

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**имени М.В.Ломоносова**

---

**Научно-исследовательский институт ядерной физики**  
**имени Д.В.Скобельцына**

**На правах рукописи**

**Бадаев Олег Павлович**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГИЙ СВЯЗИ**  
**АТОМНЫХ ЯДЕР**

Специальность – 01.04.16

Физика атомного ядра и элементарных частиц

**Автореферат**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва 2007

Работа выполнена на Физическом факультете Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова.

Научный руководитель доктор физико-математических наук Юрий Михайлович Чувильский (ОФАЯ НИИЯФ МГУ)

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Владимир Васильевич Варламов (ОЭПВАЯ НИИЯФ МГУ)

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Виктор Михайлович Шилов (Лаборатория Теоретической Физики ОИЯИ г. Дубна Московской области)

Ведущая организация: Санкт-Петербургский Институт ядерной физики Российской академии наук (г. Гатчина Ленинградской области)

Защита состоится “ 24 ” мая 2007 года в 14 час. на заседании Диссертационного совета К 501.001.06 в Московском Государственном университете им. М.В.Ломоносова.

Адрес: 119992, Москва, Ленинские горы, НИИЯФ МГУ, 19-й корпус, аудитория 2-15.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НИИЯФ МГУ. Автореферат разослан “ 19 ” апреля 2007 года.

Ученый секретарь  
Диссертационного совета К 501.001.06  
кандидат физико-математических наук



**О.В.Чуманова.**

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы диссертации.

Энергия связи атомного ядра является одной из важнейших его характеристик. Зная ее величину можно определить возможность и вероятность ядерных превращений. Для стабильных и долгоживущих ядер энергию связи можно надежно измерить, но при исследовании ядер, далеких от области стабильности, их получение и измерение их масс становятся все более затруднительными (бывает, что ошибки измерений превосходят 1 МэВ, или последующие измерения опровергают предыдущие) и даже невозможными из-за малого времени жизни таких изотопов. Здесь важную роль приобретают способы ее прогнозирования.

Проблема теоретического описания энергии связи и прогнозирования неизвестных масс (энергии связи) ядер была поставлена еще на этапе зарождения ядерной физики как науки. В настоящее время, эта проблема не только не потеряла актуальность, но и наоборот переживает период острого интереса к ней. Это связано с тем, что каждый год появляются сообщения о массах более чем 100 новых изотопов, далеких от области стабильности. Строятся установки для исследования ядер вблизи границ их существования. Эти исследования мотивируются, главным образом, проблемами нуклеосинтеза в звездах. Регулярно проводятся большие международные конференции, посвященные обсуждаемой проблеме, в частности ENAM (Exotic Nuclei and Atomic Masses).

Задача высокоточного описания энергий ядер оказалась весьма сложной. Причиной этого является невозможность прямого вычисления энергий ядер из-за чрезвычайной сложности решения многочастичной задачи. Найти эффективную упрощенную схему для достаточно точного решения этой задачи оказалось не просто – характерная величина среднеквадратичного отклонения в подходах такого рода, например метод Хартри-Фока, составляет ~800 кэВ. Существенно более точными оказываются чисто феноменологические схемы, в которых таблица энергий связи ядер аппроксимируется поверхностью, описываемой многопараметрической функцией чисел протонов  $Z$  и нейтронов  $N$ , называемой поверхностью энергии связи ядер. Однако и для этих подходов задачи повышения точности аппроксимации масс в области измеренных масс и, особенно, надежности предсказания неизвестных (экстраполяции) являются весьма актуальными. Поэтому, поиск новых путей решения проблемы вычисления энергии связи атомных ядер и усовершенствования уже известных остается остро актуальным и по сей день.

### Цель работы

Целью работы является построение математической модели поверхности энергий связи ядер (ММПЭСЯ), описывающей с точностью приближающейся к точности эксперимента энергии всех известных нуклидов

и энергетические характеристики ядерных превращений, и пригодной для прогнозирования неизмеренных ядерных масс; анализ на этой основе современных экспериментов, посвященных изучению изотопов, далеких от области стабильных ядер, и предсказание свойств различных процессов в неизученных областях.

### **Научная новизна работы.**

I. Методика интерполяции масс ядер (здесь и в дальнейшем под этим термином понимается описание известных и вычисление неизвестных масс в областях  $\{k,l\}$  ( $Z_k \leq Z \leq Z_{k+1}$ ,  $N_l \leq N \leq N_{l+1}$ ), где массы некоторой части ядер измерены) непрерывной во всей плоскости  $Z$   $N$  функцией  $B(Z,N)$ , построенной из кусочно-гладких и квадратичных по  $Z$  и  $N$  в прямоугольных областях ядер  $\{k,l\}$  функций – параболоидов (энергии присоединения нуклонов описываются при этом линейными функциями), развита за счет:

1. Введения в качестве исходного положения модели требования математически точного выполнения условий замкнутости циклов т. е. равенства нулю суммы энергий связи нуклонов (ЭСН) по любому расположенному на поверхности замкнутому контуру. Для выполнения этого условия параметры  $\gamma = 4\partial^2 B / \partial Z \partial N$  введены как «внутренние» для каждой области  $\{k,l\}$ , зависящие одновременно от  $N$  и  $Z$ . Доказано, что из данного условия и условия непрерывности поверхности следует, что вторые производные энергии связи  $\alpha = 4\partial^2 B / \partial Z^2$  и  $\beta = 4\partial^2 B / \partial N^2$  не зависят от  $N$  и  $Z$ , т. е. являются инвариантами в рядах областей  $Z_k \leq Z \leq Z_{k+1}$  и  $N_l \leq N \leq N_{l+1}$  соответственно. Это следствие демонстрирует органическую связь развиваемой математической модели с физическими свойствами реальных ядерных систем (относительной независимостью в них протонной и нейтронной составляющих). Оно используется в дальнейшем для решения задач экстраполяции, поскольку резко повышает ее точность и надежность в областях экспериментально неизученных ядер.

2. Развития итеративного метода поиска чисел протонов и нейтронов, определяющих границы гладких областей (субмагических чисел)  $Z_k$  и  $N_l$ , и построения полностью адекватной особенностям реальной ПЭСН системы субмагических областей. Каждый шаг итерации включает в себя: а) определение системы субмагических областей, б) подгонку «внешних»  $\alpha$  и  $\beta$  параметров, в) подгонку «внутренних» параметров  $\gamma$ . Величина отклонения вычисленных значений от исходных служит показателем того, какой из двух первых шагов итерации оказался недостаточно точным, поскольку выбор субмагических чисел влияет на результат значительно сильнее. После введения соответствующей коррекции процесс повторяется.

3. Расширения массива аппроксимируемых масс ядер за счет создания метода интерполяции для областей, где известны лишь энергии альфа-переходов.

4. Разработки подхода, позволяющего корректировать энергии присоединения нуклонов, вычисляемые в обсуждаемой схеме, за счет

устранения систематической ошибки в значениях полной энергии связи ядер, накапливающейся в процессе расчетов.

II. В «больших» областях между общепринятыми главными магическими числами развиты методы построения гладких поверхностей, с хорошей точностью аппроксимирующих обсуждавшуюся выше кусочно-гладкую ПЭСЯ. Показано, что наиболее устойчивым (слабо и закономерно меняющимся или даже стабильным при переходе от одной малой субмагической области к другой) является параметр, характеризующий ориентацию осей симметрии параболоида в системе координат ZON. Установлены аналитические связи как между усредненными параметрами  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , так и между этими параметрами и параметрами линии  $\beta$ -стабильных ядер. Они соединили в единое целое локальные (относящиеся к отдельным субмагическим областям) и глобальные (постоянные в «больших» областях) характеристики ММПЭСЯ. В результате параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  сами стали явными функциями Z и N. Для близких к линии  $\beta$ -стабильности тяжелых и сверхтяжелых ядер точность такой гладкой аппроксимации вполне удовлетворительна. Зависимость параметров от чисел Z и N можно экстраполировать на область сверхтяжелых ядер с очень большими массовыми числами.

В комплексе эти два подхода и составили новую, завершённую, логически согласованную и удобную для применения модель поверхности энергий связи ядер.

III. На основе описанной модели разработаны способы экстраполяции ПЭСЯ:

1. На области нейтронодефицитных и нейтроноизбыточных ядер, расположенные вблизи от линий нуклонной стабильности, включая и область протонно-нестабильных.
2. На область сверхтяжелых ядер, активно изучаемую в современных экспериментах, для которой характерен большой дефицит экспериментальных данных - известны лишь энергии альфа-распада некоторых ядер.

IV. Обнаружена новая, ранее неизвестная, закономерность в энергиях ядер – показано что кривизна изобарных сечений ПЭСЯ с увеличением избытка нейтронов увеличивается. Все существующие массовые формулы соответствуют в общих чертах формуле Бора-Уилера, являющейся полиномом второго порядка от проекции изоспина. Наличие асимметрии изобарных сечений доказывает существование в формуле Бора-Уилера компоненты, имеющей вид  $f(A)(N-Z)^3$ , или содержащей более высокие нечетные степени проекции изоспина. Такое поведение изобарных сечений не сводится к эффектам, порождаемым кулоновским полем, его можно объяснить лишь нарушением изотопической инвариантности и/или наличием трёхнуклонного сильного взаимодействия.

V. Представленным методом рассчитаны энергии связи всех ядер, для которых проведены эксперименты (их около 2000), а также множество неизмеренных энергий связи. Для ядер массы которых надежно измерены (т. е. стабильных и имеющих времена жизни больше 1 часа) достигнута точность описания масс 160 кэВ. Для всех (в том числе и короткоживущих) ядер из области  $126 \leq N \leq 156$ ,  $82 \leq Z \leq 104$  среднеквадратичное отклонение составляет 66 кэВ.

VI. Для исследования характеристик протонного и альфа-распада средних нейтронодефицитных ядер, расположенных за границей области протонной стабильности, предложено использовать ММПЭСЯ вместе с полуэмпирическим методом расчета времен жизни (при заданной энергии распада) по отношению к этим распадным модам. Для этих ядер, а также тяжелых нейтронодефицитных ядер предсказаны периоды полураспада. Таким образом получены ограничения на возможность эксперимента, накладываемые малыми временами жизни ядер.

VII. Рассчитаны массы и энергии альфа-распада сверхтяжелых ядер в области  $156 \leq N \leq 178$ ,  $104 \leq Z \leq 116$ , эксперименты по синтезу которых проводятся в настоящее время, а также их времен жизни. Показано, что все имеющиеся на этот счет экспериментальные данные внутренне согласованы. Этим самым подтверждена корректность идентификации полученных изотопов авторами экспериментов. Предсказаны энергии альфа-распада и времена жизни множества неизученных экспериментально изотопов в этой области.

### **Практическая ценность работы.**

Представленные в настоящей диссертации значения неизвестных ядерных масс могут быть использованы для расчетов сечений различных ядерных реакций и вероятностей распадов ядер, играющих роль в кинетике самых разнообразных макропроцессов, в том числе процессов, происходящих в ядерных реакторах, процессов звездного нуклеосинтеза и других.

В областях, где массы ядер измерены ненадежно, рассчитанные значения масс могут служить определенным подтверждением экспериментальных результатов или наоборот, основанием для того, чтобы перемерить эти массы.

Развитая в диссертации математическая модель поверхности энергий связи ядер может быть использована для оценки масс других ядер в любой интересующей пользователя области.

Рассчитанные значения ширин протонного и альфа-распада средних и тяжелых нейтронодефицитных ядер могут послужить удобным ориентиром для планируемых экспериментов.

Представленная в диссертации схема комплексного анализа полученных в эксперименте энергий альфа-распада сверхтяжелых ядер и времен их жизни

является перспективной для идентификации сверхтяжелых изотопов, цепочки распада которых не заканчиваются известными до этого ядрами.

Результаты расчета в рамках этой схемы значений энергий распада и времен жизни неизвестных сверхтяжелых изотопов могут быть полезными при постановке новых экспериментов, а также для планируемого в настоящее время поиска сверхтяжелых изотопов в природе.

### **Достоверность полученных результатов**

Достоверность результатов диссертации обеспечивается корректной постановкой исследовательских задач; использованием ясного математического формализма и хорошо апробированных исходных положений; совпадением результатов, полученных различным путем; хорошим согласием вычисленных результатов с экспериментом.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Обладающий высокой внутренней согласованностью вариант математической модели поверхности энергии связи нуклонов (ЭСН), описывающей ее линейными функциями чисел протонов и нейтронов  $Z$  и  $N$  в прямоугольных областях ядер  $\{k, l\}$  плоскости  $ZN$ , граничащих между собой при целых значениях аргументов. Метод поиска оптимальных значений параметров модели.
2. Установление ряда аналитических связей параметров кусочно-линейных функций ММПЭСН между собой и параметрами линии  $\beta$ -стабильных ядер. Разработка на этой основе методов экстраполяции ММПЭСН на области:
  - а) где известны лишь энергии альфа-распадов;
  - б) средних и тяжелых ядер, расположенных между стабильными ядрами и линией нуклонной стабильности;
  - в) сверхтяжелых ядер, где известны лишь энергии альфа-распадов отдельных ядер;
  - г) сверхтяжелых ядер, где нет никаких экспериментальных данных об их энергиях.
3. Результаты аппроксимации энергий связи всех известных более чем 2000 ядер, а также расчетов неизвестных масс вплоть до линии протонной стабильности, масс и энергий альфа-распада сверхтяжелых ядер.
4. Обнаружение новой ранее неизвестной закономерности, проявляющейся в энергиях связи изобарных ядер, а именно увеличения кривизны изобарных сечений с увеличением избытка нейтронов.
5. Результаты расчета времен жизни средних ядер по отношению к протонному и альфа-распаду, а также времен жизни альфа-распадов тяжелых и сверхтяжелых ядер. Предсказание на этой основе распадных свойств

нуклидов на границах нуклонной стабильности, идентификация элементов с помощью этих свойств.

### **Апробация работы**

Результаты работы доложены на 28, 30, 31, 32, 34, 49 совещаниях по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра; международном семинаре «Физико-математическое моделирование систем» (Воронеж, 5-6 октября 2004 г.); семинаре лаборатории теории атомного ядра НИИЯФ МГУ; семинаре ЛЯР ОИЯИ.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитируемой литературы. Работа содержит 165 страниц, включая 29 рисунков, 20 таблиц в тексте работы и 18 – в Приложении, а также 132 библиографических ссылок.

### **Публикации и личный вклад автора**

По теме диссертации опубликовано 23 печатные работы [1 – 23]. Они приведены в конце автореферата. Среди них 4 статьи опубликованы в научных журналах, входящих в установленный ВАК перечень ведущих российских изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций.

Основная часть задач, составляющих содержание этих работ, была поставлена и решена автором. Часть материала, вошедшего в первую главу диссертации, получена совместно с Н.Н. Колесниковым и его сотрудниками. Программа расчета одночастичных ширин альфа-распада, использованная в работах, представленных в четвертой главе диссертации, создана С.Д. Кургалиным.

## **СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы: цель работы, научная новизна, практическая значимость, основные положения, выносимые на защиту. Там же дан ретроспективный (от классических работ до современных) обзор литературы, посвященной измерению и вычислению масс ядер, причем обсуждаются как феноменологические, так и микроскопические теоретические подходы.

**Первая глава** состоит из пяти разделов.

В первом разделе формулируется задача описания энергий связи нуклонов в ядрах определенного типа четности непрерывной кусочно-гладкой функцией чисел  $Z$  и  $N$ , линейной в прямоугольных областях ядер плоскости  $Z$   $N$ , граничащих между собой при целых значениях аргументов. За основу берется концепция работ [24,25], где предложено разделить всю область определения ядер на субмагические подобласти между выделенными числами протонов  $Z_k$ ,  $Z_{k+1}$  и нейтронов  $N_l$ ,  $N_{l+1}$ , и для аппроксимирующих функций использовать линейную параметризацию энергий присоединения

нуклонов к ядрам от  $Z$  и  $N$ . В настоящей работе, где на аппроксимирующие функции наложено условие непрерывности, выражающееся в равенстве нулю суммы энергий присоединения нуклонов по любому замкнутому контуру ядерных превращений, эта линейная параметризация приобрела вид:

$$p_{ij}(Z,N) = p_{ij}^0 + \frac{\gamma_{ij}^N}{2}(N - N_l) - \frac{\alpha_{ij}}{2}(Z - Z_k) \quad (1.1)$$

$$n_{ij}(Z,N) = n_{ij}^0 + \frac{\gamma_{ij}^Z}{2}(Z - Z_k) - \frac{\beta_{ij}}{2}(N - N_l) \quad (1.2)$$

Здесь  $p_{ij}^0$  и  $n_{ij}^0$  – значения энергий присоединения нуклонов к ядру  $(Z_k, N_l)$ ;  $\alpha_{ij}$ ,  $\beta_{ij}$ ,  $\gamma_{ij}^Z$ ,  $\gamma_{ij}^N$  – параметры, на которые накладываются условия:  $\alpha_{l+} = \alpha_{l-} = \alpha_l$ ,  $\beta_{+j} = \beta_{-j} = \beta_j$ ,  $\gamma_{-j}^Z = \gamma_{+j}^Z = \gamma_j^Z$ ,  $\gamma_{i-}^N = \gamma_{i+}^N = \gamma_i^N$ . Формализм строится так, чтобы для каждого из четырех типов четности (он характеризуется значениями индексов  $ij$ , принимающими значения  $+$  и  $-$ ), описать энергии присоединения к ним протонов и нейтронов, учитывая связи, накладываемые требованием непрерывности ПЭСЯ.

В представленной параметризации из условия, что поверхность энергии связи ядер – непрерывная, и удовлетворяет условию замкнутости циклов вытекает ограничение на параметры

$$\gamma_+^Z + \gamma_-^Z = \gamma_+^N + \gamma_-^N \quad (1.3)$$

Показано, что условию (1.3) можно удовлетворить, лишь считая параметры  $\gamma^Z$  и  $\gamma^N$ , двумерными функциями от  $Z$ ,  $N$  т. е. внутренними параметрами каждой субмагической области. Это положение, введенное в модель, дает возможность рассматривать (1.3) в качестве ее исходного пункта, делая модель логически замкнутой и непротиворечивой.

Самыми важными следствиями (1.3) являются следующие:

1) параметры  $\alpha_i$  функций (1) сохраняют свои значения во всех областях плоскости  $Z$ ,  $N$ , ограниченных условием  $Z_k \leq Z \leq Z_{k+1}$  независимо от значения  $N$ .

2) параметры  $\beta_j$  функций (2) сохраняют свои значения во всех областях плоскости  $Z$ ,  $N$ , ограниченных условием  $N_l \leq N \leq N_{l+1}$ , независимо от значения  $Z$ .

Таким образом, требования инвариантности внешних параметров модели  $\alpha$  и  $\beta$  возникают теперь как следствие ее исходных предпосылок. В предыдущих работах [24,25] они вводились как постулаты.

В этом разделе представлены также основные характеристики новой версии модели.

Минимальная область ядер  $\{k, l\}$ , для которой можно ставить задачу нахождения представленных параметров, имеет размер  $5 \times 5$  ядер. Ее минимальный размер ограничивает количество субмагических чисел, которое не должно превышать  $Z_{\max}/4$  и  $N_{\max}/4$  соответственно. По числу

известных субмагических чисел можно оценить число параметров, необходимых для описания имеющегося массива ядерных данных:

$$n = 4(k_{\max} - k_{\min} + l_{\max} - l_{\min} + \text{количество областей} - 1)$$

Исходным является набор параметров, требующийся для описания отдельной области (их 12), затем групп областей, имеющих по 2 общих границы друг с другом (добавляется 8 параметров). В итоге, для точного решения поставленной задачи в области ядер с  $30 < N < 126$  достаточно решить систему примерно 400 уравнений при условии, что  $Z_k$  и  $N_l$  точно определены.

Во втором разделе детально излагается итеративный метод построения ММПЭСН. Субмагические числа нельзя выбирать произвольно, они определяют границы, на которых свойства ПЭСЯ объективно меняются. Задача их окончательного выбора решается за несколько итераций, каждая из которых содержит несколько шагов.

На рис. 1 изображена схема области  $\{k,l\}$ . На ней в системе координат  $(Z - Z_k)$ ,  $(N - N_l)$  пересечением линий изображены ядра. Линии обозначают энергии присоединения нуклонов к ядрам. Числа под линиями – вычисленные значения. Числа над линиями – экспериментальные значения.

Для наилучшего описания массива исходных экспериментальных данных нужно минимизировать сумму отклонений вычисленных значений от экспериментальных для одной отдельной  $\{k,l\}$  области. Из условия минимума этой суммы вычисляются параметры линейных функций:

$N-N_l$													
$n$	$a_{0n}$	$a_{1n}$	$a_{2n}$	$a_{3n}$	$a_{4n}$	$a_{m'n}$							
$b_{02}$	$p_{0n}$	$p_{1n}$	$p_{2n}$	$p_{3n}$	$p_{4n}$	$p_{m'n}$	$n_{0n'}$	$n_{1n'}$	$n_{2n'}$	$n_{3n'}$	$n_{4n'}$	$n_{m'n'}$	$n_{m'n'}$
$n'$	$a_{0n'}$	$a_{1n'}$	$a_{2n'}$	$a_{3n'}$	$a_{4n'}$	$a_{m'n'}$	$b_{1n'}$	$b_{2n'}$	$b_{3n'}$	$b_{4n'}$	$b_{m'n'}$	$b_{m'n'}$	$b_{m'n'}$
$b_{04}$	$p_{0n'}$	$p_{1n'}$	$p_{2n'}$	$p_{3n'}$	$p_{4n'}$	$p_{m'n'}$							
$4$	$a_{04}$	$a_{14}$	$a_{24}$	$a_{34}$	$a_{44}$	$a_{m'4}$	$n_{04}$	$n_{14}$	$n_{24}$	$n_{34}$	$n_{44}$	$n_{m'4}$	$n_{m'4}$
$b_{03}$	$p_{04}$	$p_{14}$	$p_{24}$	$p_{34}$	$p_{44}$	$p_{m'4}$	$b_{14}$	$b_{24}$	$b_{34}$	$b_{44}$	$b_{m'4}$	$b_{m'4}$	$b_{m'4}$
$3$	$a_{03}$	$a_{13}$	$a_{23}$	$a_{33}$	$a_{43}$	$a_{m'3}$	$n_{03}$	$n_{13}$	$n_{23}$	$n_{33}$	$n_{43}$	$n_{m'3}$	$n_{m'3}$
$b_{02}$	$p_{03}$	$p_{13}$	$p_{23}$	$p_{33}$	$p_{43}$	$p_{m'3}$	$b_{13}$	$b_{23}$	$b_{33}$	$b_{43}$	$b_{m'3}$	$b_{m'3}$	$b_{m'3}$
$2$	$a_{02}$	$a_{12}$	$a_{22}$	$a_{32}$	$a_{42}$	$a_{m'2}$	$n_{02}$	$n_{12}$	$n_{22}$	$n_{32}$	$n_{42}$	$n_{m'2}$	$n_{m'2}$
$b_{01}$	$p_{02}$	$p_{12}$	$p_{22}$	$p_{32}$	$p_{42}$	$p_{m'2}$	$b_{12}$	$b_{22}$	$b_{32}$	$b_{42}$	$b_{m'2}$	$b_{m'2}$	$b_{m'2}$
$1$	$a_{01}$	$a_{11}$	$a_{21}$	$a_{31}$	$a_{41}$	$a_{m'1}$	$n_{01}$	$n_{11}$	$n_{21}$	$n_{31}$	$n_{41}$	$n_{m'1}$	$n_{m'1}$
$b_{00}$	$p_{01}$	$p_{11}$	$p_{21}$	$p_{31}$	$p_{41}$	$p_{m'1}$	$b_{11}$	$b_{21}$	$b_{31}$	$b_{41}$	$b_{m'1}$	$b_{m'1}$	$b_{m'1}$
$0$	$a_{00}$	$a_{10}$	$a_{20}$	$a_{30}$	$a_{40}$	$a_{m'0}$	$n_{00}$	$n_{10}$	$n_{20}$	$n_{30}$	$n_{40}$	$n_{m'0}$	$n_{m'0}$
	$p_{00}$	$p_{10}$	$p_{20}$	$p_{30}$	$p_{40}$	$p_{m'0}$	$b_{10}$	$b_{20}$	$b_{30}$	$b_{40}$	$b_{m'0}$	$b_{m'0}$	$b_{m'0}$
	$1$	$2$	$3$	$4$	$m'$	$m$							$Z-Z_k$

Рис.1. Связь параметров с вычисленными значениями  $p(Z,N)$   $n(Z,N)$ .

$$\alpha_+ = p_{0n'} - p_{2n'} = p_{2n'} - p_{4n'} = \dots, \alpha_- = p_{1n'} - p_{3n'} = p_{3n'} - p_{5n'} = \dots$$

$$\beta_+ = n_{m'0} - n_{m'2} = n_{m'2} - n_{m'4} = \dots, \beta_- = n_{m'1} - n_{m'3} = n_{m'3} - n_{m'5} = \dots$$

$$\gamma_+^Z = p_{0(n'+2)} - p_{0n'} = p_{2(n'+2)} - p_{2n'} = \dots, \gamma_-^Z = p_{1(n'+2)} - p_{3n'} = p_{3(n'+2)} - p_{3n'} = \dots$$

$$\gamma_+^N = n_{(m'+2)} - n_{m'0} = n_{(m'+2)2} - n_{m'2} = \dots, \gamma_-^N = n_{(m'+2)1} - n_{m'1} = n_{(m'+2)3} - n_{m'3} = \dots$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{m'_q=0}^{m-1} \sum_{n'_q=0}^n \left\{ p_{00} + \frac{\gamma_+^Z}{2} n' - \frac{\alpha_+}{2} m' - a_{m'n'} \right\} + \sum_{m'_{nc}=0}^{m-1} \sum_{n'_q=0}^n \left\{ p_{10} + \frac{\gamma_-^Z}{2} n' - \frac{\alpha_-}{2} (m'-1) + a_{m'n'} \right\} + \\
& \sum_{m'_q=0}^{m-1} \sum_{n'_{nc}=0}^n \left\{ p_{01} + \frac{\gamma_+^Z}{2} (n'-1) - \frac{\alpha_+}{2} m' - a_{m'n'} \right\} + \\
& \sum_{m'_{nc}=0}^{m-1} \sum_{n'_{nc}=0}^n \left\{ p_{00} + p_{10} + p_{01} + \gamma_+^N + \frac{\gamma_-^Z (n'-1)}{2} - \frac{\alpha_- (m'-1)}{2} - a_{m'n'} \right\} + \\
& \sum_{m'_q=0}^m \sum_{n'_q=0}^{n-1} \left\{ n_{00} + \frac{\gamma_+^N}{2} m' - \frac{\beta_+}{2} n' - b_{m'n'} \right\} + \sum_{m'_q=0}^m \sum_{n'_{nc}=1}^{n-1} \left\{ n_{01} + \frac{\gamma_-^N}{2} m' - \frac{\beta_-}{2} (n'-1) - b_{m'n'} \right\} + \\
& \sum_{m'_{nc}=1}^m \sum_{n'_q=0}^{n-1} \left\{ n_{10} + \frac{\gamma_+^N}{2} (m'-1) - \frac{\beta_+}{2} n' - b_{m'n'} \right\} + \\
& \sum_{m'_{nc}=1}^m \sum_{n'_{nc}=0}^{n-1} \left\{ n_{00} + n_{01} + \gamma_+^Z - n_{10} + \frac{\gamma_-^N}{2} (m'-1) - \frac{\beta_-}{2} (n'-1) - b_{m'n'} \right\}
\end{aligned} \tag{1.4}$$

где  $m' \equiv Z$ ,  $n' \equiv N$ ;  $a_{m'n'}$  – энергия присоединения протона к ядру  $m'$ ,  $n'$ ,  $b_{m'n'}$  – энергия присоединения к этому ядру нейтрона;  $m'_c$ ,  $n'_c$  – чётные числа;  $m'_{nc}$ ,  $n'_{nc}$  – нечётные числа. Форма представленного выражения зависит от выбора процедуры минимизации. Кроме (1.4) можно, например, минимизировать сумму квадратов входящих в (1.4) слагаемых.

На начальном этапе строится приближенное решение. Для этой цели использовались субмагические числа работы [26]. Для построения более точного решения необходимо определить иерархию структурных элементов ММПЭСН по степени влияния на точность конечного результата.

Ошибки в выборе субмагических чисел, а также неточность в определении внешних и внутренних параметров области являются источниками различных по масштабу отклонений ММПЭСЯ от экспериментальных значений. Неправильная субмагическая граница искажает всю расчетную схему и может внести погрешность вплоть до нескольких МэВ. Внешние параметры являются общими для целого ряда областей, поэтому их ошибки носят систематический характер в отличие от внутренних параметров и результирующий эффект может превосходить исходную неточность в самих параметрах в несколько раз. Влияние на результат внутренних параметров – более слабое. Такая субординация структурных элементов модели позволяет решать задачу на нескольких уровнях приближения и выявить источники невязок различного масштаба.

Подгонка параметров проводилась в рамках процедуры последовательных приближений по методу наименьшего модуля отклонения, что оправдано, так как экспериментальные данные не независимы, а связаны законом сохранения энергии.

Наличие в структуре ММПЭСЯ параметров-инвариантов, предопределяемое непрерывностью аппроксимирующей функции, резко упрощает задачу и дает возможность наиболее точно определить как значения всех параметров, так и набор выделенных чисел  $Z_k$  и  $N_l$ , определяющих границы областей.

Интерполяция масс ядер проводилась с учетом точности и количества исходных экспериментальных данных. В первую очередь статистической обработке подвергались наиболее стабильные и хорошо измеренные ядра, прилегающие к линии  $\beta$ -стабильности. В дальнейшем эта процедура распространялась на все менее исследованные области.

В третьем разделе предлагаемый метод описания энергии присоединения нуклонов применяется в области ядер  $58 \leq Z \leq 88$ ,  $82 \leq N \leq 126$ . В областях ядер с известными массами ядер процесс интерполяции энергий присоединения нуклонов к ядрам не представляет затруднений. Он проводился в соответствии с процедурой, изложенной в разделе 2. Набор субмагических чисел, соответствующих этим областям, содержит следующие значения:  $Z_k$ - 28, 32, 36, 40, 42, 46, 50, 52, 58, 64, 70, 74, 76, 80, 82, 88;  $N_l$ - 28, 30, 33, 40, 42, 48, 50, 52, 56, 60, 66, 72, 80, 82, 87, 89, 92, 96, 101, 108, 116, 120, 124, 126. Они заметно отличаются от чисел работы [26].

Работа по построению ПЭСЯ велась продолжительное время. Первые расчёты масс ядер в области  $58 \leq Z \leq 88$ ,  $82 \leq N \leq 126$  были проведены, когда отсутствовали экспериментальные данные по массам для  $\alpha$ -активных ядер этого региона. Сейчас эти массы известны. В связи с этим ценность полученных численных результатов теряется. Однако метод, отработанный в этой области, имеет широкие перспективы при изучении ЭСН в  $\alpha$ -активных сверхтяжёлых ядрах в особенности при решении обратной задачи её определения по энергиям  $\alpha$ -распадов.

Приемы и методы расчета областей  $\alpha$ -активных ядер принципиально отличны от методов определения параметров линейной функции по известным энергиям присоединения нуклонов. Энергии  $\alpha$ -распадов позволяют установить только связь между внешними  $\alpha$ ,  $\beta$  и внутренними  $\gamma^Z$ ,  $\gamma^N$  параметрами:

$$\text{Для } Z \text{ – четного} \quad Q_\alpha(Z,N) - Q_\alpha(Z-1,N) = \alpha_- - \gamma_-^N, \quad (1.5)$$

$$Z \text{ – нечетного} \quad Q_\alpha(Z,N) - Q_\alpha(Z-1,N) = \alpha_+ - \gamma_+^N, \quad (1.6)$$

$$N \text{ – четного} \quad Q_\alpha(Z,N) - Q_\alpha(Z,N+1) = \gamma_+^Z - \beta_+, \quad (1.7)$$

$$N \text{ – нечетного} \quad Q_\alpha(Z,N) - Q_\alpha(Z,N+1) = \gamma_-^Z - \beta_-, \quad (1.8)$$

поэтому любая неточность в выборе внешних параметров неизбежно приводит к возникновению накапливающейся ошибки в значениях энергий связи ядер. Задача определения энергий связи решается методом последовательных приближений. Первоначально границы областей и внешние параметры берутся из статистической обработки и описания стабильных ядер. Затем последовательно описываются области, содержащие легкие изотопы, в сторону убывания  $N$  вдоль цепочек  $\alpha$ -распадных превращений. В процессе описания новых областей за счет проверки условий (1.5–1.8) вместе с соотношением непрерывности (1.3) проводится корректировка ранее вычисленных параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , сказывающаяся, естественно, и на значениях масс стабильных ядер. Если параметры  $\alpha$

надежно установлены на большом массиве экспериментальных данных и существуют достаточно точные данные об энергиях  $\alpha$ -распада, то из соотношений (1.5–1.8) можно вычислить внутренние параметры соответствующей области и лишь затем вычислять  $\beta$ , поскольку зависимость от них слабее, чем от  $\alpha$ .

По мере продвижения вдоль  $\alpha$ -распадных цепочек ядер в сторону легких изотопов число вовлеченных в расчеты параметров растет, а с ними и число вносимых ими погрешностей. Так, в области среднетяжелых ядер, где тестировался обсуждаемый метод, промежуточный грубый расчет позволил определить масштаб отклонений расчетных значений энергии  $\alpha$ -распада от эксперимента 2 МэВ, и отклонения не уменьшались при вариациях параметров. Таким образом было установлено, что причина больших расхождений связана с выбором субмагических чисел. В рассматриваемом примере потребовалось изменение субмагического числа  $Z=75$  на  $Z=74$  и  $Z=76$ . Последующие итерации параметров позволили сократить величину расхождения теории и эксперимента до 0,5 МэВ.

При исследовании обсуждаемых областей проявилось еще одно существенное свойство ПЭСЯ – наличие на ней областей, ограниченных величинами  $Z_{k+1} - Z_k$  (или  $N_{l+1} - N_l$ ) = 2, названных «двойными слоями». Они находятся в непосредственном контакте с главными магическими числами и возникают из-за резких изменений свойств ПЭСЯ в этих точках. Их можно характеризовать лишь значениями первых производных поверхности. С другой стороны, эти границы гарантируют слабость связи параметров по их разные стороны, что дает возможность исследовать «большие» области практически независимо.

В разделе 4 аналогичным образом исследованы ядра с  $28 \leq N \leq 82$ .

В разделе 5 изучена проблема соотношения ММПЭСН и получающейся из нее как сумма энергий связи составляющих ядро нуклонов ММПЭСЯ. В силу неточности экспериментальных данных и приближенного характера вычислений оказывается, что полные энергии связи ядер, подсчитанные таким образом, расходятся с экспериментальными, хотя и не сильно, приблизительно на 0,7 МэВ для самых тяжелых ядер. Для устранения этих расхождений была проведена коррекция параметров, и даже изменены некоторые субмагические числа. В целом эта процедура заметно улучшила качество ММПЭСЯ.

В главе 2 развит метод экстраполяции ММПЭСЯ на области ядер, находящихся за пределами детерминированной экспериментом ММПЭСЯ, построенной в главе 1.

В разделе 1 обсуждается возможность использования ММПЭСЯ для экстраполяции поверхности масс в «пустые» области, где нет никаких экспериментальных данных. Поскольку четно-нечетные поправки к энергии связи ядер, находящихся в локальной области, являются плавными

функциями и хорошо известны, для экстраполяции достаточно построить ПЭС чётно-чётных ядер.

Следует пояснить, что разрывы производной ПЭСЯ на субмагических границах не велики – поверхность выглядит почти гладкой. Этот факт дает возможность в областях между главными магическими числами аппроксимировать ее гладкой функцией  $N$  и  $Z$ , которая зависит от сглаженных значений параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . В локальных областях поверхности, где эти параметры можно считать постоянными, эта функция имеет вид параболоида. Ясно, что гладкая функция непрерывных параметров может быть естественным образом экстраполирована за пределы области, где она подгонялась. Свойство инвариантности параметров  $\alpha$  и  $\beta$  резко повышает точность и надежность экстраполяции в областях экспериментально неизученных ядер.

Для решения поставленной задачи определяющим является выбор геометрической характеристики параболоида, наиболее пригодной для ее продолжения в области, куда проводится экстраполяция. Наиболее устойчивым является поведение параметра  $P$ , который определяет ориентацию осей симметрии параболоида в  $ZN$  системе координат. Он зависит, главным образом, от направления касательной к линии  $\beta$ -стабильности и в каждой «большой» междумагической области с хорошей точностью может быть аппроксимирован убывающими линейными функциями. С другой стороны нетрудно получить выражение этого параметра через параметры ММПЭСЯ:

$$P = \frac{\beta + \gamma}{\alpha + \beta + 2\gamma} \quad (2.1)$$

В свою очередь параметр кривизны изобарных сечений параболоида может быть представлен как  $|K| = (\alpha + \beta + 2\gamma)/32$ , а его зависимость от массового числа  $K(A)$  неплохо аппроксимируется [14] в виде:

$$K(A) = 0,1 + 120A^{-3/2} \quad (2.2)$$

Представляет интерес поведение параметра ориентации бесконечно малого элемента гладкой аппроксимирующей ПЭСЯ с минимальным числом определяющих её параметров с целью его экстраполяции. Такой простейшей формой описания энергетической поверхности обладает формула Бора-Уилера [27]:

$$V(A,Z) = V(A) - K(A)(Z - Z^*(A))^2 \quad (2.3)$$

где  $Z^*(A)$  определяет положение максимумов изобарных сечений поверхности  $V(Z,N)$ . Если использовать структуру этой формулы, а линию  $\beta$ -стабильности в ней аппроксимировать выражением [15]:

$$Z^* = 213,56 \ln(A + 443) - 1301,34, \quad (2.4)$$

то параметр ориентации бесконечно малого параболоида можно выразить через  $N$  и  $Z$ :

$$P = \frac{213,56}{N + Z + 443} - \frac{90(213,56 \ln(A + 443) - 1301,34 - Z)}{A(0,1A^{3/2} + 120)} \quad (2.5)$$

Таким образом, получена явная зависимость одной из характеристик параболоида на всей поверхности. Поэтому ее можно использовать для экстраполяции ММПЭСЯ в областях ядер, недоступных для эксперимента.

Во втором разделе главы детально разбираются основные элементы представленного метода экстраполяции на примере области нейтроноизбыточных средних ядер. Ввиду наличия в рядах субмагических областей стабильных ядер параметры  $\alpha$  и  $\beta$  обычно известны. Используя описанную в разделе 1 процедуру линейной интерполяции параметра  $P$  с помощью выражения (2.1) могут быть получены внутренние параметры поверхности. Если по каким-либо причинам параметры  $\alpha$  или  $\beta$  в прогнозируемых областях ядер не известны, их можно получить, привлекая выражение для кривизны параболоида (2.2) и выражение (2.1).

В третьем разделе главы рассмотрены аналитические свойства усредненной ПЭСЯ, вытекающие из её математической модели.

Приведением параболоидов к каноническому виду установлены аналитические связи между параметрами для разного типа параболоидов: эллиптического  $\gamma < \sqrt{\alpha\beta}$ , цилиндрического  $\gamma = \sqrt{\alpha\beta}$ , гиперболического  $\gamma > \sqrt{\alpha\beta}$ .

Слабая зависимость параметра ориентации  $P$  от  $N$  для сверхтяжелых ядер  $\Delta P/\Delta N = 0,0007$  даёт возможность для полных масс ядер (в пределах точности 0,1 МэВ) считать его неизменяемой величиной.

Установлена аналитическая связь между элементами инфраструктуры ММПЭСЯ, которыми являются форма линии  $\beta$ -стабильности (здесь имеется ввиду зависимость от  $N$ )

$$Z^* = 346 \ln(N+500) - 2145 \quad (2.6)$$

и системой  $\alpha$ - и  $\beta$ -параметров. За счет использования выражения (2.1), соотношения между параметрами для  $\beta$ -стабильных ядер  $\gamma = \sqrt{\alpha\beta}$  и выполняющегося с хорошей точностью феноменологического соотношения  $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 0,61$  было получено общее выражение для параметров наиболее стабильных изотопов сверхтяжелых ядер, как изучаемых в настоящее время, так и еще более тяжелых:

$$\beta(N) = \left(\frac{211}{154 + N}\right)^2; \quad \alpha(Z) = \left[ \frac{211}{\exp\left(\frac{Z + 2145}{346}\right) - 346} + 0,61 \right]^2. \quad (2.7)$$

Оно фактически представляет собой решение задачи вычисления энергий связи этих ядер. Степень точности такой аппроксимации демонстрируют графики на рис. 2 и 3.

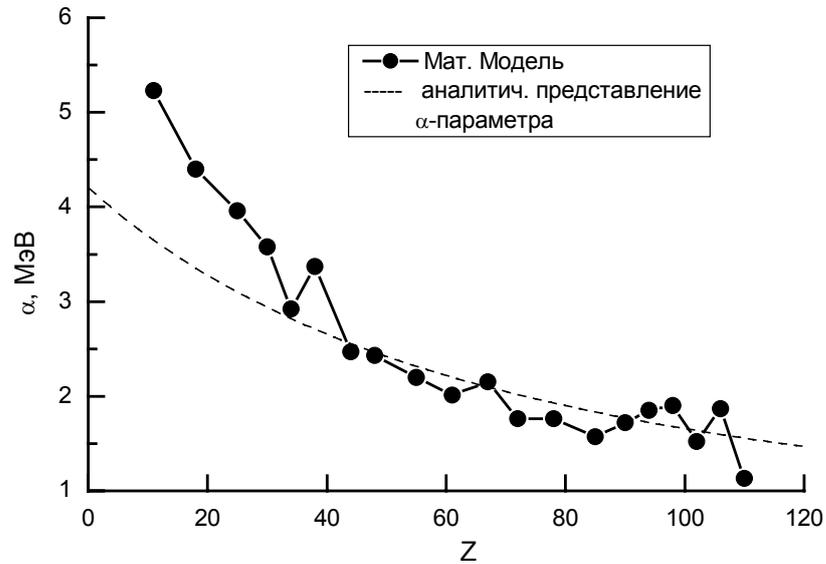


Рис. 2. Рассчитанный и аппроксимированный формулой (2.7) параметр  $\alpha$ .

В этом же разделе в рамках всестороннего исследования аналитических и феноменологических свойств ПЭСЯ обосновывается существование чрезвычайно интересной закономерности, наблюдающейся в энергиях связи изобарных ядер – увеличения кривизны изобарных сечений с увеличением избытка нейтронов  $I=N-Z$ . Она получается в результате дифференцирования параметра кривизны изобарного сечения по  $I$

$$\frac{dK}{dI} > \frac{d}{dI} \frac{1}{32} (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \frac{1}{16} \left( \frac{422}{154+N} + 0,61 \right) \frac{0,61N + 94}{(154+N)^2} > 0 \quad (2.8)$$

и позволяет показать, что кривизна изобарных сечений ПЭСЯ с увеличением избытка нейтронов увеличивается. Феноменологическое рассмотрение отклонений от средних значений параметров в области нейтроноизбыточных и нейтронодефицитных ядер подтверждает эту закономерность.

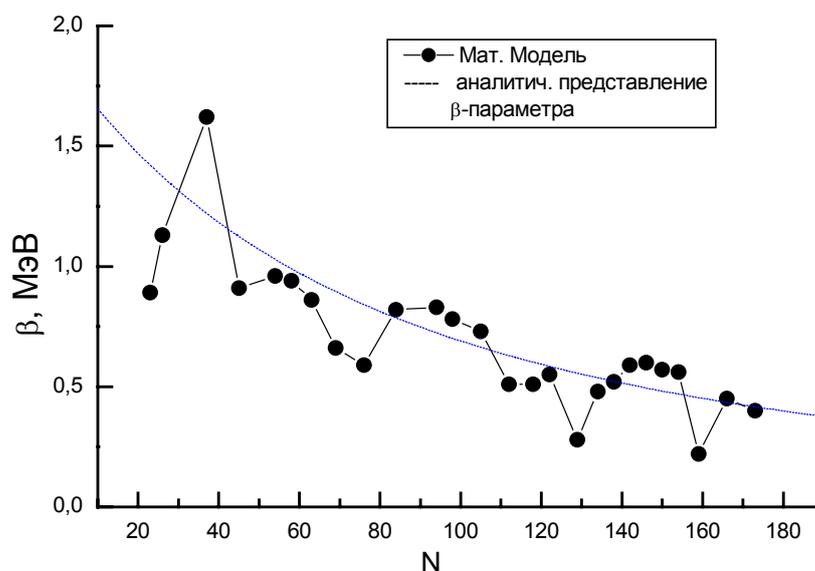


Рис. 3. Рассчитанный и аппроксимированный формулой (2.7) параметр  $\beta$ .

Все существующие массовые формулы соответствуют в общих чертах формуле Бора-Уилера (2.3), являющейся полиномом второго порядка от проекции изоспина. Наличие асимметрии изобарных сечений доказывает существование в формуле Бора-Уилера компоненты, зависящей от  $(N-Z)^3$ , или более высоких нечетных степеней проекции изоспина. Кулоновское и тем более изотопически-инвариантное ядерное взаимодействие не приводит к таким компонентам. Поэтому такое поведение изобарных сечений можно объяснить лишь нарушением изотопической инвариантности и/или влиянием трехнуклонного взаимодействия.

Обнаружено локальное увеличение кривизны изобарных сечений в тяжелых ядрах  $90 \leq Z \leq 104$  и  $126 \leq N \leq 50$ . Это можно наблюдать по увеличению  $\alpha$  и  $\beta$  параметров по сравнению с гладкими аналитическими функциями для этих величин, описывающих их усредненные значения (см. рис. 2 и 3).

Целью **третьей главы** является построение с максимально достижимой точностью ММПЭСЯ в области тяжёлых  $126 \leq N \leq 156$ ,  $82 \leq Z \leq 104$  и сверхтяжелых ( $Z \geq 104$ ) ядер. Верхние границы области  $Z=116$  и  $N=178$  определялись возможностями получить в рамках ММПЭСЯ надлежащую точность. Следует отметить, что ядра этой области имеют некоторый избыток протонов по сравнению с находящимися на линии  $\beta$ -стабильности, хотя и недалеко от нее.

Задача построения ММПЭСЯ в условиях бедной экспериментальной информации по массам ядер требует для своего решения анализа всевозможных тенденций в поведении ПЭСЯ. Поэтому в первую очередь были изучены тяжелые ядра.

Эта задача решалась в разделе 1. Следует отметить, что первое такое исследование было проведено одновременно с исследованием среднетяжелых ядер [3] в работе [28]. Новизна представленного в

диссертации материала, по сравнению с этой работой, состоит в том, что: а) использовались новые экспериментальные данные, объем которых за истекшие годы значительно вырос, б) в методику построения ПЭСЯ были внедрены подходы, использующие метод сглаживания, т. е. результаты второй главы в) проведенный анализ привел к существенной ревизии параметров модели, изменения пришлось внести даже в набор субмагических чисел, г) основное внимание уделялось задаче экстраполяции. В этом смысле результаты проведенного расчета энергий связи тяжелых ядер имеют самостоятельное значение.

Длина экспериментально изученных отрезков изотопических сечений в области тяжелых ядер оказывается недостаточной для извлечения параметров ориентации параболоидов. Поэтому для решения задачи экстраполяции ММПЭСЯ в этом регионе ядер на параметры ориентации областей известных ядер было наложено дополнительное ограничение: предполагалось, что параметры ориентации, как функции  $N$ , должны образовывать семейство параллельных линий. Все параметры ММПЭСЯ были скорректированы для выполнения этого условия. После этого ММПЭСЯ оказалась пригодной для экстраполяции ее в области неизученных ядер по методу, разработанному для среднелегких и среднетяжелых ядер. В итоге для всех известных ядер из области  $126 \leq N \leq 156$ ,  $82 \leq Z \leq 104$  среднеквадратичное отклонение расчетных масс от экспериментальных оказалось равным 66 кэВ. Отклонение вычисленных значений энергий связи ядер от их экспериментальных значений в 91% случаев не превышает 100 кэВ. Лишь для трех случаев это отклонение превосходит 200 кэВ.

Во втором разделе главы описан процесс построения ММПЭСЯ сверхтяжелых ядер. В этой области известны несколько десятков значений энергий альфа-распадов, входящих в цепочки, которые не замыкаются на ядра с известной массой [29,30]. Поэтому основным методом, используемым для поставленной цели, является здесь подход, представленный в разделе 3 главы 1. Дополнительно к этому использовались представленные в главе 2 и характерные для стабильных ядер соотношения  $\gamma = \sqrt{\alpha\beta}$  и (2.1), а также результаты вычисления параметра ориентации, представленные в предыдущем разделе. Значения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  были получены из решения обратной задачи воспроизведения энергий  $\alpha$ -распадов с точностью 0,1 МэВ без нарушения структуры ММПЭСЯ.

Все это вместе взятое позволило построить ММПЭСЯ сверхтяжелых ядер. Из 27 известных энергий альфа-переходов, изученных в работах ЛЯР ОИЯИ (наиболее детально описаны в [29,30]), 16 воспроизводятся с отклонением не выше 10 кэВ, лишь для 4 переходов эта разность превышает 50 кэВ. Результаты настоящей работы существенно превосходят по точности результаты других работ, посвященных вычислению масс сверхтяжелых ядер, а в области экстраполяции предсказываются значения масс, заметно отличающиеся от полученных в этих работах.

В четвертой главе вычисленные в предыдущих главах значения энергий связи ядер используются для вычисления времен жизни изотопов, далеких от области стабильности.

В первом разделе главы кратко изложен полуэмпирический метод расчета ширин альфа-распада четно-четных ядер, развитый в [31,32]. Этот метод включает в себя: расчет проницаемости потенциального барьера, определяемого хорошо апробированным потенциалом МакФаддена-Сэчлера [33] для всех ядер время жизни и энергия альфа-распада которых известны. Вычисление по измеренным временам жизни «экспериментального» спектроскопического фактора (фактора формирования) альфа-частицы в каждом ядре. Статистическую обработку этих данных – вычисление среднего значения спектроскопического фактора  $\bar{W}_\alpha$  и его среднеквадратичного отклонения  $\delta_W$ . Малость  $\delta_W$  позволяет использовать величину  $\bar{W}_\alpha$  в качестве спектроскопического фактора при расчетах неизмеренных ширин альфа-распада при известной энергии, используя формулу:

$$\Gamma_\alpha = (\hbar\omega/\pi)\bar{W}_\alpha P, \quad (4.1)$$

где  $\omega$  - частота колебаний нуклонов в ядре, а  $P$  – проницаемость барьера, определяемого тем же потенциалом.

Проведен анализ вероятностей альфа-распада тяжелых нейтронодефицитных ядер. Исследовались в основном изотопы, масса которых не измерена, ее величины были рассчитаны в главе 1. Демонстрируется хорошее согласие расчетов с экспериментом в случаях, когда известны результаты измерения. В результате расчетов на плоскости  $N, Z$  установлены границы, определяемые временами жизни ядер  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  и  $10^1$  сек., которые могут служить ориентирами для различных экспериментов.

Во втором разделе главы обсуждается возможность использования выражения (4.1) для расчета ширин протонного распада. Основным источником неточности здесь является сильное влияние ядерной деформации, которое не учитывается формулой (4.1). Показано, что неопределенности такого расчета не превосходят неопределенностей, вносимых в результат вычисления времени жизни  $t_p$  за счет неточности оценки энергии протонного распада  $Q_p$  в этой области ядер.

Проведены расчеты ширин альфа- и протонного распада и оценка ширин бета-распада для средних ядер в области линии протонной стабильности. Для первого использован полуэмпирический метод. Что касается протонного распада, то потенциал взаимодействия нуклонов с ядрами хорошо известен, спектроскопические факторы протонов близки к единице, поэтому непосредственный расчет по формуле (4.1) не представляет труда. Установлены границы, определяемые временами жизни ядер по отношению к альфа-распаду  $t_\alpha = 10^{-7}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^1$ ,  $10^3$  и  $10^8$  сек. Рассчитаны ширины протонного распада ядер из обсуждаемой области, изучены тенденции изменения  $t_p$  при увеличении  $Q_p$ . Эта зависимость – очень резкая, поэтому

четно – нечетные эффекты в энергиях связи ядер чрезвычайно сильно сказываются на величинах времен. Их различие в нечетных по  $Z$  ядрах и соседних четных в обсуждаемой области составляет около двадцати порядков, а компенсирующее указанную четно-нечетную разность увеличение нейтронного дефицита составляет четыре-пять единиц. Этот результат представляется полезным при планировании поиска протонного распада четных по  $Z$  ядер. Для обсуждаемых ядер проанализированы доминирующие моды распада. Показано, что с ростом нейтронного дефицита протонный распад почти всегда начинает доминировать как над альфа-, так и над бета-распадом в одних и тех же изотопах, причем уже в этих пограничных изотопах величина  $t_p$  оказывается много меньше  $t_\beta$  и  $t_\alpha$ .

В третьем разделе представлены результаты анализа ширины альфа-распада сверхтяжелых ядер, массы которых определены в третьей главе. Для расчетов используется полуэмпирический метод. Исследована проблема идентификации ядра по соотношению времени жизни  $t_\alpha$  и энергии альфа-распада  $Q_\alpha$ . Показано, что с помощью полуэмпирического метода анализа альфа-распада можно надежно различать элементы, отличающиеся на две единицы заряда. Нечетный и четный элемент с большим на единицу зарядом можно отличить лишь для сильно запрещенного альфа-перехода в нечетном. Метод чувствителен к разнице в угловых моментах альфа-перехода в  $2 \div 3$  единицы  $\hbar$ .

Проанализированы альфа-распады всех известных сверхтяжелых изотопов. Показано, что все имеющиеся на этот счет экспериментальные данные взаимно согласованы. Этим самым подтверждена корректность идентификации полученных изотопов авторами экспериментов (см. [29,30]). Предсказаны и времена жизни множества неизученных экспериментально изотопов. Ядра на линии бета-стабильности ( $^{278}106$ ,  $^{284}108$ ) обладают временем жизни, составляющим несколько лет. Значения времен жизни по отношению к альфа-распаду более тяжелых четно-четных изотопов, лежащих рядом с этими ( $^{280}106$ ,  $^{286}108$ ), – от примерно 100 до нескольких десятков тысяч лет. Представленные методы анализа в рамках этой схемы и значения энергий распада и времен жизни неизвестных сверхтяжелых изотопов могут быть полезными при постановке новых экспериментов, анализе их результатов, а также для планируемого в настоящее время поиска сверхтяжелых изотопов в природе.

**В заключении** приведены основные результаты диссертации и сформулированы главные выводы.

**В приложении** содержатся таблицы энергий связи ядер.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработан обладающий высокой внутренней логической согласованностью вариант математической модели поверхности энергии связи нуклонов, описывающей ее линейными функциями чисел протонов и

нейтронов  $Z$  и  $N$  в прямоугольных областях ядер  $\{k,l\}$  плоскости  $ZN$ , граничащих между собой при целых значениях аргументов. Развита итеративный метод поиска оптимальных значений параметров модели, опирающийся как на данные об энергиях связи нуклонов, так и на таблицы ядерных масс.

2. Показано, что из условия непрерывности ММПЭСЯ (замкнутости циклов энергий связи нуклонов) следует, что два из трех универсальных параметров ( $\alpha$  и  $\beta$ ) функций (1.1, 1.2) являются инвариантами, т. е. сохраняют свои значения в полосах  $Z_k \leq Z \leq Z_{k+1}$  и  $N_l \leq N \leq N_{l+1}$  независимо от  $N$  и  $Z$  соответственно. Это свойство резко усиливает прогностические возможности модели.

3. Установлен ряд аналитических связей параметров кусочно-линейных функций ММПЭСН между собой и параметрами линии  $\beta$ -стабильных ядер. Они соединили в одно целое локальные и глобальные характеристики ММПЭСН.

4. Разработаны методы экстраполяции ММПЭСН с использованием параметров-инвариантов на области:

а) где известны лишь энергии альфа-распадов;

б) средних, среднетяжелых, тяжелых ядер между стабильными ядрами и линией нуклонной стабильности;

в) сверхтяжелых ядер, где известны лишь энергии альфа-распадов отдельных ядер;

г) сверхтяжелых ядер, где нет никаких экспериментальных данных об их энергиях.

5. Выявлена и математически обоснована новая, ранее неизвестная, закономерность, проявляющаяся в энергиях связи изобарных ядер – увеличение кривизны изобарных сечений с увеличением избытка нейтронов. Такое поведение изобарных сечений можно объяснить лишь нарушением изотопической инвариантности и/или наличием трёхнуклонного взаимодействия. Учет этой закономерности позволяет существенно повысить точность прогнозирования энергий связи ядер у границ нуклонной стабильности.

6. Рассчитаны значения масс более чем 2000 ядер. Для ядер, у которых они надежно измерены (т. е. стабильных и имеющих времена жизни больше одного часа), достигнута точность описания масс 160 кэВ. Для всех (в том числе и короткоживущих) ядер из области  $126 \leq N \leq 156$ ,  $82 \leq Z \leq 104$  среднеквадратичное отклонение составляет 66 кэВ. Предсказано множество неизвестных масс ядер вплоть до линии протонной стабильности, а также сверхтяжелых ядер.

7. Основываясь на измеренных и рассчитанных с помощью ММПЭСЯ значениях масс ядер, рассчитаны времена жизни средних

нейтронодефицитных ядер по отношению к протонному и альфа-распаду, а также значения ширины альфа-распада в тяжелых и сверхтяжелых ядрах. С помощью анализа ширины и энергий в цепочках альфа-распада этих ядер подтверждена полученная авторами экспериментов идентификация сверхтяжелых элементов.

### **Основные результаты диссертации опубликованы в работах:**

1. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев, В.М. Вымятин. Энергии связи нуклонов в среднетяжелых ядрах. Тезисы докл. 28-го совещания по ядерной спектроскопии, «Наука», Л., 1978, с. 420.
2. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев. Энергии отрыва нуклонов и распада ядер в области  $28 < Z < 82$ . Тезисы докл. 30-го совещания по ядерной спектроскопии, «Наука», Л., 1980, с. 208.
3. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев, В.М. Вымятин. Энергии связи нуклонов среднетяжелых ядрах, Деп. ВИНТИ № 4866-80. Москва, 1980.
4. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев, М.И. Старосотников. Размеры и сжимаемость ядер. Тезисы докл. 31-го совещания по ядерной спектроскопии «Наука», Л., 1981, с. 196.
5. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев, М.И. Старосотников. Энергии связи нуклонов в ядрах области  $22 < Z < 64$ . Деп. ВИНТИ № 2627- 81. Москва, 1981.
6. Н.Н. Колесников, М.И. Старосотников, В.М. Вымятин, О.П. Бадаев. Размеры и энергии связи ядер. Тезисы докл. 32-го совещания по ядерной спектроскопии, «Наука», Л., 1982, с. 217.
7. Н.Н. Колесников, О. П. Бадаев, М.И. Старосотников. Кулоновские и полные энергии легких ядер. Тезисы докл. 32-го совещания по ядерной спектроскопии, «Наука», Л., 1982, с. 218.
8. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев. Изомультиплетные уровни энергий отрыва нуклонов и бета-распада легких ядер. Деп. ВИНТИ, № 6180-83. Москва, 1983.
9. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев. Энергии связи ядер, далеких от области стабильности. Тезисы докл. 35-го совещания по ядерной спектроскопии. «Наука», Л., 1985, с. 176.
10. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев, М.И. Старосотников, В.М. Вымятин. Размеры ядер и оптимальные массовые формулы. Тезисы докл. 35-го совещания по ядерной спектроскопии. «Наука», Л., 1984, с. 237.
11. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев. Новые массовые формулы и энергии связи среднетяжелых ядер. Сб. статей «Изучение возбужденных состояний ядер», Алма-Ата, 1986, с. 255–280.

12. Н.Н. Колесников, О.П. Бадаев. Альфа- и бета-стабильность ядер области средних масс. Деп. ВИНТИ № 4214. Москва, 1989.
13. О.П. Бадаев. Расчет энергий связи нуклонов в ядрах с  $40 < N < 126$ . Деп. ВИНТИ № 310-В90. Москва, 1990.
14. О.П. Бадаев. Математическое моделирование ядерной энергетической поверхности. Вестник Московского университета. 1996, № 3, с. 23–30.
15. О.П. Бадаев. Феноменологическая модель для прогнозирования энергии связи  $\beta$ -нестабильных ядер. Физическая мысль России. 1999, № 1/2 с. 30–39.
16. О.П. Бадаев, С.Д. Кургалин, Ю.М. Чувильский. Оценка масс и вероятностей  $\alpha$ -распада нейтронодефицитных изотопов трансурановых элементов. Тезисы докл. 39-го совещания по ядерной спектроскопии. Дубна, 1999, стр. 189.
17. О.П. Бадаев, С.Д. Кургалин, Ю.М. Чувильский. Конкуренция протонного,  $\alpha$ - и кластерного распада в области линии протонной стабильности. Тезисы докл. 39-го совещания по ядерной спектроскопии. Дубна, 1999, стр. 190.
18. О.П. Бадаев, С.Д. Кургалин, Ю.М. Чувильский. Конкуренция протонного,  $\alpha$ - и кластерного распада в области линии протонной стабильности средних ядер. Известия АН, серия физическая. 2000. т. 64, № 5, с. 918–923.
19. О.П. Бадаев, С.Д. Кургалин, Ю.М. Чувильский. Оценка масс и вероятностей  $\alpha$ -распада ядер нейтронодефицитных изотопов тяжелых элементов. Известия АН, серия физическая. 2000. т. 64, № 5, с. 924–929.
20. О.П.Бадаев. Применения математической модели ядра для прогнозирования энергий связи  $\beta$ -нестабильных тяжелых ядер. Вопросы атомной науки и техники, серия: Ядерные константы. 2000, выпуск 2, с. 33–39.
21. О.П.Бадаев. Математическое моделирование энергий связи сверхтяжелых атомных ядер. Препринт Физич. ф-та МГУ. № 12/2002–05–16. 12 с.
22. О.П. Бадаев, С.Д. Кургалин, Ю.М. Чувильский, В. Шайд. Идентификация новых сверхтяжелых элементов по характеристикам  $\alpha$ -распада. Вестник ВГУ, Серия физика, математика. 2003, № 1, с. 19–28.
23. О.П. Бадаев, С.Д. Кургалин, Ю.М. Чувильский, В. Шайд. Альфа-диагностика синтеза сверхтяжёлых элементов на основе полуэмпирического метода расчёта вероятностей  $\alpha$ -распада. В сб.: Физико-математическое моделирование систем. Материалы международного семинара. (Воронеж, 5-6 октября 2004г.) с. 7–8.

### **Цитируемая литература**

24. Н.Н. Колесников. Энергии изобарных и изотопических переходов и новая формула для масс ядер. Вестник МГУ, серия физика, астрономия. 1966, №6, с. 76–87.
25. Н.Н. Колесников, А.Г. Демин. Таблицы энергий связи нуклонов и энергий  $\alpha$ - и  $\beta$ -распада изотопов тяжёлых элементов. Сообщения ОИЯИ. 1975, препринт Р6-9420, 28 с.
26. Н.Н. Колесников и В.М. Вымятнин. Ядерные подболочки и точная формула для энергий связи ядер. Известия вузов. Физика. 1977, т.6, с. 115–123.
27. N. Bohr, J. A. Wheeler. The mechanism of nuclear fission. Phys. Rev. 1939, v.56, p. 426–450.
28. Колесников Н.Н., Деп. ВИНТИ, №4687-80. Москва, 1980.
29. Yu.Ts. Oganessian et al. Measurements of cross sections and decay properties of the isotopes of elements 112, 114, and 116 produced in the fusion reactions  $^{233,238}\text{U}$ ,  $^{242}\text{Pu}$ , and  $^{248}\text{Cm} + ^{48}\text{Ca}$ . Phys. Rev. 2004. v. C70. p. 064609-1 – 064609-14.
30. Yu.Ts. Oganessian et al. Synthesis of elements 115 and 113 in the reaction  $^{243}\text{Am} + ^{48}\text{Ca}$ . Phys. Rev. 2005. v. C72. p. 034611-1 – 034611-16.
31. С.Г. Кадменский В.И. Фурман. Альфа-распад и родственные ядерные реакции. М.: Энергоатомиздат. 1985, 224 с.
32. В.М. Вахтель и др. Структурные эффекты и систематики  $\alpha$ -переходов для ядер с  $52 < Z < 90$ . Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1987. т. 18, вып. 4, с. 777–819.
33. L. McFadden, G.R. Sathcler. Optical-model analysis of the scattering of 24.7 MeV alpha-particles. Nucl. Phys. 1966. v. 84, №1, p. 177–200.

Подписано к печати 17.04.07

Тираж 100 Заказ 65

Отпечатано в отделе оперативной печати  
физического факультета МГУ