ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра общей физики

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Распространение оптических импульсов в диспергирующих фотонных кристаллах с симметрией четность-время

Выполнил:
студент группы 405
Цветков Дмитрий Максимович

____

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор Манцызов Б.И.

____

Допущен к защите «___» «_________» 2018г.

Зав. кафедрой

профессор Салецкий А.М. _________________

Москва 2018

Содержание

Введение

Данная бакалаврская работа посвящена исследованию взаимодействия оптического излучения с фотонными кристаллами (ФК), обладающими пространственно-временной симметрией.

Основная тенденция развития современного общества - его усложнение. Усложнение идет за счет роста численности населения и количества связей между людьми - ресурсных и информационных. Численность населения и количество ресурсных связей близки к насыщению, пороговому ограничению - население не может расти бесконечно. А вот количество информационных связей, способов обработки и структурирования информации, показывающих взрывное развитие в последние 30 лет, пока пределов роста не проявляет.

Этого нельзя сказать о развитии современной электронной компонентной базы. Она практически достигла предела своей миниатюризации, эмпирический закон Гордона Мура себя исчерпал - литографический технологический процесс в микроэлектронике менее 10 нм дается с большим трудом и огромными финансовыми затратами [1]. Не за горизонтом и теоретический предел подобной миниатюризации, когда квантовые эффекты начинают существенно влиять на процессы в микроэлектронных устройствах. А значит, их быстродействие и тепловая эффективность близки к пределу.

Здесь и открывается широкое поле для применения фотоники. Каналы связи в оптическом диапазоне в разы более энергетически эффективны, нежели электронные. И пределов способов уплотнения и мультиплексирования передаваемых с их помощью сигналов в оптическом диапазоне пока не видно.

Сначала фотоника нашла свое широкое применение в дискретных оптоэлектронных устройствах, потом - в организации каналов связи между вычислительными устройствами. В ближайшее время будет использоваться внутри таких устройств в качестве высокоскоростных шин данных. В перспективе - сами вычислительные процессоры будут работать в значительной степени как оптические устройства.

Исследования свойств фотонных кристаллов, создание устройств на их основе, а также практическая реализация различных эффектов на основе фотонных кристаллов, позволяет рассматривать данное направление как недалекое будущее современной кибернетики и, как следствие, – способ устойчивого существования общества на основе информационных технологий.

Таким образом, изучение различных гетерогенных сред и оптических явлений, в них протекающих, является актуальной и важной задачей современной науки в целом. В частности, большой интерес представляют так называемые среды, обладающие пространственно-временной симметрией.

В данной работе в главе 1 рассмотрены свойства PT-симметричных сред и перечислены некоторые оптические явления в подобных ФК. В главе 2 представлена теория динамики распространения оптических импульсов в PT-симметричных фотонных кристаллах (ФК) и на ее основе продемонстрирован эффект асимметрии брэгговского отражения в геометрии Лауэ. В главе 3 предложен метод восстановления PT-симметрии для случая конечного спектрального интервала излучения.

Глава 1. Оптика фотонных кристаллов (ФК) и PT-симметричных сред (обзор литературы)

1.1. Консервативные ФК

Впервые идея области частот запрещенного во всех направлениях распространения оптического излучения, так называемой фотонной запрещенной зоны, появляющейся в результате влияния периодической структуры на время излучения резонансных атомов, была высказана Быковым в 1972 [2] и далее была развита в работах Яблоновича и Джона (1987) [3,4].

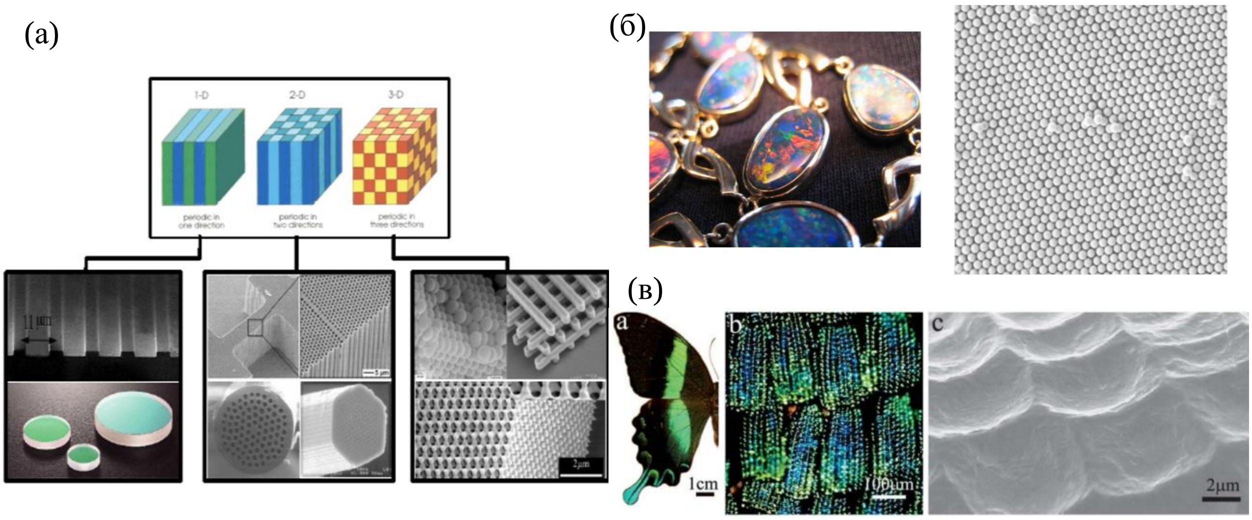

Рис. 1.1. (а) Примеры одномерных (1D), двумерных (2D) и трехмерных (3D) фотонных кристаллов [5]. (б) Природный опал и его структура [6]. (в) Естественный фотонный кристалл в крыльях бабочки Papilo Blumei: a и b - фотографии, c – изображение в электронном микроскопе [7].

Под фотонным кристаллом понимается структура с периодически изменяющейся диэлектрической проницаемостью, период которой сравним с длиной волны света. Они бывают одно-, двух- и трехмерными, в зависимости от количества направлений, в которых изменяется коэффициент преломления (рис.1.1 (а)).

В настоящее время существует множество методов изготовления различных фотонных кристаллов, что позволяет добиться широкой вариативности их свойств, однако многие из этих способов технологически очень сложны и дороги. Также ФК создает и сама природа. Например, представителями естественных ФК являются опалы или крылья и хитиновые покровы различных насекомых (рис.1.1 (б), (в)).

Значительная разность показателей преломления ($\Delta n \sim 1$) [8], высокие мощности источников оптического излучения, а также огромное разнообразие ФК приводят к широкому спектру наблюдаемых как линейных, так и не линейных явлений [8], недоступных ранее в рентгеновском диапазоне излучения для традиционных кристаллов.

Например, при динамической брэгговской дифракции в 1D ФК были обнаружены: маятниковый эффект [9], компрессия чирпированного импульса [10], пространственное и временное деление импульса [11,12]. Данные эффекты не только описаны теоретически, но и нашли экспериментальное подтверждение [13,14].

1.2. PT-симметрия в квантовой механике и оптике

В XXI веке заметно усилился интерес ученых к искусственно созданным периодическим средам (метаматериалам), обладающим пространственно-временной симметрией [15]. Первые исследования, способствующие росту внимания к этой области, были выполнены Бендером и Боттчером [16], которые продемонстрировали, что квантовые системы с неэрмитовыми операторами могут обладать действительными спектрами энергий, если при помощи выбора определенного вида функций действительной и мнимой частей потенциала системы добиться PT-симметричности гамильтониана. Действие операторов пространственной инверсии (четности) $\hat{P}$ и обращения времени $\hat{T}$ выглядят следующим образом:

$$\hat{P}\psi(\vec{r},t) = \psi(-\vec{r},t),$$
$$\hat{T}\psi(\vec{r},t) = \psi^*(\vec{r},-t),$$

то есть если выбрать потенциал системы в виде $V(\hat{\vec{r}}) = V^*(-\hat{\vec{r}})$, то гамильтониан системы удовлетворяет равенству:

$$\hat{H}(\hat{\vec{p}},\hat{\vec{r}},t) = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + V(\vec{r}) = \hat{H}^*(-\hat{\vec{p}},-\hat{\vec{r}},-t),$$

(где $\hat{\vec{p}}$ – оператор импульса частицы, $\hat{\vec{r}}$ – оператор координаты), а значит является PT-инвариантным, или PT-симметричным.

В дальнейшем была продемонстрирована аналогия между стационарным уравнением Шредингера для подобных квантово-механических систем

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi_k(x,z) - \frac{2m}{\hbar^2}\Big(V(x,z) - E_k\Big)\psi_k(x,z) = 0,$$

где $\psi_k(x,z)$ - волновая функция частицы, E_k - энергия частицы, и двумерными уравнениями Гельмгольца для оптических PT-симметричных сред с поглощением и усилением:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E(x,z) + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(x,z)E(x,z) = 0.$$

Подобная концепция может быть реализована и в оптике, если потребовать от среды с поглощением и усилением аналогичного соотношения для диэлектрической проницаемости: $\varepsilon(x) = \varepsilon^*(-x)$. Оптические среды с подобной модуляцией диэлектрической проницаемости позволили предсказывать и наблюдать множество новых оптических эффектов [17,18].

Так, например, в статье [19] описан маятниковый эффект и изменение прозрачности ФК уже в PT-симметричной среде, в работах [20,21] представлена и описана многообещающая идея идеального когерентного поглотителя, а в работах [22-25] описан эффект однонаправленного нулевого отражения в брэгговской решетке.

Однако стоит отметить, что необходимых для PT-симметрии распределений усиления и поглощения в среде, строго говоря, можно добиться лишь для одной частоты света [15], что является следствием принципа причинности, описываемого в математике соотношением Крамерса-Кронига [26]. По этой причине задача о распространении излучения в PT-симметричных структурах решалась, главным образом, для монохроматических волн (в брэгговской геометрии дифракции на отражение) и в параксиальном приближении для монохроматических пучков или квазимонохроматических импульсов [27-30].

В настоящей работе на примере динамической брэгговской дифракции коротких оптических импульсов в фотонном кристалле показано, что PT-симметричные свойства среды могут быть реализованы в конечном интервале частот спектра импульса в случае наличия неоднородного уширения спектральной линии резонансных атомов среды.

Глава 2. Теория динамической брэгговской дифракции в PT-симметричных ФК в геометрии Лауэ

В этой главе полуаналитическим спектральным методом получено решение граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ для падающего на ФК квазимонохроматического импульса и подробно разобран эффект ассиметричного брэгговского отражения в случае различных знаков угла падения в особой точке (ОТ) при соблюдении точного условия Брэгга.

2.1. Динамика квазимонохроматических импульсов в ФК в геометрии Лауэ без учета материальной дисперсии

Пусть на одномерный PT-симметричный ФК (рис. 2.1) с диэлектрической проницаемостью, изменяющейся по гармоническому закону

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0' + \varepsilon_{con}\cos(hx) + i\varepsilon_{res}\sin(hx), \tag{2.1}$$

где $h = 2\pi / d$ - модуль вектора обратной решетки $\vec{h}$, d - период решетки, ε_0', ε_{con} и ε_{res} - действительные положительные коэффициенты, причем $\varepsilon_0' - \varepsilon_{con} > 1$, падает под углом θ на поверхность $z = 0$ s-поляризованный оптический импульс с медленно меняющейся амплитудой $A_{in}(\vec{r}, t)$:

$$E_{in}(\vec{r}, t) = A_{in}(\vec{r}, t)\exp(i\vec{k}_0\vec{r} - i\omega_0 t). \tag{2.2}$$

Здесь $k_0 = \omega_0 / c$, ω_0 - центральная частота импульса, c - скорость света в вакууме, $k_{ox} = k_0 \sin\theta$, $k_{oz} = k_0 \cos\theta$. Поле $E(\vec{r}, t)$ при этом удовлетворяет волновому уравнению

$$\Delta E(\vec{r}, t) - \frac{\varepsilon(x)}{c^2}\frac{\partial^2 E(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \tag{2.3}$$

где $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial z^2$ - оператор Лапласа. Длительность импульса предполагается достаточно большой, чтобы можно было пренебречь материальной дисперсией по сравнению с решеточной дисперсией. Для решения данной задачи воспользуемся спектральным методом [31]. Представим поле падающего импульса на поверхности $z=0$ в виде двумерного интеграла Фурье:

$$E_{in}(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} E_{in}(k_x,\omega)\exp(ik_x x - i\omega t)dk_x d\omega \qquad (2.4а)$$

$$E_{in}(k_x,\omega) \equiv A_{in}\left(K,\Omega\right) = \frac{1}{\left(2\pi\right)^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} A_{in}\left(x,t\right)\exp\left(-iKx + i\Omega t\right)dxdt\,, \qquad (2.4б)$$

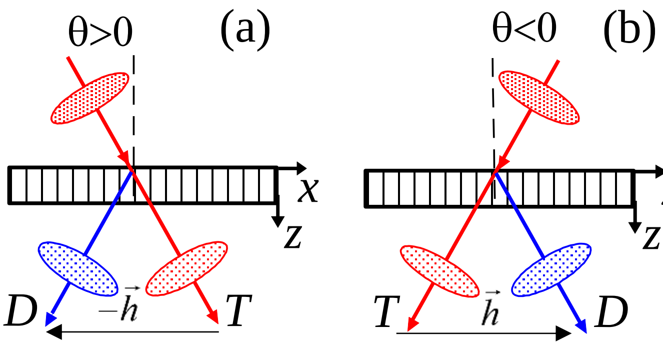

Рис. 2.1. Схема дифракции в геометрии Лауэ для двух углов падения θ. D – дифрагированная волна, T – проходящая волна, $\vec{h}$ – вектор обратной решетки в ФК. (а) – угол падения $\theta > 0$, (б) – $\theta < 0$.

$\Omega = \omega - \omega_0$, $K = k_x - k_{0x}$. Далее решим задачу брэгговской дифракции для плоской монохроматической волны и осуществим фурье-синтез для нахождения поля импульса в каждой точке среды в любой момент времени.

Вблизи условия Брэгга $2k_0 \sin\theta_B = h$, где θ_B- угол Брэгга, поле в ФК представимо в виде суммы двух сильно-связанных волн: проходящей E_0 и дифрагированной E_h (двухволновое приближение) [31]:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0(\vec{r},t) + \vec{E}_h(\vec{r},t), \qquad (2.5)$$

с волновыми векторами $\vec{q}$ и $\vec{q}_h = \vec{q}_0 - s\vec{h}$, где $s = \pm 1$ при $\theta > 0$ и $\theta < 0$ соответственно (рис. 2.1). Представим поле импульса внутри ФК в виде двумерного интеграла Фурье

$$E_g(x,z,t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_g(K,\Omega)\exp(i(q_{0x} - sg)x + iq_{0z}z - i\omega t)dk_x d\omega, \qquad (2.6)$$

где $g = 0, h; q_{0z} = q_{hz}; A_0(K,\Omega), A_h(K,\Omega)$ – амплитуды спектральных компонент прямых и дифрагированных волн. Так как $\varepsilon(x)$ является PT-симметричной функцией, коэффициенты Фурье $\varepsilon_m = \dfrac{1}{d}\int\limits_0^d \varepsilon(x)\exp(imhx)dx$ в разложении по векторам обратной решетки $\varepsilon(x) = \sum\limits_{m=-\infty}^{m=\infty} \varepsilon_m \exp(-imhx)$ являются действительными:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_0', \ \varepsilon_1 = (\varepsilon_{con} - \varepsilon_{res})/2, \ \varepsilon_{-1} = (\varepsilon_{con} + \varepsilon_{res})/2. \qquad (2.7)$$

Подставляя выражения (2.5), (2.6), (2.7) в уравнение (2.3), получим систему уравнений для амплитуд полей $A_0(K,\Omega)$ и $A_h(K,\Omega)$:

$$(\varepsilon_0 k^2 - q_{0x}^2 - q_{0z}^2)A_0 + \varepsilon_{-1}k^2 A_h = 0, \qquad (2.8а)$$

$$\varepsilon_1 k^2 A_0 + [\varepsilon_0 k^2 - (q_{0x} - h)^2 - q_{0z}^2]A_h = 0. \qquad (2.8б)$$

Из условия существования нетривиального решения системы (2.8) получаем дисперсионное соотношение для z-проекции волнового вектора проходящей и дифрагированной волн, называемые бормановской $q_{0z}^{(1)}$ и антибормановской $q_{0z}^{(2)}$ модами:

$$(q_{0z}^{(1,2)})^2 = \varepsilon_0 k^2 - q_{0x}^2 + \alpha_{0s} h \mp (\alpha_{0s}^2 h^2 + (\varepsilon_{cor}^2 - \varepsilon_{res}^2) k^4 / 4)^{1/2}, \qquad (2.9)$$

где $\alpha_{0s} = sq_{0x} - h/2$ определяет отстройку от точного условия Брэгга $q_{0x} = sh/2$. Дисперсионные соотношения для дифрагированных волн получаются заменой $q_{0x} = q_{hx} + sh$, $q_{0z}^{(1,2)} = q_{hz}^{(1,2)}$ в уравнении (2.9).

Выражения для амплитуд полей без учета отражения от границ ФК находятся из уравнения (2.8а) и условий непрерывности тангенциальных компонент электрического поля на границах. Пусть амплитуда падающего поля $A_{in} = 1$, тогда из граничных условий следует, что $A_{01} + A_{02} = 1$ и $A_{h1} + A_{h2} = 0$. Тогда получим:

$$A_{01} = -A_{in} R_2 / (R_1 - R_2), A_{02} = A_{in} R_1 / (R_1 - R_2) \qquad (2.10)$$

$$\frac{R_{1,2}}{R_1 - R_2} = \frac{-\alpha_{0s} h \pm (\alpha_{0s}^2 h^2 + (\varepsilon_{cor}^2 - \varepsilon_{res}^2) k^4 / 4)^{1/2}}{2(\alpha_{0s}^2 h^2 + (\varepsilon_{cor}^2 - \varepsilon_{res}^2) k^4 / 4)^{1/2}}, \qquad (2.11)$$

R_j – амплитудный коэффициент дифракционного отражения; A_{0j}, A_{hj} амплитуды бормановской ($j = 1$) и антибормановской ($j = 2$) мод.

В конечном счете полное поле (2.2) импульса в любой точке ФК в произвольный момент времени задается следующим выражением:

$$\begin{gathered} E(x,z,t) = \left(A_0(x,z,t) + A_h(x,z,t)\exp(-ishx)\right)\exp(ik_{0x}x - i\omega_0 t), \\ A_g(x,z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} B_g A_{in}(K,\Omega)\exp(iKx - i\Omega t)\,dK\,d\Omega, \\ B_g = A_{in}^{-1}\sum_{j=1,2} A_{gj}\exp(iq_{0z}^{(j)}z), g = 0, h. \end{gathered} \qquad (2.12)$$

Здесь $B_0 = T(z)$ и $B_h = R(z)$ – амплитудные коэффициенты прохождения и отражения плоских волн в слое ФК с толщиной z.

2.2. Асимметрия брэгговского отражения в геометрии Лауэ в PT-симметричных бездисперсионных ФК

В данном параграфе с помощью полученного в предыдущем параграфе решения граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ при падении на структуру гауссовского импульса продемонстрировано различие динамики распространения этого импульса при изменении знака угла его падения θ на кристалл.

Будем рассматривать гармонический ФК с диэлектрической проницаемостью (2.1). Пусть на его поверхность падает гауссовский импульс

$$A_{in}(x,t) = A_0 \exp\left[-(x\cos\theta / r_0)^2 - \tau_0^{-2}(t - x\sin\theta / c)\right]^2, \qquad (2.13)$$

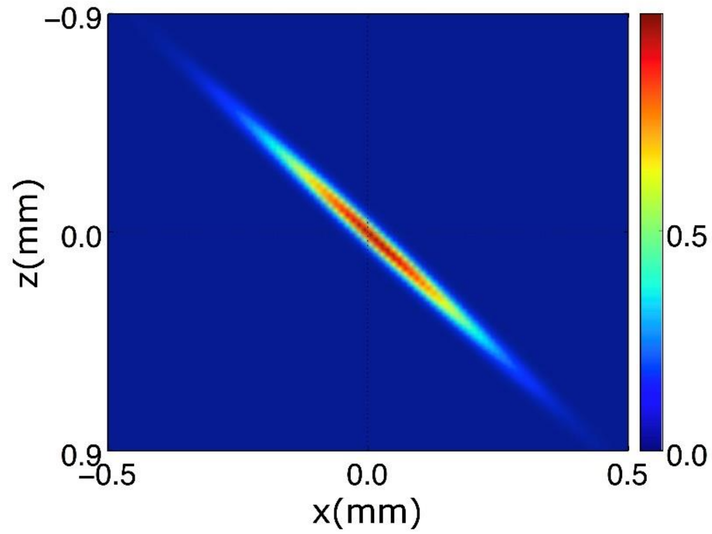

Рис. 2.2. Форма падающего на ФК гауссовского импульса. Цветом отмечена распределение его интенсивности. $r_0 = 30$ мкм, $\tau_0 = 2.5$ пс.

где $r_0 = 30$ мкм и $\tau_0 = 2.5$ пс, $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, λ=0.8 мкм, $A_0 = 1$. Будем считать длительность импульса достаточно большой, чтобы можно было воспользоваться квазимонохроматическим приближением. Для большей наглядности полностью пренебрежем дисперсией, то есть положим $\varepsilon_{res} = \text{const}$. Рассмотрим случай так называемой особой точки (ОТ) $\varepsilon_{res} \to \varepsilon_{con}$, при переходе через которую ($\varepsilon_{res} > \varepsilon_{con}$) происходит нарушение PT-симметрии решения из-за появления мнимых коэффициентов отражения (2.14). При $\varepsilon_{res} = \varepsilon_{con}$ наблюдается бесконечный рост амплитуды дифрагированной волны.

$$R_{1,2} = \mp\sqrt{(\varepsilon_{con} + \varepsilon_{res}) / (\varepsilon_{con} - \varepsilon_{res})}\,. \qquad (2.14)$$

Положим $\varepsilon_{con} = 0{,}008$ и $\varepsilon_{res} = 0{,}0079999$, точный угол Брэгга $\theta = \pm\theta_B = \pm 30^\circ$. Форма падающего импульса представлена на рисунке 2.2.

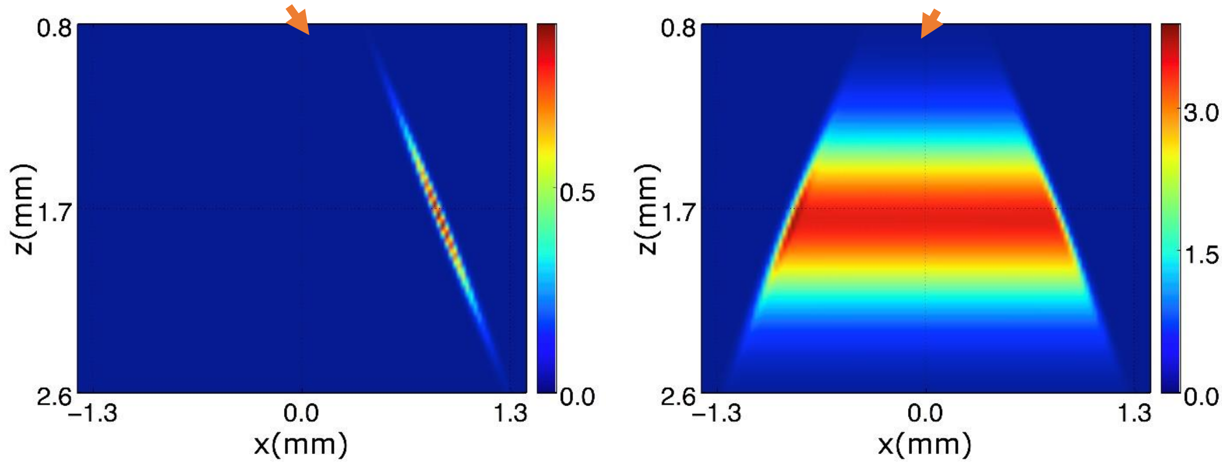

Рис. 2.3. Интенсивности гауссовского импульса в момент времени $t = 3\tau_0$ в ОТ при угле падения $\theta = \theta_B$ (слева $\theta > 0$, справа $\theta < 0$). Стрелкой указано направление падения импульса на ФК. Длительность импульса $\tau_0 = 2.5$ пс. Случай полного отсутствия дисперсии: $\varepsilon_{con} = 0{,}008$ и $\varepsilon_{res} = 0.0079999$.

Интенсивность поля внутри ФК для случая $t = 3\tau_0 = 7.5$ пс представлена на рисунке 2.3. При угле падения $\theta = +30^\circ$ гауссовская форма падающего импульса не нарушается, лишь изменяется его ориентация вследствие неединичной $\varepsilon_0' = 1.2$. Наблюдается лишь прямая компонента поля единичной амплитуды. Импульс ведет себя как в консервативной прозрачной однородной среде. При отрицательном же угле падения картина резко меняется. Возникает сильная дифрагированная компонента поля. Можно отметить расширение импульса вдоль оси x, в результате которого он приобретает характерную форму равнобедренной трапеции, а также значительное увеличение его интенсивности в целом (более чем в 3 раза).

Основные результаты главы 2

В данной главе было получено аналитическое решение граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ. С его помощью продемонстрирован эффект асимметрии брэгговского отражения при изменении знака угла падения импульса на ФК в ОТ.

Глава 3. Оптические импульсы в PT-симметричных ФК с дисперсией

В этой главе на основе результатов квантовой теории двухуровневых систем получен вид диэлектрической проницаемости среды в случае прямоугольного спектра неоднородного уширения. Для данной формы линии представлены результаты полуаналитического решения граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ при падении на структуру гауссовского импульса. Показана возможность восстановления PT-симметричных свойств среды для короткого лазерного импульса с конечной шириной спектра при увеличении ширины неоднородно уширенной спектральной линии.

3.1. Влияние дисперсии на PT-симметрию среды

Спектральная линия излучения в реальном диэлектрике не является бесконечно узкой вследствие конечности времени релаксации T_2 каждого дипольного момента возбужденного атома. Величину $\Gamma_2 \sim 1/T_2$ называют однородной шириной спектральной линии, а так как затухание дипольного момента экспоненциальное, то вклад резонансных диполей в диэлектрическую проницаемость среды можно представить в виде распределения Лоренца [32]:

$$\varepsilon_a(\omega,\omega_0) = \frac{A}{\omega_0{}^2 - \omega^2 - i\Gamma_2\omega}, \tag{3.1}$$

где ω_0 - центральная резонансная частота, A – константа, определяемая свойствами излучающего диэлектрика. Однако множество эффектов, проявление которых различно от диполя к диполю, значительно усложняет картину. В частности, вследствие эффекта Доплера атомы газа имеют разные эффективные резонансные частоты ω_0', даже если они идентичны во всех других отношениях. Та же картина наблюдается и в твердых телах, где

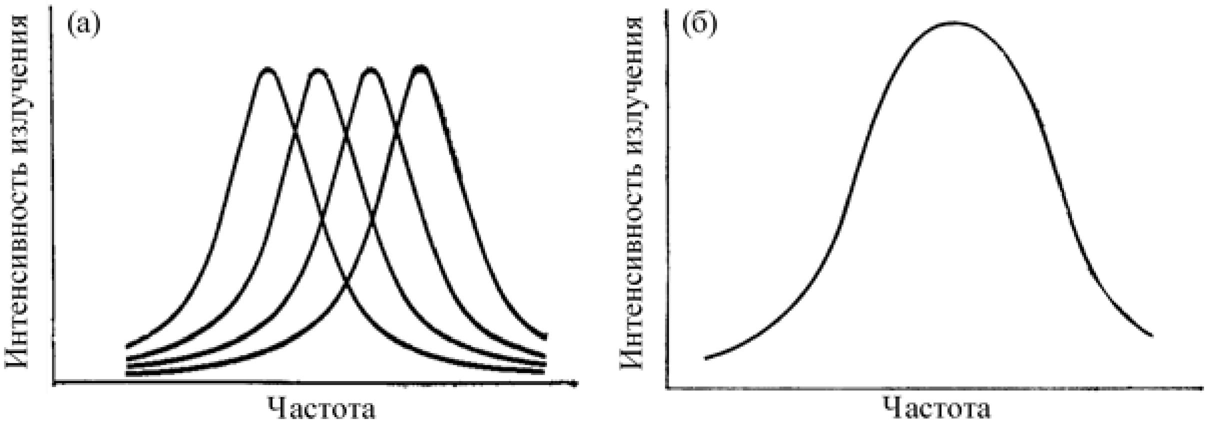

Рис. 3.1. Возникновение неоднородного уширения. (а) – отдельные лоренцевские линии излучения, которые отвечают различным атомным диполям, осциллирующим с 4 различными центральными частотами. (б) – результирующая линия излучения для диэлектрика, состоящего из таких атомов [32].

изменения локальных полей в кристаллической решетке также приводят к различным значениям ω_0'. Данный эффект называется неоднородным уширением спектральной линии $g(\omega_0' - \omega_0)$ [32]. Таким образом, наблюдаемая линия излучения должна рассматриваться как суперпозиция лоренцевых линий, каждая из которых имеет различную центральную частот ω_0' из-за неоднородного уширения (рис 3.1).

Согласно полуклассической теории взаимодействия атома с полем [33] резонансную компоненту диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{res}(x,\omega)$ с учетом пространственного распределения инверсии атомов в среде $w(x)$ можно представить в виде: $\varepsilon_{res}(x,\omega) = -iw(x)\varepsilon(\omega)$, где

$$\varepsilon(\omega) = i\beta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\Delta - \Delta_0)}{\Delta + i/T_2} d\Delta . \quad (3.2)$$

Здесь $\beta = 4\pi N\mu^2 / \hbar$, N - концентрация резонансных атомов, μ – величина дипольного момента, $\Delta = \omega - \omega_0'$ и $\Delta_0 = \omega - \omega_0$ [34].

В качестве модели рассмотрим ФК с диэлектрической проницаемостью, модулированной по гармоническому закону (2.1). С учетом соотношения (3.2) получим:

$$\varepsilon_{res}(x,\omega) = -iw(x)\tilde{\varepsilon}(\omega) = w(x)\beta\int_{-\infty}^{\infty}\frac{g(\Delta-\Delta_0)}{\Delta + i/T_2}d\Delta = w(x)\beta\int_{-\infty}^{\infty}\frac{g(\Delta-\Delta_0)}{\Delta^2 + 1/T_2^{\,2}}\Delta\, d\Delta -$$
$$-iw(x)\frac{\beta}{T_2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{g(\Delta-\Delta_0)}{\Delta^2 + 1/T_2^{\,2}}d\Delta = \varepsilon_{res}'w(x) + i\varepsilon_{res}''w(x), \qquad (3.3)$$

Если положить $w(x) = \sin(hx)$, то функция диэлектрической проницаемости становится PT-ассиметричной:

$$\varepsilon(x,\omega) = \varepsilon_0' + \varepsilon_{con}\cos(hx) + \varepsilon_{res}'(\omega)\sin(hx) + i\varepsilon_{res}''(\omega)\sin(hx), \qquad (3.4)$$

так как появляется нечетное вещественное слагаемое $\varepsilon_{res}'(\omega)\sin(hx)$.

3.2. Восстановление PT-симметричных свойств среды за счет увеличения неоднородного уширения спектральной линии

Рассмотрим влияние увеличения ширины спектральной линии неоднородного уширения на PT-симметричные свойства среды.

Пусть прямоугольная функция неоднородного $g(\Delta-\Delta_0)$ уширения задается формулой:

$$g(\Delta-\Delta_0) = \begin{cases} \dfrac{1}{\gamma_2^*\omega_0}, |\Delta-\Delta_0| \le \dfrac{\gamma_2^*\omega_0}{2} \\ 0, \qquad |\Delta-\Delta_0| > \dfrac{\gamma_2^*\omega_0}{2}, \end{cases} \qquad (3.5)$$

где $\gamma_2^* = \dfrac{2}{\omega_0 T_2^*}$ – безразмерная полная ширина функции неоднородного уширения на половине высоты, $\gamma_2 = \dfrac{2}{\omega_0 T_2}$ – безразмерная ширина однородного уширения. Тогда диэлектрическая проницаемость ФК без учета пространственного распределения инверсии:

$$\frac{\varepsilon_{res}(\omega)}{w(x)} = \beta \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\Delta-\Delta_0)}{\Delta + i/T_2} d\Delta = \beta \int_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2} \frac{(1/\gamma_2^*\omega_0)}{\Delta + i/T_2} d\Delta = \left| \frac{1}{T_2} = \frac{\gamma_2\omega_0}{2} \right| =$$

$$= \frac{\beta}{\gamma_2^*\omega_0} \int_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2} \frac{1}{\Delta + i\gamma_2\omega_0/2} d\Delta = \frac{\beta}{\gamma_2^*\omega_0} \int_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2} \frac{\Delta - i\gamma_2\omega_0/2}{\Delta^2 + \left(\gamma_2\omega_0/2\right)^2} d\Delta =$$

$$= \frac{\beta}{\gamma_2^*\omega_0} \int_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2} \frac{\Delta}{\Delta^2 + \left(\gamma_2\omega_0/2\right)^2} d\Delta - \frac{i\beta}{\gamma_2^*\omega_0} \frac{\gamma_2\omega_0}{2} \int_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2} \frac{1}{\Delta^2 + \left(\gamma_2\omega_0/2\right)^2} d\Delta =$$

$$= \varepsilon'_{res} + i\varepsilon''_{res}, \qquad (3.6)$$

где

$$\varepsilon'_{res} = \frac{\beta}{\gamma_2^*\omega_0} \int_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2} \frac{\Delta}{\Delta^2 + \left(\gamma_2\omega_0/2\right)^2} d\Delta, \qquad (3.7а)$$

$$\varepsilon''_{res} = \frac{-\beta}{\gamma_2^*\omega_0} \frac{\gamma_2\omega_0}{2} \int_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2} \frac{1}{\Delta^2 + \left(\gamma_2\omega_0/2\right)^2} d\Delta. \qquad (3.7б)$$

Вычисляя интегралы, мы приходим к следующему виду мнимой части диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon''_{res} = \frac{\beta\gamma_2}{2\gamma_2^*} \int_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2} \frac{1}{\Delta^2 + \left(\gamma_2\omega_0/2\right)^2} d\Delta = \left| \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right) \right| =$$

$$= \frac{\beta\gamma_2}{2\gamma_2^*} \frac{2}{\gamma_2\omega_0} \operatorname{arctg}\left(\frac{2\Delta}{\gamma_2\omega_0}\right) \Bigg|_{\Delta_0-\gamma_2^*\omega_0/2}^{\Delta_0+\gamma_2^*\omega_0/2}. \qquad (3.8)$$

Пусть характерная ширина спектра импульса $\Delta_0 \ll \frac{\gamma_2^* \omega_0}{2}$, а ширина неоднородного уширения $\frac{\gamma_2 \omega_0}{2} \ll \frac{\gamma_2^* \omega_0}{2}$. Тогда можно получить следующее приблизительное выражение для ε''_{res}:

$$\varepsilon''_{res} = \frac{-\beta}{\gamma_2^* \omega_0} \operatorname{arctg}\left(\frac{2\Delta}{\gamma_2 \omega_0}\right)\Bigg|_{\Delta_0 - \gamma_2^* \omega_0/2}^{\Delta_0 + \gamma_2^* \omega_0/2} = \frac{-\beta}{\gamma_2^* \omega_0} \operatorname{arctg}\left(\frac{2\left(\Delta_0 + \gamma_2{}^* \omega_0 / 2\right)}{\gamma_2 \omega_0}\right) +$$

$$+ \frac{\beta}{\gamma_2^* \omega_0} \operatorname{arctg}\left(\frac{2\left(\Delta_0 - \gamma_2{}^* \omega_0 / 2\right)}{\gamma_2 \omega_0}\right) \approx \frac{-\beta}{\gamma_2^* \omega_0}\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{\gamma_2^*}{\gamma_2}\right) - \operatorname{arctg}\left(-\frac{\gamma_2^*}{\gamma_2}\right)\right) \approx$$

$$\approx \frac{-\beta}{\gamma_2^* \omega_0}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{-\beta\pi}{\gamma_2^* \omega_0}. \tag{3.9}$$

Действительная же часть диэлектрической проницаемости представима в виде:

$$\varepsilon'_{res} = \frac{\beta}{\gamma_2^* \omega_0} \int\limits_{\Delta_0 - \gamma_2^* \omega_0/2}^{\Delta_0 + \gamma_2^* \omega_0/2} \frac{\Delta}{\Delta^2 + \left(\gamma_2 \omega_0 / 2\right)^2} d\Delta = \frac{\beta}{\gamma_2^* \omega_0} \int\limits_{\Delta_0 - \gamma_2^* \omega_0/2}^{\Delta_0 + \gamma_2^* \omega_0/2} \frac{\Delta}{\Delta^2 + \left(\gamma_2 \omega_0 / 2\right)^2} d\Delta =$$

$$= \frac{\beta}{\gamma_2^* \omega_0} \int\limits_{\Delta_0 - \gamma_2^* \omega_0/2}^{\Delta_0 + \gamma_2^* \omega_0/2} \frac{\Delta}{\Delta^2 + \left(\gamma_2 \omega_0 / 2\right)^2} \frac{1}{2} d\left(\Delta^2 + \left(\gamma_2 \omega_0 / 2\right)^2\right) =$$

$$= \frac{\beta}{2\gamma_2^* \omega_0} \ln\left(\Delta^2 + \left(\gamma_2 \omega_0 / 2\right)^2\right)\Bigg|_{\Delta_0 - \gamma_2^* \omega_0/2}^{\Delta_0 + \gamma_2^* \omega_0/2},$$

и при аналогичных требованиях, накладываемых на ширину линии неоднородного уширения, ε'_{res} принимает следующий вид:

$$\varepsilon'_{res} = \frac{\beta}{2\gamma_2^* \omega_0}\left\{\ln\left[\left(\Delta_0 + \gamma_2^* \omega_0 / 2\right)^2 + \left(\gamma_2 \omega_0 / 2\right)^2\right] - \ln\left[\left(\Delta_0 - \gamma_2^* \omega_0 / 2\right)^2 + \left(\gamma_2 \omega_0 / 2\right)^2\right]\right\} =$$

$$
=\frac{\beta}{2\gamma_2^*\omega_0}\left\{\ln\left[\Delta_0{}^2+2\Delta_0\gamma_2^*\omega_0/2+\left(\gamma_2^*\omega_0/2\right)^2+\left(\gamma_2\omega_0/2\right)^2\right]-\right.
$$

$$
\left.-\ln\left[\Delta_0{}^2-2\Delta_0\gamma_2^*\omega_0/2+\left(\gamma_2^*\omega_0/2\right)^2+\left(\gamma_2\omega_0/2\right)^2\right]\right\}\approx\frac{2\beta\Delta_0}{\left(\gamma_2^*\omega_0\right)^2}. \quad (3.10)
$$

Таким образом, в случае, когда неоднородное уширение значительно превосходит однородное уширение и ширину спектра падающего импульса, разделив выражение (3.10) на (3.9) мы приходим к соотношению:

$$
\left|\frac{\varepsilon'_{res}}{\varepsilon''_{res}}\right|=\left|\frac{2\beta\Delta_0 w(x)}{\left(\gamma_2^*\omega_0\right)^2}:\frac{\beta\pi w(x)}{\gamma_2^*\omega_0}\right|=\frac{2}{\pi}\frac{\Delta_0}{\gamma_2^*\omega_0}\ll 1, \quad (3.11)
$$

Процесс, пример	Тип уширения	$\Delta\omega$, Гц
Затухание излучения Ne (λ=0,6328 мкм) CO_2 (λ=10,6мкм)	Однородное	$0\ldots10^9$ $2\cdot10^7$ $4\cdot10^2$
Влияние фононов, а также неоднородностей в твердых телах (для T=300K) Cr^{3+}: рубин (λ=0,694 мкм) Nd^{3+}: гранат (λ=1,0648 мкм) Nd^{3+}: стекло (λ=1,06 мкм)	 Однородное Однородное Неоднородное	 $1\cdot10^{12}$ $1{,}2\cdot10^{12}$ $6{,}3\cdot10^{13}$

Таблица 3.1. Характеристические области значений и примеры ширин линий [35].

то есть нечетная действительная часть диэлектрической проницаемости, обусловленная резонансными атомами, становится значительно меньше остальных ее компонент, а значит в значительной степени восстанавливается PT-симметрия среды. Аналогичные результаты могут быть получены и для другой формы $g(\Delta-\Delta_0)$, например гауссовского распределения.

Стоит отметить, что подобные допущения вполне физически обоснованы. Так например, для гауссовского импульса длительностью в 5 пс, ширина спектра получается порядка $\sim 10^{11}$ Гц, с учетом характерных величин линий однородного и неоднородного уширений, представленных в таблице 3.1 [35], соотношения $\Delta_0 \ll \frac{\gamma_2^* \omega_0}{2}$, $\frac{\gamma_2 \omega_0}{2} \ll \frac{\gamma_2^* \omega_0}{2}$ выполнены (таблица 3.1).

3.3. Распространение гауссовского импульса в диспергирующем PT-симметричном ФК в случае значительного неоднородного уширения

Рассмотрим полученное в главе 2 решение граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ при падении на структуру гауссовского импульса в случае разных ширин прямоугольной линии неоднородного уширения. Для наглядной интерпретации подобных решений была написана на языке python программа, которая позволяет с помощью метода быстрого преобразования Фурье получать изображения модуля электрического поля внутри ФК с большим числом точек и высокой точностью вычислений (в данном параграфе все изображения имеют разрешение 100x100).

Пусть на ФК с диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(x,\omega) = \varepsilon_0' + \varepsilon_{con}\cos(hx) + \varepsilon_{res}'(\omega)\sin(hx) + i\varepsilon_{res}''(\omega)\sin(hx),$$

где $\varepsilon_0' = 1.3$, $\varepsilon_{con} = 0.008$, $h = 2\pi / d$, $d = 0.8$ мкм, падает гауссовский импульс с амплитудой

$$A_{in}(x,t) = A_0 \exp\left[-(x\cos\theta / r_0)^2 - \tau_0^{-2}(t - x\sin\theta / c)\right]^2, \qquad (3.12)$$

θ - угол падения импульса на кристалл, c – скорость света, $r_0 = 30$ мкм и τ_0 – радиус и длительность импульса, соответственно, $\omega_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ=0.8 мкм. Функция распределения неоднородного уширения $g(\omega_0' - \omega_0)$ имеет прямоугольную форму:

$$g(\omega_0' - \omega_0) = \begin{cases} \frac{1}{4\gamma_2^* \omega_0}, \left|\omega_0' - \omega_0\right| \le \frac{\gamma_2^* \omega_0}{2} \\ 0, \quad \left|\omega_0' - \omega_0\right| > \frac{\gamma_2^* \omega_0}{2}. \end{cases} \tag{3.13}$$

Рассмотрим случай особой точки (ОТ), когда $\varepsilon_{con} = \varepsilon_{res}''(\omega_0)$. На рис. 3.2 представлены графики интенсивности поля при падении импульса длительностью $\tau_0 = 1$ пс под точным углом Брэгга $\theta = \pm\theta_B = \pm 30^\circ$. В данном случае ширина неоднородного уширения $\gamma_2^* = 0.002$ равна ширине

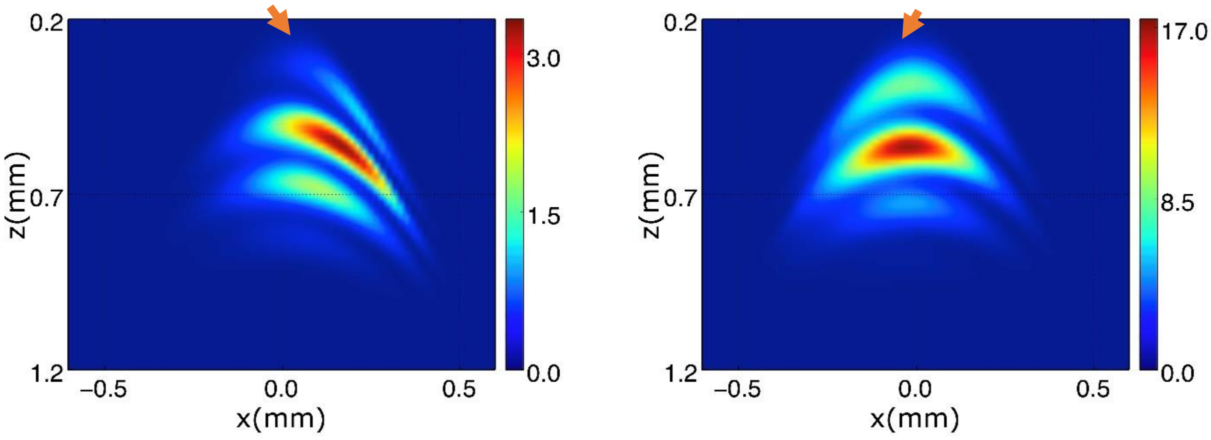

Рис. 3.2. Интенсивности гауссовского импульса в момент времени $t = 3\tau_0$ в ОТ при угле падения $\theta = \theta_B$ (слева $\theta > 0$, справа $\theta < 0$). Стрелкой указано направление падения импульса на ФК. Длительность импульса $\tau_0 = 1$ пс, $\gamma_2^* = \gamma_2 = 0.002$.

однородного γ_2. Формы импульса при $\theta > 0$ (а) и $\theta < 0$ (б) отличаются незначительно, при этом в обоих вариантах они сильно расходятся со случаем квазимонохроматического импульса в бездисперсионной среде, представленным на рис. 2.3 главы 2. Также стоит отметить, что интенсивность значительно возрастает при смене знаков θ.

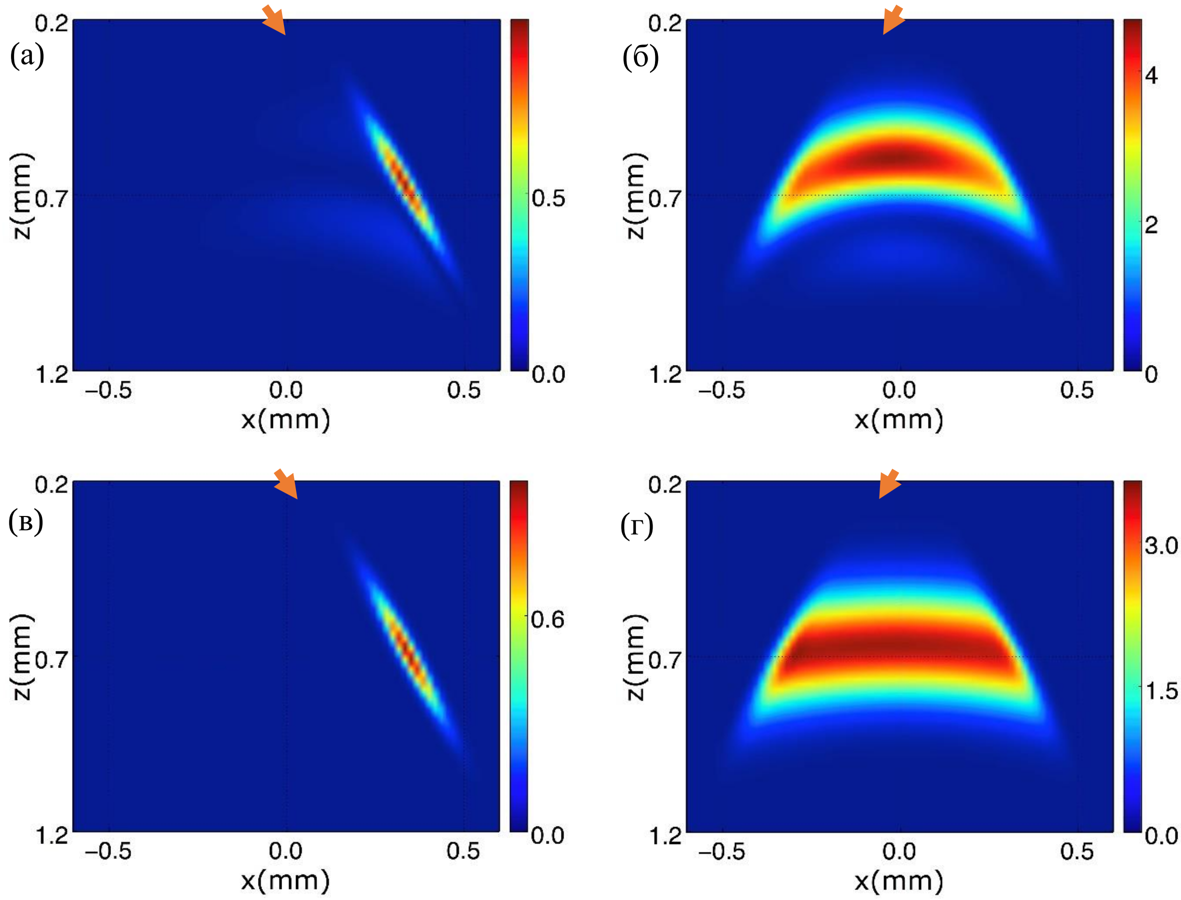

Рис. 3.3. Интенсивности гауссовского импульса в момент времени $t = 3\tau_0$ в ОТ при угле падения $\theta = \theta_B$ (слева $\theta > 0$, справа $\theta < 0$). Стрелкой указано направление падения импульса на ФК. Длительность импульса $\tau_0 = 1$ пс, $\gamma_2 = 0.002$. (а), (б) $\gamma_2^* = 0.02$. (в), (г) $\gamma_2^* = 0.1$.

Начнем увеличивать значение γ_2^*. Так, на рис. 3.3 (а), (б) $\gamma_2^* = 0.02$. При этом можно наблюдать асимметрию брэгговского отражения, а именно: отчетливо видно различие в динамике распространения при изменении знака угла падения. При $\theta > 0$ (а) брэгговская дифракция подавлена, волна распространяется практически как в прозрачной однородной среде. Изменение знака $\theta < 0$ (б) приводит к усилению амплитуды дифрагированной волны при неизменной интенсивности проходящей, а вид поля приобретает характерную трапециевидную форму [34,36-38]. На рис. 3.3 (в), (г) ширина линии неоднородного уширения еще больше: $\gamma_2^* = 0.1$. В этом случае PT-симметричные свойства среды восстанавливаются лучше.

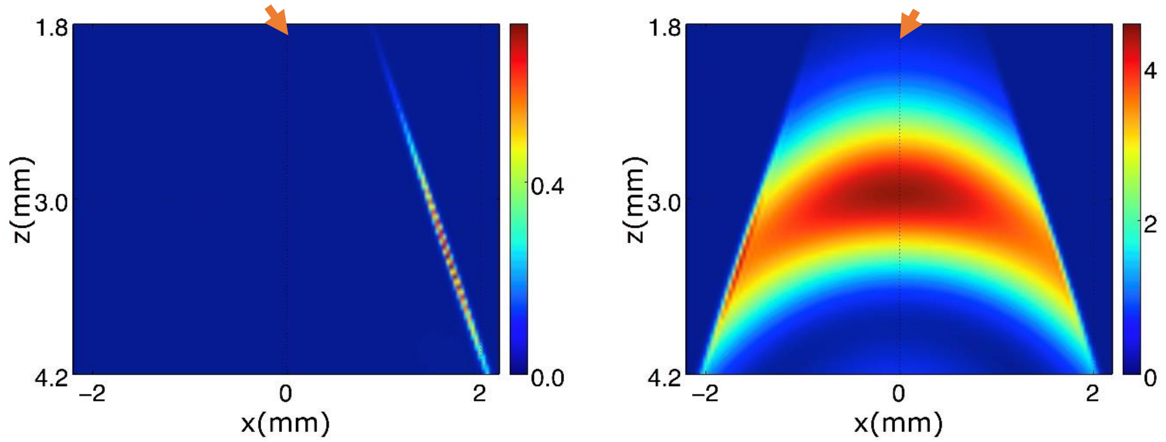

Рис. 3.4. Интенсивности гауссовского импульса в момент времени $t = 3\tau_0$ в ОТ при угле падения $\theta = \theta_B$ (слева $\theta > 0$, справа $\theta < 0$). Стрелкой указано направление падения импульса на ФК. Длительность импульса $\tau_0 = 5$ пс, $\gamma_2 = 0.002$, $\gamma_2^* = 0.1$.

Если для случая $\gamma_2^* = 0.1$ увеличить длительность импульса до $\tau_0 = 5$ пс, тем самым уменьшив ширину его спектра, можно добиться еще большего восстановления PT-симметрии среды, однако из-за большой протяженности импульса искажение характерной трапециевидной формы наблюдается отчетливее (рис. 3.4).

На рис. 3.5 можно проследить, как увеличение ширины неоднородного уширения γ_2^* влияет на значения диэлектрической проницаемости. Ее нечетная действительная часть ε'_{res} становится меньше в областях спектра импульса, что приводит к меньшему нарушению четности всей действительной компоненты $\varepsilon_0 + \varepsilon_{con}\cos(hx) + \varepsilon'_{res}(\omega)\sin(hx)$ в целом, а следовательно – к восстановлению PT-симметричных свойств диспергирующей среды.

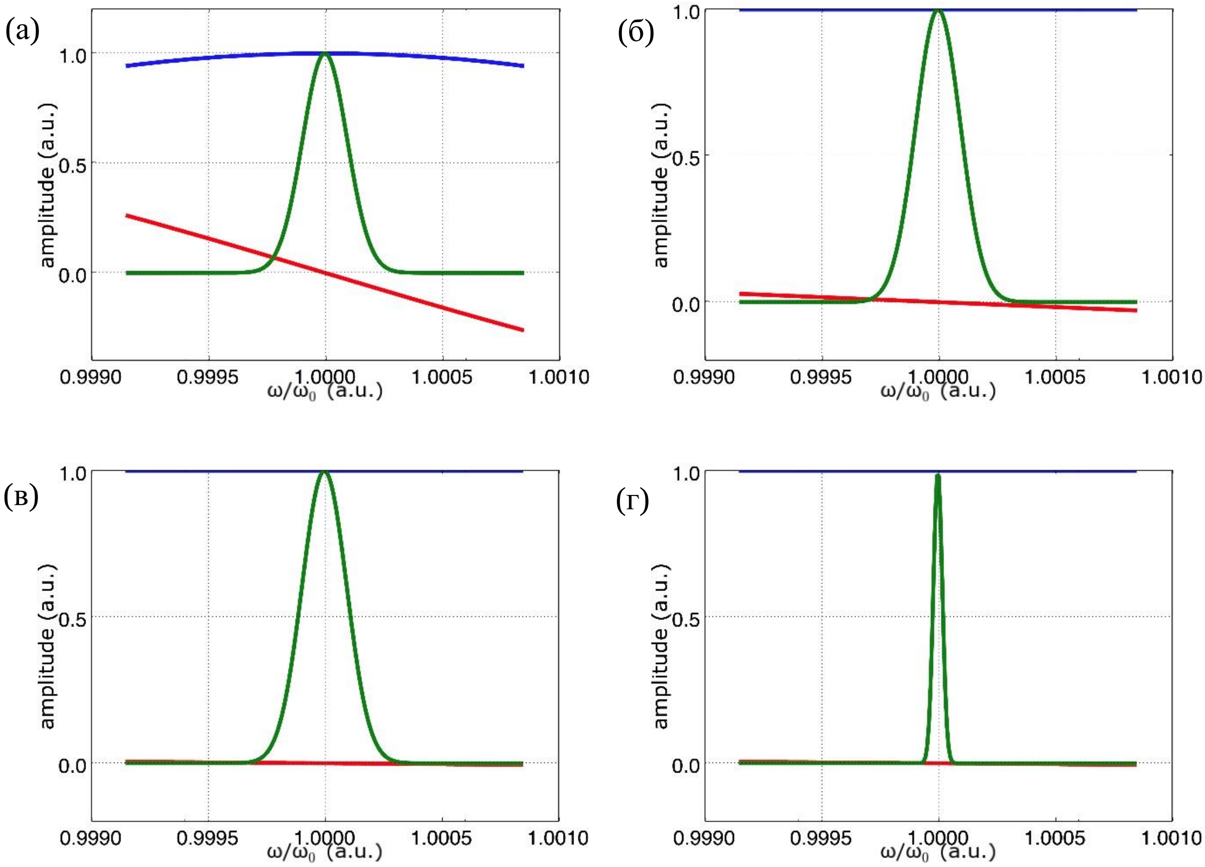

Рис. 3.5. По оси y отложены амплитуды спектров в относительных единицах, по оси x частота ω/ω_0. Зеленым цветом изображен спектр падающего импульса с $\tau_0 = 1$ пс в случаях (а), (б), (в) и $\tau_0 = 5$ пс (г). Синим и красным цветом изображены графики функций мнимой ε_{res}'' и действительной ε_{res}' частей диэлектрической проницаемости, нормированные на максимальное значение ε_{res}'' при $\gamma_2^* = 0.002$ (а), $\gamma_2^* = 0.02$ (б) $\gamma_2^* = 0.1$ (в), (г).

Основные результаты главы 3

В этой главе на основе результатов квантовой теории двухуровневых систем получен вид диэлектрической проницаемости среды в случае прямоугольного спектра неоднородного уширения. Для данной формы линии представлены результаты полуаналитического решения граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ при падении на структуру гауссовского импульса и продемонстрировано эффективное восстановление PT-симметричных свойств среды при увеличении неоднородного уширения спектральной линии.

Основные результаты бакалаврской работы

В настоящей бакалаврской работе впервые получены следующие основные результаты:

1. Спектральным методом получено решение граничной задачи брэгговской дифракции в геометрии Лауэ пространственно-ограниченного гауссовского импульса в PT-симметричном фотонном кристалле с материальной дисперсией.
2. Предложен метод восстановления PT-симметричных оптических свойств среды за счет неоднородного уширения резонансной спектральной линии. Метод позволяет обеспечить PT-симметричность среды не для одной выбранной частоты монохроматической волны, а для конечного интервала частот спектра короткого лазерного импульса.
3. С помощью метода быстрого преобразования Фурье продемонстрировано восстановление PT-симметричной динамики короткого оптического импульса в фотонном кристалле с материальной дисперсией в случае достаточно большого неоднородного уширения спектральной линии. Таким образом показано, что в диспергирующих PT-симметричных ФК имеет место ассиметричная динамика распространения импульсов, что открывает широкие возможности для эффективного управления параметрами и динамикой коротких оптических импульсов за счет малых изменений параметра усиления-поглощения среды или угла падения излучения на структуру.

Результаты частично представлены в работе [34] и доложены на конференциях [36-38].

В заключение выражаю благодарность научному руководителю профессору Манцызову Б.И. за постановку интересной задачи и ценные советы, данные при выполнении научной работы, а также в ходе всего процесса обучения.

Список литературы

1. Б.А. Лапшинов, Технология литографических процессов. МГИЭМ, М. Б, 95 (2011).
2. В.П. Быков, Возбужденные молекулы в середе с отрицательной диэлектрической проницаемостью, ЖЭТФ **63**, 1227-1234 (1972).
3. E. Yablonovitch, Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. Phys. Rev. Lett. **58**, 2059-2062 (1987).
4. S. John, Strong localization of photons in certain disorded dielectric superlattices, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486-2489 (1987).
5. D.N. Neshev, A.A. Sukhorukov, A. Mitchel, Optical lattices as nonlinear photonic crystals, Proc. of SPIE, 6604 (2007).
6. Y.A. Vlasov, X.Z. Bo, J.C. Sturm, D.J. Norris, On-chip natural assembly of silicon photonic bandgap crystal, Nature **414**, 289-293 (2001).
7. T. Zhang, Yorong Ma, Limin Qi, Bioinspired colloidal materials with special optical, mechanical, and cell-mimetic functions, J. Mater. Chem. B **1**, 251-264 (2013).
8. Б.И. Манцызов, Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов, ФИЗМАТЛИТ, 208 (2009).
9. P. Russell, Bragg resonance of light in optical superlattices. Phys. Rev. Lett. **56**, 596–599 (1986).
10. С.М. Аракелян, Л.П. Геворкян, В.А. Макаров, Компрессия частотно-модулированных импульсов при динамическом рассеянии в геометрии Лауэ. Квантовая электроника **16**, 1846–1849 (1986).
11. V.A. Bushuev, B.I. Mantsyzov, and A.A. Skorynin, Diffraction-induced lasere pulse splitting in a linear photonic crystal. Phys. Rev. Lett. **79**, 053811 (2009).
12. A.A. Skorynin, V.A. Bushuev, and B.I. Mantsyzov, Dynamical Bragg Diffraction of Optical Pulses in Photonic Crystals in the Laue Geometry: DiffractionInduced Splitting, Selective Compression, and Focusing of Pulses. JETP **115**, 56-67 (2012).

13. S.E. Svyakhovskiy, A.A. Skorynin, V.A. Bushuev, S.V. Chekalin, V.O. Kompanets, A.I. Maydykovskiy, T.V. Murzina, and B.I. Mantsyzov, Experimental demonstration of selective compression of femtosecond pulses in the Laue scheme of the dynamical Bragg diffraction in 1D photonic crystals. Optics Express **22**, 31002-31007 (2014).
14. V.B. Novikov, S.E. Svyakhovskiy, A.I. Maydykovskiy, T.V. Murzina, and B.I. Mantsyzov, Optical pendulum effect in one-dimensional diffraction-thick porous silicon based photonic crystals. Journal of Applied Physics **118**, 193101 (2015).
15. А.А. Зябловский, А.П. Виноградов, А.А. Пухов, А.В. Дорофеенко, А.А. Лисянский, PT-симметрия в оптике. Успехи физических наук **184**, 1178-1198 (2014).
16. C.M. Bender, S. Boettcher, Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT symmetry. Phys. Rev. Lett. **80**, 5243-5245 (1998).
17. V.V. Konotop, J. Yang, and D.A. Zezyulin, Nonlinear waves in PT-symmetric systems. Rev. Mod. Phys. **88**, 035002 (2016).
18. K.G. Makris, R. El-Ganainy, and D.N. Christodoulides, Beam Dynamics in PT Symmetric Optical Lattices. PRL **100**, 103904 (2008).
19. V.A. Bushuev, L.V. Dergacheva, B.I. Mantsyzov, Asymmetric pendulum effect and transparency change of PT-symmetric photonic crystals under dynamical Bragg diffraction beyond the paraxial approximation. Phys. Rev. A **95**, 033843 (2017).
20. Stefano Longhi, PT-symmetric laser absorber. Phys. Rev. A **82**, 031801 (2010).
21. A.A. Zyablovsky, A.P. Vinogradov, A.V. Dorofeenko, and A.A. Pukhov, Causality and phase transitions in PT-symmetric optical systems. Phys. Rev. A **89**, 033808 (2014).
22. M. Kulishov, M. Jacques, J. Laniel, N. Bélanger a, J. Azaña, D. Plant, Nonreciprocal waveguide Bragg gratings. Optics Express **13**, 3068 (2005).

23. M.Kulishov et al, Trapping light in a ring resonator using a grating-assisted coupler with asymmetric transmission. Optics Express **13**, 3567 (2005)

24. Z. Lin, H. Ramezani, T. Eichelkraut, T. Kottos, H. Cao, and D. Christodoulides, Unidirectional Invisibility Induced by PT -Symmetric Periodic Structures. Phys. Rev. Lett. **106**, 213901 (2011).

25. D. Christodoulides and M.-A. Miri, PT symmetry in optics and photonics. Proc. of SPIE Vol. **9162**, 91621P-1 (2014).
26. R.El-Ganainy, K.G. Makris, D.N. Christodoulides, and Z.H. Musslimani, Theory of coupled optical PT - symmetric structures. Opt. Lett. **32**, 2632 (2007).
27. K. G. Makris, R. El-Ganainy, D. N. Christodoulides, and Z. H. Musslimani, Beam Dynamics in PT Symmetric Optical Lattices. Phys. Rev. Lett **100**, 103904 (2008).
28. F.K. Abdullaev, V.V. Konotop, M. Ogren, and M. P. Sørensen, Zeno effect and switching of solitons in non-linear couplers. Opt. Lett. **36**, 4566 (2011).
29. N.V. Alexeeva, I.V. Barashenkov, A.A. Sukhorukov, and Y.S. Kivshar, Optical solitons in PT -symmetric nonlinear couplers with gain and loss, Phys. Rev. A **85**, 063837 (2012).
30. V. V. Konotop, J. Yang, and D. A. Zezyulin, Nonlinear waves in PT - symmetric systems. Rev. Mod. Phys. **88**, 035002 (2016).
31. А.А. Скорынин, В.А. Бушуев, Б.И. Манцызов, Динамическая брэгговская дифракция оптических импульсов в фотонных кристаллах в геометрии Лауэ: дифракционное деление, селективное сжатие и фокусировка. ЖЭТФ **142**, 64 (2012).
32. Л. Аллен, Дж. Эберли, Оптический резонанс и двухуровневые атомы. Издательство «Мир», Москва (1978).
33. М.О. Скалли, М.С. Зубайри, Квантовая оптика. Москва, издательство «ФИЗМАТЛИТ» (2003).

34. D.M. Tsvetkov, V.A. Bushuev, V.V. Konotop, B.I. Mantsyzov, PT Symmetry sustained by inhomogeneous broadening of the spectral line. Phys. Rev. Lett., v. 120 (послана в печать) (2008).
35. Й. Херман, Б. Вильгельми, Лазеры сверхкоротких световых импульсов. Издательство «Мир», Москва (1986).
36. Д.М. Цветков, В.А. Бушуев, В.В. Конотоп, Б.И. Манцызов, Распространение оптических импульсов и пучков в PT-симметричных фотонных кристаллах. Материалы XI международного симпозиума по фотонному эхо и когерентной спектроскопии (Светлогорск), 53 (приглашенный доклад) (сентябрь 2017).
37. D.M. Tsvetkov, V.A. Bushuev, V.V. Konotop, B.I. Mantsyzov, "Femtosecond Pulse Propagation and Splitting in a PT-symmetric 1D Photonic Crystals" in 2017 European Conference on Lasers and Electro-Optics - European Quantum Electronics Conference (Optical Society of America), Munich, Germany, 25–29 June 2017, paper CK-P.34 (2017).
38. Д.М. Цветков, Динамика распространения оптических импульсов в PT-симметричных фотонных кристаллах при дифракции в геометрии Лауэ. XXIV Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам "Ломоносов-2017". Секция "Физика", Физический факультет МГУ, 309-401 (2017).