

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**«ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКОВ,  
МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОЛОСКОВЫХ  
ПРОВОДНИКАХ»**

Выполнил студент

405 группы:

Шевцов Владислав Сергеевич

---

подпись студента

Научный руководитель:

д. ф.-м. н., проф. Поляков П. А.

---

подпись научного руководителя

Допущена к защите \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой д. ф.-м. н., проф. Салецкий А. М.

---

подпись зав. кафедрой

Москва

2016

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>3</b>
<b>Глава 1. Магнитные поля, создаваемые полосковыми проводниками.....</b>	<b>6</b>
1.1. Теоретическое исследование магнитных явлений в плоских проводниках.....	6
1.2. Экспериментальное исследование распределения магнитного поля полосковых проводников различных конфигураций с помощью датчика Холла .....	8
1.3. Экспериментальное исследование распределения магнитного поля полосковых проводников различных конфигураций с помощью магниторезистивного датчика.....	19
<b>Глава 2. Пространственное распределение температуры в полосковых проводниках .....</b>	<b>23</b>
2.1. Теоретическое исследование тепловых явлений в полосковых проводниках.....	23
2.2. Экспериментальное исследование температурных полей полосковых проводников различных конфигураций ИК-термографом.....	25
<b>Заключение.....</b>	<b>31</b>
<b>Список использованных источников .....</b>	<b>33</b>

## Введение

Все устройства микроэлектроники, радиоэлектроники и электротехники представляют собой микрочипы, которые управляются системой полосковых проводников различной формы [1-2]. Примерами могут послужить материнские платы, карты памяти, чипы банковских карт и т.д. Вследствие сложной структуры токов, протекающих в проводниках, порождаемое магнитное поле имеет нетривиальное распределение.

Исследование распределения магнитных полей в таких системах является очень важной задачей, так как магнитное поле одного полоскового проводника может влиять на элемент другого проводника [3], вследствие чего возникает необходимость в определении величины этого поля, его локализации и т.п. Задачи о распределении тока в полосковых проводниках и генерируемого им магнитного поля в основном решаются с помощью готовых пакетов программ [4-6]. Среди них присутствуют как коммерческие, такие как ANSYS, COMSOL Multiphysics, Dynaflow и т.д., так и свободно распространяемые, в числе которых GetDP или FreeFEM++. Данный подход имеет свои минусы, так как, зачастую, готовый пакет не может учесть всех тонкостей конкретной проблемы и не дает максимально эффективного ее описания, что проиллюстрировано в работе [7].

Магнитное поле системы проводников может быть также рассчитано аналитическими методами. Эта задача является намного более сложной, однако аналитическое решение относительно свободно от задания конкретных значений параметров проводников исследуемой системы, в отличие от численного решения, что делает его более доступным для анализа. В работе [8], например, было изучено распределение магнитного поля электродвигателя со специфической геометрией зубцов. Метод конформных преобразований позволил аналитическими средствами получить распределение магнитного поля. В работе [9] рассмотрена возможность применения метода поверхностных интегральных уравнений для расчета

магнитного поля постоянного тока над вытянутыми приводящими трехмерными объектами. Также существует класс задач, в которых производится определение распределения тока в полосковых проводниках по измеренному распределению вертикальной компоненты магнитного поля [10].

Приведенные выше работы охватывали лишь теоретическое изучение проблемы распределения магнитного поля, их подтверждение на практике является еще более сложной экспериментальной задачей. Существуют работы, в которых представлены устройства для точного измерения магнитного поля в различных проекциях, основанные на датчиках Холла [11], а также проведены измерения с помощью усовершенствованных магниторезистивных датчиков для медицинских задач [12].

Одной из целей данной работы является использование подобных датчиков для тестирования печатных плат и других полупроводниковых микросхем. Очень часто, например, при работе ПК на материнской плате возникают сбои [13]. Эти сбои могут быть, в том числе, обусловлены тем, что произошло повреждение в полосковой линии (образовалась трещина или иная неоднородность). Причем эта неоднородность может быть приобретённой в процессе эксплуатации, а может быть незамеченной при изготовлении самого устройства. При этом ток по полосковым проводникам передается, но происходят некоторые искажения, что может в определенных условиях приводить к сбоям в работе данного устройства. Поэтому нахождение мест, где данная полосковая линия печатной платы или микросхемы обладает дефектом, является важной задачей микроэлектроники.

Современные чипы микропроцессоров во время работы выделяют колоссальное количество тепла, которое обусловлено протеканием токов по полосковым линиям этих структур [14]. Следовательно, одной из причин повреждения проводника, помимо механического воздействия, является перегрев, который может привести к плавлению материала проводника. Поэтому тепловыделение, возникающее в архитектуре сложного

распределения токов, является серьезной проблемой, также исследуемой в данной работе. Теоретическое распределение температуры в полосковых проводниках различной конфигурации представлено в работе [15].

# Глава 1. Магнитные поля, создаваемые полосковыми проводниками

## 1.1. Теоретическое исследование магнитных явлений в плоских проводниках

Вообще говоря, решение задачи о распределении плотности тока в модели полоскового проводника, изогнутого под различными углами, приводит к сингулярности, т.е.  $j \rightarrow \infty$  в области внутреннего угла. Эта сингулярность была устранена с помощью процедуры сглаживания, разработанной в работе [15], что позволило получить конечные значения плотности тока в указанных областях.

Для расчета магнитного поля проводников был использован закон Био-Савара-Лапласа [16]:

$$\vec{H}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{c} \int_S \frac{[\vec{j}, \vec{R}]}{R^3} dx dy, \quad (1.1)$$

где  $\vec{R} = (\xi - x, \eta - y, \zeta)$ ,  $\xi, \eta, \zeta$  – координаты точки наблюдения,  $x$  и  $y$  – переменные интегрирования.

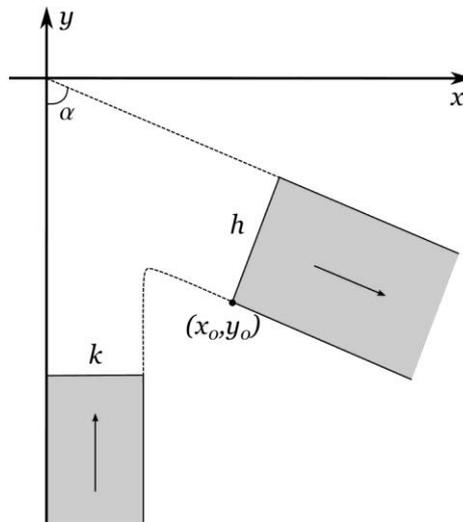


Рис. 1.1. Выделение конечной области для численного интегрирования в проводнике, изогнутом под произвольным углом.

Взять этот интеграл аналитически не представляется возможным, поэтому интегрирование велось численно по конечной области проводника,

границы которой выбирались так, чтобы ток через них мог считаться однородным (рис. 1.1). Затем к полученному результату были добавлены поля полубесконечных полос с равномерным распределением тока.

Из-за наличия скруглений и достаточно сложной формы проводника разумно перейти от интегрирования по области  $z$  к интегрированию по области  $z_1$  (рис. 1.2). В этом случае конечная область рассматриваемого проводника соответствует прямоугольнику в новых координатах.

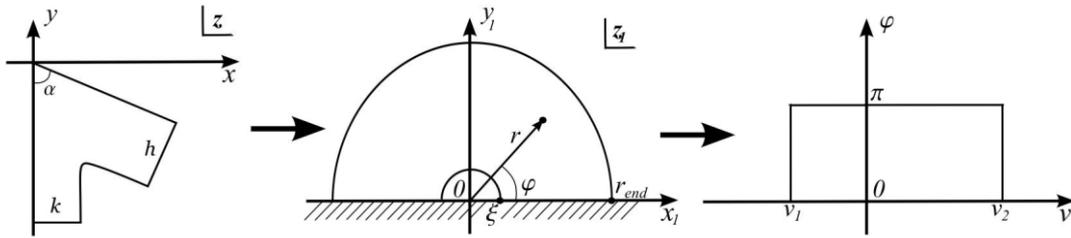


Рис. 1.2. Преобразование области интегрирования.

Якобиан перехода от области  $z$  к области  $z_1$  имеет вид:

$$|J(x_1, y_1)| = \left| \frac{\partial x}{\partial x_1} \frac{\partial y}{\partial y_1} - \frac{\partial x}{\partial y_1} \frac{\partial y}{\partial x_1} \right|. \quad (1.2)$$

Поскольку область  $z$  получена из области  $z_1$  конформным преобразованием, и функция  $z$  аналитична, справедливы условия Коши-Римана [17-18]:

$$\frac{\partial x}{\partial x_1} = \frac{\partial y}{\partial y_1}, \quad \frac{\partial x}{\partial y_1} = -\frac{\partial y}{\partial x_1}, \quad (1.3)$$

из которых следует, что

$$|J(x_1, y_1)| = \left| \left( \frac{\partial x}{\partial x_1} \right)^2 - \left( \frac{\partial x}{\partial y_1} \right)^2 \right| = \left| \frac{dz}{dz_1} \right|^2. \quad (1.4)$$

Переход от  $x_1, y_1$  к  $v, \varphi$  осуществляется следующим образом:

$$dx_1 dy_1 = r dr d\varphi = r^2 dv d\varphi. \quad (1.5)$$

С учетом того, что  $r^2 = |z_1|^2$ , якобиан преобразования принимает форму:

$$|J(v, \varphi)| = \left| z_1 \frac{dz}{dz_1} \right|^2 = \frac{A^2}{j^2(v, \varphi)}, \quad (1.6)$$

поэтому окончательно магнитное поле участка проводника можно записать в виде:

$$\vec{H}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{c} \int_{v_1}^{v_2} \int_0^\pi \frac{[\vec{j}(v, \varphi), \vec{R}(v, \varphi)]}{R^3(v, \varphi)} \frac{A^2}{j^2(v, \varphi)} dv d\varphi, \quad (1.7)$$

где  $A$  – константа, зависящая от величины протекающего тока и линейных размеров проводника.

Этот интеграл далее рассчитывается численно с помощью формулы Симпсона для кратных интегралов [19].

## **1.2. Экспериментальное исследование распределения магнитного поля полосковых проводников различных конфигураций с помощью датчика Холла**

Рассмотрим полосковую линию, в которой образовалась трещина. Вблизи этой трещины будет возникать область с более высокой плотностью тока по сравнению с удаленными прямолинейными участками, что может приводить к сбою. Этот дефект влечет за собой создание неоднородности магнитного поля, в первом приближении, дипольного типа, которая быстро убывает с расстоянием, то есть зафиксировать эту неоднородность крайне сложно. Один из способов, который возможен, это фиксация магнитной неоднородности датчиком магнитного поля. В качестве одного из претендентов на роль системы измерения выступает датчик Холла.

Стандартные датчики без дополнительных устройств (концентраторов [20]) обладают чувствительностью порядка 1-5 Э, некоторые из которых способны измерять поля вплоть до 0,1 Э, а эффективные размеры датчика Холла порядка 2 мм. Величина магнитного поля плоских проводников реальных плат существенно меньше чувствительности датчика Холла, а линейные размеры этих проводников меньше эффективных размеров, поэтому на микроскопических шинах датчики Холла могут не зафиксировать неоднородность. В этом случае мы можем взять проводник большего размера (к примеру шириной 1 см) и, проделав выемки, подобные выемкам на

микроскопических шинах, исследовать распределение магнитного поля этого проводника датчиком Холла. В дальнейшем, по результатам этих измерений, используя принцип подобия, можно будет предсказать распределение магнитного поля микроскопических проводников.

Установка для измерения поля с помощью датчика Холла выглядит следующим образом:

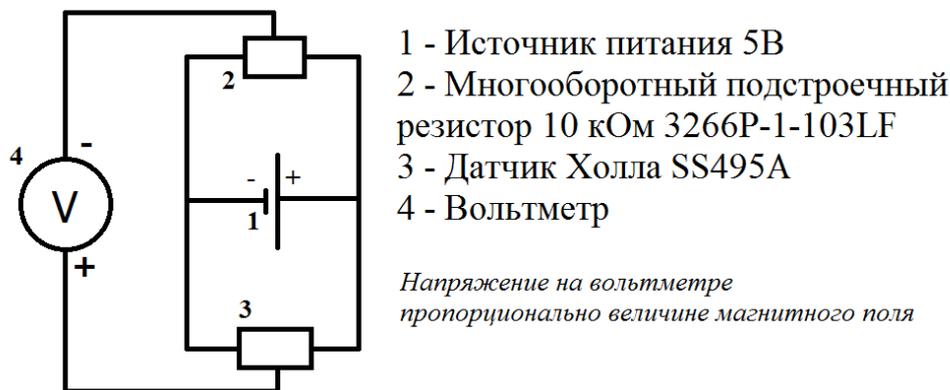


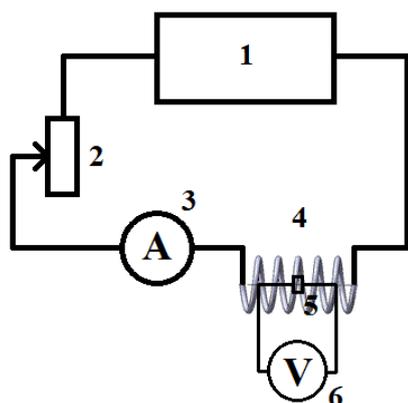
Рис. 1.3. Схема установки для измерения магнитного поля с помощью датчика Холла.

Для того, чтобы приступить к измерениям магнитных полей полосковых проводников, датчик Холла нужно откалибровать. Калибровка была проведена при помощи катушки с током, внутри которой поле можно считать однородным.

Для калибровки была изготовлена катушка длиной  $L = 14$  см, которая имела  $N = 124$  витков. Поле внутри катушки вычисляется по формуле:

$$H = \frac{4\pi N}{c L} I, \quad (1.8)$$

где  $H$  – напряженность магнитного поля, а  $I$  – сила тока. Таким образом получаем линейную зависимость напряженности магнитного поля от силы тока, что позволяет нам откалибровать напряжение, выдаваемое датчиком Холла, по величине внешнего поля.



- 1 - Источник питания
- 2 - Реостат 10 Ом
- 3 - Амперметр
- 4 - Проволочная катушка
- 5 - Датчик Холла
- 6 - Вольтметр

*Напряжение на вольтметре пропорционально величине магнитного поля*

Рис. 1.4. Схема установки для калибровки датчика Холла.

На рис. 1.4 схематически представлена установка для калибровки датчика Холла. На этой установке были получены следующие результаты:

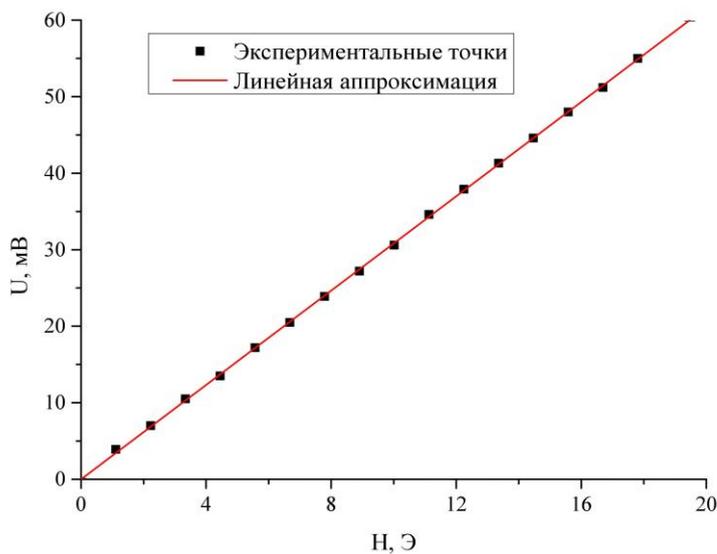


Рис. 1.5. Зависимость напряжения  $U$ (мВ), выдаваемого датчиком Холла, от величины магнитного поля в катушке  $H$ (Э), полученная экспериментально.

По результатам экспериментально измеренной зависимости, отраженной на рис. 1.5, при помощи метода МНК получен нормировочный коэффициент для датчика Холла. Его величина составила 0,3245 Э/мВ.

### TRANSFER CHARACTERISTICS AT $V_s=5.0$ VDC

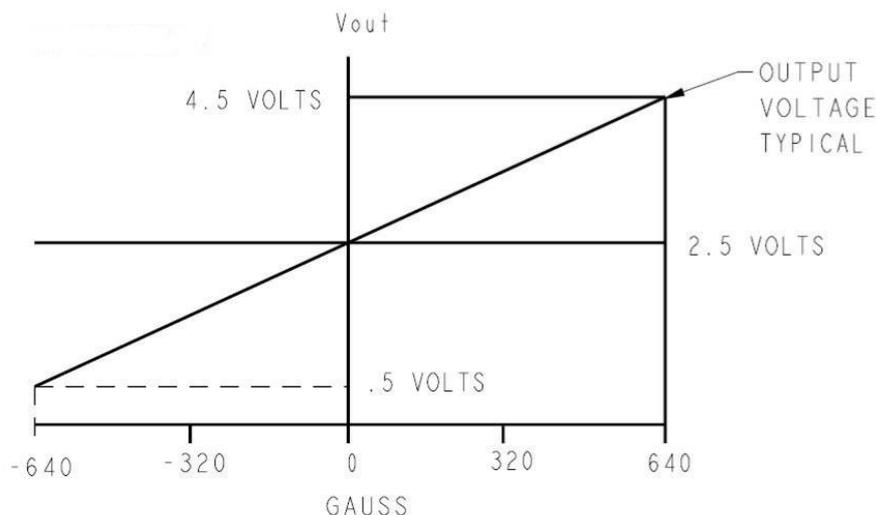


Рис. 1.6. Зависимость напряжения  $U(B)$ , выдаваемого датчиком Холла, от величины магнитного поля  $H(Э)$ , предоставленная производителем.

На рис. 1.6 представлены заводские параметры датчика, из которых следует, что нормировочный коэффициент равен  $0,32$  Э/мВ. Данные, полученные экспериментально, очень точно совпадают с заводскими характеристиками.

После калибровки можем приступить к измерению магнитного поля полосковых проводников различных конфигураций. Первым было измерено поле прямолинейного полоскового проводника шириной  $1$  см без дефектов.

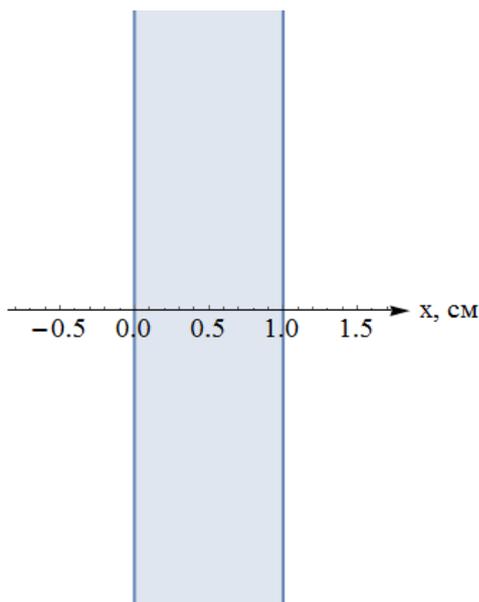


Рис. 1.7. Положение проводника шириной  $1$  см относительно оси  $x(см)$ .

Для указанного на рис. 1.7 проводника были проведены измерения вертикальной  $H_z$  и горизонтальной  $H_x$  компонент магнитного поля вдоль оси  $x$  с помощью датчика Холла:

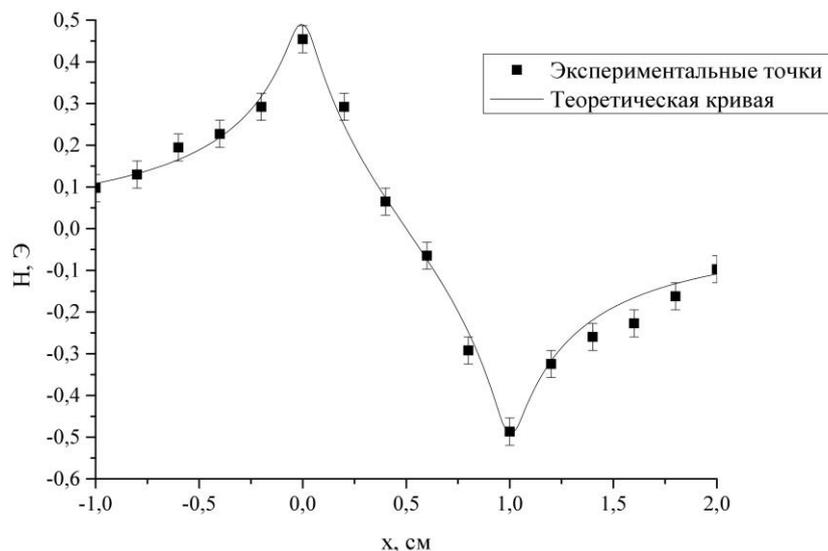


Рис. 1.8. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля  $H_z$ (Э) проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $x$ (см) на высоте  $h=0.85$  мм.

На графике (рис. 1.8) хорошо видны максимумы у границы проводника, что соответствует теоретическим представлениям.

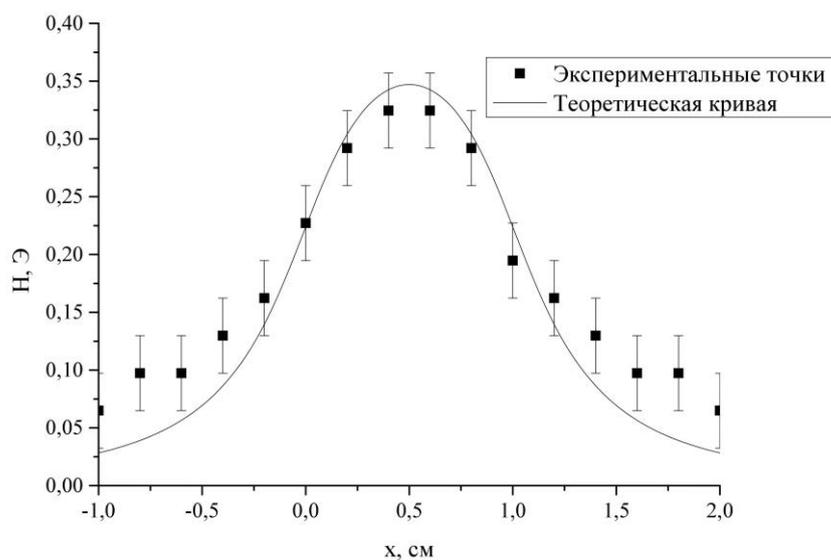


Рис. 1.9. Зависимость горизонтальной компоненты магнитного поля  $H_x$ (Э) проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $x$ (см) на высоте  $h=4.5$  мм.

На рис. 1.9 выделяется максимум на уровне середины проводника, что также хорошо согласуется с теорией.

Далее были проведены измерения магнитного поля проводника, имеющего вырез:

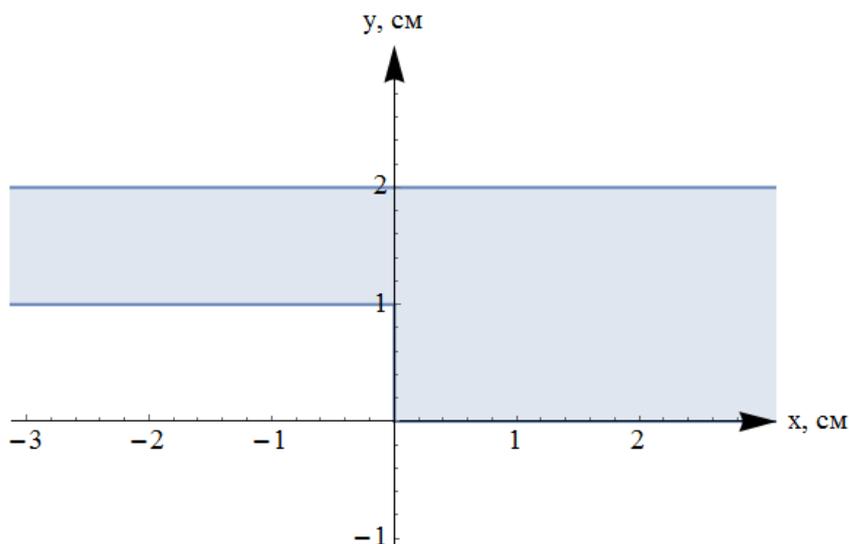


Рис. 1.10. Положение проводника с вырезом относительно осей  $x$ (см) и  $y$ (см).

Изображенный на рис. 1.10 проводник имеет ширину 2 см и вырез глубиной 1 см, имитирующий дефект. Измерения магнитного поля проводились с помощью датчика Холла вдоль прямых, показанных на рис. 1.11:

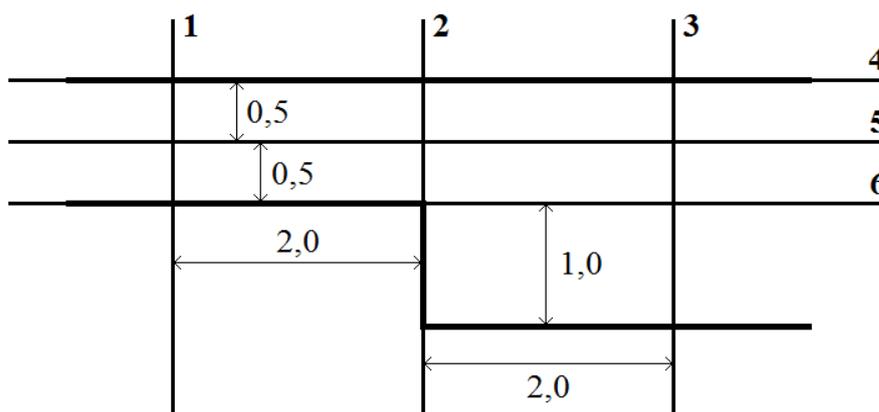


Рис. 1.11. Линии, вдоль которых производились измерения магнитного поля.

Результаты измерения, проведенного вдоль линии 1, очень близки к результатам измерения вдоль полоскового проводника шириной 1 см (рис 1.8-1.9). Ниже представлены графики распределения вертикальной и горизонтальной компонент магнитного поля вдоль линии 1:

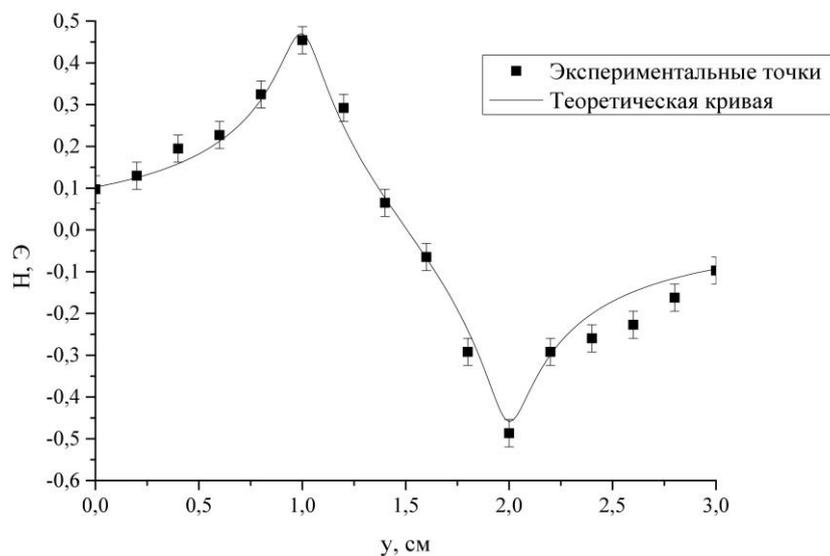


Рис. 1.12. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля  $H_z(\text{Э})$  проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $y(\text{см})$  на высоте  $h=0.85$  мм.

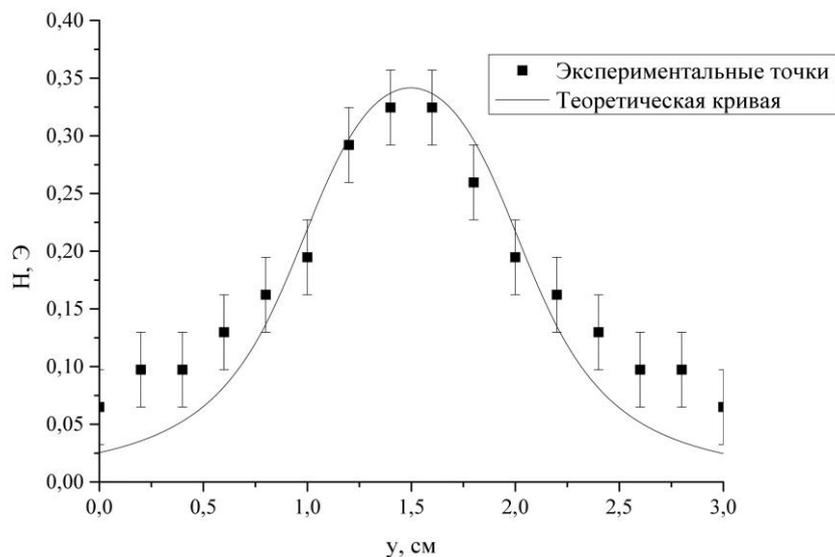


Рис. 1.13. Зависимость горизонтальной компоненты магнитного поля  $H_y(\text{Э})$  проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $y(\text{см})$  на высоте  $h=3.8$  мм.

Линия 2 включает в себя неоднородность, для которой было теоретически рассчитано распределение магнитного поля и проведены экспериментальные измерения:

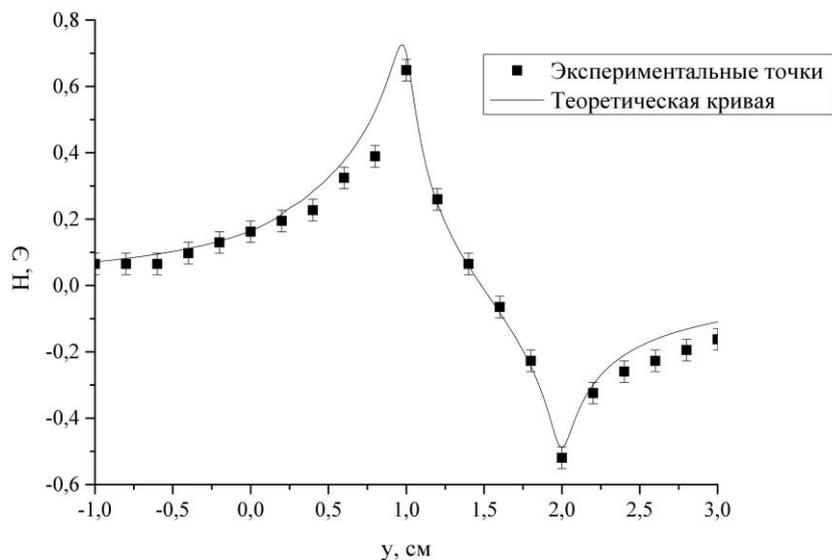


Рис. 1.14. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля  $H_z(\text{Э})$  проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $y(\text{см})$  на высоте  $h=0.6$  мм.

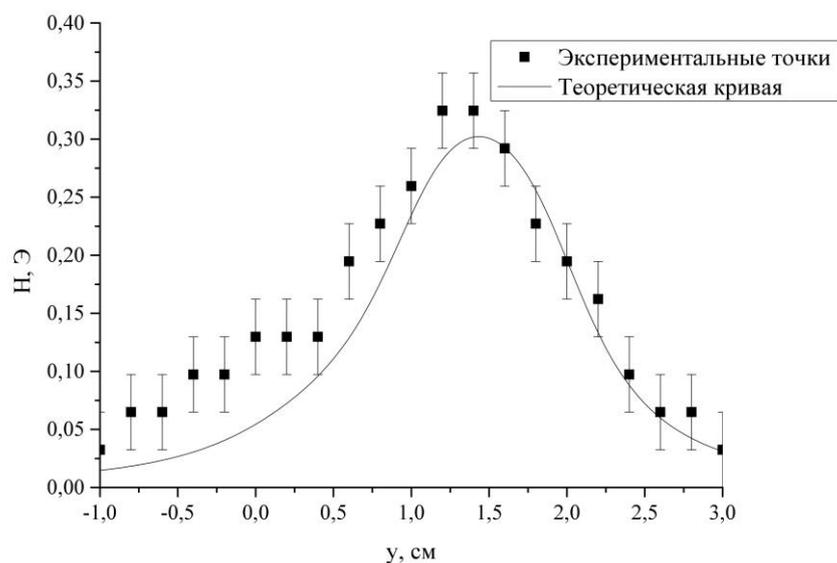


Рис. 1.15. Зависимость горизонтальной компоненты магнитного поля  $H_y(\text{Э})$  проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $y(\text{см})$  на высоте  $h=4.5$  мм.

Результаты измерения вдоль линии 3 схожи с результатами измерения вдоль линии 1, но ширина проводника увеличилась до 2 см:

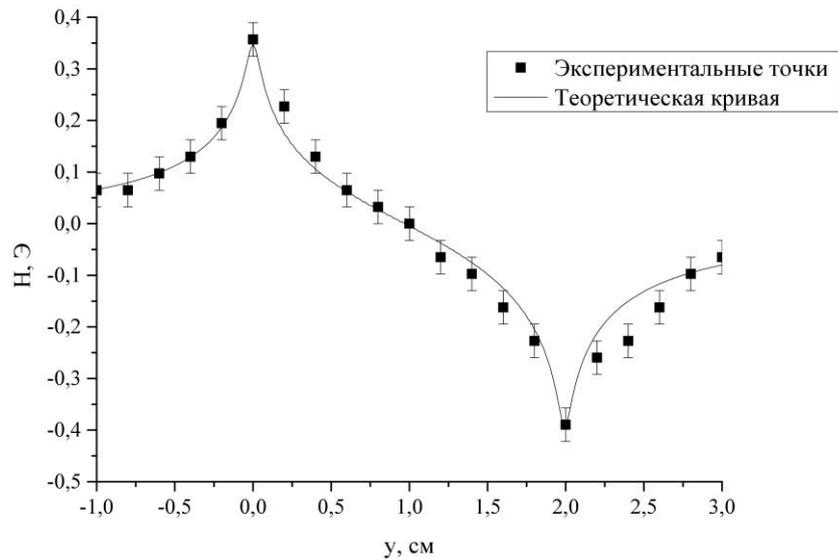


Рис. 1.16. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля  $H_z(\text{Т})$  проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $y(\text{см})$  на высоте  $h=0.35$  мм.

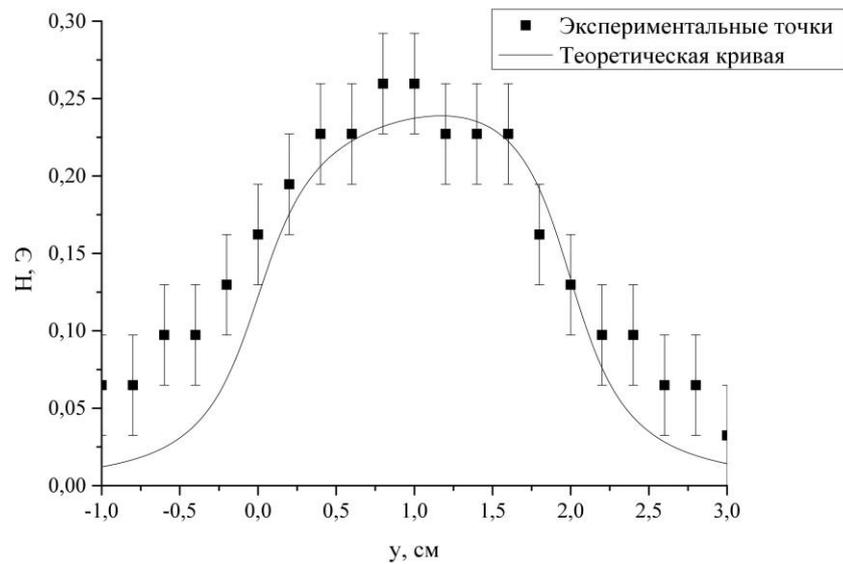


Рис. 1.17. Зависимость горизонтальной компоненты магнитного поля  $H_y(\text{Т})$  проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $y(\text{см})$  на высоте  $h=3$  мм.

Линия 4 имеет переход от более узкого участка проводника к более широкому при  $x = 0$ , что влечет за собой соответствующие изменения в распределении вертикальной компоненты магнитного поля:

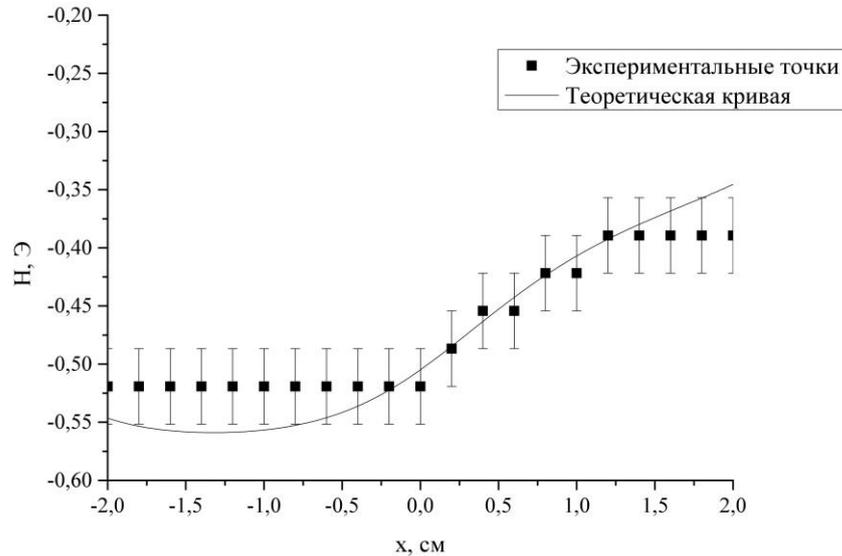


Рис. 1.18. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля  $H_z(\text{Э})$  проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $x(\text{см})$  на высоте  $h=0.55$  мм.

Линия 5 при  $x < 0$  проходит по линии максимума горизонтальной компоненты поля и затем переходит при  $x = 0$  в область более широкого проводника вблизи внутреннего угла:

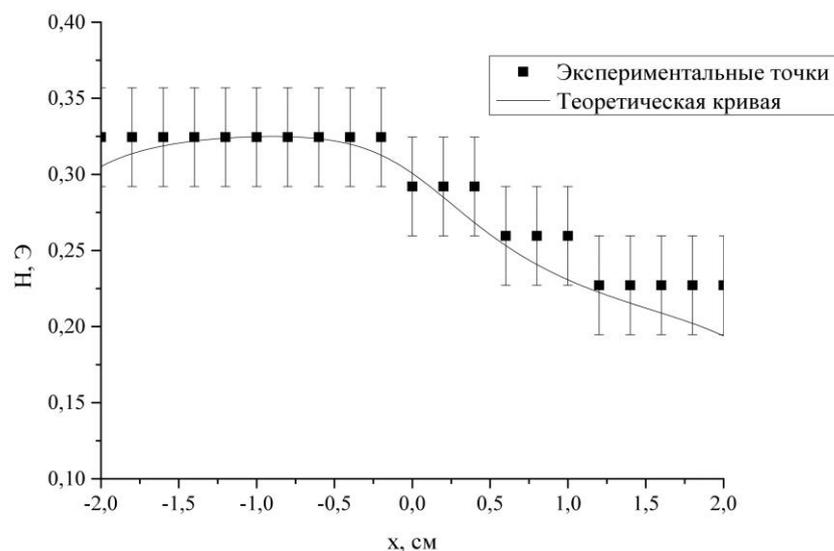


Рис. 1.19. Зависимость горизонтальной компоненты магнитного поля  $H_y(\text{Э})$  проводника, по которому течет ток  $I=1$  А, от координаты по оси  $x(\text{см})$  на высоте  $h=4.5$  мм.

Линия 6 пересекается с внутренним углом уступа, вблизи которого наблюдается увеличение плотности тока, что влечет за собой увеличение магнитного поля в этой области:

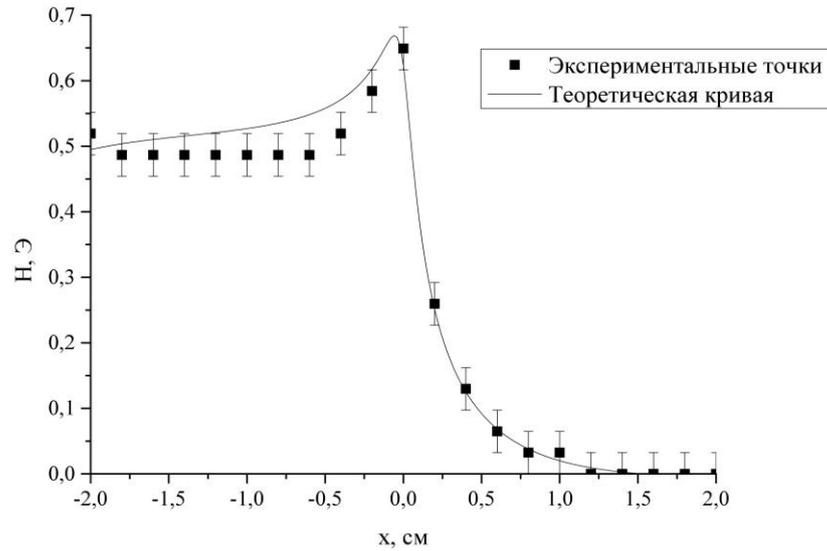


Рис. 1.20. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля  $H_z(\text{Э})$  проводника, по которому течет ток  $I=1 \text{ А}$ , от координаты по оси  $x(\text{см})$  на высоте  $h=0.75 \text{ мм}$ .

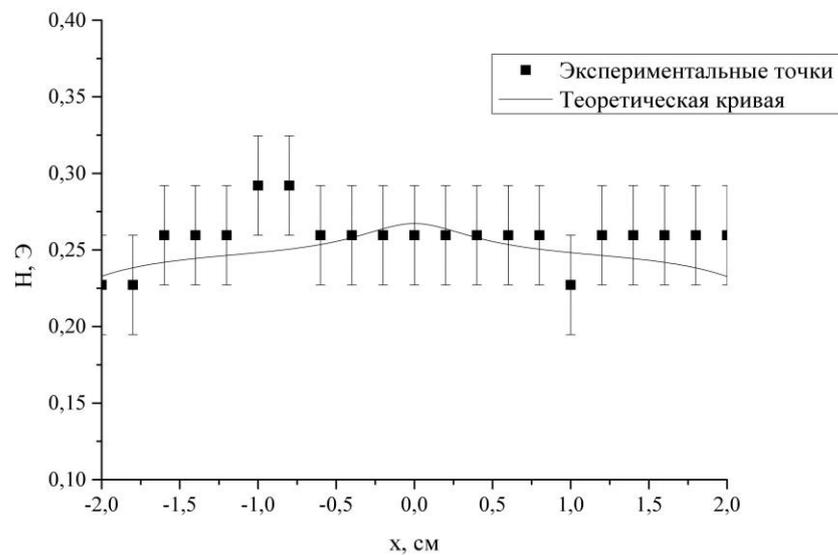


Рис. 1.21. Зависимость горизонтальной компоненты магнитного поля  $H_y(\text{Э})$  проводника, по которому течет ток  $I=1 \text{ А}$ , от координаты по оси  $x(\text{см})$  на высоте  $h=3.2 \text{ мм}$ .

На всех графиках наглядно видно, что результаты хорошо совпадают с теоретическими расчётами для указанных систем. Это говорит о том, что датчики Холла пригодны для измерения магнитного поля полосковых шин. Однако, как говорилось ранее, они не подходят для измерения магнитного поля реальных плат ввиду низкой чувствительности. Эту проблему позволяет решить использование магниторезистивных датчиков.

### **1.3. Экспериментальное исследование распределения магнитного поля полосковых проводников различных конфигураций с помощью магниторезистивного датчика**

Более высокая чувствительность магниторезистивного датчика по сравнению с датчиком Холла и размеры чувствительного элемента порядка 10 мкм делают его более перспективным для измерения магнитного поля полосковых проводников меньших размеров, приближенных к размерам шин в реальных платах.

На основе магниторезистивных датчиков была сконструирована система для тестирования плат, представляющих собой проводники с вырезами, моделирующими дефекты. Установка, ранее созданная в ИПУ РАН при участии нашей научной группы кафедры общей физики для тестирования плат, была оснащена механической винтовой подачей. Механическая подача обладает люфтами, но, тем не менее, удалось провести эксперименты с точностью до 0,1 мм. Измерения проводились градиометром, конструкция которого дает возможность измерения только вертикальной компоненты магнитного поля.

Первым было проведено измерение распределения магнитного поля прямолинейного полоскового проводника шириной 800 мкм, конфигурация которого представлена ниже:

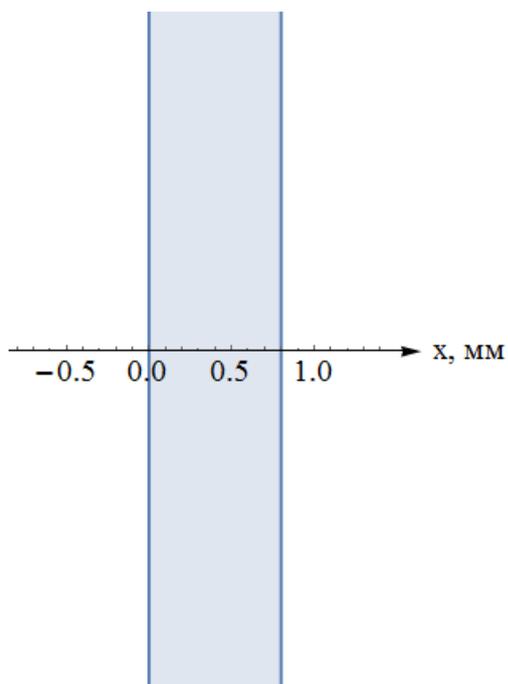


Рис. 1.22. Положение проводника шириной 800 мкм относительно оси  $x$ (мм).

Для указанного на рис. 1.22 проводника было проведено измерение вертикальной  $H_z$  компоненты магнитного поля вдоль оси  $x$  с помощью магниторезистивного датчика:

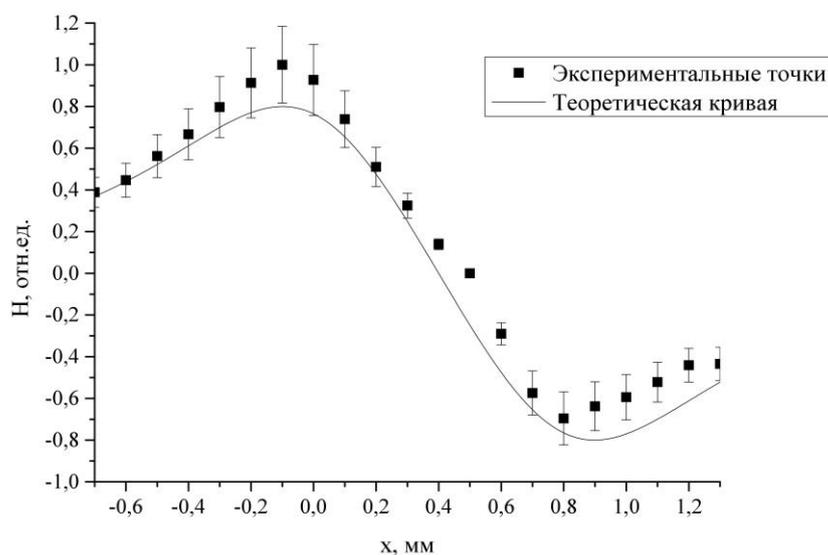


Рис. 1.23. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля  $H_z$ (о.е.) проводника, по которому течет ток  $I=220$  мА, от координаты по оси  $x$ (мм) на высоте  $h=0.5$  мм.

На рис. 1.23, как и для более широкого проводника на рис. 1.8, наблюдаются максимумы магнитного поля в областях на границе проводника.

Следом было измерено магнитное поле проводника, имеющего вырез, имитирующий дефект. Конфигурация проводника с дефектом представлена ниже:

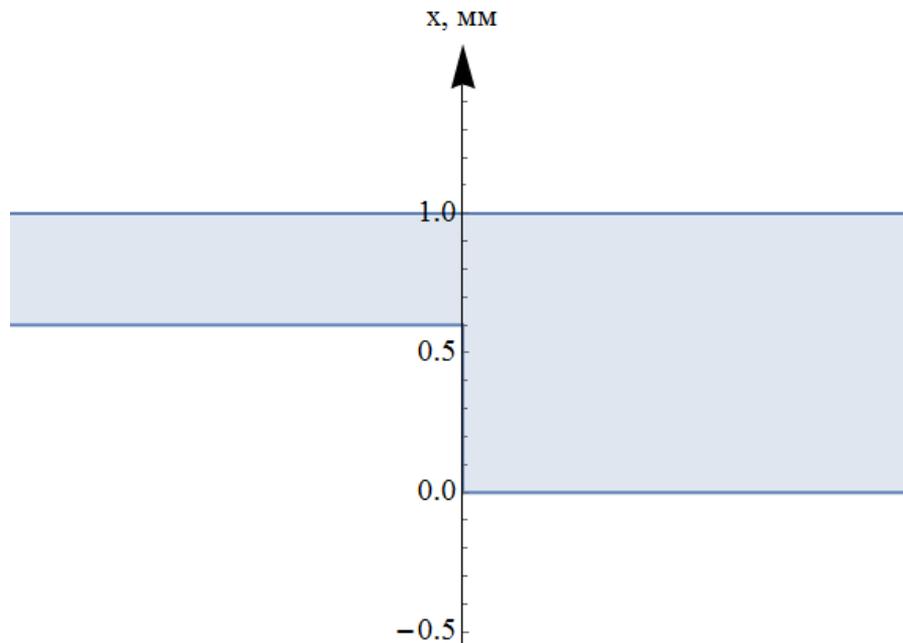


Рис. 1.24. Положение проводника с вырезом относительно оси  $x$ (мм).

Изображенный на рис. 1.24 проводник имеет ширину 1000 мкм и вырез глубиной 600 мкм. Измерение магнитного поля было проведено с помощью магниторезистивного датчика вдоль оси  $x$ :

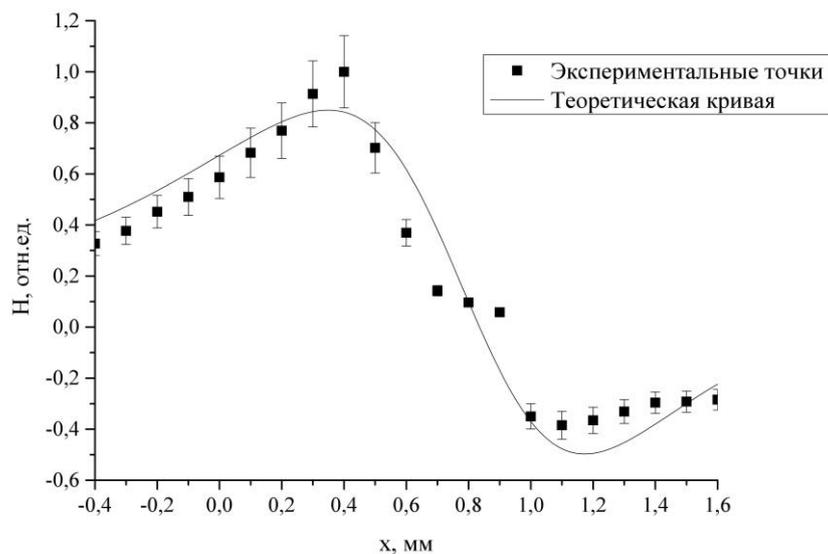


Рис. 1.25. Зависимость вертикальной компоненты магнитного поля  $H_z$ (о.е.) проводника, по которому течет ток  $I=240$  мА, от координаты по оси  $x$ (мм) на высоте  $h=0.8$  мм.

Полученные результаты говорят о том, что описанные выше методы позволяют фиксировать неоднородности магнитного поля, связанные с наличием дефектов в полосковых шинах. Вместе с тем представленные графики демонстрируют хорошее совпадение экспериментальных и теоретических данных. Это подтверждает теорию двумерного распределения тока и генерируемого им магнитного поля, разработанную в работе [15].

## Глава 2. Пространственное распределение температуры в полосковых проводниках

### 2.1. Теоретическое исследование тепловых явлений в полосковых проводниках

Вследствие протекания тока по полосковому проводнику, в единице его объема выделяется мощность [21]:

$$\omega = j^2 \rho, \quad (2.1)$$

где  $j$  – плотность тока, а  $\rho$  – удельное сопротивление. Так как вблизи неоднородности плотность тока достигает наибольших значений, можно ожидать резкое увеличение выделения тепла и, как следствие, увеличение температуры вплоть до разрушений в связи с частичным плавлением. Однако следует отметить, что на распределение тепла влияют также теплопроводность и теплоотдача. Перераспределение тепла в проводниках описывается законом Фурье:

$$q = -\beta \nabla T, \quad (2.2)$$

где  $\beta$  – коэффициент теплопроводности,  $T$  – температура.

Следовательно, в результате возникновения неоднородности в распределении плотности тока проводник неравномерно нагревается, вследствие чего возникают тепловые потоки. Задача о распределении температурного поля в таком случае является довольно сложной.

В рамках данной задачи в работе [15] была предпринята попытка исследовать распределение температурного поля в полосковых проводниках. Первые проведенные эксперименты показали, что измерение температуры возможно только пирометрическим способом, так как любой контакт с проводниками приводит к нарушению теплового баланса.

Пирометрический способ измерения очень чувствителен к свойствам поверхности, таким как, например, отражательная способность и т.д. Предварительные результаты, полученные при измерении ИК-термографом в

работе [15], в целом подтверждали теоретические расчёты, однако имели существенные неоднородности (рис. 2.1-2.2).

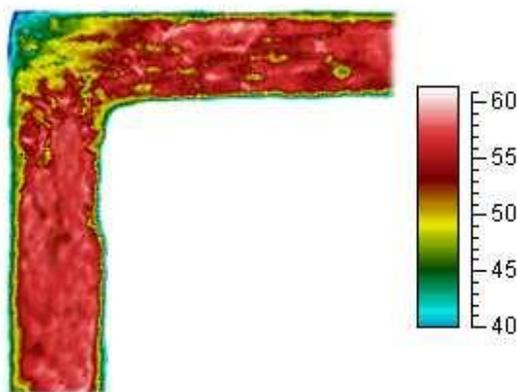


Рис. 2.1. Термограмма проводника, изогнутого под прямым углом.

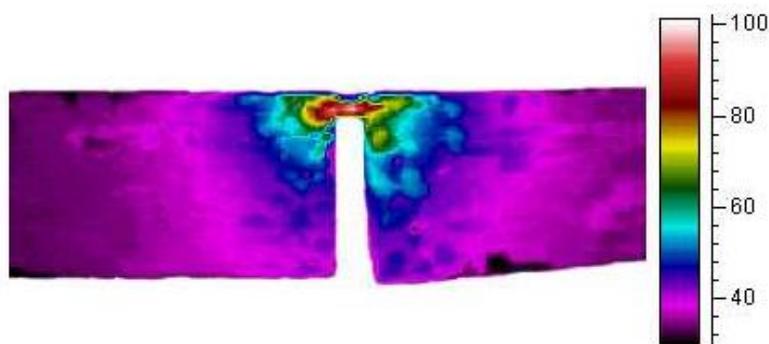


Рис. 2.2. Термограмма проводника с прямоугольным вырезом.

Такого вида неоднородности могут иметь множество причин. Прежде всего это связано с тем, что для измерения пирометрическим методом исследуемый объект должен быть покрыт специальным материалом, поглощающим свет. Покрытие полоскового проводника равномерным слоем такого материала является достаточно сложной технологией. При использовании простых методов покрытия пленок краской, например, с помощью фломастера, неоднородность в распределении, связанная с неравномерностью покраски, может оказать бóльший визуальный эффект, нежели неоднородность, связанная с выделением тепла в проводнике.

Для устранения описанных выше неблагоприятных эффектов были усовершенствованы методы покрытия проводников светопоглощающей краской, что привело к повышению однородности. Но все же, ручные методы

покраски не позволили полностью решить проблему, связанную с отражательной способностью проводников.

Поэтому были найдены проводники, покрытые специальным материалом, поглощающим свет и блики, в заводских условиях. Покрытие данных проводников намного более однородное по сравнению с ручным покрытием.

Используя такого типа проводников привело к новой проблеме, связанной с тем, что они обладали большей толщиной. Для того, чтобы увидеть тепловые эффекты в таких проводниках, необходимо пропускать по ним достаточно большой ток, для чего необходимы соответствующие источники питания, способные выдавать постоянный ток величиной порядка 20 А.

## **2.2. Экспериментальное исследование температурных полей полосковых проводников различных конфигураций ИК- термографом**

Для теоретического расчета температурного распределения проводников сложных конфигураций, необходимо знать коэффициент теплоотдачи с поверхности каждого из них. Для его определения были использованы проводники, изготовленные из алюминиевой фольги толщиной 15 мкм, покрашенные аэрозольной эмалью, и фольги для кинопроизводства толщиной 50 мкм, покрытой специальным покрытием, поглощающим свет, в заводских условиях. Ниже представлены измерения теплового поля с помощью ИК-термографа для прямолинейных полосковых проводников:

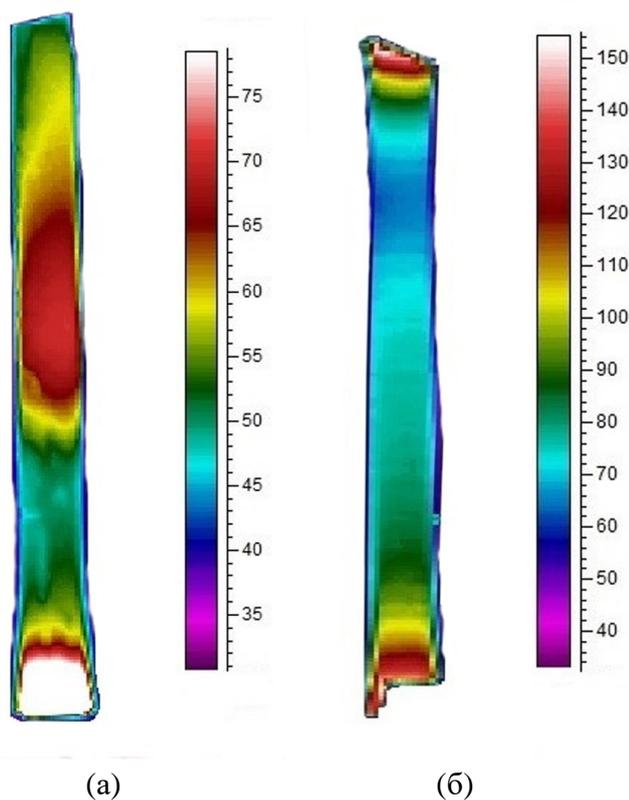


Рис. 2.3. Распределение температуры в прямолинейном полосковом проводнике  
 (а) толщиной 15 мкм и шириной 10 мм при протекании тока  $I=7$  А;  
 (б) толщиной 50 мкм и шириной 10 мм при протекании тока  $I=22$  А.

Распределение на рис. 2.3 (б) более равномерное, чем на рис. 2.3 (а). Это обстоятельство связано с тем, что в местах температурных максимумов на рис. 2.3 (а) фольга плохо прилегает к поверхности подставки. Коэффициент теплопроводности у воздуха намного меньше, чем у материала подставки, поэтому наблюдается сильная неоднородность.

Определим теоретическое значение коэффициента теплопроводности. Как уже было сказано выше, на перераспределение тепла, выделяемого протекающим по проводнику током, влияют три процесса: теплопроводность, конвекционная теплоотдача с поверхности проводника и излучение. Для описания механизмов излучения, естественной и принудительной конвекции можно воспользоваться законом Ньютона-Рихмана [21] с эффективным коэффициентом теплоотдачи:

$$h_T = \sqrt[3]{h_{nc}^3 + h_{fc}^3} + h_{rad}, \quad (2.3)$$

где  $h_{nc} = 1,336f(T - \theta)^n/L_{ch}^n$  – коэффициент теплоотдачи при естественной конвекции,  $h_{fc} = 3,786\sqrt{V/L}$  – коэффициент теплоотдачи при принудительной конвекции,  $h_{rad} = \varepsilon\sigma(T^4 - \theta^4)/(T - \theta)$  – коэффициент теплоотдачи при излучении, в предположении, что проводник является серым телом,  $T$  – температура поверхности проводника,  $\theta$  – температура окружающей среды,  $L$  – длина проводника в направлении обдувающего потока воздуха,  $L_{ch}$  – характерная длина проводника,  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана,  $\varepsilon$  – степень черноты,  $V$  – скорость обдувающего воздуха.

Параметры  $f$  и  $n$  равны 0,71 и 0,35, соответственно, для вертикальной поверхности, 1,0 и 0,25, соответственно, для горизонтальной поверхности, повернутой вниз [13]. Характерная длина вычисляется как

$$L_{ch} = \frac{0,5wa}{w + a}, \quad (2.4)$$

где  $w$  и  $a$  – ширина и длина поверхности, соответственно [22].

Теоретические расчёты показали, что коэффициенты теплоотдачи для фольги, изготовленной вручную, и фольги для кинопроизводства равны соответственно  $18,1 \pm 2,7$  Вт/(К·м<sup>2</sup>) и  $21 \pm 3$  Вт/(К·м<sup>2</sup>).

Для расчета коэффициента теплоотдачи на основе экспериментальных данных следует записать уравнение теплового баланса для полосковых проводников:

$$h_T(T - \theta) = \rho j^2 \tau, \quad (2.5)$$

где  $h_T$  – коэффициент теплоотдачи,  $T$  – температура поверхности проводника,  $\theta$  – температура окружающей среды,  $\rho$  – удельное сопротивление проводящего материала,  $j$  – плотность тока в проводнике:

$$j = \frac{I}{\tau a}, \quad (2.6)$$

где  $\tau$  и  $a$  – толщина и ширина проводника, соответственно.

Также известно, что удельное сопротивление проводника зависит от температуры следующим образом:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0)), \quad (2.7)$$

где  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления,  $\rho_0$  – удельное сопротивление при температуре  $T_0$ .

В итоге получаем формулу для коэффициента теплоотдачи:

$$h_T = \frac{\rho_0 I^2 (1 + \alpha(T - T_0))}{\tau a^2 (T - \theta)}. \quad (2.8)$$

Коэффициент теплоотдачи фольги, изготовленной вручную, равен  $30 \pm 6$  Вт/(К · м<sup>2</sup>), а фольги для кинопроизводства  $54 \pm 12$  Вт/(К · м<sup>2</sup>).

Завышенные значения по сравнению с теоретически рассчитанными связаны с тем, что рассматриваемый проводник не является абсолютно черным телом. Измеренная температура может оказаться заниженной по сравнению с реальной, что приводит к большему коэффициенту теплоотдачи.

В качестве проводников для дальнейших измерений были выбраны проводники, изогнутые под прямым углом. Распределения температуры представлены ниже:

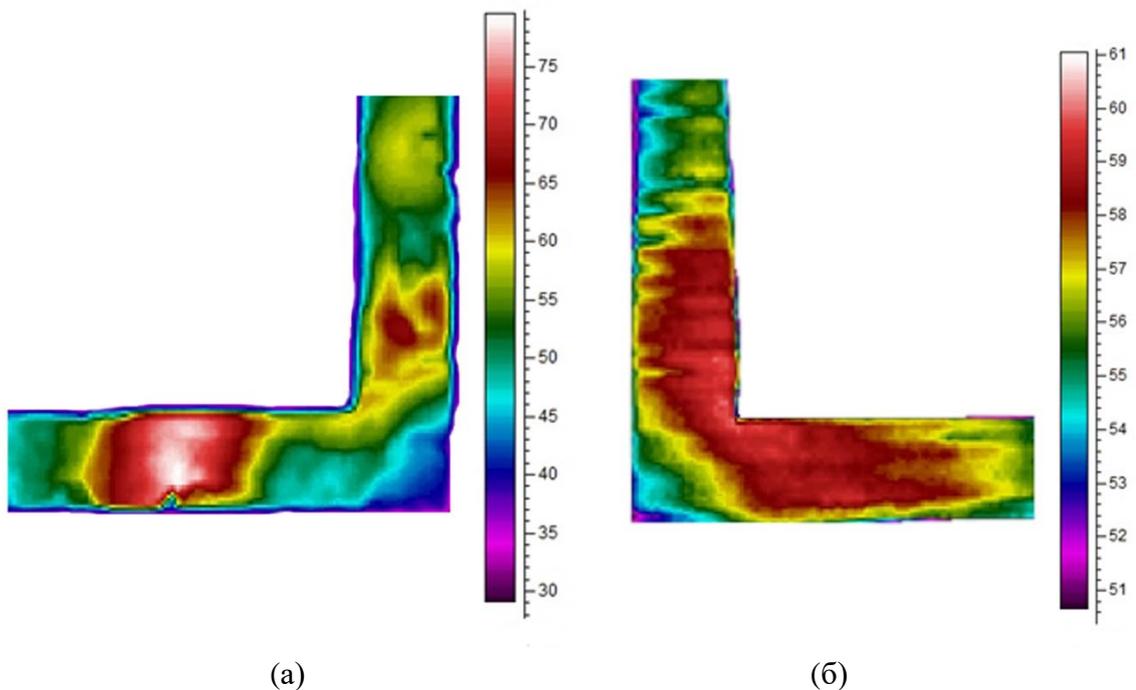


Рис. 2.4. Распределение температуры в полосковом проводнике, изогнутом под прямым углом

- (а) толщиной 15 мкм и шириной 10 мм при протекании тока величиной 7 А;
- (б) толщиной 50 мкм и шириной 10 мм при протекании тока величиной 22 А.

На рис. 2.4 (а) наблюдаются неоднородности, связанные с положением проводника на подставке. В местах плохого прилегания проводника к поверхности наблюдаются температурные максимумы, связанные с тем, что в этих областях проводник контактирует только с воздухом, теплопроводность которого на много порядков меньше теплопроводности материала подставки. Также свой вклад вносит отражение с поверхности проводника, так как качество покраски не является идеальным.

Ввиду большой неоднородности мы не будем проводить сравнение полного теоретического и экспериментального распределений температурного поля для тонкой фольги (рис. 2.4 (а)). Вместо этого проведем сравнение зависимостей температуры во внутреннем угле проводника, где распределение более однородное, от протекающего по ней тока, полученные теоретически и экспериментально:

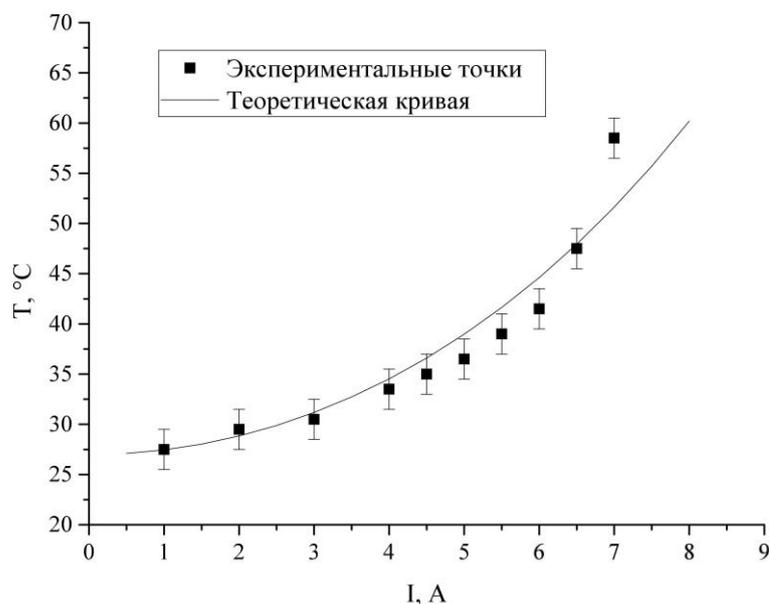


Рис. 2.5. Теоретическая и экспериментальная зависимости температуры во внутреннем угле проводника  $T(^{\circ}\text{C})$  от величины протекающего тока  $I(\text{A})$ .

Как видно из рис. 2.5, теоретическая и экспериментальная зависимости совпадают в пределах погрешности.

Использование фольги для кинопроизводства позволило избежать существенных неоднородностей в распределении температуры по сравнению с более тонкой фольгой, изготовленной вручную, что наглядно видно на рис. 2.4 (а) (б). Это позволило провести сравнение полного теоретического и экспериментального распределений температурного поля:

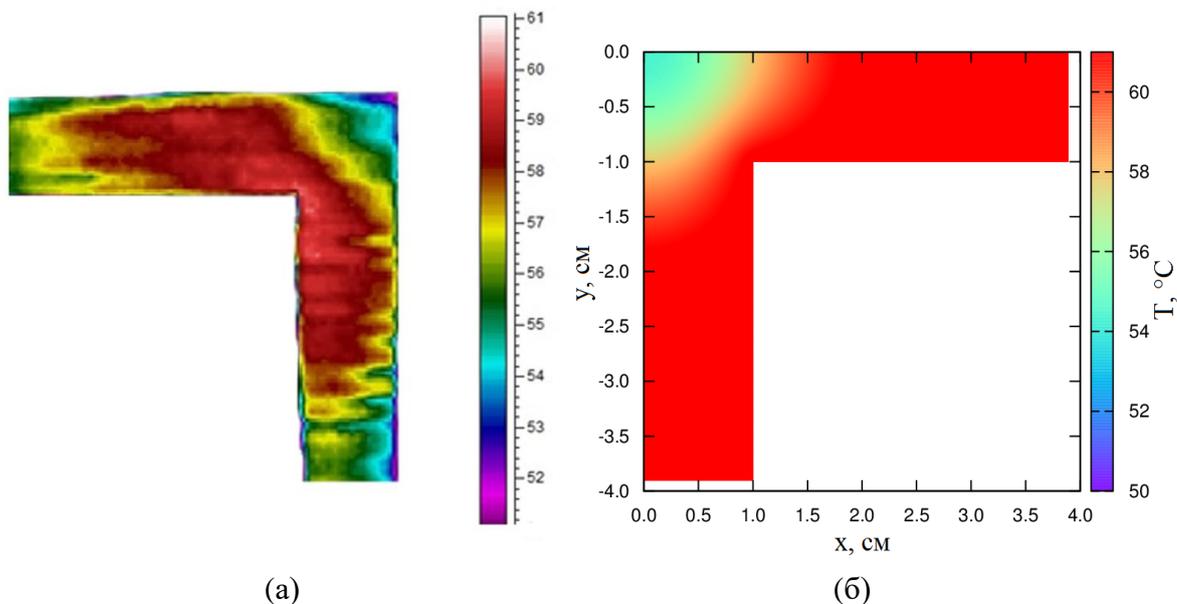


Рис. 2.6. Распределение температуры в полосковом проводнике, изогнутом под прямым углом, толщиной 50 мкм и шириной 10 мм при протекании тока величиной 22 А, полученное (а) экспериментально; б) теоретически.

Как видно из рис. 2.6 (а) (б), теоретическое распределение качественно и количественно совпадает с результатами, полученными при помощи ИК-термографа экспериментально. Во внутреннем угле отсутствует ярко выраженный перегрев, что связано с явлением теплопроводности. Уменьшение температуры на периферии связано с тем, что в этих местах фольга сильнее прилегала к подставке в связи с креплением контактов.

## Заключение

В рамках данной работы были исследованы магнитные поля, создаваемые полосковыми проводниками различной формы. Для модельных проводников толщиной 1-2 см был проведен теоретический расчет распределения магнитного поля на основе распределения тока. Также были проведены экспериментальные измерения магнитного поля с помощью датчика Холла, которые показали качественное и количественное совпадение с теоретически рассчитанными значениями.

Ввиду недостаточной чувствительности датчика Холла, экспериментальное исследование магнитного поля проводников, сопоставимых по размеру с проводниками в реальных платах, было проведено при помощи магниторезистивного градиометра. Для проводников с вырезом, имитирующим дефект, толщиной порядка сотен мкм также был проведен теоретический расчет распределения магнитного поля. Дальнейшие экспериментальные измерения магниторезистивным градиометром подтвердили теоретические расчеты, что дает возможность использовать данный метод для обнаружения различного рода дефектов.

Также в ходе работы было измерено температурное поле проводников различных конфигураций пирометрическим способом при помощи ИК-термографа с точностью до долей градуса. Полученные результаты оказались более стабильными для проводников большей толщины, во многом благодаря отсутствию деформаций и нежелательных отражений. На основе измеренных значений температуры были рассчитаны коэффициенты теплоотдачи с поверхности двух различных проводников.

Были проведены измерения температурного поля проводников, изогнутых под прямым углом, которые показали качественное и количественное совпадение с теоретическими расчетами, основанными на вычисленном ранее коэффициенте теплоотдачи.

Таким образом, проведенные в ходе данной работы эксперименты подтверждают правильность выполненных теоретических расчетов распределений как магнитных, так и температурных полей проводников различных конфигураций.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. William J. Greig. Integrated Circuit, Packaging, Assembly and Interconnections. – Springer. New York. 2007.
2. Zhang P., Lau Y. Y., Gilgenbach R. M. Minimization of thin film contact resistance. – *Applied Physics Letters*. 2010. Vol. 97, no. 204103. P. 204103.
3. Батыгин Ю. В., Бондаренко А. Ю. Силы, действующие на тонкостенный немагнитный проводник, в проникающем поле плоского одновиткового соленоида. – *Техн. электродинамика*. 2010. № 1. С. 9-14.
4. Lee J. S. A direct field formulation for transient eddy current calculations in thin conductors. – *IEEE Trans. on Magnetics*. 1991. Vol. 27, no. 5. Pp. 4000–4003.
5. Brambilla R., Grilli F., Martini L., Sirois F. Integral equations for the current density in thin conductors and their solution by the finite-element method. – *Supercond. Sci. Technol*. 2008. Vol. 21. P. 105008.
6. Fangohr H., Chernyshenko D. S., Franchin M., Fischbacher T., Meier G. Joule heating in nanowires. – *Phys. Rev. B*. 2011. Vol. 84. P. 054437.
7. Petersen T. H., Carpenter K. H., May C. M. Comparison of Experimental Measurements of Current Distribution in a Flat Conductor With Simulated Results From the Partial Inductance Method. – *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. May 2009. Vol. 51, no. 2. Pp. 345–350.
8. Афанасьев А. А., Белов В. В., Ефимов В. В., Николаев А. В. Расчет магнитного поля в однофазных магнитоэлектрических вентильных двигателях методом конформных отображений. – *Вестник Чувашского Университета*. 2011. № 3. С. 21-32.
9. Зайцев Д. А., Модин И. Н. Расчет магнитного поля постоянного тока над трехмерными вытянутыми проводящими объектами. – *Разведка и охрана недр*. 2010. № 8. С. 22-27.
10. Rinke Wijngaarden J., Heeck K., Spoelder H. J. W. Fast determination of 2D current patterns in flat conductors from measurement of their magnetic field. – *Physica C: Superconductivity*. February 1998. Vol. 295, no. 3-4. Pp. 177-185.

11. Lozanova S. V., Noykov S. A., Ivanov A. J., Roumenin Ch. S. Functional multisensor for temperature and subsequent 3D magnetic-field measurement. – *Procedia Engineering*. 2015. Vol. 120. Pp. 824-827.
12. Sinha B., Ramulu T. S., Kim K. W., Venu R., Lee J. J., Kim C. G. Planar Hall magnetoresistive aptasensor for thrombin detection. – *Biosensors and Bioelectronics*. Mar 2014. Vol. 59. Pp. 140-144.
13. Lai Y.-S., Kao C.-L. Electrothermal coupling analysis of current crowding and Joule heating in flip-chip packages. – *Microelectronics Reliability*. 2006. Vol. 46. Pp. 1357–1368.
14. Hiptmair R. Finite elements in computational electromagnetism. – *Acta Numer*. 2002. Vol. 11. Pp. 237–339.
15. Герасименко Т. Н. Применение конформных преобразований к расчетам распределений токов, температур и магнитных полей двумерных проводников: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 2012.
16. Смайт В. Электростатика и электродинамика. – М.: Издательство иностранной литературы. 1954.
17. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука. 1987.
18. Иванов В. И., Попов В. Ю. Конформное отображение и их приложения. – М.: Едиториал УРСС. 2002.
19. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. – М.: ФИЗМАТ-ГИЗ. 1962.
20. Вагин Д. В., Касаткин С. И., Поляков П. А. Полосковые концентраторы магнитного поля для магниторезистивных датчиков тока и датчиков Холла. – *Датчики и системы*. 2010. № 12. С. 25-29.
21. Remsburg R. Thermal design of electronic equipment. *Boca Raton*. CRC Press LLC. 2001.
22. Zahn B. A., Stout R. P. Evaluation of Isothermal and Isoflux Natural Convection Coefficient Correlations for Utilization in Electronic Package Level Thermal

Analysis. //13<sup>th</sup> IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium. Austin, TX: 1997. Pp. 24-31.