

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА  
**ПОЛОСОВАЯ ДОМЕННАЯ СТРУКТУРА С ЛОКАЛЬНОЙ  
МАГНИТНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ**

Выполнил студент 405 группы:

Быстров Андрей Алексеевич

\_\_\_\_\_

подпись студента

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., Акимов М. Л.

\_\_\_\_\_

подпись научного руководителя

Допущен к защите "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2016 г.

Зав. кафедрой профессор А.М.Салецкий

\_\_\_\_\_

подпись зав. кафедрой

Москва

2016

## Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Обзор литературы.....	4
1.1. Энергия в доменной структуре.....	4
1.2. Современные исследования в области полосовых доменов.....	7
Глава 2. Влияние локального лазерного импульса на полосовой домен в магнитной пленке.	12
2.1. Постановка задачи.....	12
2.2. Решение.....	14
2.3. Основные результаты и выводы работы.....	26
Список цитируемой литературы.....	40

## **Введение.**

Изучение доменной структуры в ферромагнетиках происходит уже на протяжении более чем ста лет.

В 1907 году П. Вейсс [1] предположил, что в ферромагнетиках существует сильное внутреннее молекулярное поле, которое, не смотря на тепловое движение, заставляет магнитные моменты соседних атомов поворачиваться в одну сторону. Для того что бы объяснить различную намагниченность при отсутствии внешнего поля и возможность ее изменения при приложении внешнего поля П. Вейсс предположил, что реальные ферромагнитные образцы состоят из некоторого числа маленьких областей называемых доменами, каждая из которых намагничена до насыщения. Направление намагниченности при этом в соседних областях может быть разное. Но он не дал объяснения свои предположениям. Объяснения молекулярного поля между соседними атомами с точки зрения обменных сил было дано Я. И. Френкелем [2] в 1928г. Вслед за этим в 1930г. Я.И. Френкелем и Я. Г. Дорфманом были впервые теоретически выяснены предпосылки разбиения ферромагнетика на домены. В 1931г. Н.С.Акулов [3] и М. В. Дехтяр одновременно с Ф. Биттером наблюдали полосы на поверхности кристалла, образующиеся у мест стыковки поверхности доменов (полосы Акулова-Биттера).

Строгую количественную теорию магнитных доменов с точки зрения энергии магнитного поля построили в 1935г. Л. Д. Ландау и Е М. Лившиц [4]. В 1946-1949гг Ч. Киттель [5,6] сделал расчет магнитостатической энергии доменной структуры тонкой ферромагнитной пленки и разработал физическую теорию ферромагнитных доменов.

После этих работ последовало большое количество других экспериментальных и теоретических исследований в этой области.

## Глава 1. Доменные структуры.

### 1.1 Энергия в доменной структуре

Доменная структура связана с возможностью понижения энергии системы при переходе от насыщенной конфигурации с высокой магнитной энергией к доменной конфигурации с пониженной энергией.

Рассмотрим три основных типа энергии в доменных структурах:

#### *Обменная энергия*

В нашей модели [7] в каждом узле решетки кристалла расположен атом с полным спиновым квантовым числом  $S$ , где  $2S$  равно числу нечетных спинов в атоме и является целым числом.

Существенный результат квантово-механической трактовки многоэлектронной проблемы состоит в том, что в энергии взаимодействия между двумя атомами имеется член электростатического происхождения, не получающийся при классическом рассмотрении. Этот член стремится ориентировать электронные спины атомов параллельно или антипараллельно один другому, в зависимости от алгебраического знака обменного интеграла  $J$ . Обычно  $J$  определяют таким образом, что когда он является положительным, энергия для параллельной ориентации двух спинов ниже, чем энергия для их антипараллельной ориентации, на величину  $2J$ .

Эффективная связь между спинами, вызванная обменным эффектом, эквивалентна потенциальной энергии вида:

$$V_{ij} = -2J_{ij} S_i S_j$$

Где  $J_{ij}$  – обменный интеграл рассматриваемых атомов  $i$  и  $j$ .  $S_i$  – спиновый момент атома  $i$ , измеренный в единицах  $\hbar/2\pi$ . В случае, когда углы между направлениями соседних спинов малы, как это имеет место внутри переходного слоя между доменами, мы можем использовать квазиклассическое приближение и рассматривать классические векторы

вместо спиновых матриц. В этом случае предыдущее выражение можно записать в виде

$$w_{об} = - \sum_{i>j} 2J_{ij} S^2 \cos \varphi_{ij}$$

Где  $\varphi_{ij}$  угол между направлениями спиновых векторов, понимаемых в классическом смысле.  $w_{об}$  – является теперь обменной энергией.

Если мы предположим, что только взаимодействие между ближайшими соседями являются важными для обменной энергии и что эти взаимодействия равны между собой, то получим

$$w_{об} = -2JS^2 \sum_{i>j} \cos \varphi_{ij}$$

Если соседние спины образуют друг с другом малый угол то обменная энергия между каждой парой спинов есть

$$\Delta w_{ij} \cong JS^2 \varphi^2$$

Можно записать обменную энергию и в другой форме. Предположим, что направляющие косинусы спина в узле решетки будут  $\alpha_j^x \alpha_j^y \alpha_j^z$ . Направляющие косинусы  $\alpha_i^x \alpha_i^y \alpha_i^z$  в соседнем узле решетки могут быть разложены в ряд Тейлора:

$$\alpha_i^x = \alpha_j^x + \left[ x_{ij} \frac{\partial}{\partial x_{ij}} + y_{ij} \frac{\partial}{\partial y_{ij}} + z_{ij} \frac{\partial}{\partial z_{ij}} \right] \alpha_j^x + \frac{1}{2} \left[ x_{ij}^2 \frac{\partial^2}{\partial x_{ij}^2} + y_{ij}^2 \frac{\partial^2}{\partial y_{ij}^2} + z_{ij}^2 \frac{\partial^2}{\partial z_{ij}^2} \right] \alpha_j^x + \dots$$

Суммируя по ближайшим соседям в объемно-центрированной кубической решетке с постоянной решетки  $a$ , получаем:

$$\Delta w_{об} \cong -2JS^2 a^2 \sum_j \alpha_j \nabla^2 \alpha_j$$

Это выражение может быть приведено к форме

$$\Delta w_{об} \cong 2JS^2 a^2 \sum_j [(\nabla \alpha_1)^2 + (\nabla \alpha_2)^2 + (\nabla \alpha_3)^2]$$

Откуда, принимая во внимание то, что в каждой ячейки два атома, получаем плотность объемной энергии:

$$f_{\text{об}} \cong \frac{2JS^2}{a} [(\nabla\alpha_1)^2 + (\nabla\alpha_2)^2 + (\nabla\alpha_3)^2]$$

### ***Энергия анизотропии.***

Энергия анизотропии [7] или, как ее иногда называют, магнитнокристаллическая энергия ферромагнитного кристалла, способствует установлению намагниченности вдоль определенных основных кристаллографических осей, который называются направлениями легкого намагничивания; направления вдоль которых кристалл наиболее трудно намагничивать, называются трудными направлениями. Избыток энергии, потребный для трудного направления по сравнению с легким и есть энергия анизотропии.

Рассмотрим математическое выражение для энергии анизотропии в кубической решетке. Записывая энергию анизотропии для произвольного направления с направляющими косинусами  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  относительно ребер куба, мы руководствуемся ограничениями, налагаемыми кубической симметрией. Выражение для энергии анизотропии должно быть четной степенью каждого  $\alpha_i$  и должно быть инвариантно при взаимном обмене  $\alpha_i$  между собой. Простейшая комбинация, удовлетворяющая требованию симметрии, есть  $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$ , но это выражение тождественно равно единице и не объясняет эффекта анизотропии. Следующая комбинация будет четвертой степени:  $\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2$ , а следом за ним будет член шестой степени  $\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$ . Этих двух членов обычно вполне достаточно для объяснения экспериментальных данных, так что получаем:

$$f_K = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$$

Для одноосного кристалла в первом приближении энергию анизотропии можно считать равной

$$f_K = K\alpha_s^2$$

Где  $\alpha_s$  - косинус между осью кристалла и направлением намагниченности.

### ***Зеемановская энергия.***

Зеемановская энергия [7] - квантовый эффект, обусловленный тем, что в присутствии магнитного поля электрон приобретает дополнительную энергию  $\Delta E = -(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{H})$ , где  $\boldsymbol{\mu}$  магнитный момент электрона. Интегрируя по объему, получаем  $f_{\text{зеем}} = -(\mathbf{I}, \mathbf{H})$ .

## **1.2 Современные исследования в области полосовых доменов**

Изучение магнитной доменной структуры до сих пор представляет собой актуальную задачу. Это обусловлено, как фундаментальными научными интересами, так и современными прикладными задачами, такими как разработка надежных, компактных и емких носителей магнитной информации, создание миниатюрных датчиков магнитного поля, эффективных элементов радиофизических СВЧ устройств. Например, в работе [8] изучается микроволновая проводимость в зависимости от доменной структуры ферромагнетика. Для широких доменов это влияние оказывается пренебрежимо малым, но для пленок с не слишком широкими доменами, размагничивающие поля дают резкий спад микроволновой проводимости.

Наибольший интерес представляет исследование доменных структур в тонких пленках, толщиной от нескольких ангстрем до 10 нанометров.

Доменная структура тонкой пленки может изменяться в зависимости от множества разных факторов. Например, таких, как приложенное внешнее поле [9,10], механическое напряжение [11] и изменение температуры в локальной области [12] или во всем ферромагнетике [13].

Различные теоретические исследования доменной структуры тонких пленок может дать нам новую ценную информацию в области

ферромагнетизма, помочь в получении новых материалов, обладающих разнообразными электромагнитными свойствами. В работе [10] рассказывается о скачкообразном изменении импеданса или о его отсутствии при изменении доменной структуры ферромагнетика. В работе [11] сообщается о способах возникновения и исчезновения магнитной доменной структуры в нематических эластомерах.

Способ численного расчета характеристик полосовой доменной структуры предложен в работе [14]. В ней рассмотрена модель распределения намагниченности с частично замкнутым магнитным потоком в тонких ферромагнитных пленках с полосовой доменной структурой. Процедура вычислений состоит в минимизировании выражения для плотности энергии ферромагнитной пленки по параметрам модели доменной структуры, таких как модули векторов намагниченности, полуширины границ, ширине домена

В работе [15] изучаются свойства магнитного бислоя с перпендикулярной анизотропией в ферромагнетиках и антиферромагнетиках. Исследуется влияние магнитостатического межслойного взаимодействия на размеры доменов. Для антиферромагнетиков они обнаружили критическую толщину бислоя, только выше которой существует доменное перекрытие.

Важное практическое значение имеют работы, в которых предпринимаются попытки объяснить магнитную микроструктуру доменов, что необходимо для уточнения параметров пленок при проектировании ряда устройств (резонаторов, фильтров и т.д.) Так в работе [16] рассматривается «тонкая структура» магнитных доменов, то есть поперечные к полосовой доменной структуре колебания намагниченности и предлагается теоретическое объяснение этой структуры. Авторы предполагают что этот эффект можно объяснить наклоном оси легкого намагничивания к плоскости эпитаксиальной пленочной структуры.

Свойства ферромагнитной пленки могут зависеть от способа ее изготовления, например для железо-медно-никелевой пленки они могут



зависеть от последовательности наращивания слоев. В частности в работе [17] исследуется хиральность стенок Нееля в зависимости от последовательности роста пленки. В статье экспериментально было установлено, что для пленки Fe/Ni/Cu(001) поворот вектора намагниченности в стенке Нееля имеет направление правого винта, а для пленки Ni/Fe /Cu(001) - левого. Таким образом, контроль направления поворота вектора намагниченности может привести к получению проводящих металлических гетероструктур, обладающих новыми свойствами.

В работе [18] методами Лоренцовой электронной микроскопии установлена слабая зависимость доменной структуры от размера зерен в низкоанизотропных ферромагнетиках. Также было получено, что в данных образцах при приложении внешнего поля, не смотря на то что происходит увеличение коэрцитивной силы в десятки раз, однодоменное состояние не достигается. В работе предполагают, что это может быть связано с тем, что в тонких объектах возникает сильная анизотропия формы, обусловленная большой энергией размагничивания.

При минимизации дискретного аналога функционала свободной энергии микромагнитной системы, при использовании градиентных методов без учета неявной зависимости функционала от поля вектора намагниченности, которые требуют вычисления частных производных по независимым переменным, возникает проблема, связанная с возникновением точек, в которых любое смещение в направлении противоположном градиенту приводит к росту функционала свободной энергии. В работе [19] предлагается метод ее решения учитывающий неявную составляющую зависимости магнитостатической энергии от векторного поля намагниченности.

Расчет распределения намагниченности в тонких ферромагнитных пленках представляет большой интерес. В работе [20] рассматривается метод подобного расчета в тонкой монокристаллической пластине. Суть предлагаемого метода состоит в расчете на двумерной сетке трехмерного

магнитостатического поля, то есть в ряде случаев в расчетах распределения намагниченности в достаточно тонких пластинках можно предполагать, что вектор намагниченности изменяется только в плоскости пластинки. Результаты расчетов сравниваются с результатами, полученными на основе решения соответствующей задачи в полной (трехмерной) постановке. Также в работе показано, что предположение о двухмерности поля применимо и для другого крайнего случая - пластинки бесконечной толщины, то есть бесконечно длинного стержня.

В тонких магнитных пленках наблюдаются комбинированные доменные границы, сочетающие неелевские и блоховские участки, полосовые и цилиндрические домены. В работе [21] исследуется влияние толщины тонких магнитных пленок на их доменную структуру. С помощью численного моделирования распределения намагниченности получено строгое теоретическое обоснование влияния толщины и магнитной предыстории на доменную структуру пленок с перпендикулярной магнитной анизотропией.

В магнитных материалах, как правило, присутствуют в достаточном количестве различного рода дефекты, которые существенно влияют на их свойства. Исследование их зависимости от наличия дефектов в образце представляет собой весьма непростою и в то же время актуальную задачу, имеющую технические приложения. Например, в работе [22] было исследовано искажение доменных границ в связи с наличием неоднородностей. Авторы различают два типа неоднородностей – высокоамплитудную и низкоамплитудную. Высокоамплитудная неоднородность в их модели является метастабильной, однако при условии конечности образца и определенных размеров дефекта она может стать энергетически более выгодной, чем низкоамплитудная. Это означает, что магнитные неоднородности обоих типов в реальном образце могут являться устойчивыми и вносить вклад в процессы спиновой переориентации. В работе [23] подробно исследуется процесс фазового перехода II рода в

магнитной неоднородности. Показывается, что магнитные неоднородности на дефектах имеют распределение магнитных моментов аналогичное блоховской доменной границе.

## **Глава 2. Влияние локального лазерного импульса на полосовой домен в магнитной пленке.**

### **2.1. Постановка задачи**

Возможность существенного влияния лазерного импульса на магнитное доменное упорядочение в пленках феррита-граната впервые экспериментально было продемонстрировано в работах [24,25,26]. По результатам экспериментов, воздействие однократного импульса лазера сфокусированного на магнитной пленке по мере увеличения его энергии вызывает: перемещение уже существующих вертикальных линий блоха в доменной границе, зарождение пары вертикальных блоховских линий на исходно свободных от линий границах, изменение доменной стенки и доменной структуры в целом. Подобный эффект зарождения линий блоха принципиально позволяет создать возможность записи магнитного бита информации на уровне мезоскопического объекта внутри доменной границы, в отличие от традиционного способа термомагнитной записи, в котором битом информации является домен. Механизм этого влияния обусловлен локальным перегревом цилиндрической области пленки до температуры выше температуры Кюри и, следовательно, разрушением в этой области ферромагнитного или ферритового упорядочения.

Локальное неоднородное поле рассеяния, обусловленное этой магнитной аномалией, искажает полосовую доменную структуру, создавая квазиравновесную смешанную доменную структуру из полосового и виртуального цилиндрического домена. Теория такой смешанной доменной структуры была разработана в работах [27-28]. Впоследствии экспериментально была обнаружена и стационарная реальная смешанная доменная структура [12].

В работе изучается магнитный отклик гиротропной магнитной пленочной среды на воздействие мощного сфокусированного лазерного импульса. В результате такого воздействия наблюдается локальный нагрев

цилиндрической области пленки и распространение в пленке тепловой волны. Если температура среды превышает температуру Кюри, то в этой области происходит фазовый переход из ферромагнитного состояния в парамагнитное. Возникает неоднородное магнитостатическое поле рассеяния. Далее магнитное поле вызывает неупорядоченное движение различных участков доменных границ и приводит к искажению исходной полосовой доменной структуры. Это искажение носит нестационарный характер. Таким образом, происходит искривление формы доменной границы, достижение ею максимального значения и далее, спустя некоторое время, восстановление первоначальной магнитной упорядоченной структуры.

Хорошо известно, что в ферромагнитных материалах возникает магнитное доменное упорядочение, которое способствует уменьшению магнитостатической энергии образца [4]. Это явление можно также рассматривать как своеобразную экранировку магнитным образцом внешнего и собственного магнитостатических полей. В данной работе исследуется эффективность доменной экранировки полосовой доменной структурой в магнитной пленке магнитостатического поля магнитной неоднородности цилиндрической формы, которая моделируется воздействием лазерного импульса.

## 2.2.Решение

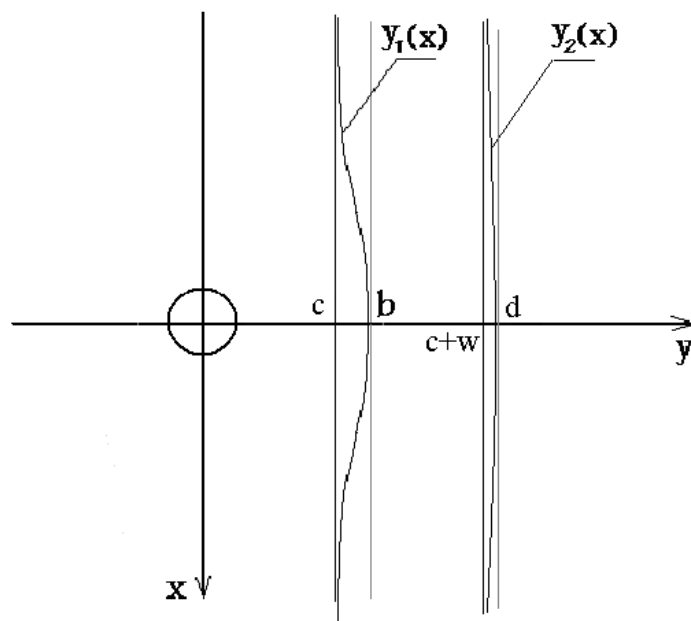


Рис. 1. Схема расположения магнитной цилиндрической неоднородности и системы полосовых доменов в 2D.

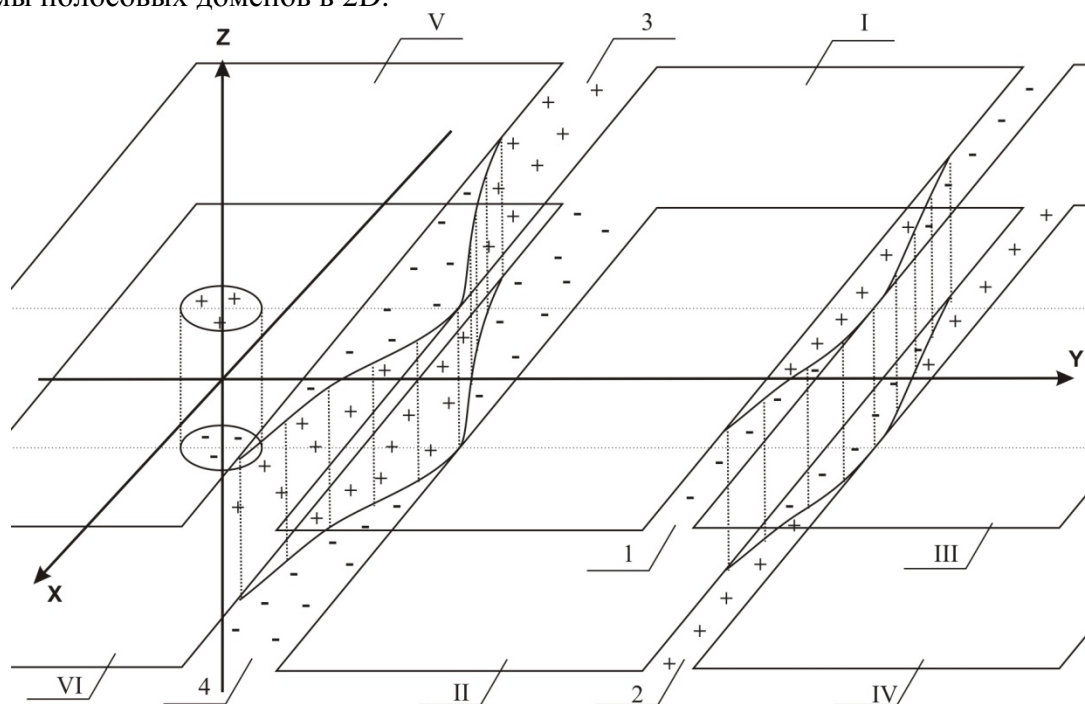


Рис. 2. Схема расположения магнитной цилиндрической неоднородности и системы полосовых доменов в 3D.

Рассмотрим изолированный полосовой домен при наличии цилиндрического дефекта (виртуального цилиндрического домена) радиуса  $R$ . На рис. 1,2 изображен изолированный полосовой домен ширины  $w=2a$ ,

расположенный вдоль координатной оси  $x$  в бесконечной пленке толщины  $h$ . Координатная ось  $z$  направлена перпендикулярно плоскости пленки, а ось  $y$  – перпендикулярно доменной стенке. Начало системы координат помещено в центр цилиндрического дефекта (виртуального цилиндрического домена) расположенного сбоку от полосового домена. Магнитостатическое поле рассеяния цилиндрического дефекта (виртуального цилиндрического домена) искажает форму полосового домена и приводит к зависимости его ширины от координаты  $x$ .

Пусть функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  определяют изгибы соответственно левой и правой доменных стенок (см. рис. 1,2),  $b$  и  $d$  - максимальные значения функций  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ ,  $\sigma$  - поверхностная плотность магнитостатических зарядов, равная нормальной составляющей вектора намагниченности  $M_n$ .  $A, B_1, B_2$  - параметры регуляризации. Тогда изменение магнитостатической энергии взаимодействия в каждой из четырех отдельно взятых полосок 1,2,3,4 за счет изгиба доменных границ можно представить в виде [23-26]:

Для полосок 1 и 2:

$$W_1 = -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{c+w}^{y_2(x)} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_2(x')}^d dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

Для полосок 3 и 4:

$$\tilde{W}_1 = -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_c^{y_1(x)} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосок 1 и 2 за счет изгиба доменной границы:

$$W_2 = 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{c+w}^{y_2(x)} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_2(x')}^d dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосок 1 и 3 и полосок 2 и 4 за счет изгиба доменной границы:

$$W_3 = -2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{y_2(x)}^d dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

$$-2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{c+w}^{y_2(x)} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_c^{y_1(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосок 1 и 4 и полосок 2 и 3 за счет изгиба доменной границы:

$$W_4 = 2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{c+w}^{y_2(x)} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_c^{y_1(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}}$$

$$+2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{y_2(x)}^d dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосок 3 и 4 за счет изгиба доменной границы:

$$W_5 = 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_c^{y_1(x)} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_2(x')}^b dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия локальной магнитной неоднородности радиуса R с поверхностными зарядами полосок 1 и 2:

$$W_6 = 2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{c+w}^{y_2(x)} dy \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2 + h^2}}$$

$$-2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{y_2(x)}^d dy \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия локальной магнитной неоднородности радиуса R с поверхностными зарядами полосок 3 и 4:



$$\begin{aligned}
W_7 = & -2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_c^{y_1(x)} dy \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}} \\
& - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}} \\
& + 2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{y_1(x)}^b dy \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-x_2)^2+h^2}}
\end{aligned}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы I с прилегающими к ней полосками 1 и 3 и полосы II с полосками 2 и 4:

$$\begin{aligned}
W_8 = & 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_c^{c+w} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_c^{c+w} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_c^{y_1(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}
\end{aligned}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы I с полосками 2 и 4 и полосы II с полосками 1 и 3:

$$\begin{aligned}
W_9 = & -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_c^{c+w} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}} \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_c^{c+w} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_c^{y_1(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}}
\end{aligned}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы III с полоской 1 и полосы IV с полоской 2:

$$W_{10} = -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_d^{B_2} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы III с полоской 2 и полосы IV с полоской 1:

$$W_{11} = 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_d^{B_2} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы V с полоской 3 и полосы VI с полоской 4:

$$W_{12} = -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{-B_1}^c dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы V с полоской 4 и полосы VI с полоской 3:

$$W_{13} = 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{-B_1}^c dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы III с полоской 3 и полосы IV с полоской 4:

$$W_{14} = -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_d^{B_2} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы III с полоской 4 и полосы IV с полоской 3:

$$W_{15} = 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_d^{B_2} dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы V с полоской 1 и полосы VI с полоской 2:

$$W_{16} = -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{-B_1}^c dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия полосы V с полоской 2 и полосы VI с полоской 1:

$$W_{17} = 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{-B_1}^c dy \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy' \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия локальной магнитной неоднородности радиуса R с поверхностными зарядами полос III и IV:

$$W_{18} = -2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_d^{B_2} dy \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия локальной магнитной неоднородности радиуса R с поверхностными зарядами полос I и II:

$$W_{19} = 2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_c^{c+w} dy \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии взаимодействия локальной магнитной неоднородности радиуса R с поверхностными зарядами полос V и VI:

$$W_{20} = -2\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{-B_1}^c dy \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-x_2)^2 + h^2}}$$

Изменение магнитостатической энергии полосового домена во внешнем магнитном поле смещения, где  $H_z$  - магнитное поле параллельное оси z, const – члены, не зависящие от изгиба доменной границы:

$$W_H = -2\sigma h H_z \int_{-A}^A dx \left( \int_c^{y_1(x)} dy + \int_{c+w}^{y_2(x)} dy \right) + const$$

Получаем окончательное выражение для функционала магнитостатической энергии:

$$W = W_1 + \tilde{W}_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 + W_6 + W_7 + W_8 + W_9 + W_{10} + W_{11} + W_{12} + W_{13} + W_{14} + W_{15} + W_{16} + W_{17} + W_{18} + W_{19} + W_{20} + W_H \quad (1)$$

Вычисляем вариационную производную функционала магнитостатической энергии: (1)

$$\begin{aligned}
\delta W = & 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_1(x) \int_{-A}^A dx' \int_c^{y_1(x')} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} \right. \\
& \left. - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \delta y_1(x) \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} \right. \\
& \left. - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_1(x) \int_{-A}^A dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_1(x) \int_{-A}^A dx' \int_{y_2(x')}^d dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} \right. \\
& \left. - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y_1(x)-x_2)^2}} \right. \\
& \left. - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y_1(x)-x_2)^2 + h^2}} \right) \delta y_1(x) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_1(x) \int_{-A}^A dx' \int_c^{c+w} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_1(x) \int_{-A}^A dx' \int_{-B_1}^c dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_1(x) \int_{-A}^A dx' \int_{-d}^{B_2} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& + 2\sigma h H_z \int_{-A}^A dx \delta y_1(x) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_2(x) \int_{-A}^A dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \delta y_2(x) \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_2(x')}^d dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \delta y_2(x) \int_{-A'}^{A'} dx' \int_c^{y_1(x')} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \delta y_2(x) \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y_2(x)-x_2)^2}} \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y_2(x)-x_2)^2 + h^2}} \right) \delta y_2(x) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_2(x) \int_{-A}^A dx' \int_c^{c+w} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_2(x) \int_{-A}^A dx' \int_d^{B_2} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx \delta y_2(x) \int_{-A}^A dx' \int_{-B_1}^c dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 2\sigma h H_z \int_{-A}^A dx \delta y_2(x)
\end{aligned}$$

Получаем систему нелинейных функциональных интегральных уравнений для функций  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ , которые при относительно малых искривлениях доменных границ можно линеаризовать:

$$\begin{aligned}
& 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_c^{y_1(x')} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy' \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y_1(x)-y')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y_1(x)-y')^2 + h^2}} \right) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_{y_2(x')}^d dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4\sigma^2 \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y_1(x)-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y_1(x)-x_2)^2 + h^2}} \right) \\
& -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_c^{c+w} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& +4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_{-B_1}^c dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& +4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_d^{B_2} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_1(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& +2\sigma h H_z = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_{c+w}^{y_2(x')} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& -4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_2(x')}^d dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& -4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \int_c^{y_1(x')} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& +4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \int_{y_1(x')}^b dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& -4\sigma^2 \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y_2(x)-x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y_2(x)-x_2)^2 + h^2}} \right) \\
& +4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_c^{c+w} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_d^{B_2} dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& -4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \int_{-B_1}^c dy \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x'-x)^2 + (y_2(x)-y)^2 + h^2}} \right) \\
& -2\sigma h H_z = 0
\end{aligned}$$

При относительно малых искривлениях доменной границы раскладываем функции  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  в ряд:

$$\begin{aligned}
& 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_1(x) - b)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_1(x) - b)^2 + h^2}} \right) (y_1(x') - b) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_1(x) - c)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_1(x) - c)^2 + h^2}} \right) (y_1(x') - c) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_1(x) - d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_1(x) - d)^2 + h^2}} \right) (y_2(x') - d) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_1(x) - (c + w))^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_1(x) - (c + w))^2 + h^2}} \right) x \\
& \times (y_2(x') - (c + w)) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2 - x_1^2}}^{\sqrt{R^2 - x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y_1(x) - x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y_1(x) - x_2)^2 + h^2}} \right) \\
& + 8\sigma^2 \pi h (y_1(x) - c) \frac{\partial}{\partial W} \left[ \frac{H_z}{4\pi\sigma} - \frac{1}{\pi} \left\{ 2 \arctg \left( \frac{h}{w} \right) - \frac{w}{h} \ln \left[ 1 + \frac{h^2}{w^2} \right] \right\} \right] = 0 \\
& 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_2(x) - d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_2(x) - d)^2 + h^2}} \right) (y_2(x') - d) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_2(x) - (c + w))^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_2(x) - (c + w))^2 + h^2}} \right) x \\
& \times (y_2(x') - (c + w)) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_2(x) - b)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_2(x) - b)^2 + h^2}} \right) (y_1(x') - b) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_2(x) - c)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (y_2(x) - c)^2 + h^2}} \right) (y_1(x') - c) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2 - x_1^2}}^{\sqrt{R^2 - x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y_2(x) - x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y_2(x) - x_2)^2 + h^2}} \right) \\
& + 8\sigma^2 \pi h (y_2(x) - (c + w)) \frac{\partial}{\partial W} \left[ \frac{H_z}{4\pi\sigma} - \frac{1}{\pi} \left\{ 2 \arctg \left( \frac{h}{w} \right) - \frac{w}{h} \ln \left[ 1 + \frac{h^2}{w^2} \right] \right\} \right] = 0
\end{aligned}$$

Линеаризуем уравнения при малых  $x$ .

При  $x \rightarrow \infty$ ,  $y_1(x) \rightarrow c$ ,  $y_2(x) \rightarrow c + w$ ,

При  $x \rightarrow 0$ ,  $y_1(x) \rightarrow b$ ,  $y_2(x) \rightarrow d$

$$\begin{aligned}
& 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (b - c)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (b - c)^2 + h^2}} \right) (y_1(x') - c) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A}^A dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (b - (c + w))^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (b - (c + w))^2 + h^2}} \right) x \\
& \times (y_2(x') - (c + w)) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2 - x_1^2}}^{\sqrt{R^2 - x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (c - x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (c - x_2)^2 + h^2}} \right) \\
& + 8\sigma^2 \pi h (y_1(x) - c) \ln \left[ 1 + \frac{h^2}{w^2} \right] = 0 \\
& 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (d - c)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (d - c)^2 + h^2}} \right) (y_1(x') - c) \\
& - 4\sigma^2 \int_{-A'}^{A'} dx' \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (d - (c + w))^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x)^2 + (d - (c + w))^2 + h^2}} \right) x \\
& \times (y_2(x') - (c + w)) \\
& + 4\sigma^2 \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2 - x_1^2}}^{\sqrt{R^2 - x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (c - x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (c - x_2)^2 + h^2}} \right) \\
& + 8\sigma^2 \pi h (y_2(x) - (c + w)) \ln \left[ 1 + \frac{h^2}{w^2} \right] = 0
\end{aligned}$$

Полученные уравнения являются линейными интегральными уравнениями типа свертки и могут быть решены методом преобразования Фурье [29]. Проводя косинус-преобразование Фурье уравнений системы, получим:

$$\begin{aligned}
& \left( K_0(y(b - c)) - K_0(y\sqrt{(b - c)^2 + h^2}) + 2\ln \left[ 1 + \frac{h^2}{w^2} \right] \right) (\tilde{y}_1(x') - c) \\
& - \left( K_0(y(b - (c + w))) - K_0(y\sqrt{(b - (c + w))^2 + h^2}) \right) (\tilde{y}_2(x') - (c + w)) = \\
& = \int_0^\infty dx' \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2 - x_1^2}}^{\sqrt{R^2 - x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x' - x_1)^2 + (c - x_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x' - x_1)^2 + (c - x_2)^2 + h^2}} \right) \cos(x' y)
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& \left( K_0(y(d-c)) - K_0(y\sqrt{(d-c)^2 + h^2}) \right) (\tilde{y}_1(x') - c) \\
& - \left( K_0(y(d-(c+w))) - K_0(y\sqrt{(d-(c+w))^2 + h^2}) + 2\ln \left[ 1 + \frac{h^2}{w^2} \right] \right) (\tilde{y}_2(x') - (c+w)) = \\
& = \int_0^\infty dx' \int_{-R}^R dx_1 \int_{-\sqrt{R^2-x_1^2}}^{\sqrt{R^2-x_1^2}} dx_2 \left( \frac{1}{\sqrt{(x'-x_1)^2 + (w+c-x_2)^2}} \right. \\
& \left. - \frac{1}{\sqrt{(x'-x_1)^2 + (w+c-x_2)^2 + h^2}} \right) \cos(x'y)
\end{aligned}$$

где  $(\tilde{y}_1(x)-c)$  и  $(\tilde{y}_2(x)-(w+c))$  - фурье-образы функций  $(y_1(x)-c)$  и  $(y_2(x)-(w+c))$ ,

Разрешая эту систему алгебраических уравнений и выполняя обратное преобразование Фурье, получим следующие выражения для форм искажения доменных границ полосового домена:

$$y_1(x) = c + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \left[ \frac{(A_2(y) + f)A(y) + A_1(y)B(y)}{(D_1(y) + f)(A_2(y) + f) - A_1(y)D_2(y)} \right] \cos(xy) dy$$

(2)

$$y_2(x) = c + w + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \left[ \frac{(D_1(y) + f)B(y) + D_2(y)A(y)}{(D_1(y) + f)(A_2(y) + f) - A_1(y)D_2(y)} \right] \cos(xy) dy$$

Где:

$$A_1(y) = K_0(y(b-(c+w))) - K_0(y\sqrt{(b-(c+w))^2 + h^2})$$

$$A_2(y) = K_0(y(d-(c+w))) - K_0(y\sqrt{(d-(c+w))^2 + h^2})$$

$$D_1(y) = K_0(y(b-c)) - K_0(y\sqrt{(b-c)^2 + h^2})$$

$$D_2(y) = -K_0(y(d-c)) - K_0(y\sqrt{(d-c)^2 + h^2})$$

$$f = 2\ln \left[ 1 + \frac{h^2}{w^2} \right]$$

$b$  и  $d$  - максимальные значения функций  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ , описывающих формы искажений доменных границ полосового домена вследствие магнитостатического поля рассеяния цилиндрической магнитной

неоднородности или дефекта, которые созданы воздействием лазерного импульса.

### **2.3. Основные результаты и выводы работы**

Используя выражения (2) были построены теоретические кривые, описывающие формы искажения доменных границ полосового домена при наличии с боку цилиндрической магнитной неоднородности различных радиусов (область находится на фиксированном расстоянии  $c=7,5$  мкм от ближайшей доменной границы полосового домена), представленные на рис. 2-6, (на графиках по осям  $x$  и  $y$  отложены безразмерные величины  $x/h$  и  $y/h$ ).

Из полученных результатов и графиков, показанных на рис. 2-6 следует, что существенное влияние поле цилиндрического дефекта (виртуального цилиндрического домена) оказывает на ближайшую доменную границу. Следующая доменная граница практически не искажается при типичных параметрах магнитной пленки. Физически это означает, что магнитное поле виртуального цилиндрического домена практически полностью экранируется наведенными магнитными зарядами при искривлении ближайшей к дефекту доменной границы (см. рис. 3-6). Этот факт наблюдается и в реальных экспериментах, представленных в работах [27-28]. Таким образом, проведенные исследования свидетельствуют, что полосовой домен в магнитной пленке, незначительно искажая свою форму, способен эффективно экранировать магнитостатическое поле магнитной неоднородности цилиндрической формы.

Полученные зависимости были графически построены в программе Wolfram Mathematica:

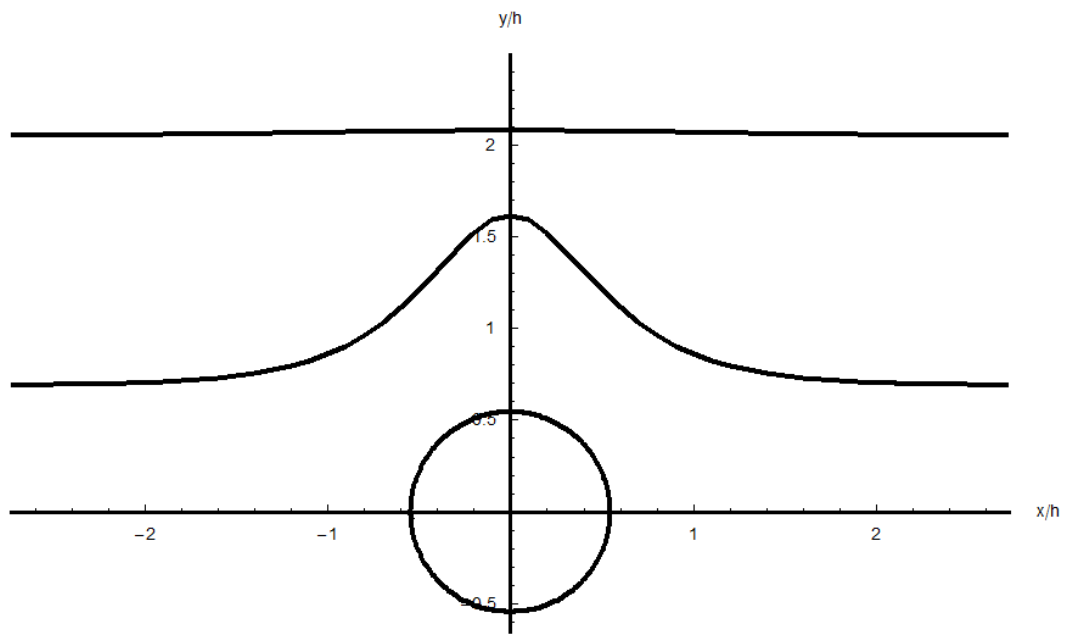


Рис. 3. Форма системы полосовых доменов при наличии цилиндрической магнитной неоднородности в магнитной пленке для физических параметров:  $c=7,5$  мкм,  $w=15$  мкм,  $h=11$  мкм,  $R=6$  мкм,  $b=10,2$  мкм,  $d=0,36$  мкм.

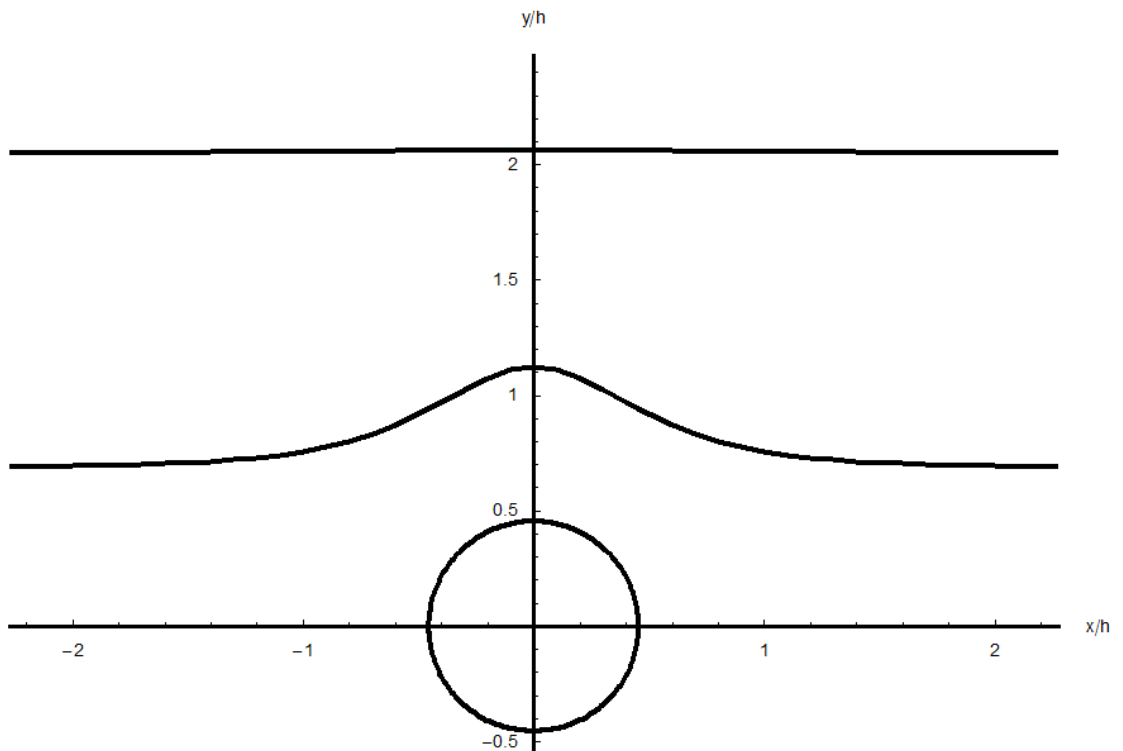


Рис. 4. Форма системы полосовых доменов при наличии цилиндрической магнитной неоднородности в магнитной пленке для физических параметров:  $c=7,5$  мкм,  $w=15$  мкм,  $h=11$  мкм,  $R=5$  мкм,  $b=4,85$  мкм,  $d=0,17$  мкм.

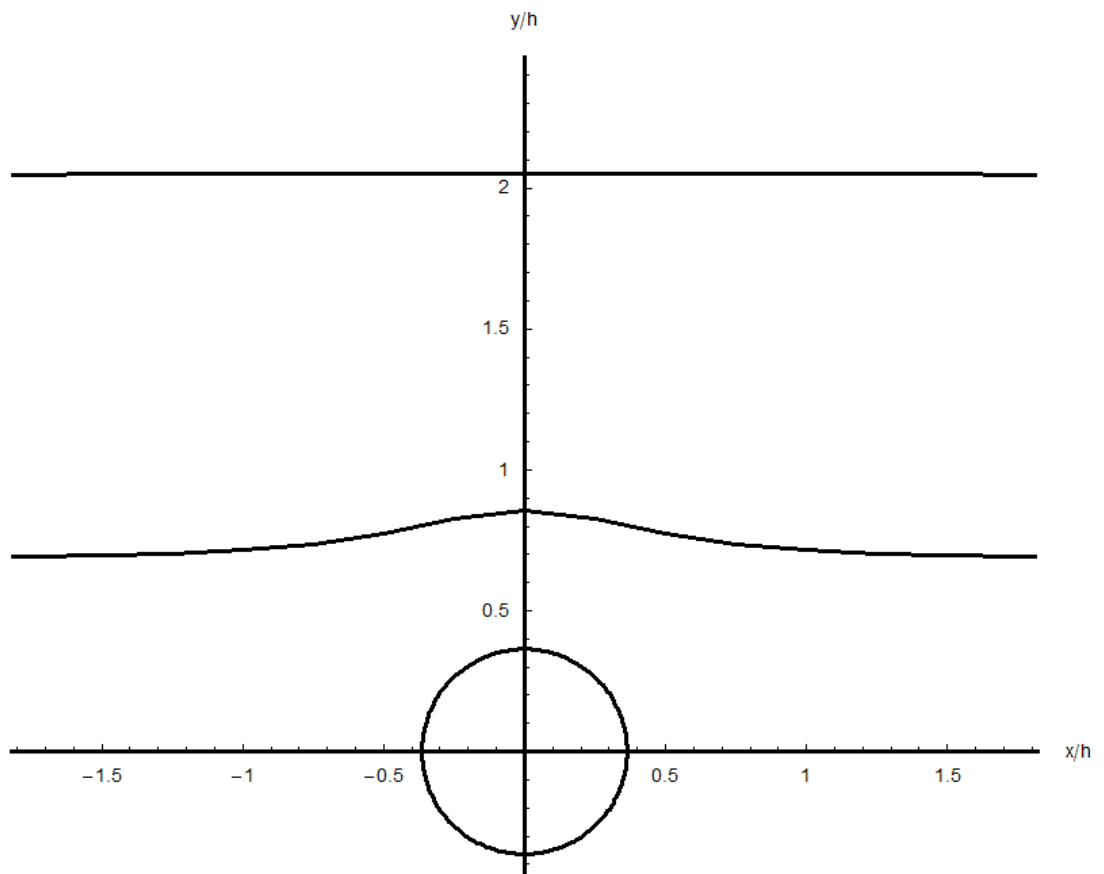


Рис. 5. Форма системы полосовых доменов при наличии цилиндрической магнитной неоднородности в магнитной пленке для физических параметров:  $c=7,5$  мкм,  $w=15$  мкм,  $h=11$  мкм,  $R=4$  мкм,  $b=1,91$  мкм,  $d=0,08$  мкм.

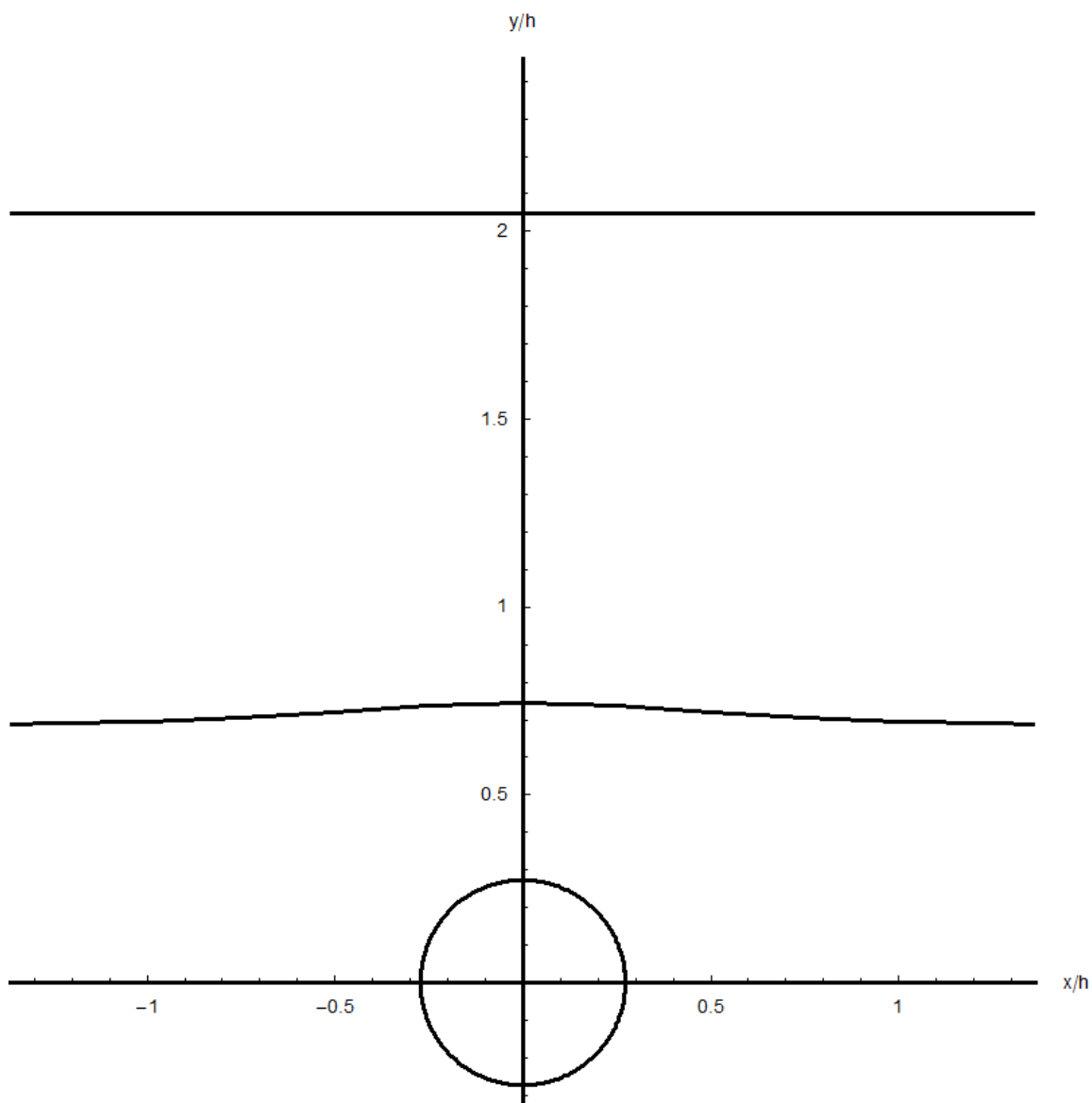


Рис. 6. Форма системы полосовых доменов при наличии цилиндрической магнитной неоднородности в магнитной пленке для физических параметров:  $c=7,5$  мкм,  $w=15$  мкм,  $h=11$  мкм,  $R=3$  мкм,  $b=0,71$  мкм,  $d=0,034$  мкм.

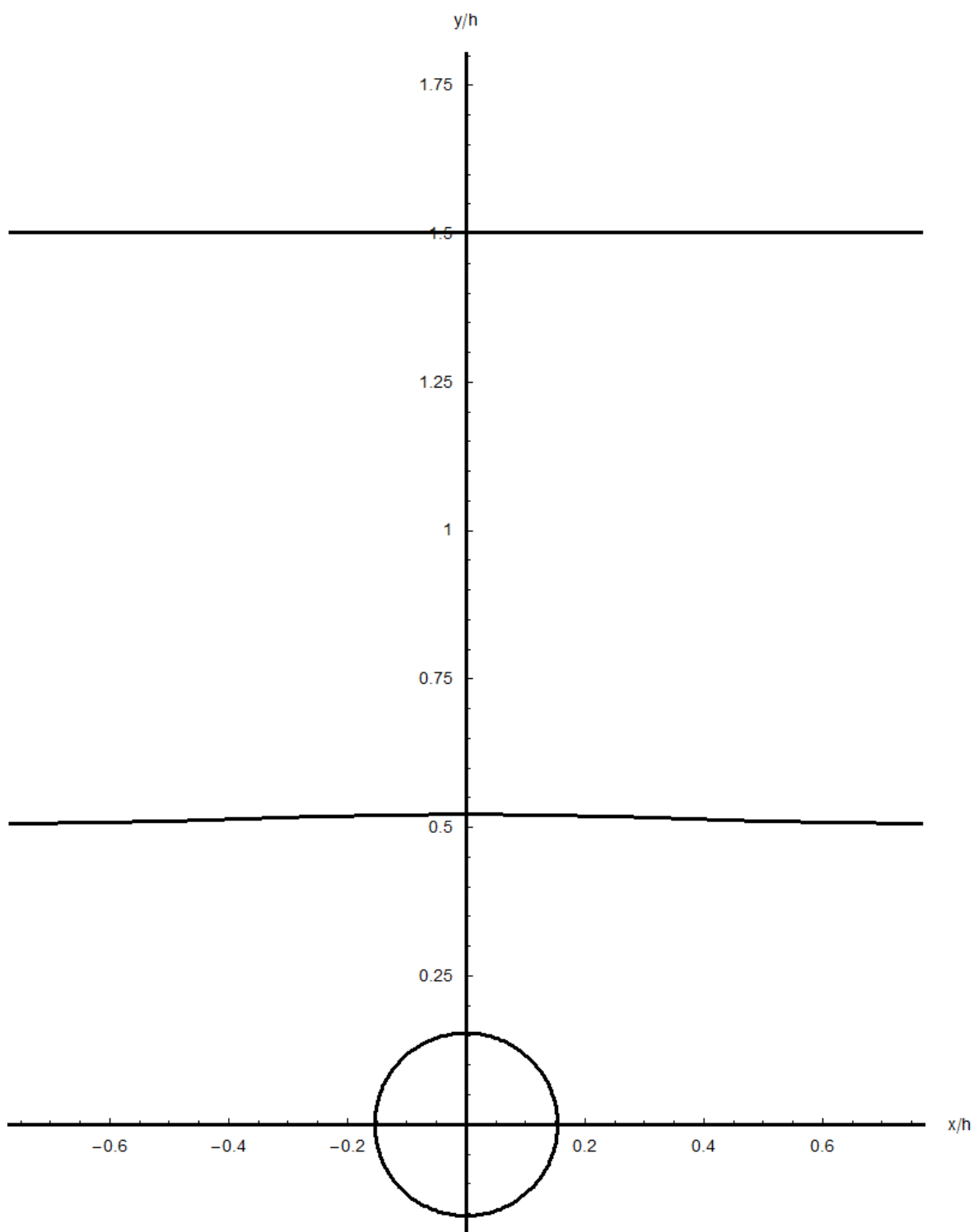


Рис. 7. Форма системы полосовых доменов при наличии цилиндрической магнитной неоднородности в магнитной пленке для физических параметров:  $c=7,5$  мкм,  $w=15$  мкм,  $h=11$  мкм,  $R=2$  мкм,  $b=0,22$  мкм,  $d=0,012$  мкм.

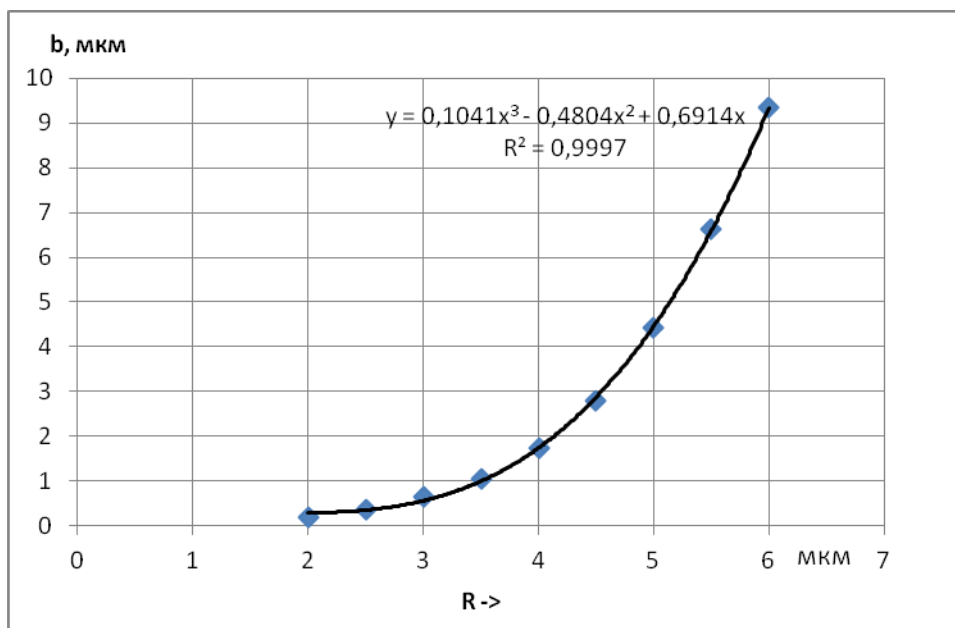


Рис. 8. Зависимость искривления ближайшей к дефекту доменной границы  $b$  (мкм) от радиуса магнитной неоднородности  $R$  (мкм).

Используя формулы (2) была получена зависимость искривления ближайшей к дефекту доменной границы  $b$  (мкм) от радиуса магнитной неоднородности  $R$  (мкм). Построенная зависимость на графике по точкам, аппроксимируется с помощью программы Excel. В результате подбора функций аппроксимации, наиболее удачной оказалась аппроксимация функцией - зависимость полиномом третьей степени  $b = 0,1041R^3 - 0,4804R^2 + 0,6914R$  с точностью  $R^2 = 0,9997$ . Встроенными функциями программы Excel, была сделана проверка адекватности функции регрессии, был определён коэффициент детерминации, который показывает, насколько точно выбранная функция регрессии соответствует данным численного моделирования.

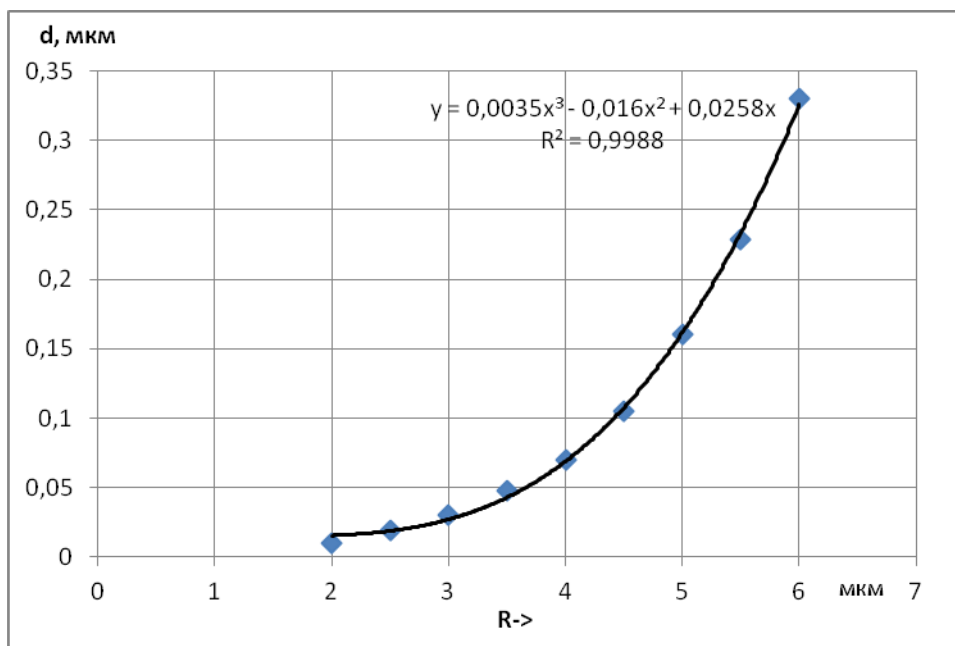


Рис. 9. Зависимость искривления дальней от дефекта доменной границы  $d$  (мкм) от радиуса магнитной неоднородности  $R$  (мкм).

Используя формулы (2) была получена зависимость искривления дальней от дефекта доменной границы  $d$  (мкм) от радиуса магнитной неоднородности  $R$  (мкм). Построенная зависимость на графике по точкам, аппроксимируется с помощью программы Excel. В результате подбора функций аппроксимации, наиболее удачной оказалась аппроксимация функцией - зависимость полиномом третьей степени  $d = 0,0035R^3 - 0,016R^2 + 0,0258R$  с точностью  $R^2 = 0,9988$ . Встроенными функциями программы Excel, была сделана проверка адекватности функции регрессии, был определён коэффициент детерминации, который показывает, насколько точно выбранная функция регрессии соответствует данным численного моделирования.



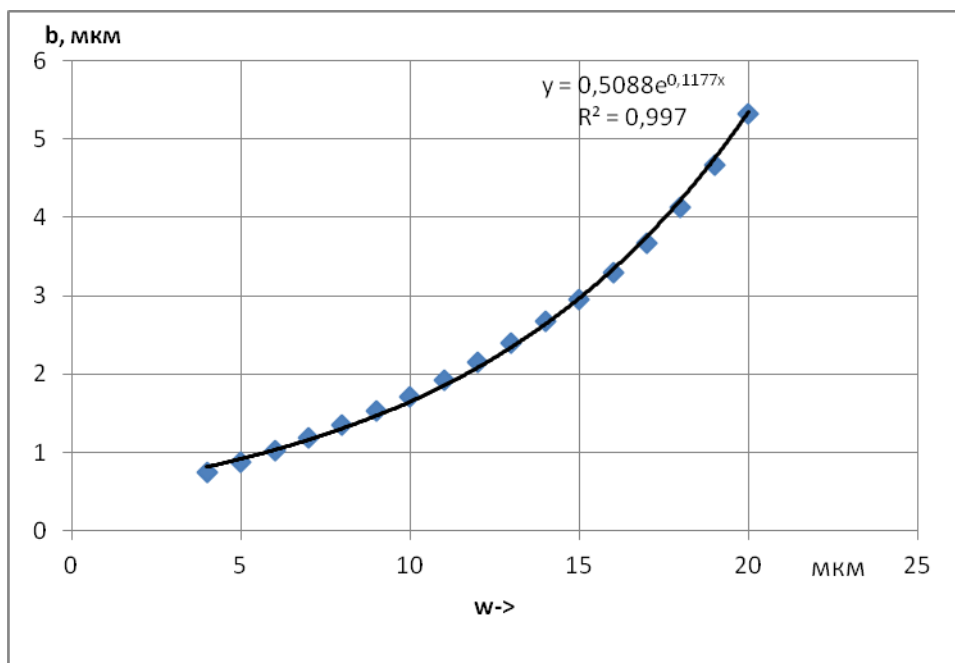


Рис. 10. Зависимость искривления ближайшей к дефекту доменной границы  $b$  (мкм) от ширины магнитного домена  $w$  (мкм).

Используя формулы (2) была получена зависимость искривления ближайшей к дефекту доменной границы  $b$  (мкм) от ширины магнитного домена  $w$  (мкм). Построенная зависимость на графике по точкам, аппроксимируется с помощью программы Excel. В результате подбора функций аппроксимации, наиболее удачной оказалась аппроксимация экспоненциальной зависимостью.  $b = 0,5088e^{0,1177R}$  с точностью  $R^2 = 0,997$ . Встроенными функциями программы Excel, была сделана проверка адекватности функции регрессии, был определён коэффициент детерминации, который показывает, насколько точно выбранная функция регрессии соответствует данным численного моделирования.

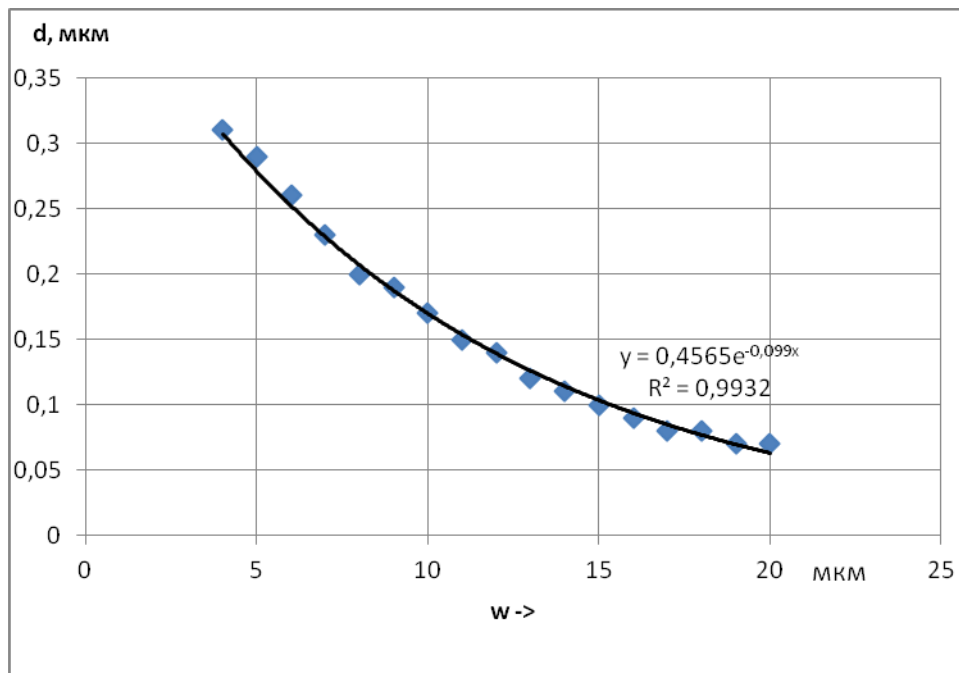


Рис. 11. Зависимость искривления дальней от дефекта доменной границы  $d$  (мкм) от ширины магнитного домена  $w$  (мкм).

Используя формулы (2) была получена зависимость искривления дальней от дефекта доменной границы  $d$  (мкм) от ширины магнитного домена  $w$  (мкм). Построенная зависимость на графике по точкам, аппроксимируется с помощью программы Excel. В результате подбора функций аппроксимации, наиболее удачной оказалась аппроксимация экспоненциальной зависимостью  $d = 0,4565e^{-0,099R}$  с точностью  $R^2 = 0,9932$ . Встроенными функциями программы Excel, была сделана проверка адекватности функции регрессии, был определён коэффициент детерминации, который показывает, насколько точно выбранная функция регрессии соответствует данным численного моделирования.

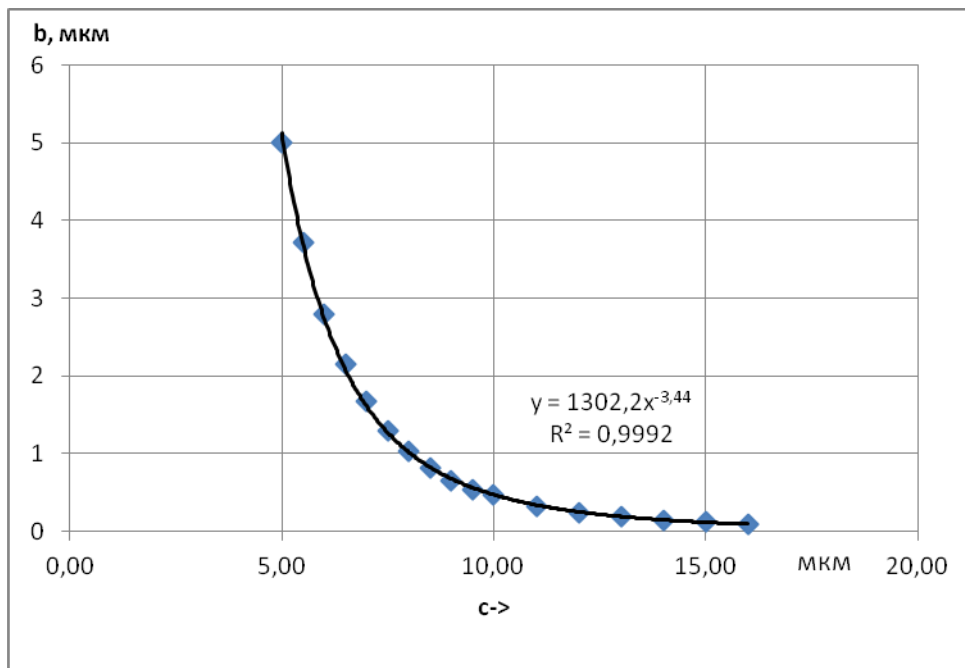


Рис. 12. Зависимость искривления ближайшей к дефекту доменной границы  $b$  (мкм) от расстояния между центром магнитной неоднородности и ближайшей доменной границей  $c$  (мкм).

Используя формулы (2) была получена зависимость искривления ближайшей к дефекту доменной границы  $b$  (мкм) от расстояния между центром магнитной неоднородности и ближайшей доменной границей  $c$  (мкм). Построенная зависимость на графике по точкам, аппроксимируется с помощью программы Excel. В результате подбора функций аппроксимации, наиболее удачной оказалась аппроксимация степенной зависимостью  $b = 1302,2R^{-3,44}$  с точностью  $R^2 = 0,9992$ . Встроенными функциями программы Excel, была сделана проверка адекватности функции регрессии, был определён коэффициент детерминации, который показывает, насколько точно выбранная функция регрессии соответствует данным численного моделирования.

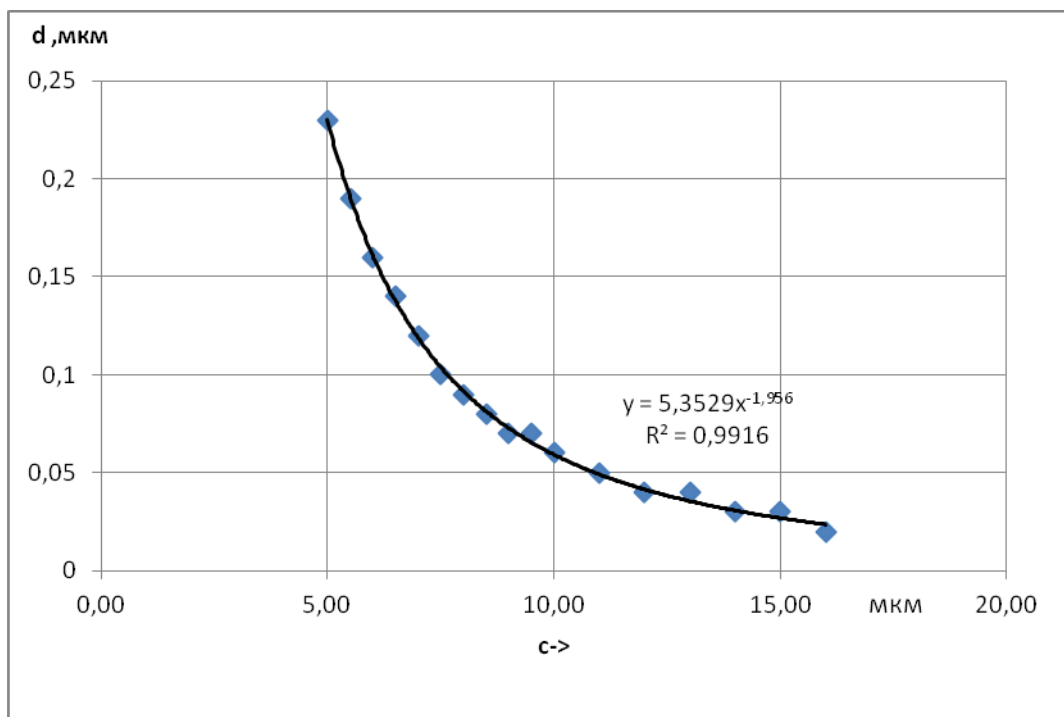


Рис. 13. Зависимость искривления дальней от дефекта доменной границы d (мкм) от расстояния между центром магнитной неоднородности и ближайшей доменной границей c (мкм).

Используя формулы (2) была получена зависимость искривления дальней от дефекта доменной границы d (мкм) от расстояния между центром магнитной неоднородности и ближайшей доменной границей c (мкм). Построенная зависимость на графике по точкам, аппроксимируется с помощью программы Excel. В результате подбора функций аппроксимации, наиболее удачной оказалась аппроксимация степенной зависимостью  $d = 5,3529R^{-1,956}$  с точностью  $R^2 = 0,9916$ . Встроенными функциями программы Excel, была сделана проверка адекватности функции регрессии, был определён коэффициент детерминации, который показывает насколько точно выбранная функция регрессии, соответствует данным численного моделирования.

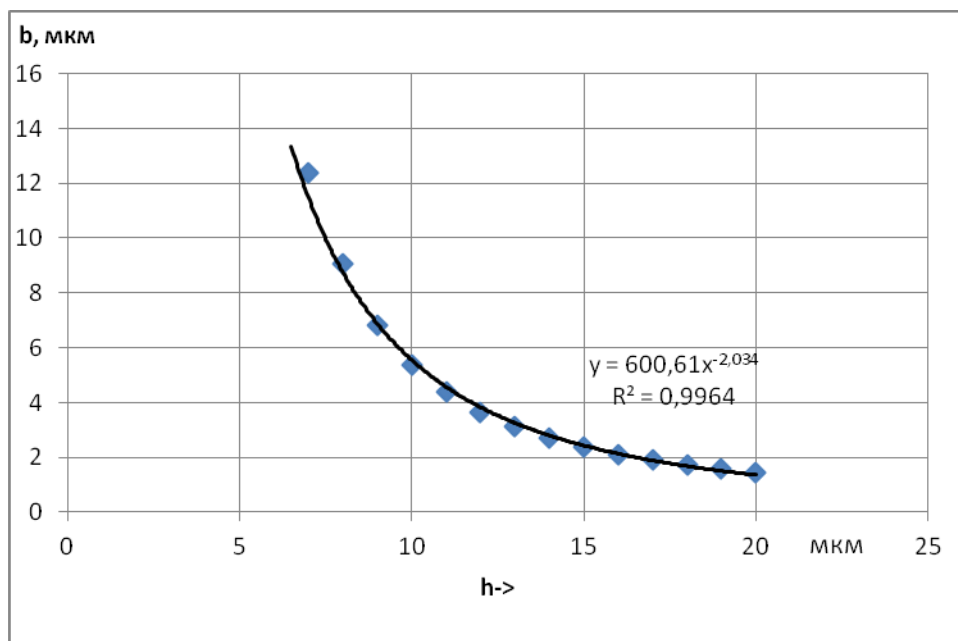


Рис. 14. Зависимость искривления ближайшей к дефекту доменной границы  $b$  (мкм) от толщины ферромагнитной пленки  $h$  (мкм).

Используя формулы (2) была получена зависимость искривления ближайшей к дефекту доменной границы  $b$  (мкм) от толщины ферромагнитной пленки  $h$  (мкм) от расстояния между центром магнитной неоднородности и ближайшей доменной границей  $s$  (мкм). Построенная зависимость на графике по точкам, аппроксимируется с помощью программы Excel. В результате подбора функций аппроксимации, наиболее удачной оказалась аппроксимация степенной зависимостью  $b = 5,3529R^{-1,956}$  с точностью  $R^2 = 0,9916$ . Встроенными функциями программы Excel, была сделана проверка адекватности функции регрессии, был определён коэффициент детерминации, который показывает насколько точно выбранная функция регрессии, соответствует данным численного моделирования.

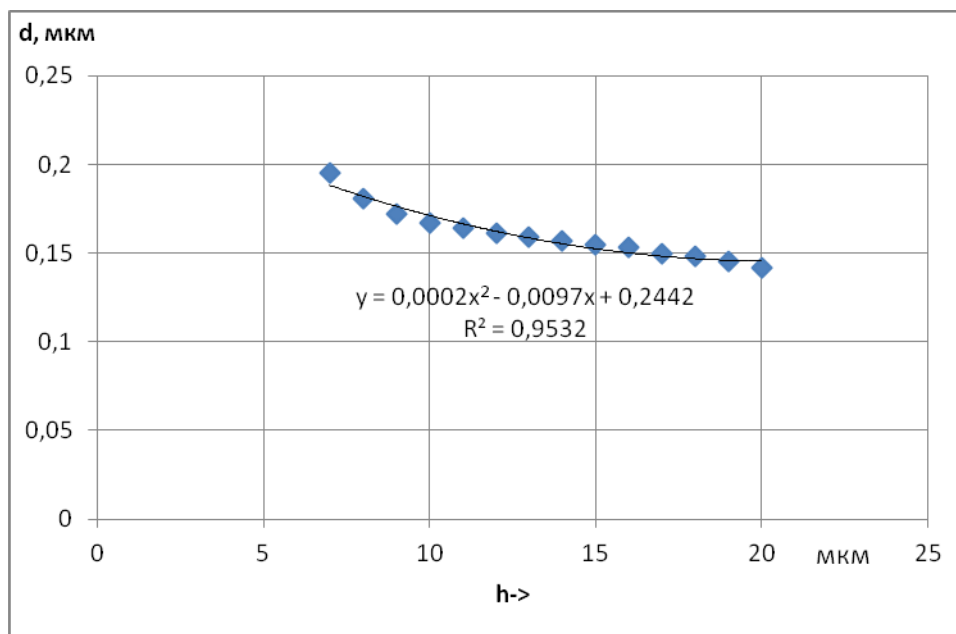


Рис. 15. Зависимость искривления дальней от дефекта доменной границы  $d$  (мкм) от толщины ферромагнитной пленки  $h$  (мкм).

Используя формулы (2) была получена зависимость искривления дальней от дефекта доменной границы  $d$  (мкм) от толщины ферромагнитной пленки  $h$  (мкм) от расстояния между центром магнитной неоднородности и ближайшей доменной границей  $s$  (мкм). Построенная зависимость на графике по точкам, аппроксимируется с помощью программы Excel. В результате подбора функций аппроксимации, наиболее удачной оказалась аппроксимация функцией - зависимость полиномом второй степени  $d = 0,0002x^2 - 0,0097x + 0,2442$  с точностью  $R^2 = 0,9532$ . Встроенными функциями программы Excel, была сделана проверка адекватности функции регрессии, был определён коэффициент детерминации, который показывает насколько точно выбранная функция регрессии, соответствует данным численного моделирования. Как видим, в этом случае наша аппроксимация не слишком удачна.

Результаты данной главы были опубликованы в сборнике трудов конференции. [30]

### Основные результаты:

1. Получены аналитические выражения для форм искажения доменных границ полосового домена в результате влияния магнитной неоднородности, моделирующей воздействие лазерного импульса.

2. Проведённые исследования показали, что полосовой домен в магнитной плёнке, незначительно искажая свою форму, способен эффективно экранировать магнитоэстатическое поле неоднородности цилиндрической формы.

3. Были построены зависимости искривлений доменных границ полосового домена в зависимости от параметров домена и плёнки.

## Список цитируемой литературы

1. Weiss P. L'hypothese du champ moleculaire et la propriete ferromagnetique// J. de Phys., 1907, 4 serie, t. V1. p. 661-690.

2. Frenkel J., Dorfman J. Spontaneous and Induced Magnetization in Ferromagnetic Bodies// Nature, 1930, v. 126, p. 274-275.

3. Akulov N., Degtiar M. Uber die komplizierte magnetische Struktur der ferromagnetischen Einkristalle// Ann. d. Phys., 1932, Folge 5, Band 15, S. 750-756.

4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука. 1992, С. 664

5. Kittel Ch. Theory of the Structure of Ferromagnetic Domains in Films and Small Particles// Phys. Rev., 1946, V. 70, p. 965-971.

6. Kittel Ch. Physical theory of ferromagnetic domains// Rev. Mod. Phys., 1949, V. 21, p. 541-583.

7. Г.С.Кринчик Физика Магнитных Явлений Издательство Московского Университета 1976, С. 368

8. N.A. Buznikov, K.N. Rozanov The effect of stripe domain structure on dynamic permeability of thin ferromagnetic films with out-of-plane uniaxial anisotropy Journal of Magnetism and Magnetic Materials Volume 285, Issue 3, January 2005, p. 314–326

9. A. Asenjo, D. Garcí'a, J. M. Garcí'a, C. Prados, and M. Va'zquez Magnetic force microscopy study of dense stripe domains in Fe-B/Co-Si-B



multilayers and the evolution under an external applied field PHYSICAL  
REVIEW B · AUGUST 2000 VOLUME 62, NUMBER 10 p. 6538-6544

10. Nakai, T; Ishiyama, K; Yamasaki, J Analysis of steplike change of impedance for thin-film giant magnetoimpedance element with inclined stripe magnetic domain based on magnetic energy JOURNAL OF APPLIED PHYSICS 101, 2007, p. 09N106-1 - 09N106-3

11. H. Finkelmann, I. Kundler, E. Terentjev, M. Warner. Critical Stripe-Domain Instability of Nematic Elastomers. Journal de Physique II, EDP Sciences, 1997, 7 (8), pp.1059-1069.

12. Акимов М.Л., Поляков П.А., Усманов Н.Н. Смешанная доменная структура в пленках феррит - гранатов ЖЭТФ. – 2002. - т. 121. - вып. 2. - С. 347-353.

13. J. Castro, G.A. Gehring, S.J. Robinson On the stripe domain structure of ferromagnetic ultrathin films Journal of Magnetism and Magnetic Materials 214 (2000) p. 85-92.

14. В. В. Мяхар, Д.В. Спирин Модель распределения намагниченности с частично замкнутым магнитным потоком в тонких ферромагнитных пленках с полосовой доменной структурой. Вестник Хакасского Государственного Университета № 1 , 2012 ,С. 9-13.

15. K. Janicka, J. D. Burton, and E. Y. Tsybmal Effects of magnetostatic coupling on stripe domain structures in magnetic multilayers with perpendicular anisotropy JOURNAL OF APPLIED PHYSICS 101, 2007 p. 113921-1 - 113921-9.

16. А.Л. Хвалин Распределение намагниченности в тонкой структуре полосовых доменов в пленках железа-иттриевого граната. Вопросы электромеханики. т.129 (2012) С. 55-58.

17. G. Chen, J. Zhu, A. Quesada, J. Li, A. T. N'Diaye, Y. Huo, T. P. Ma, Y. Chen, H.Y. Kwon, C. Won, Z. Q. Qiu, A. K. Schmid, and Y. Z. Wu Quesada Novel Chiral Magnetic Domain Wall Structure in Fe/Ni/Cu(001) Films PHYSICAL REVIEW LETTERS · APRIL 2013 PRL 110, p. 177204-1 - 177204-5.

18. Х.Я. Мулюков, Г.Ф. Корзникова Исследование доменной структуры чистых ферромагнетиков методом Лоренцевой электронной микроскопии. Письма о материалах т.2 (2012) С. 181-185.

19. Ю.В. Толстобров Н.А. Манаков А.А. Черемисин Влияние метода минимизации функционала свободной энергии на результаты микромагнитного моделирования. Физика металлов и металловедение 2004 том 98 С. 16-22.

20. Ю.В. Толстобров Микромагнитное моделирование распределения намагниченности в тонкой пластинке. Физика металлов и металловедение 2008 том 106 С. 3-6.

21. Н.А. Манаков, Ю.В. Толстобров, Ф.А. Герасимов. Влияние толщины на доменную структуру тонких магнитных пленок. ВЕСТНИК ОГУ №1(120) январь 2011 С. 163-165.

22. Р.М. Вахитов, Е.Б. Магадеев, А.Р. Юмагузин, Р.В. Солонецкий Устойчивые состояния магнитных неоднородностей, локализованных в области дефектов. Физика твердого тела 2015 том 57 вып 8 С. 50-55.

23. Ю.А. Мамалуй Ю.А Сирюк А.В.Безус Структура доменных границ при спин-переориентационном фазовом переходе в феррит-гранатовой

пленке со слабой осевой анизотропией. Физика низких температур 2011 т. 37 №2 С. 150-156.

24. Логгинов А.С., Николаев А.В., Николаева Е.П., Онищук В.Н. Новые механизмы оптической записи-считывания информации в магнитных средах. ЖЭТФ. – 2000. - т. 117. - вып. 3. - С. 571-581.

25. Логгинов А.С., Николаев А.В., Поляков П.А., Онищук В.Н. Зарождение мезоскопических магнитных структур локальным лазерным воздействием. Письма в ЖЭТФ, том 66, вып. 6, С. 398-402.

26. Логгинов. А. С, Николаев А.В., Николаева Е.П., Онищук В.Н., Модификация структуры доменных границ и зарождение субмикронных магнитных образований методами локального оптического воздействия. ЖЭТФ 2000 том 117 вып 3 С. 571-581.

27. Акимов М.Л., Болтасова Ю.В., Поляков П.А. Влияние точечного несимметричного лазерного воздействия на магнитную пленочную среду Радиотехника и электроника. – 2001. - т. 46. - № 4. - С. 504-512.

28. Акимов М.Л., Поляков П.А. Квазилокальный характер влияния поля магнитной неоднородности на полосовую доменную структуру Вестник Московского университета, серия 3, физика астрономия. – 2004. - № 2. – С. 47-50.

29. Бейтмен Г. Таблицы интегральных преобразований / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. - М.: Наука, 1969. – С. 344.

30. М. Л. Акимов, А. А. Быстров, П. А. Поляков, I. Giudjenov, M. A. Tassev, Влияние локального лазерного импульса на полосовой домен в магнитной пленке, Сборник трудов XXIII всероссийской конференции "Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)" 2015 С. 372-381.