

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

«ЛАВИННАЯ ИОНИЗАЦИЯ В ГАЗАХ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ  
ИНФРАКРАСНОЙ ФИЛАМЕНТАЦИИ»

Выполнил студент 405 группы  
Альперович Кирилл Дмитриевич

---

Научный консультант:

снс к.ф.-м.н.

Панов Николай Андреевич

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., профессор

Косарева Ольга Григорьевна

---

Допущена к защите

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

профессор д.ф.-м.н. Салецкий А.М.

МОСКВА

2021

# Оглавление

1	Аннотация . . . . .	2
2	Введение . . . . .	3
3	Модель . . . . .	9
4	Численная схема . . . . .	13
5	Результаты . . . . .	15
6	Выводы . . . . .	19

# 1. Аннотация

В бакалаврской работе разработаны методика Монте-Карло моделирования лавинной ионизации газовых сред и алгоритм на ее основе. Для различных интенсивностей от 10 до 200 ТВт/см<sup>2</sup> по большому числу случайных реализаций из численного решения уравнения движения электрона в электрическом поле импульса с учетом стохастических столкновений восстановлены энергетические спектры электронов. Установлено, что вероятность обнаружить электрон заданной кинетической энергии монотонно спадает с ростом энергии. Показано, что доля электронов с энергией выше потенциала ионизации молекулы кислорода (т.е. тех, что могут ее ионизовать) квазилинейно возрастает до 107.8 ТВт/см<sup>2</sup>, достигая ~40%, а затем скачком становится равной 100%.

## 2. Введение

Открытие лазера, отмеченное Нобелевской премией в 1964 г., привело к появлению новых областей науки, посвященных воздействию интенсивного излучения на вещество. В настоящее время распространение и взаимодействие мощного фемтосекундного излучения с газами в основном изучалось для импульсов ближнего инфракрасного диапазона (800 нм), см. обзор [1]. В качестве источника излучения обычно используется коммерчески доступный титан-сапфировый лазер, обеспечивающий в воздухе интенсивность порядка  $10^{13} - 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. При такой интенсивности излучения, кинетическая энергия электронов, приобретаемая от поля, составляет порядка 1–10 эВ. Чтобы выбить следующий электрон из молекулы необходимо затратить энергию, равную энергии связи электрона в атоме, которую также называют потенциалом ионизации. Рассматривая кислород, для которого потенциал ионизации  $W_{ion} = 12.6$  эВ, можно сделать вывод, что электрону необходимо несколько столкновений, чтобы достигнуть энергии большей  $W_{ion}$ .

Для генерации ультрафиолетовых импульсов длительностью 100 фс — 1 пс используются гибридные лазерные системы, обеспечивающие мощность порядка 1 ТВт. Подобная установка описана в работе [2]. Для генерации затравочных импульсов используется титан-сапфировый лазер, настроенный на длину волны 744 нм. Далее в системе нелинейных кристаллов генерируется третья гармоника на длине волны 244 нм, которая затем пропускается через каскад эксимерных усилителей, работающих на фториде криптона. Такие лазерные системы используются при исследовании филаментации. Так в работе [3] субтераваттный импульс с центральной длиной волны 248 нм образует множество филаментов, каждый из которых имеет протяженность более 15 м.

Поскольку энергия электрона пропорциональна квадрату длины волны, для ультрафиолетового лазера она в  $\left(\frac{800}{248}\right)^2 \approx 10$  раз меньше, чем для электронов в импульсе титан-сапфирового лазера, и лавинный вклад в ионизацию среды является заведомо пренебрежимым.

В последние годы созданы мощные фемтосекундные лазерные системы в среднем и дальнем инфракрасном диапазонах. При филаментации в воздухе излучения таких систем пиковая интенсивность может составлять более  $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Рассмотрим лазерную систему, генерирующую импульсы с центральной длиной волны 4 мкм длительностью около 100 фс при энергии свыше 20 мДж [4]. Она является чисто твердотельной. Импульс от лазера на кристалле фторида кальция, легированном итербием, комбинируется с импульсом второго лазера, активным веществом которого является алюмо-иттриевый гранат, легированный неодимом. Проходя через систему каскадного параметрического усиления, на выходе формируется импульс с центральной длиной волны  $\lambda = 4$  мкм и длительностью импульса менее 100 фс. При использовании такой лазерной системы впервые была продемонстрирована филаментация ультракоротких импульсов среднего инфракрасного диапазона в атмосфере [4], показана возможность переноса энергии более 20 мДж с пиковой мощностью более 200 ГВт через атмосферу в одном филаменте. В описанной системе, как указано выше, используется импульс с длиной волны  $\lambda = 4$  мкм, то есть энергия электрона больше соответствующей энергии при использовании титан-сапфирового лазера в  $\left(\frac{4}{0.8}\right)^2 = 25$  раз, то есть составляет сотни электронвольт. Поскольку эта энергия больше потенциала ионизации молекул любых газов, в исследованиях филаментации импульсов среднего инфракрасного диапазона эффектом лавинной ионизации пренебречь невозможно.

Гибридная лазерная система для генерации импульса дальнего инфракрасного диапазона разработана в работе [5]. В национальной лаборатории Брукхейвена использовали установку в которой излучение титан-сапфирового лазера параметрически преобразовывалось для получения импульса с длиной волны 10.2 мкм и длительностью 3.5 пс.

Затем этот импульс пропускается через усилитель на  $\text{CO}_2$ . Показано, что тераваттное пиксекундное излучение такой системы формирует в воздухе филамент сантиметрового диаметра. Для столь длинноволнового излучения многофотонная ионизация не вносит значительного вклада в общую ионизацию. Освободившиеся благодаря туннельному механизму ионизации электроны ускоряются сильным электромагнитным полем. Этот процесс формирует электронную лавину. Расчеты показывают, что в процессе лавины концентрация электронов возрастает до  $\sim 10^{15} \text{ см}^{-2}$ . Этого достаточно, чтобы сформировался яркий плазменный канал, наблюдаемый экспериментально.

В последние годы возродился интерес к филаментации в газах высокого давления. В этих условиях влияние электронной лавины заведомо существенней, поскольку частота столкновений возрастает с увеличением давления. В работе [6] измерен нелинейный показатель преломления для углекислого газа и ксенона в широком диапазоне давлений, а именно 1—150 бар для углекислого газа и 1—90 бар для ксенона, который покрывает разные агрегатные от газа до сверхкритического флюида. Показано, что показатель преломления достигает максимального значения на границе линии Видома. Важно отметить, что преобладающий вклад в увеличение показателя преломления обеспечивается, по большей части, протяженными линейными кластерами.

В работе [7] использована смесь азота при давлении 30 бар и паров воды при давлении 2 мбар, в которую фокусируется фемтосекундное излучение от перестраиваемого параметрического усилителя, накачиваемого титан-сапфировым лазером. Показано, что филаментация фемтосекундного импульса с центральной длиной волны 1.3 мкм в газе приводит к длинноволновому сдвигу спектра импульса. В такой смеси газов с полосой поглощения 1.35 мкм приводит к нелинейному усилению резонансного поглощения [8].

В исследовании [9] изучалась терагерцовая генерация при фемтосекундном пробое в воздухе и углекислом газе для широкого диапазона давлений от 0.01 до 250 бар. Показано, что максимум эффективности терагерцовой генерации для углекислого газа

соответствует давлению  $p \approx 0.5$  атм., тогда как для воздуха максимум приходится на область около  $p \approx 1$  атм. В области высоких давлений, где вклад лавинной ионизации может быть существенным, энергия терагерцового излучения уменьшается до уровня шумов установки.

В работе [10] проведено численное моделирование филаментации фемтосекундного импульса с центральной длиной волны  $\lambda = 1.3$  мкм в смеси азота при давлении 40 бар и температуре 358 К и водяного пара, давление которого изменятся от 0 до 0.36 бар. Показан непрерывный переход от X- к O- образному частотно-угловому распределению с ростом влажности. Лавина в [10] учтена в рамках упрощенной модели, основанной на уравнении для средней кинетической энергии электрона.

Существуют различные механизмы ионизации излучением высокой интенсивности. При малых давлениях можно рассматривать явление ионизации в рамках взаимодействия излучения с одиночным атомом. В монографии [11] в рамках единого подхода рассматриваются два механизма ионизации: многофотонный и туннельный. Введен параметр адиабатичности (или параметр Келдыша)  $\gamma$ , значение которого определяет характер процесса нелинейной ионизации. Величина  $\gamma$  прямо пропорциональна частоте поля излучения и обратно пропорциональна амплитуде его напряженности. Туннельный режим соответствует предельному случаю с низкой частотой, когда  $\gamma^2 \ll 1$ . Многофотонный механизм ионизации, напротив, реализуется или при низкой напряженности поля лазерного импульса, или при большой его частоте, когда выполнено условие  $\gamma^2 \gg 1$ .

Численное моделирование, проведенное в работе [12], демонстрирует широкую применимость теории туннельной ионизации для квантовой системы с короткодействующим потенциалом в поле лазерного импульса. Такой режим легко достигается в импульсах ближнего инфракрасного диспазона. В видимом и ультрафиолетовом спектре, когда интенсивность излучения увеличивается до значений, соответствующих состоянию системы с  $\gamma < 1$ , обычно наблюдается отрыв электрона от атома или отрицательного иона, проходящий в течение половины оптического цикла.

При исследовании филаментации фемтосекундных импульсов

инфракрасного диапазона в газах высокого давления необходимо учитывать коллективные эффекты. В работе [13] исследовано изменение концентрации возбужденных и ионизированных атомов при прохождении лазерного излучения через газ высокого давления. На основе кинетического уравнения Больцмана разработана модель для описания эволюции свободных электронов, ионов и нейтральных атомов, возбуждаемых в процессе столкновения. Моделирование проведено в аргоне при давлении 60 атм., через который распространяется лазерный импульс с центральной длиной волны 800 нм, длительностью 70 фс и пиковой интенсивностью в диапазоне (50 – 100) ТВт/см<sup>2</sup>. Концентрация ионов достигла 5% от концентрации нейтральных частиц, а концентрация возбужденных атомов была втрое выше.

В развитие работы [13] в исследовании [14] сформулирован общий подход для анализа распространения электромагнитных импульсов разной частоты в неравновесной и нестационарной плазме. Используя кинетическое уравнение Больцмана для электронной компоненты плазмы, изучена ее реакция на электромагнитный импульс произвольной длительности, включая ультракороткие импульсы длительностью несколько периодов осцилляции светового поля. Этот анализ позволяет учитывать особенности функции распределения электронов по скоростям под действием внешнего поля.

Излучение с длиной волны около 10 мкм обеспечивает эффективный набор электроном энергии даже при небольшой интенсивности. Действительно, уже при интенсивности порядка 1 ТВт/см<sup>2</sup> энергия электрона, осциллирующего в поле, превышает потенциал ионизации молекулы кислорода. Этот фактор обеспечивает насыщение интенсивности при филаментации мощных импульсов СО<sub>2</sub> лазера длительностью несколько пикосекунд [15].

Цель настоящей работы состоит в разработке базирующейся на методе Монте-Карло методики моделирования лавинной ионизации газовых сред и алгоритма на ее основе. С использованием разработанного алгоритма получены энергетические спектры электронов для различных интенсивностей в диапазоне от 10 до 200 ТВт/см<sup>2</sup>. Энергетические



спектры электронов, в свою очередь, позволили оценить долю электронов с энергией выше потенциала ионизации, т.е. тех, что могут ионизовать среду.

### 3. Модель

Рассмотрим классическое движение электрона в поле лазерного импульса, распространяющегося в газе. Между столкновениями с нейтральными частицами или ионами он движется только под действием электрического поля лазерного импульса:

$$\vec{E}_0(t) = \vec{E}_0 \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right) \cos(\omega_0 t), \quad (3.1)$$

где  $\tau$  — длительность импульса,  $\omega_0$  — частота импульса,  $E_0$  — амплитуда напряженности электрического поля. Модуль амплитуды напряженности электрического поля определяется следующим соотношением:

$$|E_0| = \sqrt{\frac{8\pi}{c}} I, \quad (3.2)$$

где  $c$  — скорость света;  $I$  — интенсивность.

В момент столкновения  $t = t_c$  на электрон действует случайная сила  $\vec{F}(t)$ . Поэтому уравнение движения электрона можно записать в виде

$$m \frac{\partial v}{\partial t} = e \vec{E}_0(t) + \vec{F}(t), \quad (3.3)$$

где  $e$  — заряд электрона;  $m$  — масса электрона.

Случайная сила  $\vec{F}(t)$  в уравнении движения (3.3) электрона в световом поле отвечает за изменение скорости электрона при его столкновении с нейтральными частицами. Она отлична от нуля только в момент столкновения  $t_c$ :

$$\vec{F}(t) = \delta(t - t_c) \times \text{random}, \quad (3.4)$$

При столкновении электрон рассеивается в произвольном

направлении. Поскольку масса электрона много меньше массы атомов, будем полагать, что модуль его скорости сохраняется, а направление изменяется случайным равномерно распределенным в единицу телесного угла образом (см. рис. 3.1).

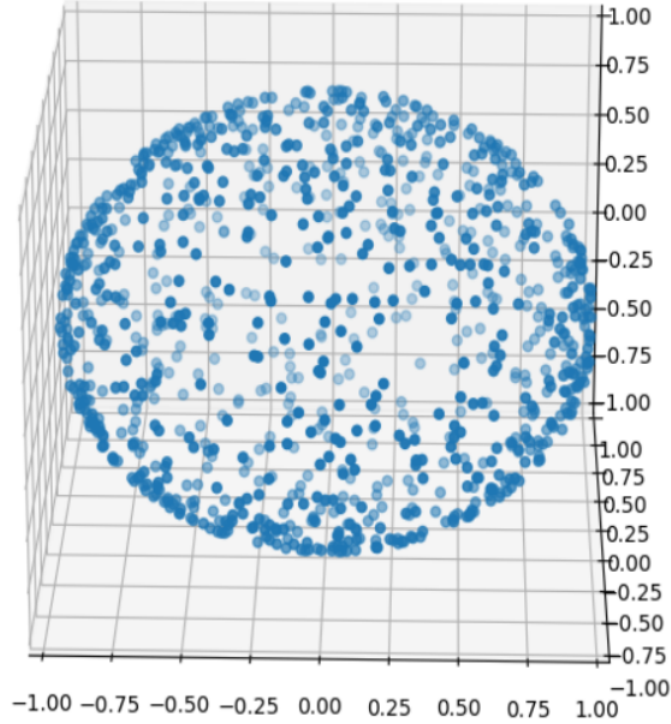


Рис. 3.1: Пример равномерного распределения точек на сфере

Данное распределение строится путем выбора двух координат  $\xi$  и  $\nu$ , которые являются равномерно распределенными случайными величинами в диапазоне от 0 до 1. Далее это множество точек можно перенести из единичного квадрата  $[0, 1]^2$  на сферу при помощи цилиндрической равновеликой проекции:

$$(\xi, \nu) \rightarrow (\theta, \phi) : (\arccos(2\xi - 1) - \pi/2, 2\pi\nu) \quad (3.5)$$

$$(\theta, \phi) \rightarrow (x, y, z) : (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, \sin \theta) \quad (3.6)$$

Время между столкновениями также определяется случайно. Будем полагать, что оно является экспоненциально распределенной случайной величиной с плотностью распределения:

$$f(t_c) = \frac{1}{\tau_c} \exp\left(-\frac{t_c}{\tau_c}\right) \quad (3.7)$$

При заданной функции плотности распределения среднее значение в точности равно  $\tau_c$ :

$$\int_0^{\infty} t_c f(t_c) dt_c = \tau_c, \quad (3.8)$$

то есть  $\tau_c$  — характерное время между столкновениями.

Известно, что из равномерного распределения можно получить любое другое, используя метод обратного преобразования. Для этого необходимо подействовать на равномерное распределение обратной функцией требуемого распределения. В данном случае, функция распределения:

$$F(t_c) = 1 - \exp\left(-\frac{t_c}{\tau_c}\right), \quad (3.9)$$

Приравнивая  $u = F(t_c)$ , получаем:

$$t_c = -\tau_c \ln(u). \quad (3.10)$$

При выводе соотношения (3.10) учтено, что величина  $u$  распределена равномерно от 0 до 1, также учтена симметрия равномерного распределения относительно замены  $1 - u$  на  $u$ .

Характерная частота столкновений в газах атмосферного давления  $\nu_c = \frac{1}{\tau_c}$  составляет 5 ТГц. Полагая газ идеальным, что справедливо до давлений  $\sim 50$  атм., можно записать:

$$\nu_c = 5 \text{ ТГц} \times p[\text{атм}] \quad (3.11)$$

$$\tau_c = \frac{1}{\nu_c \times p} = \frac{200 \text{ фс}}{p[\text{атм}]} \quad (3.12)$$

На рисунке (3.2) изображено случайное распределение времен между столкновениями. Заметим, что, хотя среднее время между столкновениями принято равным 200 фс при давлении 1 атм, большее количество точек располагаются под синей прямой (см рис. 3.2), что позволяет утверждать, что в ходе численного эксперимента с импульсом

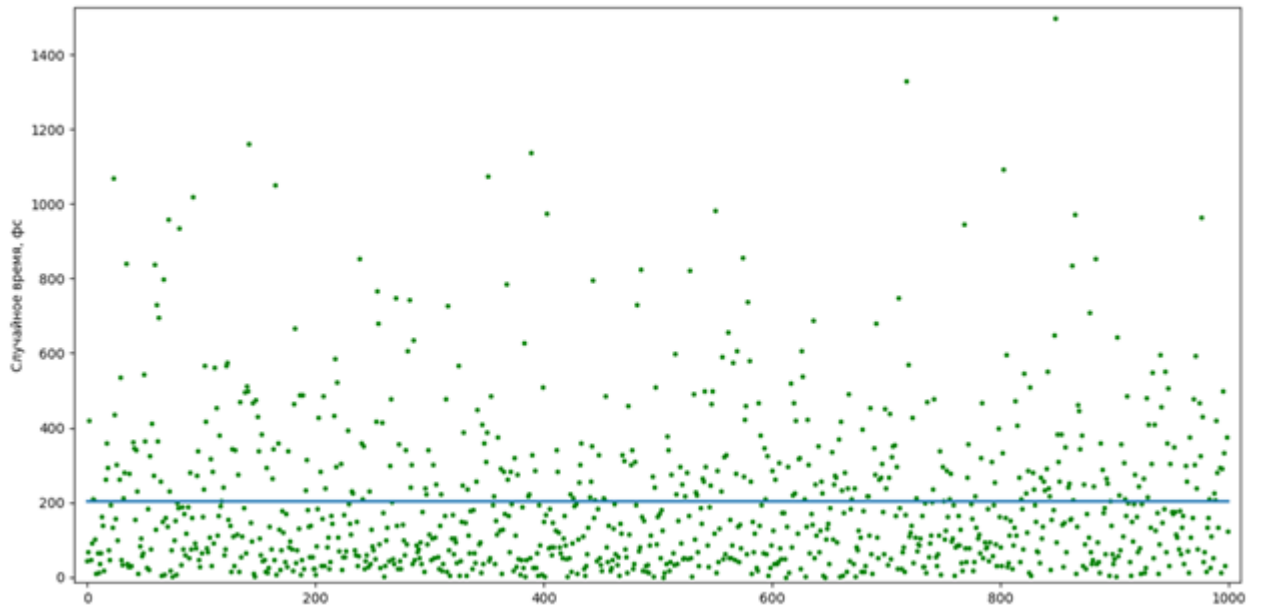


Рис. 3.2: Пример экспоненциального распределения точек. Горизонтальная прямая соответствует времени  $t_c = \tau_c = 200$  фс

длительностью 25 фс можно ожидать несколько столкновений электрона с нейтральной частицей.

## 4. Численная схема

В разделе 3 описано движение одного электрона в поле лазерного импульса, которое, как видно из формулы (3.3), носит стохастический характер вследствие столкновений. Нами произведено моделирование методом Монте-Карло и по многим реализациям построен спектр электронов по энергиям. Опишем его методику.

Сначала рассчитаем скорость электрона в поле лазерного импульса. Скорость удовлетворяет дифференциальному уравнению (3.3), следовательно, численно найдем скорость электрона, направив ось  $Ox$  вдоль направления электрического поля  $\vec{E}$ :

$$\begin{aligned} v_x[i] &= v_x[i-1] - \frac{e}{m} \times (E[i] + E[i-1]) \times \frac{\Delta t}{2} \\ v_y[i] &= v_y[i-1] \\ v_z[i] &= v_z[i-1] \end{aligned} \quad (4.1)$$

где  $\Delta t = \frac{2T}{N}$ ,  $N$  – количество точек разбиения,  $T : t \in (-T; T)$ . Начальные условия выбираем в виде:

$$\begin{aligned} v_x[0] &= 0 \\ v_y[0] &= 0 \\ v_z[0] &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

На начальном этапе определяется время до первого столкновения, оно определяет количество узлов сетки до случайного изменения направления скорости  $\vec{v}$ , а точнее, изменения  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$ :

$$\begin{aligned} v_x[t_c] &= v[t_c] \times P_x \\ v_y[t_c] &= v[t_c] \times P_y \\ v_z[t_c] &= v[t_c] \times P_z, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где множители  $P_x, P_y, P_z$  проецируют скорость на соответствующие оси и определяются в соответствии с формулой (3.6), сохраняя модуль скорости  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ . После каждого столкновения время следующего заново рассчитывается по формуле (3.10).

В ходе каждого численного эксперимента фиксируется максимальная кинетическая энергия, набранная электроном. Изучены случаи, когда эта энергия превысила потенциал ионизации молекулы кислорода ( $W_{ion} = 12,6$  эВ).

По результатам 100,000 расчетов строится спектр электронов по энергиям. Диапазон энергий выбран от 0 до 200 эВ, так как ни в одной реализации в тестовом спектре при интенсивности  $I = 100 \frac{\text{ТВТ}}{\text{см}^2}$  верхний предел диапазона не достигался. Этот диапазон разбивается на 100,000 промежутков с шагом 0.02 эВ. Далее, на каждом расчете определяется, в какой интервал попадает максимальная кинетическая энергия, набранная электроном. После этого определяется процент электронов, способных ионизировать молекулу кислорода, то есть с энергией выше  $W_{ion}$ .

## 5. Результаты

В численном моделировании получены спектры электронов по энергиям для интенсивностей  $I = 10, 20, 50, 100, 200$  ТВт/см<sup>2</sup> и длительности импульса  $\tau = 25$  фс. На рис. 5.1 показаны отдельные реализации зависимостей кинетической энергии электронов от времени с учетом столкновений для этих интенсивностей.

На рисунке 5.1 красной линией отмечен потенциал ионизации молекулы кислорода ( $W_{ion} = 12,6$  эВ). Для интенсивностей  $I = 10$  и  $20$  ТВт/см<sup>2</sup> ситуация, в которой максимальная кинетическая энергия электрона превосходит потенциал ионизации (см. рис. 5.1б и 5.1в), является очень редкой и кратковременной. Случайные реализации, представленные на рис 5.1б и 5.1в подбирались специально в демонстративных целях. При увеличении интенсивности до  $I = 50$  и  $100$  ТВт/см<sup>2</sup> (см. рис. 5.1г и 5.1д) преодоление потенциала ионизации является более частым событием и по времени наблюдается практически на всем протяжении лазерного импульса. Это связано с тем, что кинетическая энергия электрона достигает потенциала ионизации молекулы кислорода после первого столкновения. При интенсивности  $I = 200$  ТВт/см<sup>2</sup> (см. рис. 5.1е) кинетическая энергия электрона всегда превосходит потенциал ионизации молекулы кислорода.

Методом Монте-Карло, по 100,000 реализациям, построен спектр электронов по энергиям. Интенсивности выбраны так же, как и на 5.1:  $I = 10, 20, 50, 100$  ТВт/см<sup>2</sup>. Спектр при интенсивности  $I = 200$  ТВт/см<sup>2</sup> не представлен, поскольку в этом случае максимальная кинетическая энергия электронов всегда превосходит потенциал ионизации молекулы кислорода.



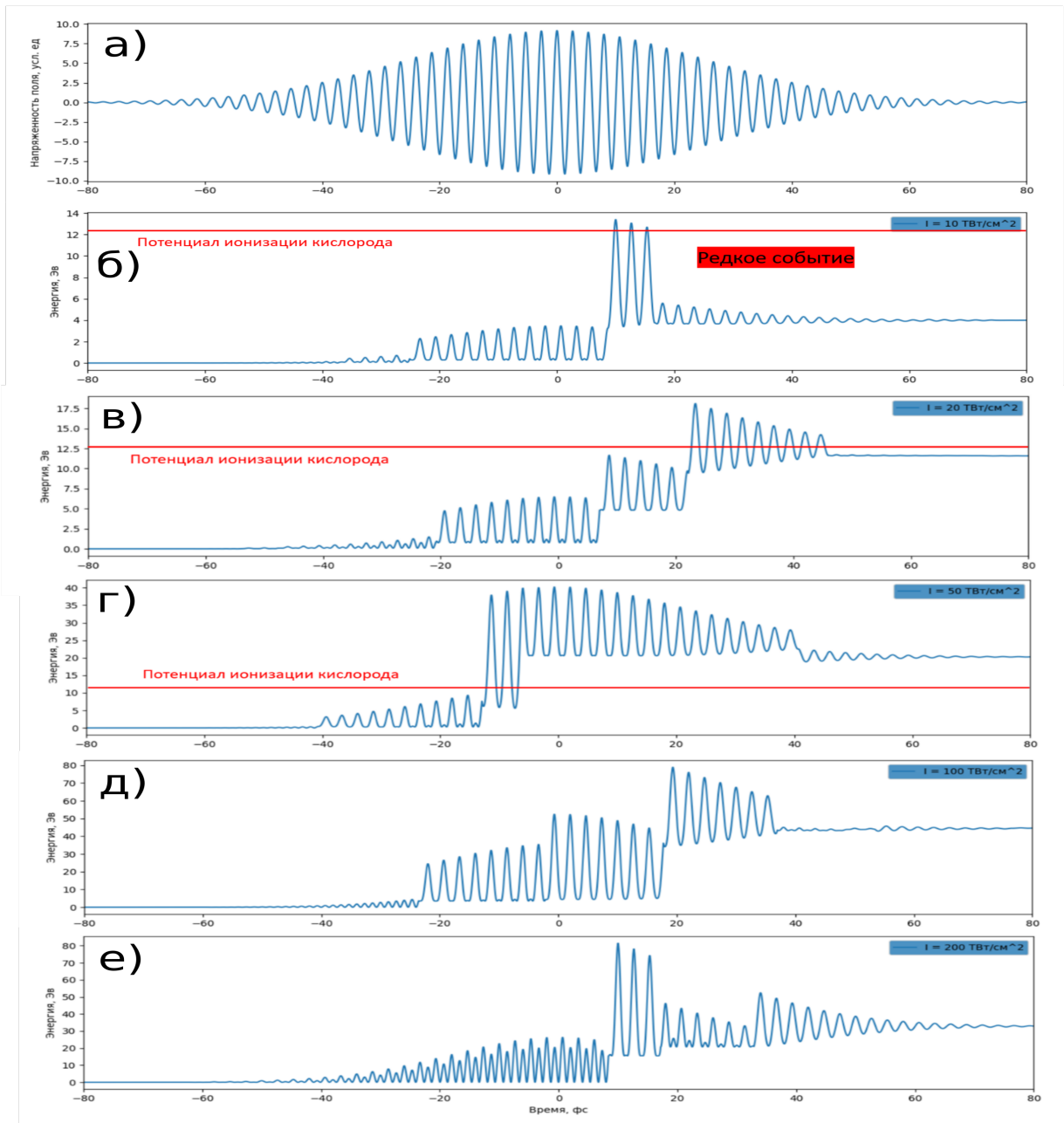


Рис. 5.1: (а) — электрическое поле импульса. (б-е) — Зависимости кинетической энергии электрона от времени для интенсивностей 10, 20, 50, 100, 200  $\text{ТВт}/\text{см}^2$  соответственно

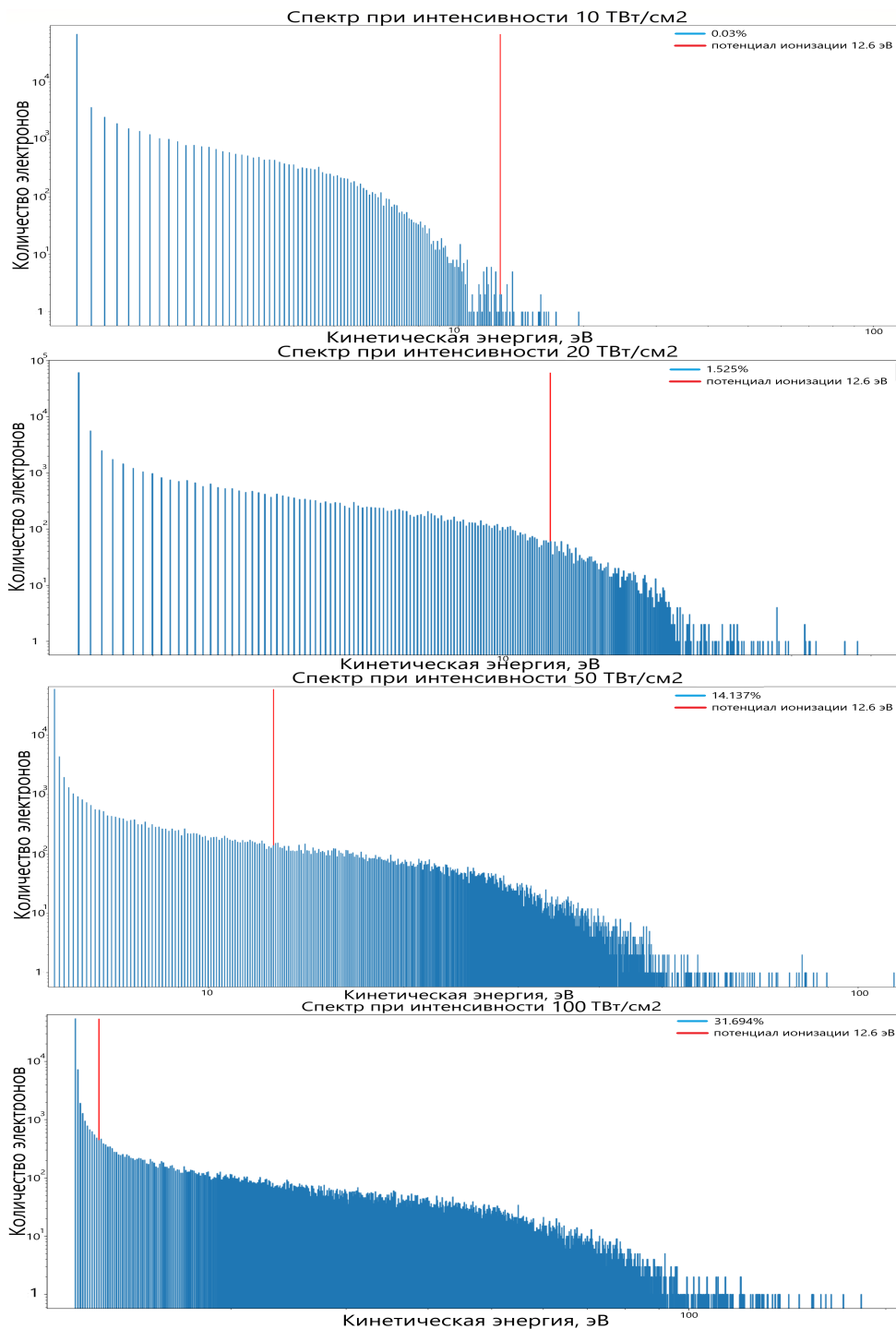


Рис. 5.2: (а-г) — Спектры электронов по энергиям для интенсивностей 10, 20, 50, 100 ТВт/см<sup>2</sup> соответственно. Красной прямой отмечен потенциал ионизации.

Красной прямой на спектрах отмечен потенциал ионизации молекулы кислорода. Определена доля электронов с энергией выше потенциала ионизации, то есть способных ионизировать атом при столкновении см. рис. 5.2

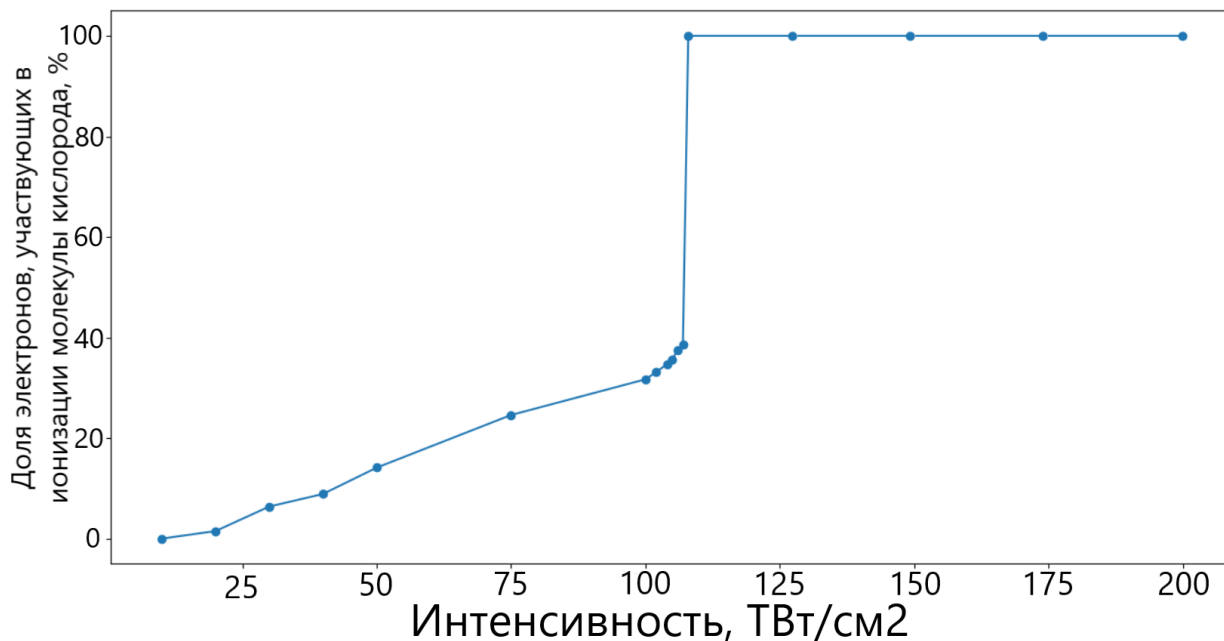


Рис. 5.3: Зависимость доли электронов, с энергией, превышающей потенциал ионизации молекулы кислорода от интенсивности лазерного импульса.

На рис. 5.3 показана зависимость доли электронов, способных ионизировать молекулу кислорода от интенсивности поля лазерного импульса. По графику можно сделать вывод, что зависимость при интенсивности меньше  $I = 100$  ТВт/см<sup>2</sup> имеет вид линейной функции, а при интенсивности  $I = 107,8$  ТВт/см<sup>2</sup>, назовем её пороговой, происходит скачок, характеризующийся тем, что, начиная с этой интенсивности, все электроны способны ионизировать молекулу кислорода, поскольку минимальная кинетическая энергия электронов при пороговой интенсивности уже превосходит потенциал ионизации.

## 6. ВЫВОДЫ

Разработаны методика Монте-Карло моделирования лавинной ионизации газовых сред и алгоритма на ее основе. Для различных интенсивностей в диапазоне  $10\text{--}200\text{ ТВт/см}^2$  по  $10^5$  случайным реализациям восстановлены энергетические спектры электронов. Установлено, что вероятность обнаружить электрон заданной кинетической энергии монотонно спадает с ростом энергии. Показано, что доля электронов с энергией выше потенциала ионизации молекулы кислорода (т.е. тех, что могут ее ионизовать) квазилинейно возрастает до  $107.8\text{ ТВт/см}^2$ , достигая  $\sim 40\%$ , а затем скачком становится равной  $100\%$ . Такой резкий перескок обусловлен тем, что при такой интенсивности энергия электрона, набираемая за один оптический цикл, начинает превышать потенциал ионизации.

## Литература

1. Кандидов Валерий Петрович, Шленов Святослав Александрович, Косарева Ольга Григорьевна. Филаментация мощного фемтосекундного лазерного излучения // Квантовая электроника. 2009. Т. 39, № 3. С. 205–228.
2. GARPUN-MTW: A hybrid Ti:Sapphire/KrF laser facility for simultaneous amplification of subpicosecond/nanosecond pulses relevant to fast-ignition ICF concept / V. D. Zvorykin, N. V. Didenko, A. A. Ionin [и др.] // Laser and Particle Beams. 2007. Т. 25. С. 435–451.
3. Fifteen meter long uninterrupted filaments from sub-terawatt ultraviolet pulse in air / D. E. Shipilo, N. A. Panov, E. S. Sunchugasheva [и др.] // Opt. Express. 2017. Oct. Т. 25, № 21. С. 25386–25391.
4. Mid-infrared laser filaments in the atmosphere / A. V. Mitrofanov, A. A. Voronin, D. A. Sidorov-Biryukov [и др.] // Sci. Rep. 2015. Feb. Т. 5. С. 8368.
5. Megafilament in air formed by self-guided terawatt long-wavelength infrared laser / Sergei Tochitsky, Eric Welch, Mikhail Polyanskiy [и др.] // Nat. Photon. 2019. Т. 13, № 1. С. 41.
6. Anomalous behavior of nonlinear refractive indexes of CO<sub>2</sub> and Xe in supercritical states / Evgenii Mareev, Victor Aleshkevich, Fedor Potemkin [и др.] // Optics express. 2018. Т. 26, № 10. С. 13229–13238.
7. Нелинейное усиление резонансного поглощения при филаментации импульса среднего инфракрасного диапазона в газах высокого давления / Виктор Олегович Компанец, Данила Евгеньевич Шипило,

- Ирина Алексеевна Николаева [и др.] // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2020. Т. 111, № 1. С. 27–31.
8. Supercontinuum of a 3.9-  $\mu$  m filament in air: Formation of a two-octave plateau and nonlinearly enhanced linear absorption / Nikolay A Panov, Daniil E Shipilo, Vera A Andreeva [и др.] // Phys. Rev. A. 2016. Т. 94, № 4. С. 041801.
  9. THz generation from laser-induced breakdown in pressurized molecular gases: on the way to terahertz remote sensing of the atmospheres of Mars and Venus / Peter M Solyankin, Irina A Nikolaeva, Andrey A Angeluts [и др.] // New Journal of Physics. 2020. Т. 22, № 1. С. 013039.
  10. Continuous transition from X-to O-shaped angle-wavelength spectra of a femtosecond filament in a gas mixture / NA Panov, DE Shipilo, IA Nikolaeva [и др.] // Physical Review A. 2021. Т. 103, № 2. С. L021501.
  11. Делоне Николай Борисович, Крайнов Виктор Петрович. Нелинейная ионизация атомов лазерным излучением. Физматлит, 2001.
  12. Volkova EA, Popov AM. Tunneling ionization from a short-range potential in an intense laser field. Numerical modeling // Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1994. Т. 106. С. 735–743.
  13. Intrapulse impact processes in dense-gas femtosecond laser filamentation / Dmitri A Romanov, Xiaohui Gao, Alexander L Gaeta [и др.] // Phys. Rev. A. 2018. Т. 97, № 6. С. 063411.
  14. Bogatskaya AV, Volkova EA, Popov AM. Numerical modeling of short electromagnetic pulse propagation in nonequilibrium and nonstationary plasma media // Laser Physics. 2019. Т. 29, № 8. С. 086002.
  15. Self-channeling of high-power long-wave infrared pulses in atomic gases / K Schuh, Miroslav Kolesik, Ewan M Wright [и др.] // Phys. Rev. Lett. 2017. Т. 118, № 6. С. 063901.