Лекция 17

1. Вынужденные колебания
2. Процесс установления колебаний
3. Резонанс
4. Амплитудно-частотная резонансная характеристика.
5. Фазово-частотная резонансная характеристика.

Вынужденные колебания

- Колебания в системе называются
- ***вынужденными***,
- если на эту систему
- **действует**
- ***внешняя сила***.

Вынужденные колебания

- Рассмотрим случай, когда
- ***внешняя сила*** изменяется со временем по гармоническому закону:
- $$F(t)=F_0\cdot\cos\omega t.$$
- 1. F_0 – амплитуда силы,
- 2. ω – частота силы,
- 3. ωt – фаза силы,
- 4. 0 – начальная фаза силы.

Вынужденные колебания

- ***Начальную фазу*** внешней силы выберем равной **нулю**.
- Этот выбор означает, что фазы всех остальных величин (например, смещения, скорости и ускорения) отсчитываются от этой ***фазы*** внешней силы.

Уравнение **движения**

- В правую часть
- уравнения движения добавим выражение $F_0 \cdot \cos\omega t$ для ***внешней силы*** :

$$m \cdot x'' = - k \cdot x - b \cdot x' + F_0 \cdot \cos\omega t$$

Уравнение **движения**

Левую и правую части уравнения движения

$$m\cdot x'' = -k\cdot x - b\cdot x' + F_0\cdot\cos\omega t$$

- разделим на *m*

  и введем обозначения:

$$k/m=\omega_0^2, \quad b/m=2\cdot\gamma.$$

Уравнение **вынужденных колебаний**

Уравнение движения с этими обозначениями называется уравнением **вынужденных колебаний**:

$$x'' + 2\cdot\gamma\cdot x' + \omega_0^2\cdot x = (F_0/m)\cdot\cos\omega t,$$

где $k/m = \omega_0^2$, $b/m = 2\cdot\gamma$.

Уравнение вынужденных колебаний

- Уравнение вынужденных колебаний –
- неоднородное
- (с неравной нулю правой частью).

Решение уравнения вынужденных колебаний

Общее решение такого уравнения –

сумма

общего решения однородного

(с равной нулю правой частью)

и частного решения неоднородного уравнений:

Решение уравнения вынужденных колебаний

- Общее решение однородного уравнения обозначим как $x_{одн}(t)$, а
- частное решение неоднородного уравнения – как $x_{неодн}(t)$.
- Общее решение неоднородного уравнения вынужденных колебаний – сумма этих решений:
- $$x(t) = x_{одн}(t) + x_{неодн}(t)$$

Решение уравнения вынужденных колебаний

- Решение $x_{одн}(t)$ описывает собственные колебания в системе,
- а решение $x_{неодн}(t)$ – вынужденные колебания.

Процесс установления вынужденных колебаний

- Амплитуда *a* собственных колебаний $x_{одн}(t)$ ***затухает*** со временем релаксации $\tau=1/\gamma$:
- $a \sim e^{-t/\tau}$.
- За время
- $t \sim 3 \cdot \tau$
- собственные колебания практически затухнут. Начальная амплитуда колебаний уменьшится в ~20 раз.

Процесс установления вынужденных колебаний

- Вынужденные колебания
- $x_{неодн}(t)$
- со временем ***нарастают***, амплитуда *A* вынужденных колебаний увеличивается.
- Энергия этих колебаний увеличивается за счет работы внешней силы.

Процесс установления вынужденных колебаний

- Вынужденные колебания $x_{неодн}(t)$ ***нарастают*** до момента времени $t_{уст}$, когда работа внешней силы за период сравняется с потерями энергии на трение за то же время. Если бы потерь не было, амплитуда колебаний увеличивалась бы до бесконечности.

Процесс установления вынужденных колебаний

- Из-за процессов диссипации энергии вынужденные колебания $x_{неодн}(t)$ после времени $t_{уст}$ стабилизируются, устанавливаются.

Со временем останутся только

- ***установившиеся***
- ***вынужденные***
- ***колебания***.

Процесс установления вынужденных колебаний

Частота **собственных** колебаний $x_{одн}(t)$ определяется параметрами колебательной системы:

- $$\Omega = \sqrt{(\omega_0^2 - \gamma^2)}.$$
- Частота **вынужденных** колебаний $x_{неодн}(t)$ равна частоте внешней гармонической силы:
- $$\omega$$

Процесс установления вынужденных колебаний

За счет

работы внешней силы

в колебательную систему **поступает** энергия, необходимая для увеличения

амплитуды колебаний.

Процесс установления вынужденных колебаний

Энергия, необходимая для увеличения амплитуды колебаний, поступает в колебательную систему

в течение

многих периодов колебаний.

Решение уравнения вынужденных колебаний

- Решение $x_{неодн}(t)$ обозначим как $x(t)$ и будем искать в виде: $x(t)=A\cdot e^{i\nu t}$
- Внешняя сила: $(F_0/m)\cdot e^{i\omega t}$.
- Уравнение:
- $x'' + 2\cdot\gamma\cdot x' + \omega_0^2\cdot x=(F_0/m)\cdot e^{i\omega t}$.
- 1-я производная: $x'=A\cdot i\cdot\nu\cdot e^{i\nu t}$
- 2-я производная: $x''=-A\cdot\nu^2\cdot e^{i\nu t}$
- Подставим эти производные в уравнение.

Решение уравнения вынужденных колебаний

После подстановки получим равенство:

$$A\cdot e^{i\nu t}(-\nu^2+2\cdot i\cdot \gamma\cdot \nu+\omega_0{}^2)=(F_0/m)\cdot e^{i\omega t}.$$

- 1. Слева и справа должны быть одинаковые функции времени.
- Поэтому должно быть:
- $\nu=\omega$
- $A\cdot e^{i\omega t}(-\omega^2+2\cdot i\cdot \gamma\cdot \omega+\omega_0{}^2)=(F_0/m)\cdot e^{i\omega t}.$
- ВЫВОД: ***вынужденные*** колебания происходят с частотой ω внешней силы.

Решение

- 2. После сокращения на множитель $e^{i\omega t}$ получим уравнение для амплитуды A:
- $$A\cdot(-\omega^2+2\cdot i\cdot\gamma\cdot\omega+\omega_0^2)=(F_0/m),$$
- откуда $A=(F_0/m)/(\omega_0^2-\omega^2+2\cdot i\cdot\gamma\cdot\omega)$

  Амплитуда A – комплексная величина, которую можно представить в виде:
- $$A=X+i\cdot Y.$$

Решение

- Умножим числитель и знаменатель дроби на сопряженное выражение $(\omega_0^2 - \omega^2 - 2\cdot i\cdot\gamma\cdot\omega)$ знаменателя. Получим
- $A = X + i\cdot Y =$

$=(F_0/m)\cdot(\omega_0^2 - \omega^2 - 2\cdot i\cdot\gamma\cdot\omega)/((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)$.

Обозначим $C=(F_0/m)/((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)$.

Имеем: $X = C\cdot(\omega_0^2 - \omega^2)$,

$Y = C\cdot(-2\cdot i\cdot\gamma\cdot\omega)$

Решение

- Комплексную величину $A=X + i\cdot Y$ можно представить в виде $A_0\cdot e^{i\varphi}$:
- $$A=X + i\cdot Y=A_0\cdot e^{i\varphi},$$
- где действительная амплитуда
- $$A_0=\sqrt{(X^2+Y^2)}$$
- и начальная фаза φ определяется значением ее тангенса
- $$tg\varphi=Y/X$$

Решение

- Из соотношений

$$C=(F_0/m)/((\omega_0^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2),$$

$$X=C\cdot(\omega_0^2-\omega^2),$$

$$Y=C\cdot(-2\cdot i\cdot\gamma\cdot\omega)$$

имеем выражение для действительной амплитуды **установившихся** колебаний:

$$A_0=\sqrt{(X^2+Y^2)}=$$

- $A_0=(F_0/m)/\sqrt{((\omega_0^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)}$

Решение

- Аналогично, для начальной фазы φ **установившихся** колебаний имеем:
- $A = A_0 \cdot e^{i\varphi} = A_0 \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)$.
- $\mathrm{tg}\varphi = \sin\varphi / \cos\varphi =$

$$= \mathrm{tg}\varphi = Y/X = -2 \cdot \gamma \cdot \omega / (\omega_0^2 - \omega^2).$$

$$\mathrm{tg}\varphi = -2 \cdot \gamma \cdot \omega / (\omega_0^2 - \omega^2).$$

Решение

Решение x(t) определяет смещение в момент времени t:

- $x(t)=\mathrm{Re}(A_0\cdot e^{i(\omega t+\varphi)})$.
- $x(t)=A_0\cdot\cos(\omega t+\varphi))$.
- $\mathrm{tg}\varphi = -2\cdot\gamma\cdot\omega/(\omega_0^2 - \omega^2)$.
- Фаза $\varphi<0$.

Колебания смещения при вынужденных колебаниях ***отстают*** по фазе от колебаний внешней **силы**.

Решение

- 1. **Установившиеся** колебания происходят
- с *частотой* внешней силы.

ω

- 2. Колебания смещения ***отстают*** по фазе на φ от колебаний внешней силы.

Амплитудно-частотная резонансная характеристика.

- ***Зависимость*** амплитуды $A_0(\omega)$
- установившихся **вынужденных** колебаний от частоты ω
- внешней силы *называется* **амплитудно-частотной резонансной характеристикой**.

Амплитудно-частотная резонансная характеристика.

$A_0=(F_0/m)/\sqrt{((\omega_0^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)}$

- 1. $\omega=0$. Смещение под действием постоянной силы, статическое смещение $A_{ст}$:
- $A_0=F_0/(m\cdot\omega_0^2)=F_0/k=A_{ст}\neq 0$.
- 2. $\omega\to\infty$. Частота увеличивается,
- амплитуда $A_0 \sim F_0/(m\cdot\omega^2)\to 0$
- (уменьшается $\sim 1/\omega^2$).

Резонанс

$$A_0(\omega)=(F_0/m)/\sqrt{((\omega_0^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)}$$

- 3. Условие максимума:
- $dA_0(\omega)/d\omega=0.$

$$2\cdot(\omega_0^2-\omega^2)\cdot(-2\cdot\omega)+4\cdot\gamma^2\cdot2\cdot\omega=0$$

- $-\omega_0^2+\omega^2+2\cdot\gamma^2=0$
- $\omega^2=\omega_0^2-2\cdot\gamma^2$
- $\omega_p=\sqrt{(\omega_0^2-2\cdot\gamma^2)}.$

Резонанс

- $A_0(\omega)=(F_0/m)/\sqrt{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)}$
- 3. Условие максимума:
- $dA_0(\omega)/d\omega=0.$
- Резонансная частота (рассматриваем случай малого затухания $\gamma \ll \omega$):
- $\omega_p=\sqrt{(\omega_0^2 - 2\cdot\gamma^2)}.$

Резонанс

- $A_0=(F_0/m)/\sqrt{((\omega_0^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)}$.
- 4. Амплитуда при резонансе
- (малое затухание: $\omega_0 \gg \gamma$, $\omega_р \approx \omega_0$)
- $A_р \approx (F_0/m)/(2\cdot\gamma\cdot\omega_0)=$
- $=(F_0/(m\cdot\omega_0^2))\cdot(\omega_0/(2\cdot\gamma))=$
- $=A_{ст}\cdot Q$.
- $A_{ст}= F_0/(m\cdot\omega_0^2)=F_0/(m\cdot k/m)=F_0/ k$

Резонанс

- $A_р \approx A_{ст} \cdot Q$
- При малом затухании добротность
- $Q \approx \omega_0/(2 \cdot \gamma) >> 1$
- Амплитуда $A_р$ колебаний при резонансе **возрастает** в Q раз по сравнению со смещением $A_{ст}$ под действием статической (постоянной) силы той же величины.

Резонанс

- ***Явление резонанса***
- состоит в
- значительном увеличении амплитуды колебаний при приближении частоты ω внешней силы к частоте ω_0 собственных колебаний

Резонанс

- ***Добротность*** колебательной системы равна отношению амплитуды колебаний при резонансе к смещению под действием статической силы:
- $$Q = A_р / A_{ст}$$

Ширина резонансной кривой

- Ширина $\Delta\omega=\omega_2 - \omega_1$ резонансной кривой – это разность частот ω_2 и ω_1, при которых амплитуда уменьшается в заданное число раз при смещениях по частоте от резонансной до более высокой ω_2 и низкой ω_1 также характеризует скорость увеличения (или уменьшения) амплитуды колебаний вблизи резонанса.

Ширина резонансной кривой

- ***Принято*** определять эту ширину для случая, когда
- **квадрат амплитуды** уменьшается в **два раза** по сравнению со значением при резонансе (сама амплитуда уменьшается в $\sqrt{2} \approx 1.4$ раза и ее отношение к значению при резонансе становится равным ≈ 0.7) .

Ширина резонансной кривой

Квадрат амплитуды

- $A_0^2=(F_0/m)^2/((\omega_0^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2))$

вблизи резонанса, если использовать обозначение $\delta\omega=(\omega_0-\omega)$ и приближение $\omega=\omega_0$ для положительных слагаемых равен

- $A_0^2\approx(F_0/m)^2/((\delta\omega^2+\gamma^2)\cdot(4\cdot\omega_0^2))$.
- Так как при резонансе
- $A_p^2\approx(F_0/m)^2/(4\cdot\gamma^2\cdot\omega_0^2)$,
- то вблизи резонанса
- $A_0^2\approx A_p^2\cdot(\gamma^2/(\delta\omega^2+\gamma^2))$

Ширина резонансной кривой

- Приравняем квадрат амплитуды половине его значения при резонансе:
- $A_0^2 \approx A_p^2 \cdot (\gamma^2/(\delta\omega^2+\gamma^2)) = A_p^2/2$
- Уравнение
- $\gamma^2/(\delta\omega^2+\gamma^2) = 1/2$
- определяет половину ширины резонансной кривой для этого уровня: $\delta\omega = \gamma$.

Ширина резонансной кривой

- **Полная** ширина резонансной кривой равна удвоенному показателю затухания:
- $$\Delta\omega = 2 \cdot \delta\omega = 2 \cdot \gamma.$$
- Чем меньше показатель затухания,
- тем меньше
- 1) ширина резонансной кривой
- $$\Delta\omega$$
- 2) и тем ***острее*** резонанс.

Добротность

- Если ширину поделить на частоту собственных колебаний ω_0, то получим выражение

$$\Delta\omega/\omega_0=2\cdot\gamma/\omega_0,$$

которое можно представить в виде

- $$\Delta\omega/\omega_0=1/Q.$$
- Из этого соотношения следует новое **определение добротности**
- $$Q=\omega_0/\Delta\omega.$$

Новое определение добротности

- Добротность Q равна
- отношению **резонансной частоты** к *ширине* резонансной кривой на высоте, на которой квадрат амплитуды A_0^2 равен половине квадрата амплитуды при резонансе $0.5 \cdot A_p^2$:
- $$Q = \omega_0 / \Delta\omega$$

Фазово-частотная резонансная характеристика

- Начальная фаза колебаний:
- $tg\varphi = -2\cdot\gamma\cdot\omega/(\omega_0^2 - \omega^2)$.
- Зависимость начальной фазы φ колебаний от частоты ω внешней силы называется
- **фазово-частотной резонансной характеристикой**.

Фазово-частотная резонансная характеристика

- Начальная фаза колебаний:
- $tg\varphi = -2\cdot\gamma\cdot\omega/(\omega_0^2 - \omega^2)$.
- 1) $\omega<\omega_0$
- $\varphi<0$, $\omega\to 0$, $\varphi\to 0$
- 2) $\omega=\omega_0$
- $tg\varphi = -\infty$, $\varphi = -\pi/2$.
- 3) $\omega>\omega_0$
- $tg\varphi>0$, $\omega\to\infty$, $tg\varphi\to 0$, $\varphi\to -\pi$

Смещение и сила

- Внешняя сила: $F = F_0 \cdot \cos\omega t$
- Смещение: $x(t) = a_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

Начальная фаза: $\mathrm{tg}\varphi = -2 \cdot \gamma \cdot \omega / (\omega_0^2 - \omega^2)$.

- Так как $\varphi < 0$
- колебания смещений
- ***отстают*** по фазе от колебаний силы на $|\varphi|$.

Смещение и сила

- Внешняя сила: $F=F_0\cdot\cos\omega t$
- Смещение: $x(t)=a_0\cdot\cos(\omega t + \varphi)$

Начальная фаза: $\mathrm{tg}\varphi = -2\cdot\gamma\cdot\omega/(\omega_0^2-\omega^2)$.

- 1. При *малых частотах*: $\omega \ll \omega_0$,
- $\mathrm{tg}\varphi = -2\cdot\gamma\cdot\omega/\omega_0^2$
- угол φ мал,
- смещение и сила *почти **в фазе***.

Смещение и сила

- Внешняя сила: $F = F_0 \cdot \cos\omega t$
- Смещение: $x(t) = a_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

Начальная фаза: $\operatorname{tg}\varphi = -\, 2 \cdot \gamma \cdot \omega / (\omega_0^2 - \omega^2)$.

- 2. Вблизи ***резонанса***:
- $\omega \approx \omega_0$, $\operatorname{tg}\varphi \to -\infty$, $\varphi \approx -\pi/2$,
- смещение ***отстает***
- от силы на $\pi/2$ (фаза $\varphi \approx -\pi/2$).

Смещение и сила

- Внешняя сила: $F=F_0\cdot\cos\omega t$
- Смещение: $x(t)=a_0\cdot\cos(\omega t+\varphi)$

Начальная фаза: $\mathrm{tg}\varphi= - 2\cdot\gamma\cdot\omega/(\omega_0^2 - \omega^2)$.

- 3. *Далеко за резонансом*:
- $\omega>>\omega_0$, $\mathrm{tg}\varphi=2\cdot\gamma/\omega \to 0$,
- фаза $\varphi \to -\pi$,
- смещение и сила примерно
- ***в противофазе***.

Векторные диаграммы

- 1) Внешняя сила: $F=F_0\cdot\cos\omega t$
- 2) Смещение: $x(t)=a_0\cdot\cos(\omega t+\varphi)$
- 3) Скорость: $x'(t)=-a_0\cdot\omega\cdot\sin(\omega t+\varphi)$
- 4) Ускорение: $x''(t)=-a_0\cdot\omega^2\cdot\cos(\omega t+\varphi)$
- Уравнение колебаний:
- $x''+2\cdot\gamma\cdot x'+\omega_0{}^2\cdot x=(F_0/m)\cdot\cos\omega t.$

Три случая построения векторных диаграмм:

$$1)\ \omega<\omega_0\ ,\ 2)\ \omega\approx\omega_0\ ,\ 3)\ \omega>\omega_0$$

Работа внешней силы *при резонансе*

- **Сила** $F_0 \cdot \cos\omega t$.
- Смещение: $x(t) = a_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
- Элементарное ***перемещение***
- $dx = v \cdot dt = -a_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot dt =$
- $= a_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi + \pi/2) \cdot dt \approx$
- $\approx a_0 \cdot \omega \cdot \cos\omega t \cdot dt$. $(\varphi = -\pi/2)$.
- В ***фазе*** с силой!

Работа внешней силы при резонансе

- **Работа** за период Т:
- $$\Delta A = \int F \cdot dx = \int F \cdot v \cdot dt$$

По времени надо интегрировать от 0 до Т.

$$\int F \cdot v \cdot dt = \int F_0 \cdot (\cos\omega t)^2 \cdot a_0 \cdot \omega \cdot dt =$$

- $$= F_0 \cdot a_0 \cdot \omega \cdot \int (1 + \cos 2\omega t)/2 \cdot dt$$
- $$\Delta A = F_0 \cdot a_0 \cdot \pi.$$

Работа внешней силы при резонансе

- ***Работа*** **за период T:**
- $$\Delta A = F_0 \cdot a_0 \cdot \pi.$$
- За счет этой работы увеличивается энергия колебательной системы
- (растет амплитуда) до тех пор, пока потери на трение не сравняются с величиной этой работы.

Работа силы трения при резонансе

- Смещение: $x(t)=a_0\cdot\cos(\omega t+\varphi)$

Элементарное ***перемещение***

- $dx=v\cdot dt \approx a_0\cdot\omega\cdot\cos\omega t\cdot dt.$
- Скорость: $x'(t)=-a_0\cdot\omega\cdot\sin(\omega t+\varphi)=$
$=a_0\cdot\omega\cdot\cos(\omega t+\varphi+\pi/2)=a_0\cdot\omega\cdot\cos(\omega t)$
- Сила трения
- $F_т=-b\cdot v=-2\cdot\gamma\cdot x'\cdot m$

Работа силы трения при резонансе

- ***Работа*** силы трения за период T:

$$\Delta A_т=\int F\cdot v\cdot dt=\int(-2\cdot\gamma\cdot x'\cdot m)\cdot v\cdot dt=$$

$$= -2\cdot\gamma\cdot m\cdot a_0{}^2\cdot\omega^2\cdot\int(\cos\omega t)^2\cdot dt=$$

$$=-2\cdot\gamma\cdot m\cdot a_0{}^2\cdot\omega^2\cdot\int(1+\cos 2\omega t)/2\cdot dt$$

$$\Delta A_т= - b\cdot a_0{}^2\cdot\omega\cdot\pi$$

Работа сил при резонансе

- ***Работа* за период T:**
- Работа сил трения при резонансе
- $\Delta A_т = - b \cdot a_0^2 \cdot \omega_0 \cdot \pi$
- Работа внешней силы при резонансе
- $\Delta A = F_0 \cdot a_0 \cdot \pi.$
- При резонансе: $\Delta A_т + \Delta A = 0$
- Внешняя сила: $F_0 = b \cdot a_0 \cdot \omega_0 = b \cdot v_0 = F_т$

Силы упругости и инертности равны и противоположно направлены. Работа этих сил равна нулю.

Резонанс скорости и ускорения

- Амплитуда смещения:
- $A_0=(F_0/m)\cdot(1/\sqrt{((\omega_0{}^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)})$
- Амплитуда ***скорости***
- $V_{ск}=(F_0/m)\cdot(\omega/\sqrt{((\omega_0{}^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)})$
- ***Резонансная*** частота для амплитуды скорости
- $dV_{ск}/d\omega=0$
- $\omega_p=\omega_0$

Резонанс скорости и ускорения

- ***Резонансная***
- частота
- для амплитуды
- скорости
- $\omega_p = \omega_0$

Резонанс скорости и ускорения

- Амплитуда скорости
- $V_{ск}=(F_0/m)\cdot(\omega/\sqrt{((\omega_0^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)})$
- ***Резонансная кривая*** для $V_{ск}$
- 1. $\omega \ll \omega_0$
- $V_{ск}=(F_0/m)\cdot(\omega/\omega_0^2)$
- 2. $\omega \approx \omega_0$
- $V_{ск}=(F_0/m)\cdot(1/2\cdot\gamma)$
- 3. $\omega \gg \omega_0$
- $V_{ск}=(F_0/m)/\omega$

Резонанс скорости и ускорения

- Амплитуда смещения:
- $A_0=(F_0/m)\cdot(1/\sqrt{((\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + 4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)})$
- Амплитуда ***ускорения***
- $A_{уск}=(F_0/m)\cdot(\omega^2/\sqrt{((\omega_0{}^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)})$
- ***Резонансная*** частота для амплитуды ускорения:
- $dA_{уск}/d\omega=0$
- $\omega_р=\omega_0{}^2/\sqrt{(\omega_0{}^2-2\cdot\gamma^2)}$

Резонанс скорости и ускорения

- ***Резонансная***
- частота
- для амплитуды
- ускорения:
- $\omega_p=\omega_0^2/\sqrt{(\omega_0^2-2\cdot\gamma^2)}$

Резонанс скорости и ускорения

- **Произведение** резонансных частот для *смещения* и *ускорения* равно квадрату резонансной частоты для *скорости:*
- $\omega_{рсм} \cdot \omega_{руск} = \omega_{рск}^2$

Резонанс скорости и ускорения

- Амплитуда ускорения
- $A_{уск}=(F_0/m)\cdot(\omega^2/\sqrt{((\omega_0{}^2-\omega^2)^2+4\cdot\gamma^2\cdot\omega^2)})$
- ***Резонансная*** кривая для $A_{уск}$
- 1. $\omega \ll \omega_0$
- $A_{уск}=(F_0/m)\cdot(\omega^2/\omega_0{}^2)$
- 2. $\omega \approx \omega_0$
- $A_{уск}=(F_0/m)\cdot(\omega_0/2\cdot\gamma)$
- 3. $\omega \gg \omega_0$
- $A_{уск}=(F_0/m)$