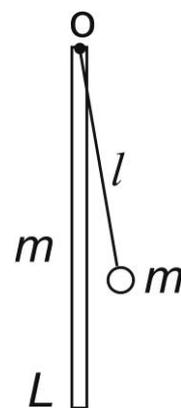
6.8. Однородный шар массы  $m$  скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Найти кинетическую энергию шара через время  $t$  после начала движения.

6.9. Вертикально висящая тонкая однородная прямоугольная доска массы  $M$  и длины  $L$  может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, совмещенной с её верхней короткой стороной. Пуля массы  $m$ , летящая горизонтально с начальной скоростью  $V$  в направлении, перпендикулярном к плоскости доски, пробивает доску в её нижнем конце и далее снова летит горизонтально с меньшей скоростью  $u$ . Найти максимальный угол  $\varphi$  отклонения доски от вертикали.

6.10. Однородный тонкий тяжелый стержень длины  $l$  висит на горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. Какую надо сообщить стержню начальную угловую скорость  $\omega$ , чтобы он повернулся на угол  $\varphi = 90^\circ$ ?

6.11. При вращении горизонтального однородного диска массы  $m_1$  и радиуса  $R$  вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его центр, в оси возникает постоянный момент силы трения, равный  $M$ . Над покоящимся диском расположена горизонтальная круглая монета массы  $m_2$  и радиуса  $r$ , геометрическая ось которой смещена на расстояние  $d$  от оси диска. Монета, раскрученная вокруг своей оси симметрии до угловой скорости  $\omega$ , падает на покоящийся диск и мгновенно к нему прилипает. Сколько оборотов  $N$  сделает диск с прилипшей монетой до полной остановки системы?

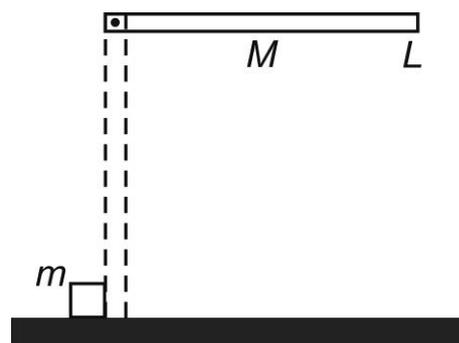
6.12. Тонкий стержень массы  $m$  и длины  $L$  подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси  $O$ . К той же оси подвешен на нити длины  $l$  маленький шарик такой же массы  $m$ . Шарик отклоняют на некоторый угол и отпускают. Происходит абсолютно упругий удар шарика о стержень. При какой длине нити шарик после удара о стержень остановится?



6.13. В общей точке подвеса  $A$  подвешены маленький шарик массы  $m$  на нити длины  $l$  и однородный стержень массы  $M$  и длины  $L$ , отклоненный в сторону на некоторый угол. При возвращении стержня в положение равновесия

происходит упругий удар. Каким должно быть соотношение между массами стержня и шарика, чтобы после удара шарик и точка удара стержня стали двигаться с равными скоростями в противоположных направлениях?

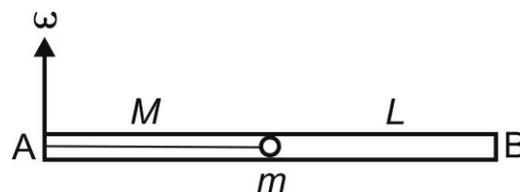
6.14. Стержень массы  $M$  и длины  $L$ , который может свободно вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через один из его концов, под действием силы



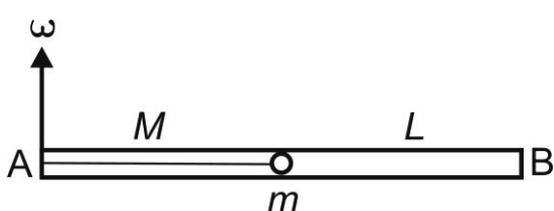
тяжести переходит из горизонтального положения в вертикальное. Проходя через вертикальное положение, стержень нижним концом упруго ударяет о малое тело массы  $m$ , лежащее на гладком горизонтальном столе. Определить скорость  $V$  тела после удара.

6.15. Вертикальный столб высотой  $L$  подпиливают у его основания. Столб падает на землю, поворачиваясь вокруг нижнего основания. Определить линейную скорость  $V$  его верхнего конца в момент удара о землю.

6.16. Закрытая с торцов горизонтальная трубка АВ массы  $M$  имеет тонкую гладкую стенку, радиус которой пренебрежимо мал

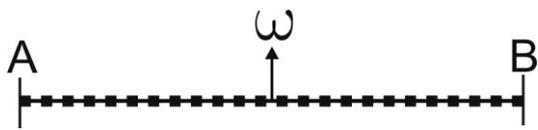


по сравнению с длиной  $L$  трубки. В середине трубки находится шарик массы  $m$ , привязанный нитью к торцу А трубки. Трубку с шариком раскрутили до угловой скорости  $\omega$  вокруг неподвижной вертикальной оси, совмещенной с торцом А трубки, и отпустили. После обрыва нити шарик прилипает к торцу В трубки. Какой стала установившаяся угловая скорость системы после прилипания шарика?



6.17. Закрытая с торцов горизонтальная трубка АВ массы  $M$  имеет тонкую гладкую стенку, радиус которой пренебрежимо мал

по сравнению с длиной  $L$  трубки. В середине трубки находится шарик массы  $m$ , привязанный нитью к торцу А трубки. Трубку с шариком раскрутили до угловой скорости  $\omega$  вокруг неподвижной вертикальной оси, совмещенной с торцом А трубки, и отпустили. После обрыва нити шарик прилипает к торцу В трубки. На какую величину изменилась кинетическая энергия системы?

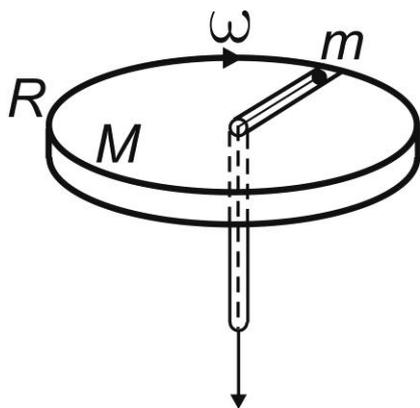
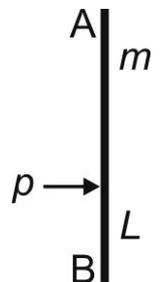


6.18. Цепочка длины  $L$  и массы  $m$ , нанизанная на невесомый стержень  $AB$ ,

свободно вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью  $\omega$  вокруг неподвижной вертикальной оси, проходящей через его середину.

Цепочка разрывается точно посередине, и все звенья её обеих половинок плотно прижимаются к упорам на концах стержня. На какую величину изменилась кинетическая энергия всех звеньев цепочки?

6.19. Тонкий однородный стержень  $AB$  массы  $m$  и длины  $L$  покоится на гладкой горизонтальной поверхности. В результате произведенного в горизонтальной плоскости перпендикулярного удара в некоторую точку стержня он получает импульс  $p$ . На каком расстоянии от конца  $A$  следует произвести удар, чтобы скорость точки  $A$  сразу же после удара равнялась нулю?



6.20. Горизонтально расположенный диск массы  $M$  и радиуса  $R$  имеет радиальную направляющую с гладкими стенками. С помощью нити, пропущенной через полую вертикальную ось в центре диска и привязанной к маленькому шарик

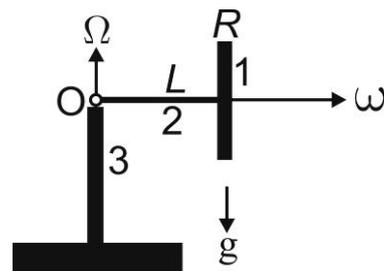
массы  $m$ , шарик можно подтягивать вдоль этой направляющей от края диска к его центру. Вначале диск с шариком на его краю раскрутили до угловой скорости  $\omega$  вокруг неподвижной вертикальной оси в центре диска и

отпустили. Найти работу силы натяжения нити, совершаемую при медленном перемещении шарика от края к центру диска.

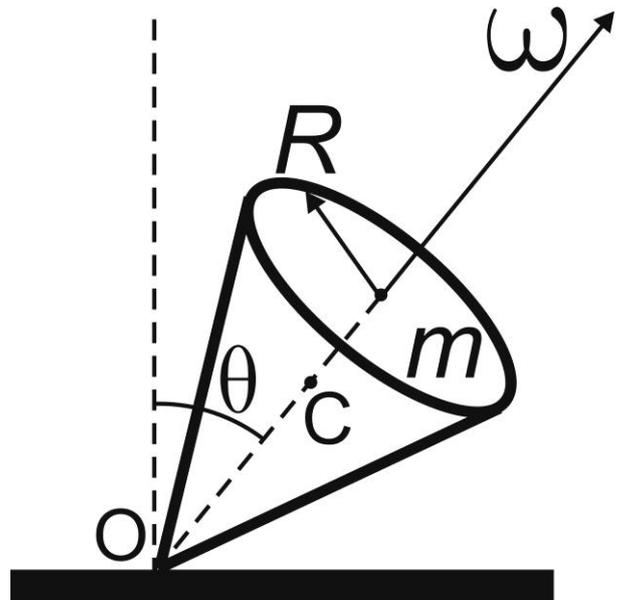
6.21. На гладкой горизонтальной плоскости покоится небольшая шайба и тонкий однородный стержень длины  $L$ . Масса стержня в  $n$  раз больше массы шайбы. Шайбе сообщают в горизонтальной плоскости скорость  $V$ , направленную перпендикулярно к стержню. Шайба испытывает упругое соударение с концом стержня. При каком значении  $n$  скорость шайбы после столкновения станет равной нулю?

6.22. Тонкий однородный стержень массы  $M$  и длины  $L$  подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси. Пуля массы  $m$  ( $m \ll M$ ), летящая горизонтально в плоскости вращения стержня, попадает в нижний конец стержня и застревает в нем. Стержень с пулей отклоняется на угол  $\alpha$ . Какова была скорость  $V$  пули до попадания в стержень?

6.23. Центр массивного однородного тонкого диска 1 радиуса  $R$  насажен на правый конец горизонтального тонкого и легкого стержня 2 длины  $L$ . Другой конец стержня шарнирно закреплен в верхней точке  $O$  неподвижной вертикальной стойки 3, где нет трения. Диск раскручен до большой угловой скорости  $\omega$  вокруг оси симметрии. Под действием силы тяжести диск прецессирует с малой угловой скоростью  $\Omega$  вокруг вертикальной оси стойки 3. Какова величина угловой скорости раскрученного диска  $\omega$ ?



6.24. Симметричный волчок массы  $m$  представляет собой сплошной однородный конус с круговым основанием радиуса  $R$  и вершиной  $O$ , которая совмещена с неподвижной точкой опоры волчка на горизонтальной поверхности. Расстояние от вершины  $O$  конуса до



точки центра масс  $C$  равно  $L$ . Угловая скорость вращения волчка вокруг оси симметрии, которая наклонена под углом  $\theta$  к вертикали, равна  $\omega$ . Под действием силы тяжести волчок прецессирует. Найти величину и направление вектора угловой скорости прецессии волчка.

6.25. Корабль движется со скоростью  $V$  по дуге окружности радиуса  $R$ . Ось ротора турбины расположена вдоль корабля. Момент инерции ротора, вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ , равен  $J$ . Найти момент гироскопических сил, действующих со стороны ротора корабля на подшипники.