

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ
ДИНАМИКА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО
ИМПУЛЬСА В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ
КВАЗИ- \mathcal{PT} -СИММЕТРИЧНОЙ СРЕДЕ

Выполнил студент группы 205М
Цветков Дмитрий Максимович

подпись студента

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
Манцызов Борис Иванович

подпись научного руководителя

Допущен к защите « » мая 2020г.

Заведующий кафедрой:

д.ф.-м.н., профессор

Салецкий Александр Михайлович

подпись заведующего кафедрой

Москва

2020

Содержание

Введение	3
Глава 1. Динамика оптического импульса в квази-\mathcal{PT}-симметричной среде в геометрии Лауэ	12
1.1. Граничная задача брэгговской дифракции в \mathcal{PT} -симметричном фотонном кристалле (ФК) в геометрии Лауэ	12
1.2. Восстановление асимметрии брэгговского отражения в геометрии Лауэ в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК	19
1.3. Асимметричная динамика распространения импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК в геометрии Лауэ	22
1.4. Основные результаты главы 1	25
Глава 2. Динамика оптического импульса в квази-\mathcal{PT}-симметричной среде в геометрии Брэгга	27
2.1. Граничная задача брэгговской дифракции в \mathcal{PT} -симметричном ФК в геометрии Брэгга	27
2.2. Асимметричная динамика распространения импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК в геометрии Брэгга	30
2.3. Решение задачи распространения оптического импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК методом Паррата	33
2.4. Основные результаты главы 2	36
Заключение	37
Список литературы	39

Введение

В настоящее время технологии, использующие свет в качестве носителя информации, все активнее вытесняют свои электронные аналоги в области информационных коммуникаций. Более того, лазеры стали незаменимы во множестве областей человеческой жизни, начиная от измерения всевозможных физических величин и различных хирургических операций и заканчивая термоядерным синтезом и космическими полетами. Все это становится возможным благодаря управлению светом на микроскопическом уровне с помощью материалов, позволяющих локализовать фотоны, управлять траекториями их распространения, тем самым дающих человечеству возможность подчинить процесс спонтанного излучения атомов и молекул. Однако научно-технический путь к созданию подобных инструментов является по-настоящему сложным и занимает множество научно-исследовательских коллективов на протяжении многих десятков лет.

Впервые, идея того, что спонтанное излучение атомов не является не зависящим от каких-либо параметров помимо свойств самого атома, а характеризуется и внешними полями, в которых атомы находятся, была высказана Эйнштейном и доказана экспериментально Парселлом в 1946-ом году при исследовании радиоизлучения в системе магнитных моментов ядер металлов в [1]. Впоследствии эта идея привела к значительному усовершенствованию квантово-механического описания резонансного взаимодействия когерентного излучения с атомами системы. Так было показано, например, что помещение атомов в системы с поглощающими стенками приводит к тому, что спектр излучения из дискретного становится непрерывным и перестает быть зависимым лишь от начального возбуждения атома [2]. Подобные исследования сильно способствовали в том числе созданию и совершенствованию первых мазерных систем [3]. В дальнейшем, Быковым была высказана идея об управлении электромагнитным излучением с помощью сред, обладающих

периодическим распределением диэлектрической проницаемости [4]. Впервые продемонстрировав уникальные особенности дисперсионных соотношений для излучения в подобных средах, Быков также предложил и способы их практической реализации, что послужило толчком для развития многообещающего с фундаментальной точки зрения научного и, как впоследствии выяснилось, невероятно полезного на практике направления – оптики фотонных кристаллов.

Само понятие фотонного кристалла (ФК) было введено в работах Яблоновича и Джона в 1987-ом году [5, 6], в которых они, обратив внимание на важность периодичности структур в полупроводниковых лазерах, по аналогии с запрещенной зонной электронов в физике твердого тела, вводят понятие фотонной запрещенной зоны, то есть области частот, на которых внутри периодической среды не может распространяться излучение. В настоящее время под ФК понимают любую структуру с периодически изменяющейся диэлектрической проницаемостью, период которой сопоставим с длиной волны света. Существует огромное множество различных видов таких одномерных, двумерных и трехмерных кристаллов (рис. 1 (а)) [7]. Первые ФК были созданы самой природой – это, например, панцири различных насекомых, крылья бабочек, а также широкий класс так называемых опалов. После первых расчетов со структурами типа опал, показавших их необычные оптические свойства и продемонстрировав пути для точного математического описания [8], уже в 1997-ом году были проведены опыты с искусственными опалами, насыщенными сульфидом кадмия CdS (рис. 1 (b)) [9]. В последствие, не только качество (точность воспроизводства периодов модуляции диэлектрической проницаемости) создаваемых человеком опалов стало улучшаться (рис. 1 (c)) [10], но и число вариаций различных типов ФК начало неуклонно расти. Так, например, ФК в виде брэгговских волноводов активно производятся с помощью ультракоротких лазерных импульсов внутри различных материалов, таких как кремний, боро- и алюмосиликатных стекол, ниобата лития ($LiNbO_3$) и различные

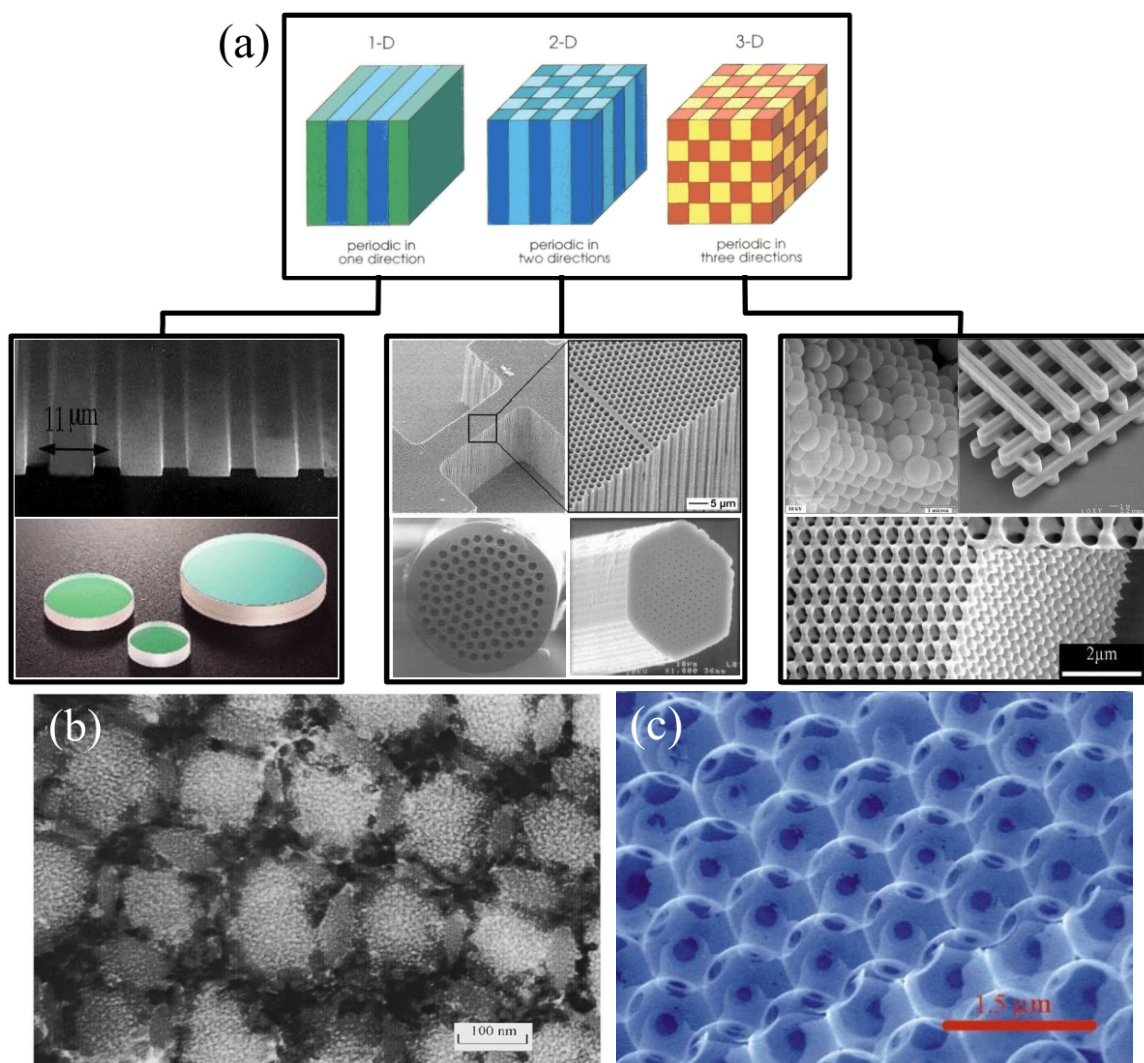


Рис. 1: (a) Примеры одномерных, двумерных и трехмерных фотонных кристаллов [7]. (b) ПЭМ снимок искусственного опала, допированного нанокристаллами сульфида кадмия CdS [9]. (c) РЭМ снимок поверхности искусственного опала [10].

халькогенидов (рис. 2 (a), (b)) [11]. Также ФК различаются и по типу задания в них диэлектрической проницаемости: однородные, аподизированные, чирпированные, с различными фазовыми смещениями, дискретные (рис. 2 (c)) [11].

Такой широкий спектр различных ФК позволяет добиться колоссальной вариативности их свойств, а следовательно – множества интригующих эффектов и потенциальных возможностей их применения. Например, уже сейчас активно изучаются такие эффекты, как маятниковый эффект при динамической брэгговской дифракции, заключающийся в периодическом перераспределении полей внутри

слоев ФК, который успешно демонстрируется и в эксперименте [12, 13], пространственное и временное деление, селективное сжатие импульсов [14, 15], различные компрессионные эффекты chirпированных импульсов [15, 16].

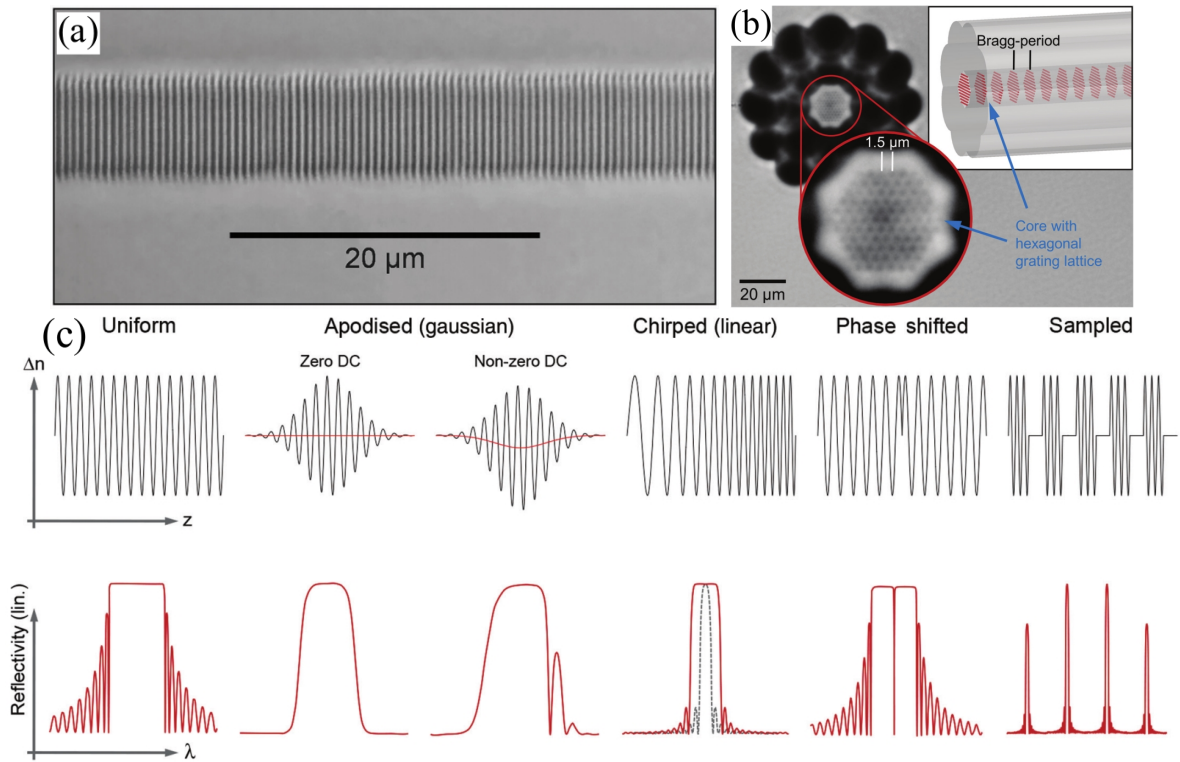


Рис. 2: (а) Снимок, сделанный с помощью дифференциально-интерференционно-контрастного микроскопа, брэгговского волновода с периодом 500нм, выжженного в специальном фосфате Kibre QX. (b) Гексагональное решетка внутри волновода (темнопольная микроскопия). (c) Иллюстрация различных типов модуляции показателя преломления и их спектра отражения. [11]

Многие эффекты на основе ФК уже используются в наше время, а области применения у ФК невероятно обширны: это и волоконные лазеры, и различные сенсоры для измерения температуры, натяжения, давления и т.д., и всевозможные оптические фильтры и волноводы, используемые в компьютерных технологиях. С помощью ФК даже можно получать системы медленного света солитонного типа, замедляющие свет более чем в 5 раз, что являются интригующим физическим феноменом со множеством значительных применений, например в телекоммуникациях [17, 18].

Согласно первому полному математическому описанию квантовой

механики, сформулированному в виде так называемых аксиом Дирака-фон Неймана, все наблюдаемые в природе величины, такие как координата или энергия частицы, описываются самосопряженными операторами в гильбертовом пространстве, или же иными словами эрмитовыми операторами \hat{A} , то есть удовлетворяющими следующему свойству $(\hat{A}x_1, x_2) = (x_1, \hat{A}x_2)$ для $\forall x_1$ и $\forall x_2$ [19]. Однако в 1998-ом году Бендер и Боттчер показали, что широкий класс неэрмитовых гамильтонианов может обладать действительными значениями энергии [20], если операторы остаются неизменными при одновременном действии на них оператора пространственной инверсии (четности) \hat{P} и обращения времени \hat{T} , то есть удовлетворяют так называемому условию \mathcal{PT} -симметрии:

$$\hat{P}\hat{T}\hat{A}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \hat{A}^*(-\mathbf{r}, \mathbf{p}, -t) = \hat{A}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (1)$$

или другими словами $[\hat{A}, \hat{P}\hat{T}] = 0$, где t – время, \mathbf{p} – импульс и \mathbf{r} – радиус-вектор. Например, в работе [20] авторы на простом примере гармонического осциллятора $\hat{H} = \hat{p}^2 + \hat{x}^2$, который становится неэрмитовым в случае простой добавки $i\hat{x}$, демонстрируют, что спектр энергии в таком случае по-прежнему остается действительным: $E_n = 2n + 5/4$. Еще одним важным явлением, связанным с псевдо-эрмитовыми операторами является возможность существования резкого перехода спектра из действительных значений в комплексные вследствие спонтанного нарушения \mathcal{PT} -симметрии [21] – так называемой особой точки (ОТ).

Благодаря совпадению с математической точки зрения стационарного уравнения Шредингера в квантовой механике и уравнения Гельмгольца в оптике, которые можно привести к единообразному виду:

$$(\Delta + k^2)U = 0, \quad (2)$$

где Δ – оператор Лапласа, k^2 – квадрат модуля волнового вектора, а U играет роль волновой функции и напряженности электрического поля соответственно, идею с псевдо-эрмитовыми \mathcal{PT} -симметричными

потенциалами можно использовать и в оптике, где роль потенциала играет диэлектрическая проницаемость ε [22, 23]. Так, для того чтобы система была \mathcal{PT} -симметричной, необходимо чтобы $\varepsilon(\omega, x)$ удовлетворяла следующим соотношениям:

$$\text{Re}[\varepsilon(\omega, x)] = \text{Re}[\varepsilon(\omega, -x)], \quad (3)$$

$$\text{Im}[\varepsilon(\omega, x)] = -\text{Im}[\varepsilon(\omega, -x)], \quad (4)$$

где мнимая часть ε отвечает за усиление и поглощение в среде. Также можно отметить, что в параксиальном приближении дистанция распространения света в оптике играет роль времени в квантовой механике.

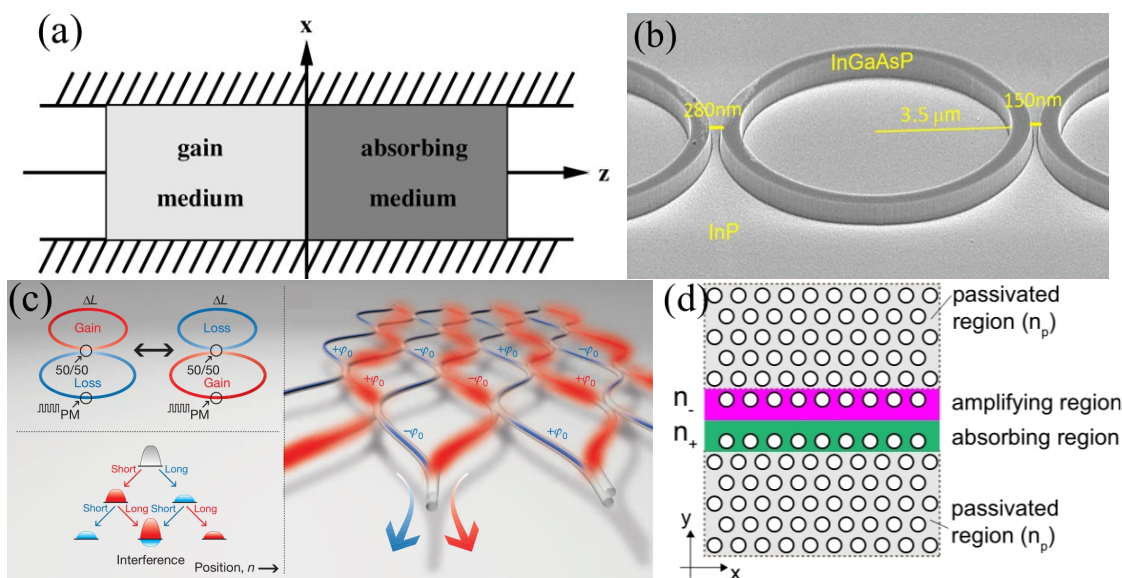


Рис. 3: (a) Схема \mathcal{PT} -симметричного планарного волновода. (b) СЭМ снимок микрокольцевого резонатора на полупроводниковой пластине из фосфида индия InP. (c) Схема \mathcal{PT} структуры на основе волноводов с поглощением и усилением. (d) Планарный \mathcal{PT} -симметричный ФК на основе дефекта в периодической двумерной структуре.

Одной из первых идей реализации \mathcal{PT} -симметричных систем в оптике были решения на основе волноводов, расположенных между двумя металлическими поверхностями (заштрихованная область на рисунке), заполненных резонансными атомами, создающими усиление в нужной области за счет подводимой накачки (рис. 3 (a)) [24]. Еще один из вариантов потенциальной реализации \mathcal{PT} -симметричных ФК

– это волноводы на основе дефектов в планарных ФК. Например, в качестве идеи для эксперимента в работе [25] на основе подобного дефекта предлагается получить одномодовый волновод (рис. 3 (d)). Также несколькими научными коллективами выдвигаются идеи создания одномерных и двумерных \mathcal{PT} -симметричных ФК на основе различных изотопов рубидия в качестве резонансных компонент, численный анализ в которых позволяет наблюдать такие эффекты как однонаправленное брэгговское отражение и асимметричная дифракция пучков даже при отклонении параметров решетки от точного условия \mathcal{PT} -симметрии [26,27]. В работе [28] показывают возможность создания \mathcal{PT} -симметричных сред с помощью полупроводниковых микрокольцевых резонаторов на основе InGaAsP (рис. 3 (b)), а в статье [29] демонстрируется реализация подобной структуры на основе системы волноводов с усилением-поглощением и различными длинами пробегами света в разных плечах (рис. 3 (c)).

Также ФК могут быть созданы на основе сред с керровской нелинейностью [30], что позволяет предполагать возможность существования \mathcal{PT} -симметричных оптических солитонов. Действительно, в обзоре [31] демонстрируется множество отличных друг от друга типов солитонных решений, таких, как светлые и темные солитоны в различных одномерных и двумерных ФК с \mathcal{PT} -симметрией. Более того, \mathcal{PT} -симметричные ФК с квадратичной нелинейностью могут быть использованы для генерации пар квантово-запутанных фотонов в связанных оптических волноводах, в одном из которых присутствует поглощение [32]. При небольших величинах потерь фотоны являются связанными, а при увеличении показателя поглощения среды связь между ними понижается постепенно, что позволяет управлять фотонами даже в присутствии потерь в системе. Подобные схемы могут быть использованы в различных логических цепях в квантовых компьютерах и телекоммуникациях.

Среди прочего ученые, занимающиеся оптикой \mathcal{PT} -симметричных сред, продемонстрировали такие явления, как асимметричный

маятниковый эффект и изменение прозрачности кристаллов при динамической брэгговской дифракции [33], возможность создания идеального когерентного поглотителя [34], а также эффект однонаправленного нулевого брэгговского отражения в \mathcal{PT} -симметричной решетке [35]. Кроме того, концепция антилазера, полностью поглощающего падающее на него электромагнитное излучение, впервые озвученная в 1962-ом году, вновь начала набирать свою актуальность благодаря идеям \mathcal{PT} -симметрии, позволяющей существенно уменьшить потери для излучения, а также убрать не связанную с падающим на систему сигналом генерацию [36].

Часть \mathcal{PT} -симметричных эффектов может быть продемонстрирована в достаточно простых для реализации структурах, например, на основе акустической асимметричной дифракционной решетки, основанной на пассивной \mathcal{PT} -симметричной среде, состоящий из резонаторов и более мелких отверстий [37]. Реальная часть показателя преломления модулируется за счет регулировки высоты дополнительных резонаторов, а мнимая часть показателя преломления – за счет радиусов отверстий. Этот эксперимент позволяет продемонстрировать асимметрию прохождения акустической волны через \mathcal{PT} -симметричную поглощающую среду.

Важная особенность оптических \mathcal{PT} -симметричных систем, сильно ограничивающая применимость на практике – это возможность их создания лишь для дискретного набора частот света вследствие соотношения Крамерса-Кронига, выражающего математическим языком физический принцип причинности [21, 38]. Из-за данного ограничения большинство оптических \mathcal{PT} -симметричных эффектов наблюдается только для монохроматических пучков, квазимонохроматических импульсов или без учета дисперсии [24–27, 29, 34, 35]. Однако и эту проблему можно преодолеть.

Для исследования поведения коротких импульсов с широким спектром в \mathcal{PT} -симметричных средах была предложена идея реализации

\mathcal{PT} -симметричных свойств в непрерывном интервале частот в случае наличия достаточного неоднородного уширения спектральной линии резонансных атомов среды [39]. Подобная концепция получила название квази- \mathcal{PT} -симметрии.

В данной работе в главе 1 приведено решение граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ с учетом материальной дисперсии. Продемонстрирован эффективный способ уменьшения отрицательного влияния дисперсии на \mathcal{PT} -симметрию среды за счет увеличения неоднородного уширения спектральной линии резонансных атомов. Показаны различные динамические эффекты для коротких оптических импульсов в квази- \mathcal{PT} -симметричных ФК в геометрии Лауэ вблизи особой точки. В главе 2 представлено решение задачи распространения оптических импульсов в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК в геометрии Брэгга дисперсионным методом, а также методом Паррата. Продемонстрирована асимметричная динамика импульса с различными параметрами чирпа в квази- \mathcal{PT} -симметричных ФК, в том числе, и при не выполнении точного условия Брэгга.

Глава 1. Динамика оптического импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричной среде при дифракции в геометрии Лауэ

В данной главе спектральным методом решена граничная задача брэгговской дифракции в геометрии Лауэ для короткого оптического импульса, падающего на \mathcal{PT} -симметричный ФК. Исследовано нарушение \mathcal{PT} -симметрии вследствие материальной дисперсии. Представлена идея квази- \mathcal{PT} -симметрии, позволяющая уменьшить отрицательное влияние дисперсии на \mathcal{PT} -симметрию среды [39]. С помощью этой идеи продемонстрирована асимметричная динамика короткого лазерного импульса вблизи особой точки, а также проведено сравнение поведения импульса в классическом консервативном ФК и квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК при отклонении от точного условия Брэгга [42].

1.1. Граничная задача брэгговской дифракции в \mathcal{PT} -симметричном фотонном кристалле (ФК) в геометрии Лауэ

Пусть короткий s-поляризованный оптический импульс

$$E_{in}(\mathbf{r}, t) = A_{in}(\mathbf{r}, t)e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i\omega_0 t}, \quad (5)$$

с центральной частотой ω_0 , медленно меняющейся амплитудой $A_{in}(\mathbf{r}, t)$ и двумерным волновым вектором $\mathbf{k}_0 = (k_{0x}, k_{0z}) = (k_0 \sin \theta, k_0 \cos \theta)$ падает под углом θ к поверхности $z = 0$ одномерного ФК с периодом d , толщиной L и диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon'_0 + \varepsilon_r \cos(hx) + i\varepsilon_i(\omega) \sin(hx), \quad (6)$$

где \mathbf{h} – вектор обратной решетки, модуль которого $h = 2\pi/d$ (рис. 4), $\varepsilon'_0, \varepsilon_r > 0$ – действительные коэффициенты, отвечающие за решеточную модуляцию показателя преломления в ФК, а $\varepsilon_i(\omega)$ в общем случае может иметь мнимую компоненту и отвечает за усиление и поглощение в среде за счет резонансных атомов.

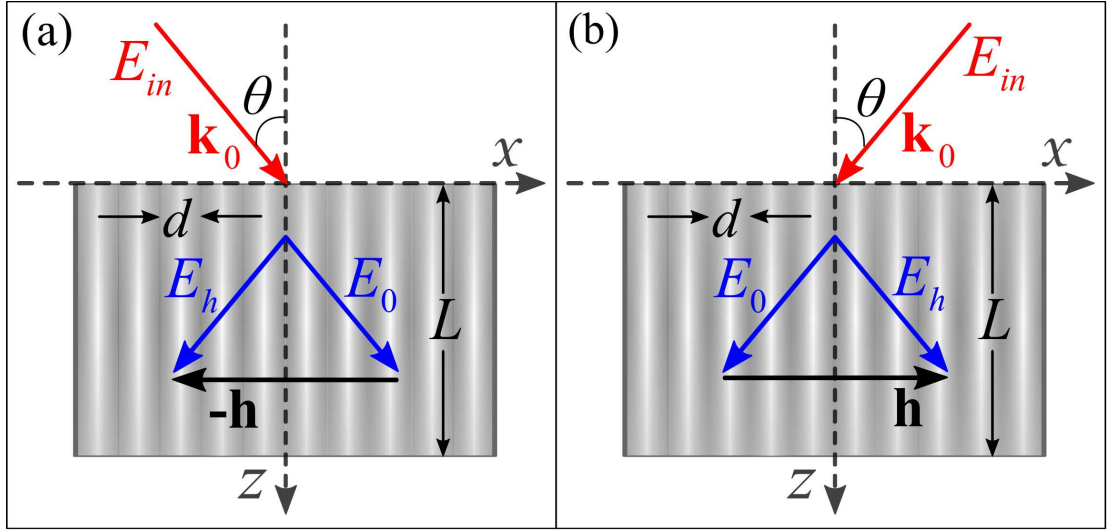


Рис. 4: Схема дифракции плоской монохроматической волны E_{in} с волновым вектором \mathbf{k}_0 в геометрии Лауэ при положительном (а) и отрицательном (б) углах падения θ . E_0 и E_h – проходящая и дифрагированная компоненты соответственно, \mathbf{h} – вектор обратной решетки, L – длина ФК, d – период ФК.

Пусть реальная величина электрического поля \tilde{E} в ФК удовлетворяет волновому уравнению

$$\Delta \tilde{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (7)$$

где оператор Лапласа $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, электрическая индукция в системе СГС $\tilde{D}(\mathbf{r}, t) = \tilde{E}(\mathbf{r}, t) + 4\pi \tilde{P}(\mathbf{r}, t)$, а поляризацию среды $\tilde{P}(\mathbf{r}, t)$ можно выразить через материальное уравнение среды следующим образом:

$$\tilde{P}(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty \tilde{\chi}(x, \tau') \tilde{E}(\mathbf{r}, t - \tau') d\tau', \quad (8)$$

где $\tilde{\chi}(x, \tau')$ является действительной функцией, учитывающей влияние электрического поля на среду в предыдущие моменты времени ($t - \tau'$) с задержкой τ' . Представим напряженность электрического поля в комплексном виде $\tilde{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [E(\mathbf{r}, t) + c.c.]$. Теперь к полученному комплексному полю $E(\mathbf{r}, t)$ и диэлектрической проницаемости $\tilde{\chi}(x, \tau')$ применим преобразование Фурье:

$$E(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (9)$$

$$\chi(x, \omega) = \int_0^\infty \tilde{\chi}(x, \tau') e^{-i\omega \tau'} d\tau'. \quad (10)$$

Подставляя выражения (9), (10) в (7), (8) и вводя обозначения для волнового вектора $k = \omega/c$, а также диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x, \omega) = 1 + 4\pi\chi(x, \omega)$, получим волновое уравнение в спектральной форме:

$$\Delta E(\mathbf{r}, \omega) + k^2 \varepsilon(x, \omega) E(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (11)$$

Для решения этой задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ будем использовать спектральный метод [14,15]. Для этого поле падающего импульса (5) представим в виде двумерного интеграла Фурье

$$E_{in}(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{in}(k_x, \omega) e^{ik_x x - i\omega t} dk_x d\omega, \quad (12)$$

где

$$E_{in}(k_x, \omega) \equiv A_{in}(K, \Omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{in}(x, t) e^{-iKx + i\Omega t} dx dt, \quad (13)$$

представляет собой двухмерный спектр падающего импульса, $\Omega = \omega - \omega_0$, $K = k_x - k_{0x}$. Таким образом, задача распадается на набор уравнений для отдельных плоских монохроматических волн, после нахождения амплитуд которых можно получить искомое значение $E(\mathbf{r}, t)$ в любой точке пространства с помощью синтеза Фурье.

Рассмотрим решение уравнения (11) для отдельных плоских волн спектра (13). Используя формулу Эйлера $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$, представим диэлектрическую проницаемость (6) в следующем виде:

$$\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon'_0 + \varepsilon_r \frac{(e^{ihx} + e^{-ihx})}{2} + i\varepsilon_i(\omega) \frac{(e^{ihx} - e^{-ihx})}{2i}. \quad (14)$$

Теперь, вводя обозначения

$$\varepsilon_0 = \varepsilon'_0, \quad \varepsilon_1 = \frac{(\varepsilon_r - \varepsilon_i)}{2}, \quad \varepsilon_{-1} = \frac{(\varepsilon_r + \varepsilon_i)}{2}, \quad (15)$$

перепишем уравнение (14) в форме:

$$\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 e^{-ihx} + \varepsilon_{-1} e^{ihx}. \quad (16)$$

В общем же случае диэлектрическую проницаемость необходимо разложить в ряд по векторам обратной решетки

$$\varepsilon(x, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \varepsilon_m(\omega) e^{-imhx}, \quad (17)$$

где

$$\varepsilon_m(\omega) = \frac{1}{d} \int_0^d \varepsilon(x, \omega) e^{imhx} dx. \quad (18)$$

Вблизи точного условия Брэгга $2k_0 \sin \theta_B = sh$ ($s = 1$ при $\theta > 0$ и $s = -1$ если $\theta < 0$) поле в периодической структуре в двухволновом приближении можно представить в виде суммы двух сильно связанных проходящей E_0 и дифрагированной E_h волн:

$$E(\mathbf{r}, \omega) = E_0(\mathbf{r}, \omega) + E_h(\mathbf{r}, \omega), \quad (19)$$

что с учетом соотношения (16) будет являться точным решением поставленной задачи. Вводя обозначения $g = 0$, h , можно записать поля $E_g(\mathbf{r}, \omega)$ в следующем виде:

$$E_g(\mathbf{r}, \omega) = E_g(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_g(K, \Omega) e^{i(q_{0x}-sg)x+iq_{0z}z} dK, \quad (20)$$

где $A_0(K, \Omega)$ и $A_h(K, \Omega)$ – спектральные амплитуды проходящей и дифрагированной волн, соответственно, $q_{0x}(K) = k_x = k_{0x} + K$ в силу сохранения тангенциальной компоненты волнового вектора на границе раздела ФК-вакуум $z = 0$.

Подстановка уравнений (16), (19) и (20) в волновое уравнение (11) позволяет получить систему уравнений для амплитуд проходящей и дифрагированной волн:

$$(\varepsilon_0 k^2 - q_{0x}^2 - q_{0z}^2) A_0 + \varepsilon_{-s} k^2 A_h = 0, \quad (21)$$

$$\varepsilon_s k^2 A_0 + [\varepsilon_0 k^2 - (q_{0x} - sh)^2 - q_{0z}^2] A_h = 0. \quad (22)$$

Для существования нетривиального решения (21), (22) необходимо, чтобы определитель этой системы был равен нулю. Это условие позволяет записать дисперсионное соотношение, дающее два значения z -проекции волнового вектора q_{0z} , носящие названия бормановской $q_{0z}^{(1)}$ и антибормановской $q_{0z}^{(2)}$ мод для проходящей волны:

$$\left(q_{0z}^{(1,2)} \right)^2 = k^2 \left[\gamma_0^2 + \alpha_s \mp (\alpha_s^2 + \varepsilon_s \varepsilon_{-s})^{1/2} \right], \quad (23)$$

где $\gamma_0 = \sqrt{\varepsilon_0 - (q_{0x}/k)^2}$ и $\alpha_s = (sq_{0x} - h/2)h/k^2$. Дисперсионное соотношение для дифрагированных волн можно получить, путем следующей замены в уравнении (23): $q_{0x} = q_{hx} + sh$, $q_{0z}^{(1,2)} = q_{hz}^{(1,2)}$. Выражение, связывающее амплитуды прошедших и отраженных волн между собой, можно получить из уравнения (21):

$$A_{hj} = R_j A_{0j}, \quad R_{1,2} = \frac{1}{\varepsilon_{-s}} \left[\alpha_s \mp (\alpha_s^2 + \varepsilon_s \varepsilon_{-s})^{1/2} \right], \quad (24)$$

где индекс $j = 1$ соответствует бормановской моде, а $j = 2$ – антибормановской.

Последним шагом в решении данной задачи будет учет условий непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе ФК $z = 0$ с учетом амплитуды зеркального отражения от поверхности A_s :

$$\begin{cases} A_{in} + A_s = A_{01} + A_{02}, \\ k_z(A_{in} - A_s) = q_{0z}^{(1)} A_{01} + q_{0z}^{(2)} A_{02}, \\ R_1 A_{01} + R_2 A_{02} = 0. \end{cases} \quad (25)$$

Решение системы (25) можно записать следующим образом:

$$A_{01} = A_{in} \left[-\frac{(1 + R_s)R_2}{R_{12}} \right], \quad A_{02} = A_{in} \left[\frac{(1 + R_s)R_1}{R_{12}} \right], \quad (26)$$

где $R_{12} = R_1 - R_2$, $R_s = A_s/A_{in} = (k_z - f_s)/(k_z + f_s)$ – коэффициент зеркального френелевского отражения, $f_s = (q_{0z}^{(2)} R_1 - q_{0z}^{(1)} R_2)/R_{12}$ и $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2}$.

В конечном счете искомое полное поле в любой точке пространства в интересующий нас момент времени может быть записано следующим образом:

$$E(\mathbf{r}, t) = [A_0(\mathbf{r}, t) + A_h(\mathbf{r}, t)e^{-ishx}] e^{ik_{0x}x - i\omega_0 t}, \quad (27)$$

где

$$A_g(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(A_{g1} e^{iq_{0z}^{(1)} z} + A_{g2} e^{iq_{0z}^{(2)} z} \right) e^{iKx - i\Omega t} dK d\Omega, \quad (g = 0, h). \quad (28)$$

Наглядно продемонстрируем решение (27), (28) на примере поведения импульсов разной длительности при различных знаках угла падения θ на ФК (схема изображена на рисунке 4). Пусть на ФК падает гауссовский импульс, форма которого на поверхности $z = 0$ задается выражением:

$$A_{in}(x, z = 0, t) = A_0 e^{-(x \cos \theta / r_0)^2 - ([t - x \sin \theta / c] / \tau_0)^2}, \quad (29)$$

где τ_0 – длительность импульса, а амплитуда импульса A_0 в дальнейшем будем принята равной единице. В z -проекциях волновых векторов (23) присутствует член $(\alpha_s^2 + \varepsilon_s \varepsilon_{-s})^{1/2}$, который при отрицательном подкоренном выражении $\alpha_s^2 + \varepsilon_s \varepsilon_{-s} < 0$ становится комплексным, то есть происходит так называемое нарушение \mathcal{PT} -симметрии решения задачи брэгговской дифракции. В данном случае условие $\alpha_s^2 + \varepsilon_s \varepsilon_{-s} = 0$ принято называть особой точкой (ОТ). В случае точного выполнения условия Брэгга $2k_0 \sin \theta_B = sh$ получаем $\alpha_s = 0$. Тогда особой точкой будет называться выполнение условия $\varepsilon_s \varepsilon_{-s} = 0$, или с учетом выражения (15): $\varepsilon_r = \varepsilon_i$.

Для начала выберем длительность τ_0 достаточно большой, чтобы сам импульс можно было считать квазимонохроматическим. Подобное допущение позволит пренебречь материальной дисперсией по сравнению с решеточной дисперсией и положить $\varepsilon_i(\omega) = \text{const} = \varepsilon_i$. Рассмотрим поведение такого импульса вблизи особой точки $\varepsilon_i \rightarrow \varepsilon_r$ при угле падения, удовлетворяющем точному условию Брэгга (рис. 5 (а), (б)). Для столь длительного импульса $\tau_0 = 1$ вблизи ОТ можно наблюдать сильно-асимметричное прохождение импульса через ФК. При положительном угле падения импульса на ФК $\theta > 0$ (рис. 5 (а)) форма проходящего импульса (синяя линия) на выходе из кристалла практически не изменяется по сравнению с первоначальным гауссовским распределением (черная пунктирная линия), несмотря на присутствие усиления и поглощения в ФК. Небольшое уменьшение амплитуды связано с отражением на границе $z = 0$. Дифрагированная компонента (красная штрихпунктирная линия) остается близкой к нулю, то есть отсутствует брэгговское отражение. При

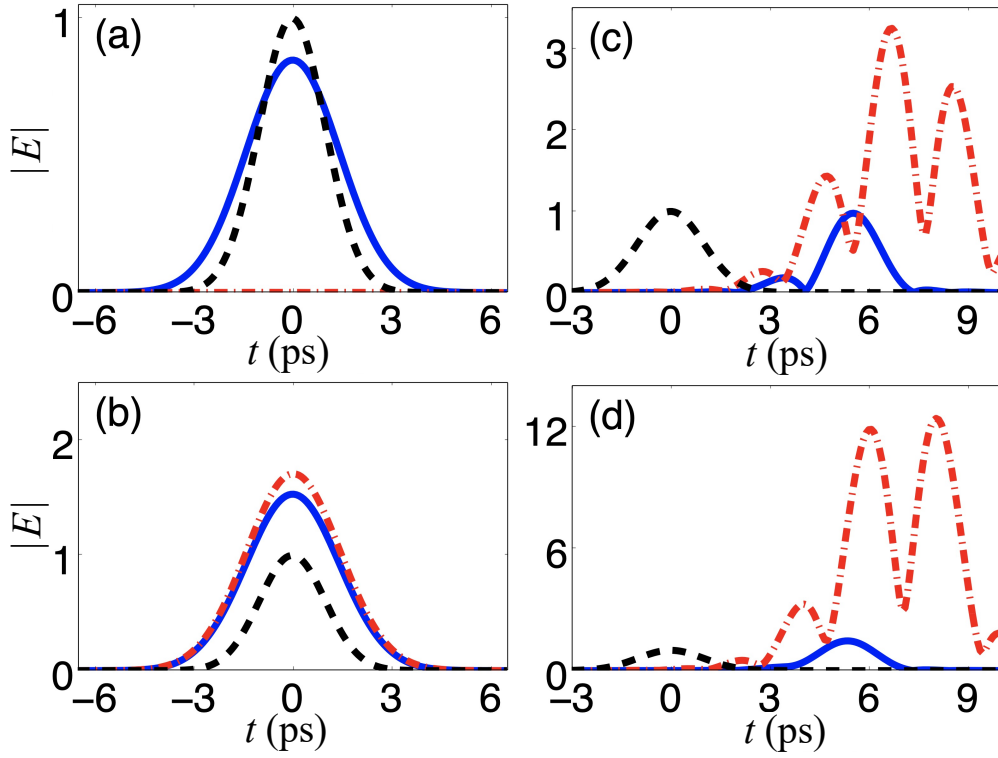


Рис. 5: Зависимость амплитуды поля от времени на выходе из ФК $z = L = 1$ в точках $x = 0$ мм (дифрагированный импульс, красная штрихпунктирная линия), $x = 0.495$ мм (проходящий импульс, синяя линия на (a), (c)) и $x = -0.495$ мм (проходящий импульс, синяя линия на (b), (d)) для положительного (верхние панели) и отрицательного (нижние панели) углов падения $\theta = \theta_B = 30^\circ$. Падающий гауссовский импульс формы изображен черной пунктирной линией. Длительность импульса $\tau_0 = 1$ нс на (a), (b) и $\tau_0 = 1$ пс на (c), (d); центральная длина волны $\lambda_0 = 0.8$ мкм. Параметры ФК: период $d = 0.8$ мкм, $\varepsilon_0 = 1.3$, $\varepsilon_r = 0.008$, $\text{Re}[\varepsilon_i(\omega_0)] = 0.0079992$, параметр однородного уширения $\gamma_2 = 0.005$, параметр неоднородного уширения $\gamma_2^* = 0.0002$.

отрицательном же угле падения $\theta < 0$ наблюдается появление усиленной дифрагированной компоненты (амплитуда растет более чем в 2 раза при заданных параметрах). Проходящий же импульс сохраняет свою форму и претерпевает лишь небольшое усиление при замене знака угла θ .

Однако подобная асимметрия в \mathcal{PT} -симметричной среде вблизи ОТ может наблюдаться лишь для монохроматических пучков и квазимонохроматических импульсом. При увеличении ширины спектра падающего излучения (при сокращении длительности импульса), когда материальная дисперсия начинает играть заметную роль в характере его поведения в \mathcal{PT} -симметричном кристалле, асимметрия поведения

импульса при смене знака угла падения становится почти неразличимой на фоне экспоненциального роста импульса во всех направлениях. Так, на рисунке 5 (с), (d) видно, как для более короткого пикосекундного импульса дифрагированная компонента имеет высокую амплитуду при обоих знаках θ , а ее форма начинает разительно отличаться от гауссовской из-за дисперсии: импульс распадается на серию из нескольких пиков. Проходящая компонента также искажается: появляются дополнительные максимумы по краям. Подробно причины подобного поведения импульса, а также методы их устранения будут рассмотрены в следующем параграфе.

1.2. Восстановление асимметрии брэгговского отражения в геометрии Лауэ в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК

В данной главе будет подробнее разобрано влияние дисперсии на поведение импульсов в \mathcal{PT} -симметричных ФК и описана идея, позволяющая значительно уменьшить это отрицательное влияние.

Пусть усиление и поглощение внутри ФК достигается за счет допирования кристалла двухуровневыми резонансными атомами с центральными частотами однородного уширения ω'_0 . Обозначим распределение частот ω'_0 вокруг центральной частоты распределения неоднородного уширения ω_0 функцией $g(\omega'_0 - \omega_0)$ [41]. В рамках квантовой теории двухуровневых осцилляторов резонансная часть диэлектрической проницаемости ε_i может быть выражена в виде

$$\varepsilon_i(\omega) = -i\beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\omega_0 - \omega'_0)}{\omega - \omega'_0 + i/T_2} d\omega'_0, \quad (30)$$

где $\beta = 4\pi N\mu^2/\hbar$, N – концентрация резонансных атомов, μ – величина дипольного момента атома, T_2 – время однородной поперечной релаксации одиночного атома [39]. Выражение (30) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(\omega) &= -i\beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\omega_0 - \omega'_0)}{(\omega - \omega'_0)^2 + 1/T_2^2} (\omega - \omega'_0 - i/T_2) d\omega'_0 = \\ &= -i\beta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\omega_0 - \omega'_0)(\omega - \omega'_0)}{(\omega - \omega'_0)^2 + 1/T_2^2} d\omega'_0 - \beta \frac{1}{T_2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\omega_0 - \omega'_0)}{(\omega - \omega'_0)^2 + 1/T_2^2} d\omega'_0. \end{aligned} \quad (31)$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость ε_i имеют действительную и мнимую части. Рассматривая полную диэлектрическую проницаемость ФК (6), можно сделать вывод, что мнимая часть диэлектрической проницаемости ε_i вносит нечетный вклад вдобавок к действительной компоненте ε_r , тем самым нарушая условия \mathcal{PT} -симметрии (3). Однако в работе [39] описана идея квази- \mathcal{PT} -симметрии, позволяющей минимизировать данный нежелательный эффект.

Пусть функция неоднородного уширения $g(\omega_0 - \omega'_0)$ имеет максвелловскую форму распределения

$$g(\omega'_0 - \omega_0) = \frac{T_2^*}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\omega'_0 - \omega_0)^2 (T_2^*)^2 / 2}, \quad (32)$$

где T_2^* является временем неоднородной релаксации дипольного момента резонансных атомов. Далее для удобства будут использоваться безразмерные параметры $\gamma_2 = \frac{2}{\omega_0 T_2}$ и $\gamma_2^* = \frac{2}{\omega_0 T_2^*}$ для однородного уширения в (30) и неоднородного уширения (32), соответственно. Для того, чтобы мнимая часть ε_i была мала по сравнению с действительной частью в области спектра падающего импульса, а следовательно среда оставалась близка к \mathcal{PT} -симметричной, необходимо, чтобы выполнялось условие $\tau_0 \gg T_2 \gg T_2^*$ или же $2/(\omega_0 \tau_0) \ll \gamma_2 \ll \gamma_2^*$. Так, на рисунке 6 (а) видно, что при небольшом неоднородном уширении $\gamma_2^* = 0.005$ мнимая часть ε_i (синяя линия), которая должна отсутствовать для точного условия \mathcal{PT} -симметрии на протяжении всего спектра импульса (черная пунктирная линия), принимает гораздо более существенные значения по сравнению с панелью (b) (рис. 6), где $\gamma_2^* = 0.1$. Кроме того, действительная часть (красная штрихпунктирная линия), которая в \mathcal{PT} -симметричном случае в ОТ должна оставаться постоянной, в случае $\gamma_2^* = 0.005$ (рис. 6 (а)) заметно уменьшается к периферии спектра импульса, в отличие от случая $\gamma_2^* = 0.1$ (рис. 6 (b)), где значение $\text{Re}[\varepsilon_i]$ практически не изменяется.

Продемонстрировать эффективность идеи квази- \mathcal{PT} -симметрии можно на примере поведения импульса длительностью $\tau_0 = 1$ пс,

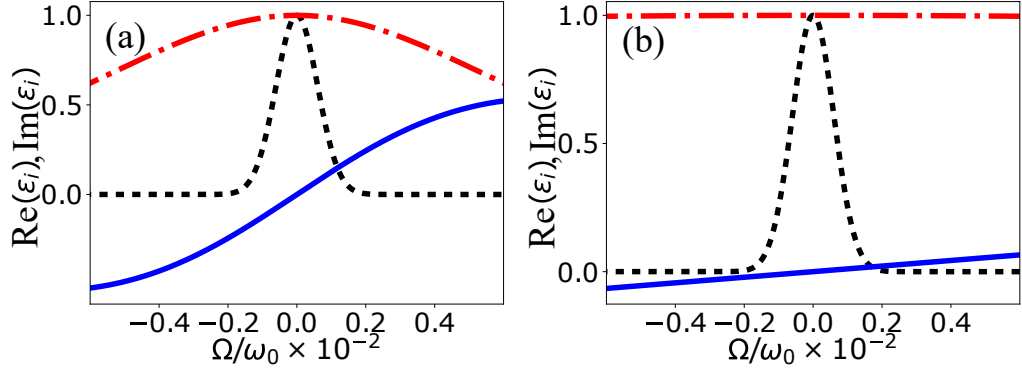


Рис. 6: Зависимость действительной (красная штрихпунктирная линия) и мнимой (синяя сплошная линия) части резонансной компоненты диэлектрической проницаемости ε_i от отстройки частоты от центральной частоты импульса ω_0 . Черной пунктирной линией обозначен спектр падающего импульса длительностью $\tau_0 = 1$ пс. Параметр однородного уширения $\gamma_2 = 0.005$, параметр неоднородного уширения $\gamma_2^* = 0.005$ на (a) и $\gamma_2^* = 0.1$ на (b). Остальные параметры аналогичны рис. 5.

зависимость амплитуды поля от времени которого было представлено на рисунке 5 (c), (d) для неоднородного уширения $\gamma_2^* = 0.0002$. При увеличении значения γ_2^* до 0.05 (рис. 7), наблюдается явное восстановление асимметрии брэгговского отражения: при положительном угле падения (a) поле дифрагированного импульса (красная штрихпунктирная линия) незначительное, близкое к нулю по сравнению с проходящим импульсом (синяя линия), а при отрицательном угле падения (b) дифрагированный импульс значительно усиливается (его интенсивность в 4 раза превышает интенсивность падающего импульса). Проходящий импульс, в отличие от случая на рисунке 5 (c), (d) остается близком по форме к падающему (черный пунктир).

Стоит отметить, что величины неоднородного уширения, используемые для достижения условия квази- \mathcal{PT} -симметрии являются вполне реалистичными и достижимыми уже сейчас. Так, в работе [40], например, указано, что ширина неоднородного уширения спектральной линии $\Delta\omega$ стекла Nd^{3+} на длине волны $\lambda = 1.06$ мкм составляет $\Delta\omega = 6.3 \cdot 10^{13}$ Гц, что в свою очередь значительно превышает ширину спектра импульса длительностью $\tau_0 = 5$, порядок которой $\Delta\omega \sim 10^{11}$ Гц.

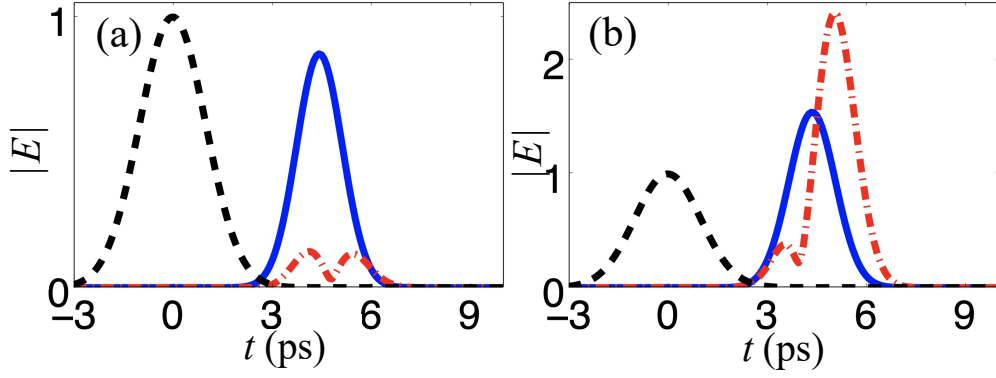


Рис. 7: Зависимость амплитуды поля от времени на выходе из ФК $z = L = 1$ в точках $x = 0$ мм (дифрагированный импульс, красная штрихпунктирная линия), $x = 0.495$ мм (проходящий импульс, синяя линия на (a)) и $x = -0.495$ мм (проходящий импульс, синяя линия на (b)) для положительного (a) и отрицательного (b) углов падения $\theta = 30^\circ$, соответственно. Длительность импульса $\tau_0 = 1$ пс, параметр неоднородного уширения $\gamma_2^* = 0.05$. Остальные параметры аналогичны рис. 5.

1.3. Асимметричная динамика распространения импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК в геометрии Лауэ

Рассмотрим влияние материальной дисперсии на динамику импульсов в \mathcal{PT} -симметричных фотонных кристаллах в геометрии Лауэ, а именно: исследуем локализацию коротких пикосекундных импульсов вблизи ОТ с учетом дисперсии. Пусть на ФК в ОТ под углом $\theta = \theta_B = 30^\circ$ падает гауссовский импульс (29) с длительностью $\tau_0 = 100$ пс, то есть достаточной большой, чтобы нивелировать нежелательное влияние материальной дисперсии при небольшом значении $\gamma_2^* = 0.005$ (рис. 8 (a), (b)). При положительном угле падения (a) импульс проходит почти без искажений как в классической консервативной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 = 2.25$, при этом наблюдается лишь небольшое зеркальное отражение от поверхности $z = 0$ и полностью отсутствует какое-либо брэгговское отражение, несмотря на то, что периодический кристалл является усиливающе-поглощающим. При отрицательном угле падения $\theta < 0$ (b) наблюдается появление усиленной дифрагированной компоненты (интенсивность растет более чем в 5 раз при заданных параметрах), излучающейся внутри всей длины кристалла.

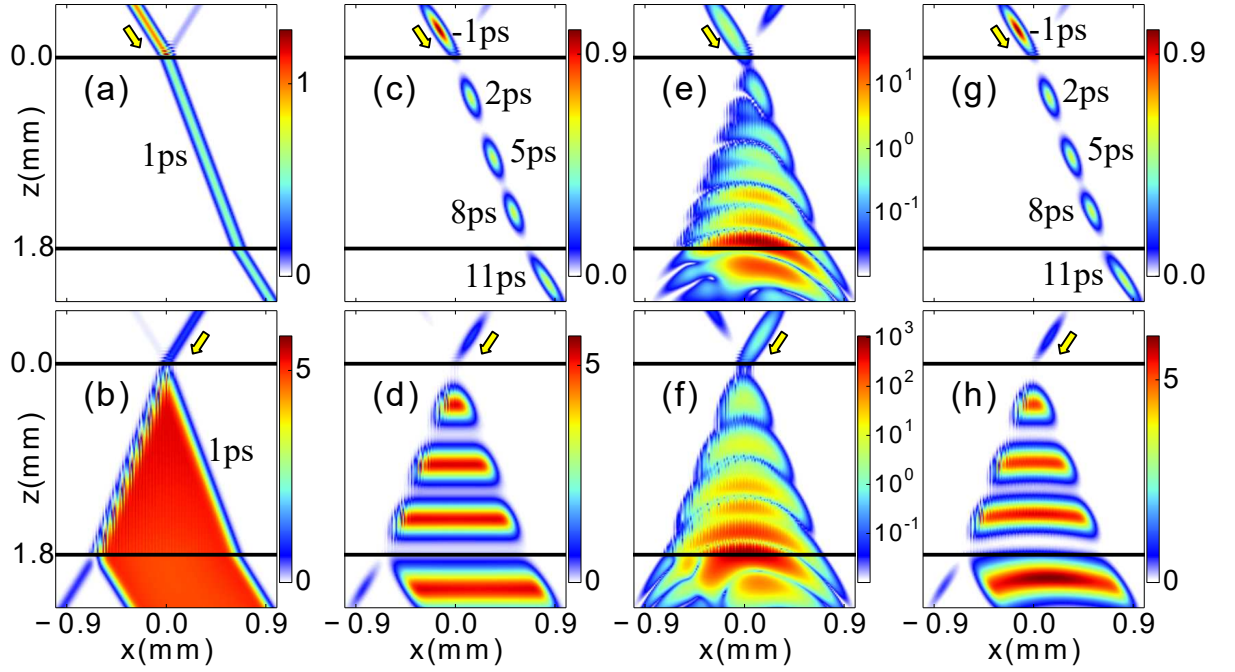


Рис. 8: Мгновенные снимки интенсивности импульса $|E(\mathbf{r}, t)|^2$ в различные моменты времени t в особой точке при угле падения $\theta = \theta_B = +30^\circ$ (верхний ряд панелей) и $\theta = \theta_B = -30^\circ$ (нижний ряд). Желтыми стрелками показано направления падения импульса на ФК; горизонтальными черными линиями обозначены границы ФК $z = 0$ мм и $z = L = 1.8$ мм. Параметры импульса: центральная длина волны $\lambda_0 = 1$ мкм, поперечная ширина $r_0 = 60$ мкм; (а), (b) длительность импульса $\tau_0 = 100$ пс, $t = 1$ пс; (с)–(h) $\tau_0 = 1$ пс, $t = -1, 2, 5, 8, 11$ пс (времена t для наглядности подписаны на панелях (с) и (g)). Параметры ФК: период $d = 1$ мкм, $\varepsilon_0 = 2.25$, $\varepsilon_r = 0.008$, $\text{Re}[\varepsilon_i(\omega_0)] = 0.0079992$, $\gamma_2 = 0.005$; (а), (b), (e), (f) $\gamma_2^* = 0.005$; (с), (d) $\gamma_2^* \rightarrow \infty$; (g), (h) $\gamma_2^* = 0.1$.

Прямой же импульс не изменяется при смене знака угла θ . Таким образом, можно наглядно видеть асимметрию брэгговской дифракции, продемонстрированную в параграфе 1 этой главы на рисунке 5 (а), (b). Теперь пусть длительность импульса будет достаточно короткой ($\tau_0 = 1$ пс), чтобы можно было рассмотреть поведение импульса в динамике. Для начала пусть формально в ФК полностью отсутствует материальная дисперсия, то есть $\text{Im}[\varepsilon_i] = 0$, $\text{Re}[\varepsilon_i] = \text{const} = 0.0079992$ (с), (d). При таком формально математическом подходе видно, как по аналогии с (а) импульс проходит без искажений через усиливающе-поглощающий ФК при $\theta > 0$, а при отрицательном θ наблюдается брэгговская дифракция, причем отраженный импульс приобретает трапециевидную форму и усиливается

более чем в 5 раз по интенсивности. Теперь учтем дисперсию в виде слабого неоднородного уширения с $\gamma_2^* = 0.005$ (e), (f): при обоих знаках углах падения импульса на кристалл наблюдается сильное увеличение интенсивности из-за брэгговского отражения, то есть асимметричная динамика не наблюдается. Если же значительно увеличить неоднородное уширение резонансных атомов (до $\gamma_2^* = 0.1$) (g), (h), то динамика импульса становится аналогичной со случаем полного отсутствия дисперсии (c), (d) лишь с небольшими искажениями дифрагированного импульса на (h) в виде изгиба трапецевидной формы импульса.

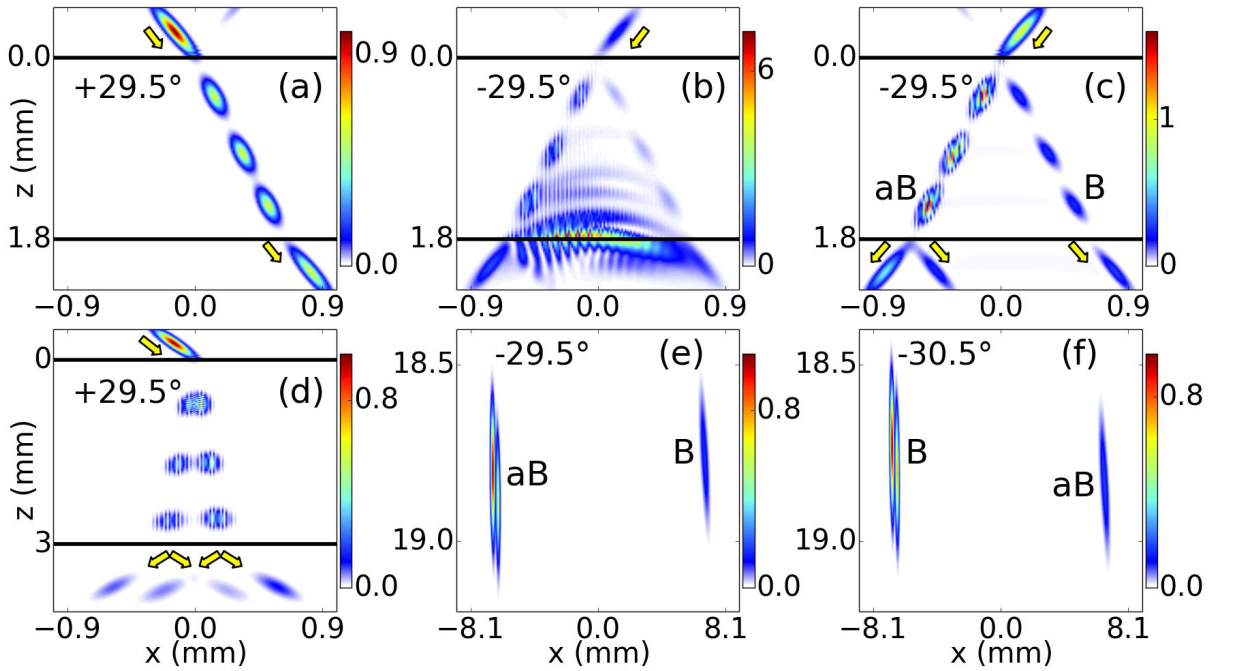


Рис. 9: Интенсивность импульса $|E(\mathbf{r}, t)|^2$ в различные моменты времени t при отклонении от точного условия Брэгга по углу $\theta - \theta_B = \pm 0.5^\circ$. Желтыми стрелками показано направления падения импульса на ФК; угол падения θ указан в верхней части каждой панели в градусах; горизонтальными черными линиями обозначены границы ФК $z = 0$ мм, $z = L = 1.8$ мм на (a)–(c) и $z = 0$ мм, $z = L = 3$ мм на (d). Другие параметры аналогичны рисунку (8). Параметры импульса: $\lambda_0 = 1$ мкм, $\tau_0 = 1$ пс; (a)–(d) $r_0 = 60$ мкм, $t = -1, 2, 5, 8, 11$ пс; (e), (f) $r_0 = 300$ мкм, $t = 100$ пс. Параметры ФК: период $d = 1$ мкм, $\varepsilon_0 = 2.25$, $\varepsilon_r = 0.008$, $\gamma_2 = 0.005$; (a)–(c), (e), (f) $\gamma_2^* = 0.1$, $\text{Re}[\varepsilon_i(\omega_0)] = 0.0079992$; (d) $\gamma_2^* = 0.005$, $\varepsilon_i(\omega_0) = 0$. Буквы "B" и "aB" обозначают бормановский и антибормановский импульсы, соответственно.

Далее, в дополнении к случаю, представленному выше, рассмотрим

поведение импульса, падающего не под точным углом Брэгга $\theta \neq \theta_B$ (рис. 9), когда динамика в точной ОТ становится значительно более сложной. Сперва отметим, что при отсутствии условия квази- \mathcal{PT} -симметрии (b) импульс из-за нежелательного влияния дисперсии расплывается и значительно усиливается, что в случае большого неоднородного уширения (c) практически незаметно. Поэтому дальше везде будет использоваться достаточно большое значение $\gamma_2^* = 0.1$ для восстановления \mathcal{PT} -симметричных свойств среды. При небольшой отстройке от точного условия Брэгга $\theta = \pm 29.5^\circ \neq \theta_B = \pm 30^\circ$ (a), (c) видно, что при положительном знаке угла падения импульс проходит через ФК без искажений и усилений, как и при $\theta = \theta_B$ на рисунке 8 (g). Однако при отрицательном знаке импульс претерпевает деление – бормановский и антибормановский импульсы пространственно и временно разделяются, то есть наблюдается однонаправленное деление импульса. Аналогичное поведение можно наблюдать и в консервативном ФК без усиления $\varepsilon_i(\omega_0) = 0$ (d), однако есть в их динамике и принципиальные отличия – бормановский импульс на панели (c) состоит лишь из дифрагированной компоненты. Более того, в консервативном случае однонаправленность деления при разных знаках угла падения отсутствует. Также при увеличении глубины проникновения импульса внутрь ФК за счет увеличения L и времени распространения $t = 100\text{пс}$ становится заметно, что в отличии от консервативного кристалла скорость вдоль оси z антибормановского импульса всегда больше бормановского (e), (f). При этом у импульсов слева видны осцилляции, вызванные интерференцией, проходящей и дифрагированной компонент, которых не видно в правых импульсах из-за отсутствия в них проходящей компоненты.

1.4. Основные результаты главы 1

В этой главе описан полуаналитический спектральный метод решения граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ. На

его основе продемонстрирован эффект однонаправленного брэгговского отражения для квазимонохроматического импульса в ОТ, а также показано негативное влияние материальной дисперсии на \mathcal{PT} -симметричные эффекты коротких импульсов с широким спектром. Для решения данной проблемы используется концепция квази- \mathcal{PT} -симметрии, которая, как показано в данной главе, позволяет восстановить асимметрию динамики коротких лазерных импульсов и продемонстрировать новый эффект однонаправленного деления импульса, локализованного в ФК [39, 42].

Глава 2. Динамика оптического импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричной среде в геометрии Брэгга

В данной главе решена граничная задача брэгговской дифракции в геометрии Брэгга полуаналитическим спектральным методом в двухволновом приближении, а также более общим методом Паррата вне двухволнового приближения. Рассмотрена динамика оптических импульсов в квази- \mathcal{PT} -симметричных ФК в ОТ при выполнении точного условия Брэгга, а также при отклонении от него по частоте [43]. Предсказан эффект однонаправленного брэгговского отражения для короткого лазерного импульса, пространственно локализованного в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК. Показана возможность реализации частотного фильтра с помощью \mathcal{PT} -симметричных ФК на примере распространения chirпированного импульса.

2.1. Граничная задача брэгговской дифракции в \mathcal{PT} -симметричном ФК в геометрии Брэгга

Пусть оптический импульс (5) падает на одномерный плоскопараллельный ФК толщиной L (рис. 10). Будем рассматривать два случая падения на ФК под углом θ : на границу $z = 0$ слева $s = 1$ (рис. 10 (a)) и $z = L$ справа $s = -1$ (рис. 10 (b)). Волновой вектор в таком случае можно записать следующим образом: $\mathbf{k}_0 = (k_{0x}, k_{0z}) = (k_0 \sin \theta, s k_0 \cos \theta)$. Диэлектрическая проницаемость внутри ФК $\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon'_0 + \varepsilon_r \cos(hz) + i\varepsilon_i(\omega) \sin(hz)$, по аналогии с преобразованиями (14) запишется в виде

$$\varepsilon_0 + \varepsilon_1 e^{-ihz} + \varepsilon_{-1} e^{ihz}, \quad (33)$$

где коэффициенты $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_{-1}$ определены в (15).

Для решения поставленной задачи будем использовать спектральный метод, аналогичный тому, что применялся для решения подобной задачи в геометрии Лауэ в главе 1. Представим падающим

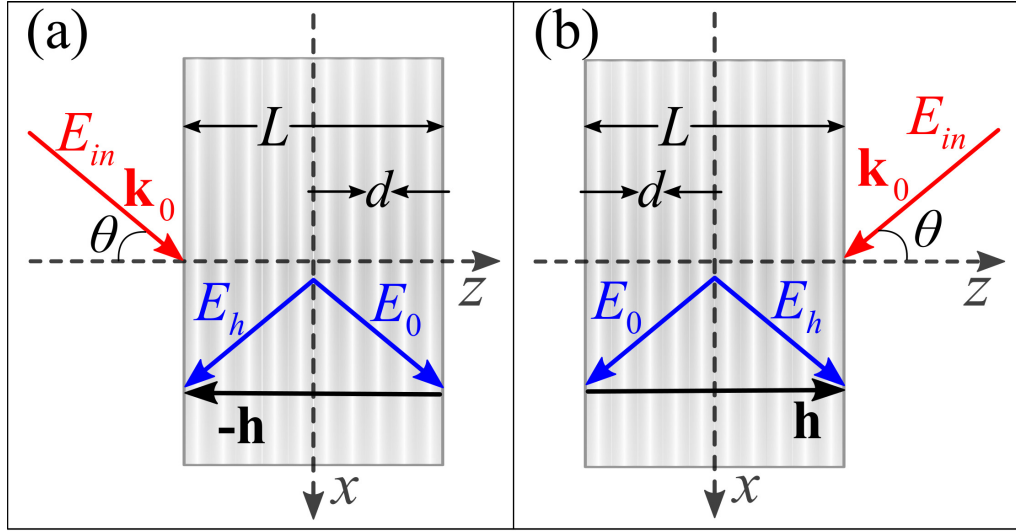


Рис. 10: Схема дифракции оптического импульса в геометрии Брэгга при угле падения θ слева на ФК (а) и справа (б). E_{in} – падающая волна, E_0 и E_h – проходящая и дифрагированная компоненты соответственно, \mathbf{h} – вектор обратной решетки, L – длина ФК, d – период ФК.

импульс (5) в виде двумерного интеграла Фурье (12),(13). В этом разложении проекции волновых векторов монохроматических волн определяются следующим образом: $k_x = k_0x + K$, $k_z = s\sqrt{k^2 - k_x^2}$, где k по-прежнему задается формулой $k = |\mathbf{k}| = \omega/c$.

Используем двухволновое приближение (19), которое благодаря выбору диэлектрической проницаемости в виде гармонической зависимости (33) является оправданным и в случае геометрии Брэгга. Поле в ФК будем искать в аналогичном с (20) виде

$$E_g(\mathbf{r}, \omega) = E_g(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_g(K, \Omega) e^{iq_0x + is(q_{0z} - g)z} dK, \quad (34)$$

где $g = 0, h$. Для нахождения величин q_{0z} воспользуемся подстановкой уравнений (33),(19) и (34) в волновое уравнение (11), получив, тем самым, следующую систему уравнений:

$$(\varepsilon_0 k^2 - q_{0x}^2 - q_{0z}^2) A_0 + \varepsilon_{-s} k^2 A_h = 0, \quad (35)$$

$$\varepsilon_s k^2 A_0 + [\varepsilon_0 k^2 - q_{0x}^2 - (q_{0z} - h)^2] A_h = 0, \quad (36)$$

Из уравнения (35) следует связь между амплитудой проходящей волны и

дифрагированной:

$$A_h = RA_0, \quad R = -\frac{Q_z^2 - q_{0z}^2}{\varepsilon_{-s}k^2}, \quad (37)$$

где $Q_z = \sqrt{\varepsilon_0 k^2 - q_{0x}^2}$ – z -проекция волнового вектора для среды с однородной диэлектрической проницаемостью ε_0 .

Для определения величины q_{0z} из условия нетривиальности системы (35),(36) воспользуемся следующим условием малости $\varepsilon_{\pm 1} \ll \varepsilon_0$. Представим величину q_{0z} как $q_{0z} = Q_z + \tilde{q}_{0z}$ и будем считать $\tilde{q}_{0z} \ll Q_z$. Подобные допущения позволяют упростить систему (35),(36) и получить следующее квадратное уравнение:

$$4Q_z(h - Q_z)\tilde{q}_{0z}^2 + 4Q_z\alpha_0 h\tilde{q}_{0z} + \varepsilon_1\varepsilon_{-1}k^4 = 0, \quad (38)$$

где $\alpha_0 = Q_z - h/2$. Решение уравнения (38) можно записать следующим образом:

$$\tilde{q}_{0z}^{(1,2)} = \frac{1}{2(h - Q_z)} \left(-\alpha_0 h \pm \sqrt{\alpha_0^2 h^2 - \varepsilon_1\varepsilon_{-1}k^4 \frac{h - Q_z}{Q_z}} \right). \quad (39)$$

Для нахождения амплитуд бормановской A_{01} и антибормановской A_{02} компонент воспользуемся граничными условиями без учета зеркального отражения, что можно считать верным с высокой точностью, если поместить ФК в однородную среду с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_v = \varepsilon_0$. При падении импульса слева ($s = 1$) на границу $z=0$ получаем следующие соотношения для граничных условий:

$$\begin{aligned} E_0(z = 0) &= A_{01} + A_{02} = A_{in}(K, \Omega), \\ E_h(z = L) &= R_1 A_{01} e^{iq_{0z}^{(1)}L} + R_2 A_{02} e^{iq_{0z}^{(2)}L} = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

В случае падения импульса справа ($s = -1$) на границу $z = L$ граничные условия будут иметь вид:

$$\begin{aligned} E_0(z = L) &= A_{in}(K, \Omega), \\ E_h(z = 0) &= R_1 A_{01} + R_2 A_{02} = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

В общем случае для $s = \pm 1$ получаем:

$$\begin{aligned} A_{01} &= \frac{A_{in}(K, \Omega)}{1 - P} e^{iq_{0z}^{(1)}L(-s+1)/2}, \\ A_{02} &= -\frac{PA_{in}(K, \Omega)}{1 - P} e^{iq_{0z}^{(2)}L(-s+1)/2}, \end{aligned} \quad (42)$$

где $P = \frac{R_1}{R_2} \exp \left[(iq_{0z}^{(1)} - q_{0z}^{(2)})L \right]$.

Таким образом, значение поля для проходящего $g = 0$ и дифрагированного $g = h$ импульсов в любой точке ФК:

$$E_g(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_g(K, \Omega, z) e^{iq_{0x}x - i\omega t} dK d\Omega, \quad (43)$$

где

$$B_g(K, \Omega, z) = A_{g1} e^{is(q_{0z}^{(1)} - g)z} + A_{g2} e^{is(q_{0z}^{(2)} - g)z}. \quad (44)$$

Выражения A_{g1} и A_{g2} задаются выражениями (37) и (42).

2.2. Асимметричная динамика распространения импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК в геометрии Брэгга

Рассмотрим падение на фотонный кристалл в ОТ в геометрии Брэгга импульса, задаваемого следующей формулой

$$A_{in}(x, z = \pm L, t) = e^{-(x \cos \theta / r_0)^2 - (1 - i\beta)([t - x \sin \theta / c] / \tau_0)^2}, \quad (45)$$

где параметр β определяет величину чирпа. Пусть ФК находится в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_v = \varepsilon_0 = 1.3$ для того, чтобы можно было пренебречь зеркальным отражением от поверхностей ФК. Сначала будет рассмотрена динамика импульса без чирпа, то есть с $\beta = 0$ (рис. 11). На панелях (а), (б) приведены интенсивности распространяющихся импульсов в случае квази- \mathcal{PT} -симметрии при выполнении точного условия Брэгга $\theta = \theta_B = 45^\circ$. При падении на ФК слева импульс проходит через кристалл насквозь как через классическую консервативную среду с однородной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0$, аналогично случаю геометрии Лауэ. При падении справа у

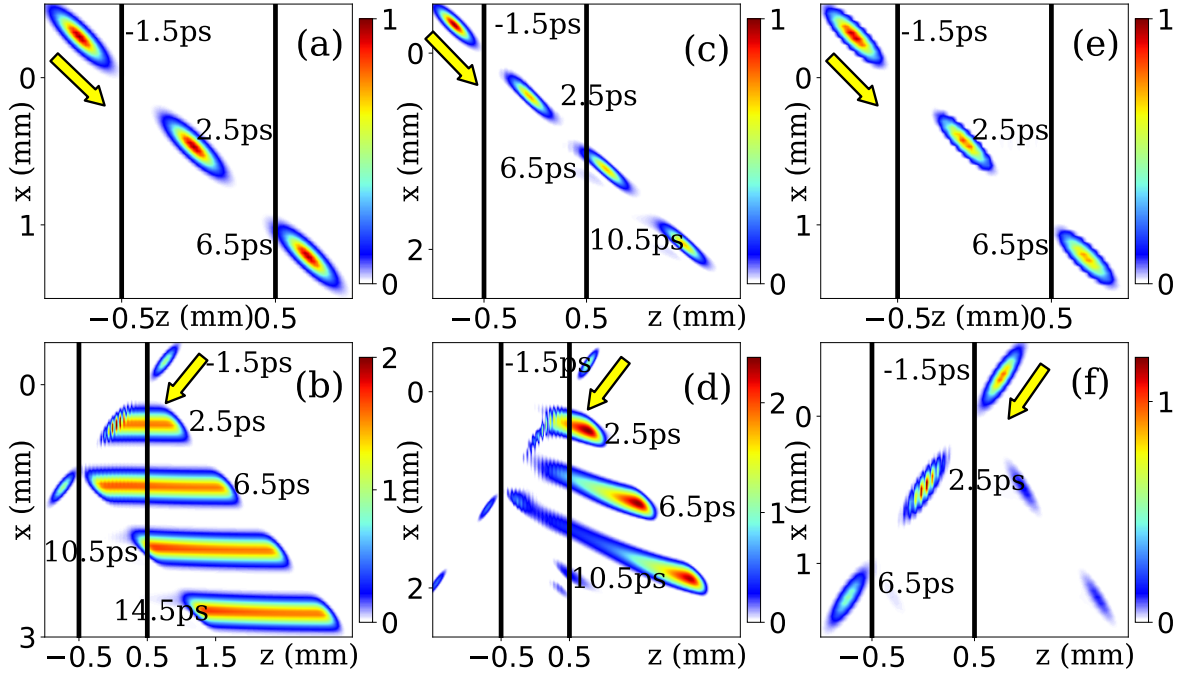


Рис. 11: Интенсивность импульса $|E(\mathbf{r}, t)|^2$, падающего под углом $\theta = 45^\circ$, в различные моменты времени t , указанные рядом с импульсами на рисунке. Желтыми стрелками показано направления падения импульса на ФК; вертикальными черными линиями обозначены границы ФК $z = -0.5\text{мм}$ и $z = 0.5\text{мм}$. Параметры импульса: $\tau_0 = 1\text{пс}$, $r_0 = 60\text{мкм}$; (a)–(d) $\lambda_0 = 0.8\text{мкм}$; (e), (f) $\lambda_0 = 0.796\text{мкм}$. Параметры ФК: длина $L = 1\text{мм}$, период $d = 0.5\text{мкм}$, $\varepsilon_v = 1.3$, $\varepsilon_0 = 1.3$, $\varepsilon_r = 0.003$, $\text{Re}[\varepsilon_i(\omega_0)] = 0.003003$, $\gamma_2 = 0.005$; (a), (b), (e), (f) $\gamma_2^* = 0.1$; (c), (d) $\gamma_2^* = 0.005$.

импульса сохраняется проходящая компонента, распространяющаяся без искажений, однако появляется усиленный отраженный импульс, генерируемый вдоль всего кристалла с длиной, примерно равной удвоенной величине $L = 1\text{мкм}$. Таким образом, в геометрии Брэгга наблюдается динамика однонаправленного брэгговского отражения коротких импульсов пространственно локализованных в ОТ в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК. При уменьшении ширины неоднородного уширения (панели (c), (d)) при падении слева у импульса начинают появляться небольшие нежелательные искажения. При падении на ФК справа отличия от квази- \mathcal{PT} -симметричного случая более существенные: отражение происходит в основном лишь от поверхности $z = +L/2$, а форма заметно отходит от параллелограмма, которую имеет отраженный импульс на панели (b).

Пусть теперь импульс отклоняется от точного условия \mathcal{PT} -симметрии за счет смещения центральной длины волны λ_0 со значения $\lambda_0 = 0.8\text{мкм}$ на $\lambda_0 = 0.796\text{мкм}$ (рис. 11 (e), (f)). При падении слева на кристалл под углом $\theta = 45^\circ$ динамика импульса остается близкой к случаю (a), то есть импульс ведет себя как в консервативной среде. При смене направления падения импульса на кристалл появляется незначительное отражение от поверхности $z = +L/2$, а его основная часть проходит ФК насквозь без усиления. Таким образом, мы видим, что при небольшом отклонении от точного условия \mathcal{PT} -симметрии по частоте пропадает усиленное однонаправленное брэгговское отражение.

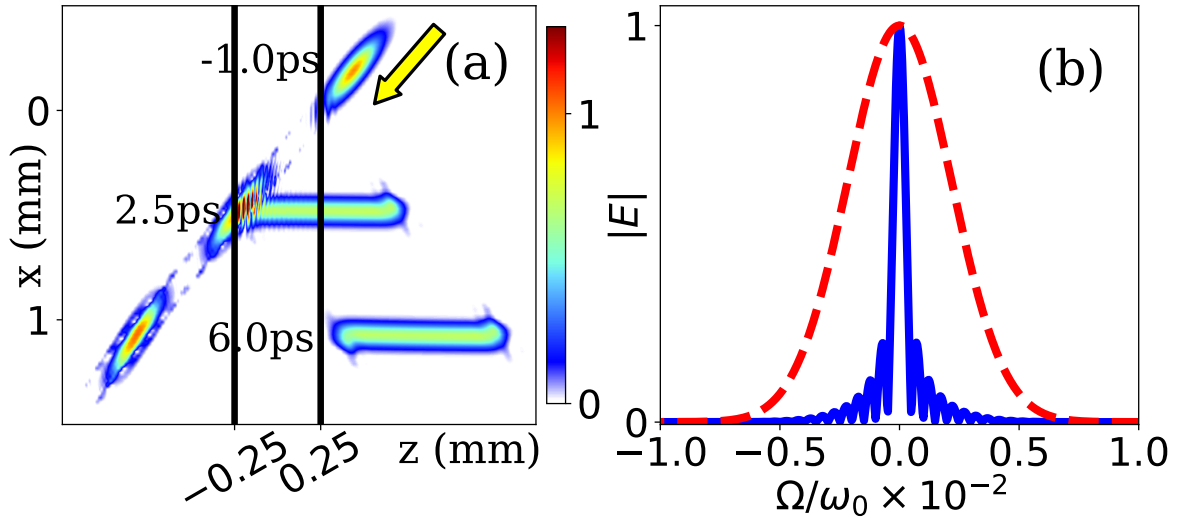


Рис. 12: (a) Интенсивность chirпированного импульса $|E(\mathbf{r}, t)|$, падающего под углом $\theta = 45^\circ$, в различные моменты времени t , указанные рядом с импульсами на рисунке. Вертикальными черными линиями обозначены границы ФК $z = -0.25\text{мм}$ и $z = 0.25\text{мм}$. Параметр chirпа $\beta = 21$, толщина ФК $L = 0.5\text{мм}$, $\lambda_0 = 0.8\text{мкм}$, $\gamma_2^* = 0.1$. (b) Спектр падающего (красная пунктирная линия) и отраженного (синяя линия) импульсов, показанных на панели (a) в моменты времени $t = -1\text{пс}$ и $t = 6\text{пс}$, соответственно. Остальные параметры аналогичны рисунку (11).

Теперь рассмотрим случай, когда параметр chirпа у импульса (45) будет отличаться от нуля: $\beta = 21$. Если посмотреть на спектр падающего импульса на границу $z = 0.25\text{мм}$ (красная штрихованная линия на рис. 12 (b)) и спектр отраженного импульса,двигающегося направо (синяя линия на рис. 12 (b)), то можно отметить, что кристалл с заданными

характеристиками вблизи ОТ отражает лишь определенную узкую часть спектра, то есть данный ФК можно использовать как узкополосный частотный фильтр, отражающий наперед заданную часть падающего спектра коротких импульсов и пучков (рис. 12 (а)). При этом остальная часть спектра проходит ФК насквозь без искажений.

2.3. Решение задачи распространения оптического импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК методом Паррата

Рассмотрим еще один способ решения задачи дифракции в геометрии Брэгга для плоскостроистого ФК – так называемый метод Паррата [17], который позволяет исследовать динамику оптических импульсов в данной геометрии вне двухволнового приближения и в более сложных средах, нежели дисперсионный метод, например, с неперiodически заданными толщинами слоев и диэлектрической проницаемостью.

Пусть кристалл состоит из N плоских параллельных друг другу однородных слоев с номерами m . В таких обозначениях слои с номерами $m = 0$ и $m = N + 1$ будут отвечать за среду с диэлектрической проницаемостью ε_v , в которую помещен ФК. В таком случае поле $\mathbf{E}^{(m)}$ внутри каждого слоя m толщиной $d^{(m)}$ при падении на ФК под углом θ плоской монохроматической s -поляризованной волны с амплитудой E_{in} , частотой ω и модулем волнового вектора $k = \omega/c$ представляет собой сумму проходящей $\mathbf{E}_0^{(m)}$ и отраженной $\mathbf{E}_h^{(m)}$ волн, то есть поле в точке $\mathbf{r} = (x, z)$ имеет вид

$$E^{(m)}(x, z) = \left(E_0^{(m)} e^{ik_z^{(m)} z} + E_h^{(m)} e^{-ik_z^{(m)} z} \right) e^{ik_x x - i\omega t}, \quad (46)$$

где $k_x = k \sin \theta$ для всех слоев в силу непрерывности тангенциальной компоненты волнового вектора, а $k_z^{(m)} = k \sqrt{\varepsilon^{(m)} - \sin^2 \theta}$, $\varepsilon^{(m)}$ – диэлектрическая проницаемость слоя с номером m .

Условия непрерывности тангенциальных компонент электрических и магнитных полей на границах между каждой парой слоев ФК с номерами

m и $m + 1$ будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} E_0^{(m)} e^{ik_z^{(m)} d^{(m)}} + E_h^{(m)} e^{-ik_z^{(m)} d^{(m)}} &= E_0^{(m+1)} + E_h^{(m+1)}, \\ k_z^{(m)} E_0^{(m)} e^{ik_z^{(m)} d^{(m)}} - k_z^{(m)} E_h^{(m)} e^{-ik_z^{(m)} d^{(m)}} &= k_z^{(m+1)} E_0^{(m+1)} - k_z^{(m+1)} E_h^{(m+1)}. \end{aligned} \quad (47)$$

Обозначив в (47) $a^{(m)} = e^{ik_z^{(m)} d^{(m)}}$, получим

$$\begin{aligned} E_0^{(m)} a^{(m)} + E_h^{(m)} [a^{(m)}]^{-1} &= E_0^{(m+1)} + E_h^{(m+1)}, \\ k_z^{(m)} E_0^{(m)} a^{(m)} - k_z^{(m)} E_h^{(m)} [a^{(m)}]^{-1} &= k_z^{(m+1)} E_0^{(m+1)} - k_z^{(m+1)} E_h^{(m+1)}, \end{aligned} \quad (48)$$

откуда, в силу однородности системы (48), вводя обозначения для амплитудных коэффициентов отражения $R^{(m)} = E_h^{(m)}/E_0^{(m)}$, получим рекуррентное соотношение Паррата:

$$R^{(m)} = \frac{(b^{(m)} + R^{(m+1)}) [a^{(m)}]^2}{(1 + b^{(m)} R^{(m+1)})}, \quad b^{(m)} = \frac{k_z^{(m)} - k_z^{(m+1)}}{k_z^{(m)} + k_z^{(m+1)}}. \quad (49)$$

Данное рекуррентное соотношение (49) решается с учетом границы ФК-вакуум, то есть $a^{(0)} = 1$ и $R^{(N+1)} = 0$ (волна падает лишь с одной стороны $m = 0$). Амплитуды полей с учетом найденных коэффициентов $R^{(m)}$ из уравнения (48)

$$E_0^{(m+1)} = \frac{a^{(m)} + R^{(m)} [a^{(m)}]^{-1}}{1 + R^{(m+1)}} E_0^{(m)}, \quad E_h^{(m)} = R^{(m)} E_0^{(m)}, \quad (50)$$

где необходимо учесть граничное условие $E_0^{(0)} = E_{in}$.

Пусть диэлектрическая проницаемость внутри \mathcal{PT} -симметричного ФК задается периодической функцией, каждый период которой состоит из четырех отдельных слоев:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 &= \varepsilon_0 + \varepsilon_r + i\varepsilon_i, \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_0 + \varepsilon_r - i\varepsilon_i, \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon_0 - \varepsilon_r - i\varepsilon_i, \\ \varepsilon_4 &= \varepsilon_0 - \varepsilon_r + i\varepsilon_i. \end{cases} \quad (51)$$

Подобный выбор диэлектрической проницаемости позволяет соблюсти условие \mathcal{PT} -симметрии.

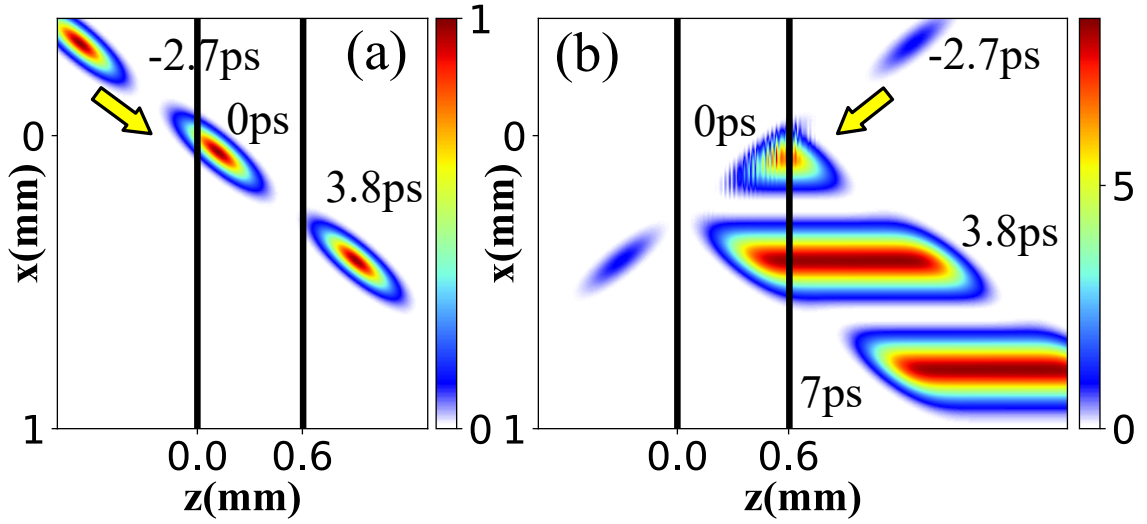


Рис. 13: Интенсивность импульса $|E(\mathbf{r}, t)|^2$, падающего под углом $\theta = 25^\circ$ слева (a) и справа (b) на ФК, в различные моменты времени t , которые указаны рядом с мгновенными снимками импульсов на рисунке. Вертикальными черными линиями обозначены границы ФК. Параметры импульса: $\tau_0 = 1$ пс, $r_0 = 60$ мкм, $\lambda_0 = 0.8$ мкм. Параметры ФК: длина $L = 0.6$ мм, период $d = 0.4$ мкм, $\varepsilon_v = 1.2$, $\varepsilon_0 = 1.2$, $\varepsilon_r = 0.005$, $\text{Re}[\varepsilon_i(\omega_0)] = 0.004998$, $\gamma_2 = 0.005$, $\gamma_2^* = 0.2$.

В отличие от спектрального метода решения этой задачи, описанного в параграфах 2.1 и 2.2 данной работы, метод Паррата позволяет отойти от ограничений двухволнового приближения. Более того, данный метод дает возможность исследовать более сложные апериодические структуры, например, с различными толщинами слоев и отличающейся в них диэлектрической проницаемостью.

Рассмотрим рисунок 13, полученный с использованием метода Паррата. На нем показаны два случая падения пикосекундного оптического импульса на ФК с диэлектрической проницаемостью (51) – слева (a) и справа (b). При падении слева импульс проходит через структуру без искажений, а при падении справа появляется усиленный отраженный импульс, идущий направо, то есть наблюдается однонаправленное брэгговское отражение. Таким образом можно сделать вывод, что результаты, полученные в параграфах выше в рамках двухволнового приближения, подтверждаются и более общим методом Паррата.

2.4. Основные результаты главы 2

В этой главе двумя способами решена задача прохождения света через плоскослоистый квази- \mathcal{PT} -симметричный ФК. Продемонстрирован эффект однонаправленного брэгговского отражения в геометрии Брэгга в точной ОТ и продемонстрировано исчезновение этого эффекта при отклонении от ОТ по частоте [43]. Кроме того, предложен путь к созданию частотного фильтра на основе \mathcal{PT} -симметричных кристаллов. В рамках решения задачи более общим методом Паррата, позволяющим не только отойти от двухволнового приближения, но и исследовать сложные апериодические структуры, подтверждены результаты, полученные дисперсионным методом.

Заключение

Основные результаты данной магистерской диссертации можно сформулировать следующим образом:

1. Полуаналитическим спектральным методом решена граничная задача брэгговской дифракции в геометрии Лауэ для коротких широкополосных оптических импульсов в \mathcal{PT} -симметричных фотонных кристаллах. Показано, что использование концепции квази- \mathcal{PT} -симметрии позволяет восстановить \mathcal{PT} -симметричные свойства диспергирующей среды для излучения с конечной шириной спектра.
2. Впервые продемонстрирована асимметричная динамика короткого оптического импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричном ФК в геометрии Лауэ, в том числе однонаправленное брэгговское отражение локализованного в среде импульса при точном соблюдении условия Брэгга в особой точке. Предсказан эффект однонаправленного деления импульса при отклонении по углу от брэгговского условия.
3. Задача брэгговской дифракции в геометрии Брэгга решена спектральным методом в рамках двухволнового приближения, а также в общем случае вне двухволнового приближения методом Паррата, позволяющим в том числе исследовать неперiodические структуры. Впервые продемонстрирована асимметричная динамика распространения широкополосного оптического излучения в квази- \mathcal{PT} -симметричном диспергирующем ФК в точной особой точке и при отклонении от нее по частоте, а также показана возможность реализации однонаправленного брэгговского отражения локализованного в среде короткого лазерного импульса.

Данные исследования могут быть использованы для эффективного управления короткими лазерными импульсами в \mathcal{PT} -симметричных

фотонных кристаллах с высокой точностью и широкой вариативностью за счет малых изменений параметров \mathcal{PT} -симметричных ФК или самого излучения.

Результаты магистерской диссертации были опубликованы в статьях [39, 42, 43], а также сборниках всероссийских и международных конференций [44–53].

В заключение выражаю свою искреннюю благодарность за помощь в исследовательской деятельности и заинтересованность в моей работе и всем обучении в целом моему научному руководителю профессору Манцызову Борису Ивановичу, а также профессору Бушуеву Владимиру Алексеевичу.

Список литературы

- [1] E. M. Purcell, Spontaneous emission probabilities at radio frequencies, *Phys. Rev.* **69**, 681 (1946).
- [2] I. R. Senitzky, Induced and Spontaneous Emission in a Coherent Field, *Phys. Rev.* **111**, 1 (1958).
- [3] J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes, The Maser – New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard, and Spectrometer, *Phys. Rev.* **99**, 1264 (1955).
- [4] V. P. Bykov, Spontaneous Emission in a Periodic Structure, *Soviet Phys. JETP* **35**, 2 (1972).
- [5] E. Yablonovitch, Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059-2062 (1987).
- [6] S. John, Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 23 (1987).
- [7] D. N. Neshev, A. A. Sukhorukov, A. Mitchel, C. R. Rosberg, R. Fischer, A. Dreischuh, W. Z. Krolikowski, and Y. S. Kivshar, Optical lattices as nonlinear photonic crystals, *Proc. of SPIE* **6604**, 66041B-1 (2007).
- [8] K. M. Ho, C. T. Chan, and C. M. Soukoulis, Existence of a Photonic Gap in Periodic Dielectric Structures, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 25 (1990).
- [9] Yu. A. Vlasov, V. N. Astratov, O. Z. Karimov, A. A. Kaplyanskii, V. N. Bogomolov and A. V. Prokofiev, Existence of a photonic pseudogap for visible light in synthetic opals, *Phys. Rev. B* **55**, 20 (1997).
- [10] A. Blanco, E. Chomski, S. Grabtchak, M. Ibisate, S. John, S. W. Leonard, C. Lopez, F. Meseguer, H. Miguez, J. P. Mondia, G. A. Ozin, O. Toader, and H. M. van Driel, Large-scale synthesis of a silicon photonic crystal with

a complete three-dimensional bandgap near 1.5 micrometres, *Nature* **405**, 437-440 (2000).

- [11] M. Ams, P. Dekker, S. Gross, and M. J. Withford, Fabricating waveguide Bragg gratings (WBGs) in bulk materials using ultrashort laser pulses, *Nanophotonics* **6**, 743-763 (2017).
- [12] P. Russell, Bragg resonance of light in optical superlattices, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 596–599 (1986).
- [13] V.B. Novikov, S.E. Svyakhovskiy, A.I. Maydykovskiy, T.V. Murzina, and B.I. Mantsyzov, Optical pendulum effect in one-dimensional diffraction-thick porous silicon based photonic crystals, *Journal of Applied Physics* **118**, 193101 (2015).
- [14] V. A. Bushuev, B. I. Mantsyzov, and A. A. Skorynin, Diffraction-induced laser pulse splitting in a linear photonic crystal, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 053811 (2009).
- [15] А. А. Скорынин, В. А. Бушуев, Б. И. Манцызов, Динамическая брэгговская дифракция оптических импульсов в фотонных кристаллах в геометрии Лауэ: дифракционное деление, селективное сжатие и фокусировка, *ЖЭТФ* **142**, 64 (2012).
- [16] С. М. Аракелян, Л. П. Геворкян, В. А. Макаров, Компрессия частотно-модулированных импульсов при динамическом рассеянии в геометрии Лауэ, *Квантовая электроника* **16**, 1846–1849 (1986).
- [17] Б. И. Манцызов, Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов, *ФИЗМАТЛИТ* (2009).
- [18] J. T. Mook, C. Martijn de Sterke, I. C. M. Littler, and B. J. Eggleton, Dispersionless slow light using gap solitons, *Nature Physics* **2**, 775-780 (2006).

- [19] P. Jordan, J. von Neumann, and E. P. Wigner, On an Algebraic Generalization of the Quantum Mechanical Formalism, *Annals of Mathematics* **35**, 29-64 (1934).
- [20] C. M. Bender and S. Boettcher, Real Spectra in Non-Hermitian Hamiltonians Having \mathcal{PT} Symmetry, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 24 (1998).
- [21] R. El-Ganainy, K. G. Makris, D. N. Christodoulides, and Ziad H. Musslimani, Theory of coupled optical \mathcal{PT} -symmetric structures, *Opt. Lett.* **32**, 17 (2007).
- [22] K. G. Makris, R. El-Ganainy, and D. N. Christodoulides, Beam Dynamics in \mathcal{PT} -Symmetric Optical Lattices, *PRL* **100**, 103904 (2008).
- [23] V. V. Konotop, J. Yang, and D. A. Zezyulin, Nonlinear waves in \mathcal{PT} -symmetric systems, *Rev. Mod. Phys.* **88**, 035002 (2016).
- [24] A. Ruschhaupt, F. Delgado and J. G. Muga, Physical realization of \mathcal{PT} -symmetric potential scattering in a planar slab waveguide, *Journal of Physics A* **38**, 171-176 (2005).
- [25] A. Mock, Symmetry-Engineered Waveguide Dispersion in \mathcal{PT} -Symmetric Photonic Crystal Waveguides, *JOSAB* **37**, 1, 168-180 (2020).
- [26] F. Gao, Yi-Mou Liu, Xue-Dong Tian, Cui-Li Cui, and Jin-Hui Wu, Intrinsic link of asymmetric reflection and diffraction in non-Hermitian gratings, *Optics Express* **26**, 26 (2018).
- [27] Tao Shui, Wen-Xing Yang, Shaopeng Liu, and Ling Li, Asymmetric diffraction by atomic gratings with optical \mathcal{PT} symmetry in the Raman-Nath regime, *Phys. Rev. A* **97**, 033819 (2018).
- [28] B. Midya, H. Zhao, X. Qiao, P. Miao, W. Walasik, Z. Zhang, N. M. Litchinitser, and L. Feng, Supersymmetric microring laser arrays, *Photonics Research* **7**, 3 (2019).

- [29] A. Regensburger, C. Bersch, M.-A. Miri, G. Onishchukov, D. N. Christodoulides, and U. Peschel, Parity-time synthetic photonic lattices, *Nature* **488**, 167 (2012).
- [30] Z. H. Musslimani, K. G. Makris, R. El-Ganainy, and D. N. Christodoulides, Optical Solitons in \mathcal{PT} Periodic Potentials, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 030402 (2008).
- [31] Ying-Ji He and B. A. Malomed, Spatial Solitons in Parity-Time-Symmetric Photonic Lattices: Recent Theoretical Results, *Progress in Optical Science and Photonics* **1** (2012).
- [32] D. A. Antonosyan, A. S. Solntsev, and A. A. Sukhorukov, Photon-pair generation in a quadratically nonlinear parity-time symmetric coupler, *Photonics Research* **6**, 4 (2018).
- [33] V. A. Bushuev, L. V. Dergacheva, B. I. Mantsyzov, Asymmetric pendulum effect and transparency change of \mathcal{PT} -symmetric photonic crystals under dynamical Bragg diffraction beyond the paraxial approximation, *Phys. Rev. A* **95**, 033843 (2017).
- [34] S. Longhi, \mathcal{PT} -symmetric laser absorber, *Phys. Rev. A* **82**, 031801 (2010).
- [35] D. Christodoulides and M.-A. Miri, \mathcal{PT} symmetry in optics and photonics, *Proc. of SPIE* **9162**, 91621 (2014).
- [36] Н. Н. Розанов, Антилазер: режим резонансного поглощения или идеальное когерентное поглощение?, *УФН* 187 **8**, 879 (2017).
- [37] Y. Yang, H. Jia, Y. Bi, H. Zhao, and J. Yang, Experimental Demonstration of an Acoustic Asymmetric Diffraction Grating Based on Passive Parity-Time-Symmetric Medium, *Phys. Rev. Applied* **12**, 034040 (2019).
- [38] А. А. Зябловский, А. П. Виноградов, А.А. Пухов, А.В. Дорофеенко, А.А. Лисянский, \mathcal{PT} -симметрия в оптике, *Успехи физических наук* **184**, 1178-1198 (2014).

- [39] D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, Broadband quasi- \mathcal{PT} -Symmetry Sustained by Inhomogeneous Broadening of the Spectral Line, *Phys. Rev. A* **98**, 5 (2018).
- [40] Й. Херман, Б. Вильгельми, Лазеры сверхкоротких световых импульсов, Издательство «Мир», Москва (1986).
- [41] L. Allen and J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level Atoms*, Wiley, New York (1975).
- [42] D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, and B. I. Mantsyzov, Optical pulse dynamics under quasi- \mathcal{PT} -symmetry, *Phys. Rev. A* **99**, 2 (2019).
- [43] V. A. Bushuev, D. M. Tsvetkov, V.V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, Unidirectional invisibility and enhanced reflection of short pulses in quasi- \mathcal{PT} -symmetric media, *Optics Letters* **44**, 23 (2019).
- [44] Д. М. Цветков, В. А. Бушуев, В. В. Конотоп и Б. И. Манцызов, Распространение оптических импульсов и пучков в \mathcal{PT} -симметричных фотонных кристаллах, в сборнике «Материалы XI международного симпозиума по фотонному эхо и когерентной спектроскопии», Светлогорск, с. 53-54 (2017).
- [45] Д. М. Цветков, Динамика распространения оптических импульсов в \mathcal{PT} -симметричных фотонных кристаллах при дифракции в геометрии Лауэ, в сборнике «Материалы международного молодежного научного форума «Ломоносов-2017»», МГУ, Москва (2017).
- [46] D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, V. V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, Femtosecond Pulse Propagation and Splitting in a \mathcal{PT} -symmetric 1D Photonic Crystals, в сборнике «2017 European Conference on Lasers and Electro-Optics - European Quantum Electronics Conference», Optical Society of America USA, p.34 (2017).

- [47] Д. М. Цветков, Динамика распространения оптических импульсов в \mathcal{PT} -симметричных фотонных кристаллах с дисперсией, в сборнике «Материалы международного молодежного научного форума «Ломоносов-2018»», МГУ, Москва (2018).
- [48] D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, V. V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, Short optical pulse propagation in \mathcal{PT} -symmetric photonic crystals with material dispersion, в сборнике «International Conference Days on Diffraction 2018, International Symposium on Nanophotonics and Metamaterials», p.219-220 (2018).
- [49] Д. М. Цветков, Динамика распространения оптических импульсов в квази- \mathcal{PT} -симметричных фотонных кристаллах с дисперсией, в сборнике «Материалы международного молодежного научного форума «Ломоносов-2019»», МГУ, Москва (2019).
- [50] Д. М. Цветков, Б. И. Манцызов и В. А. Бушуев, Динамика распространения оптических импульсов в квази- \mathcal{PT} -симметричных диспергирующих фотонных кристаллах, в сборнике «VIII Международная конференция по фотонике и информационной оптике», МИФИ, Москва, с.179-180 (2019).
- [51] D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, V. Konotop, and B. I. Mantsyzov, Short Pulse Propagation in Quasi- \mathcal{PT} -Symmetric Structure, в сборнике «The 10th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics META 2019», Lisbon, Portugal, p.179 (2019).
- [52] Д. М. Цветков, В. А. Бушуев, В. В. Конотоп и Б. И. Манцызов, Динамика широкополосного оптического импульса в квази- \mathcal{PT} -симметричной среде, в сборнике «XIII Международные чтения по квантовой оптике (IWQO-2019)», Владимир, с.192-194 (2019).
- [53] V. A. Bushuev, D. M. Tsvetkov, and B. I. Mantsyzov, Features of laser beams and pulses diffraction and propagation in \mathcal{PT} -symmetric photonic

crystals, Book of abstracts of 6th International Conference on «Electron, Positron, Neutron and X-ray Scattering under External Influences», Yerevan, Armenia, p.12 (2019).