

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА общей физики

ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

**«ОЦЕНКА ЭНЕРГИИ ШИРОКИХ АТМОСФЕРНЫХ ЛИВНЕЙ ПО СИГНАЛАМ
В СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫХ ДЕТЕКТОРАХ»**

Выполнил студент
605 группы:
Анютин Николай Викторович

подпись студента

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор Деденко Л.Г.

подпись научного руководителя

Допущен к защите 24 декабря 2015 г.

Зав. кафедрой _____

подпись зав. кафедрой

Москва

2015 г.

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Космические лучи	4
1.1. Структура широких атмосферных ливней	4
1.2. Энергетический спектр первичного космического излучения	7
1.3. Оценки энергии широких атмосферных ливней	8
Глава 2. Сигналы в детекторах Якутской комплексной установки широких атмосферных ливней	11
2.1. Таблицы сигналов в наземных детекторах при эксплуатации в летних условиях	12
2.2. Таблицы сигналов в наземных детекторах при эксплуатации в зимних условиях	13
2.3. Таблицы сигналов в подземных детекторах	18
2.4. Калибровка сигналов в наземных и подземных детекторах	19
Глава 3. Оценки энергии широких атмосферных ливней	22
3.1. Оценки энергии вертикальных ливней по средним сигналам в наземных детекторах	22
3.2. Оценки энергии наклонных ливней по средним сигналам в наземных детекторах	25
3.3. Зависимость сигналов от азимута расположения детектора	29
3.4. Учет влияния флуктуаций в развитии широких атмосферных ливней на оценки энергии индивидуальных ливней	34
Глава 4. Выводы	40
Благодарности	41
Литература	41

Введение

В 1966 г. К. Грейзен [1] и независимо Г.Т. Зацепин и В.А. Кузьмин [2] предсказали возможное «обрезание» (эффект ГЗК) спектра первичного космического излучения (ПКИ) при энергиях свыше $\sim 3 \times 10^{19}$ эВ. Интенсивность космических лучей (КЛ) в данной области спектра чрезвычайно мала. На площадь в 1 км^2 частица ПКИ с энергией $\sim 10^{20}$ эВ падает раз в сто лет. Для изучения энергетического спектра и состава частиц ПКИ по широким атмосферным ливням (ШАЛ) построены установки с огромной площадью: 3000 км^2 в Аргентине (установка Pierre Auger Observatory (PAO)) и 700 км^2 в США (установка Telescope Array (TA)). Более 40 лет продолжает свою работу Якутская комплексная установка ШАЛ (ЯКУШАЛ). В настоящее время ее площадь составляет около 8 км^2 . Последние полученные данные о спектре частиц ПКИ [3–5] могут быть интерпретированы как ГЗК обрезание. Однако возможны и другие варианты интерпретации данных экспериментов [6].

В данной дипломной работе рассмотрены методы получения оценок энергии ШАЛ по сигналам в наземных детекторах ЯКУШАЛ от частиц ливня. В главе 2 с помощью пакета GEANT4 [7] приведены результаты расчетов детальных таблиц сигналов в сцинтилляционных детекторах ЯКУШАЛ от γ -квантов, позитронов, электронов и мюонов. Таблицы получены для наземных детекторов, эксплуатируемых в летних (п.2.1) и зимних (п.2.2) условиях, а также для подземных детекторов, расположенных на глубине 2 м (п.2.3). Для наземных и подземных детекторов приведены результаты моделирования их калибровки по сигналам от одиночных атмосферных вертикальных мюонов (п.2.4). В главе 3 приведены оценки энергии вертикальных (п.3.1) и наклонных (п.3.2) ШАЛ, полученные по сигналам в наземных детекторах с использованием рассчитанных ранее таблиц и пакета CORSIKA [8]. В (п.3.3) изучена зависимость сигналов от азимута расположения детектора. В (п.3.4) приведены результаты влияния флуктуаций сигналов в наземных детекторах на оценки энергии индивидуальных ШАЛ. В Главе 4 приведены основные выводы по результатам данной дипломной работы.

Целью работы является построение возможно более точного энергетического спектра частиц ПКИ, полученного на ЯКУШАЛ в области энергий $10^{17} \div 10^{20}$ эВ.

Для достижения этой цели решается задача разработки и реализации методов оценивания энергий ШАЛ по средним и индивидуальным сигналам в наземных детекторах ЯКУШАЛ.

Глава 1

Космические лучи

В 1900 г. Ч. Вильсон открыл явление возникновения спонтанного тока в газе под действием электрического поля. Это явление пытались объяснить ионизацией, возникающей от радиоактивности пород на поверхности Земли. В 1911-1912 гг. проводились опыты по измерению зависимости скорости разряда электроскопа от высоты наблюдения. В. Гесс с сотрудниками обнаружили, что ионизационный ток до высоты 2 км немного падает, а затем начинает резко возрастать. Стала очевидна космическая природа излучения, так в 1912 г. были открыты КЛ. В 1927 г. Д.В. Скобельцын в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле с напряженностью 1200 э, наблюдал частицы, траектории которых имели малую кривизну. Их импульс во много раз превышал импульсы частиц любых радиоактивных веществ, что свидетельствовало о внеземной природе этих частиц. В 1937 г. П. Ожэ и сотрудники по одновременному срабатыванию разнесенных счетчиков Гейгера открыли ШАЛ [9]. До появления ускорителей частиц КЛ были единственным источником частиц высоких энергий, а для частиц с энергией больше 10^{17} эВ им нет альтернативы и сейчас.

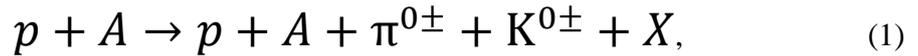
Космическими лучами называют поток частиц, приходящих на Землю из космического пространства. Частицами КЛ преимущественно являются протоны и различные атомные ядра. Существенно меньшим является поток позитронов, электронов и γ -квантов. По доле энергии на нуклон протонов около 90%, ядер гелия ~10%, а всех остальных ядер ~1%. КЛ по происхождению разделяют на солнечные, галактические и внегалактические. Из-за малой интенсивности потока частицы КЛ с энергией больше 10^{15} эВ не могут регистрироваться напрямую и изучаются косвенно по генерированным ими в атмосфере Земли каскадам различных частиц – ШАЛ. Принято считать, что ШАЛ генерируются частицами в области сверхвысоких энергий [9].

1.1. Структура широких атмосферных ливней

Толща межзвездного вещества, пройденного частицами ПККИ до попадания в земную атмосферу, оценивается в $5 \text{ г}\cdot\text{см}^{-2}$. Из-за ядерных реакций в этом межзвездном веществе генерируются потоки вторичных ядер, позитронов, электронов и γ -квантов [10]. Толща вещества, на которой адрон может испытать в среднем одно ядерное взаимодействие, определяется пробегом в $\sim 100 \text{ г}\cdot\text{см}^{-2}$. Толща атмосферы до уровня

моря $1030 \text{ г}\cdot\text{см}^{-2}$, поэтому в ней протекают многочисленные ядерные реакции. Первые взаимодействия первичной частицы с ядрами атомов в атмосфере происходят на высоте $10\div 15$ км. Для частиц ПКИ, приходящих к Земле с зенитными углами $\theta < 60^\circ$, атмосферу можно считать плоской [9].

Характерной особенностью взаимодействия первичной частицы p с ядрами атомов с атомным номером A в атмосфере является эффект лидирования – в каждом столкновении теряется примерно половина энергии, расходуемая в основном на рождение π^+ , π^- , π^0 -мезонов и K^+ , K^- , K^0 -мезонов [9]:

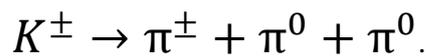
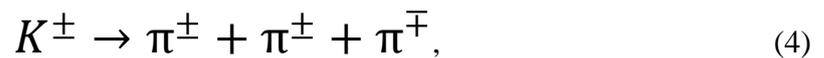
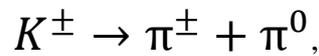


где X – остальные частицы.

π -мезонов рождается примерно $\sim 80\%$ и K -мезонов $\sim 20\%$. Поскольку энергия первичной частицы очень велика, реакция (1) может повторяться в атмосфере многократно (больше 10 раз). π -мезоны и K -мезоны взаимодействуют с ядрами элементов воздуха аналогичным образом [9]:



Помимо этого, K -мезоны распадаются на π -мезоны [9]:

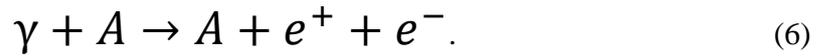


Ядерные реакции (1)–(3) происходят через сильное взаимодействие и вместе с (4) создают ядерную компоненту ШАЛ. При моделировании развития ШАЛ в атмосфере с помощью пакета CORSIKA используются различные модели сильного взаимодействия для энергий до 100 ГэВ (GHEISHA [11], FLUKA [12]) и больше 100 ГэВ (QGSJET01 [13], QGSJETII-04 [14], EPOS LHC [15], SIBYLL [16] и др.). Проверка моделей до энергии 10^{17} эВ возможна в экспериментах на ускорителях частиц. Единственным источником данных о взаимодействиях частиц с энергией больше 10^{17} эВ являются КЛ.

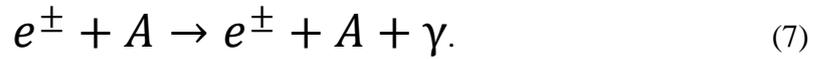
Время жизни π^0 -мезонов порядка $\tau_0 \approx 10^{-16}$ с. Величина $c \tau_0 = 2,51 \times 10^{-8}$ м. Лоренц-фактор может увеличить это расстояние. В обычных условиях принято, что π^0 -мезоны практически мгновенно распадаются на два γ -кванта [9]:



В области сверхвысоких энергий γ -кванты в электромагнитном поле ядер атомов рождают электрон-позитронные пары [9]:

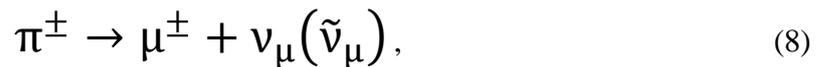


Электроны и позитроны в области сверхвысоких энергий излучают γ -кванты тормозного излучения [9]:

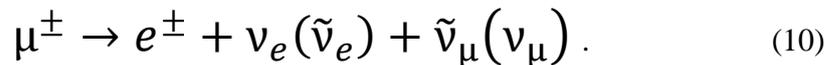


Реакции (5)–(7) происходят через электромагнитное взаимодействие и создают электромагнитную компоненту ШАЛ. Для ее моделирования в пакетах GEANT4 и CORSIKA применяется модель EGS [17]. Почти вся электромагнитная компонента рождается из распадов π^0 -мезонов (5), число которых зависит от развития ядерной компоненты.

Время жизни заряженных π -мезонов и K -мезонов порядка $10^{-8} \div 10^{-10}$ с. Кроме ядерных реакций они могут распадаться на мюоны и нейтрино [9]:



Время жизни мюонов порядка 10^{-6} с. Они распадаются на электроны, позитроны и нейтрино [9]:



Реакции (8)–(10) происходят через слабое взаимодействие и создают мюонную и нейтринную компоненту ШАЛ. Практически все мюоны рождаются в распадах π -мезонов и K -мезонов (8) и (9), число которых зависит от развития ядерной компоненты.

Число вторичных частиц в ШАЛ сверхвысоких энергий в зависимости от энергии достигает $10^7 \div 10^{11}$, при этом почти все они находятся в пределах $2 \div 3$ км от оси ливня. Можно считать, что ШАЛ имеет примерно осевую симметрию, а частицы распределены в поперечном направлении с плотностью, описываемой убывающей с расстоянием от оси функцией пространственного распределения. Ядерная компонента ШАЛ сосредоточена в пределах нескольких метров от оси. Поэтому она не регистрируется на установках с широко разнесенными детекторами, к которым относятся РАО, ТА и ЯКУШАЛ. Энергия электромагнитной компоненты постоянно подпитывается распадами вновь генерированных π^0 -мезонов, поэтому сопоставима с энергией всего ливня. На нее приходится $\sim 80 \div 90\%$ энергии ШАЛ. Электроны,

позитроны и γ -кванты быстро поглощаются веществом, поэтому для наклонных ливней с зенитными углами $\theta > 60^\circ$ они практически не достигают поверхности. Максимум рождения мюонов в вертикальных ШАЛ находится на высоте около 5 км. Их число составляет несколько процентов от числа всех частиц ливня. Мюонная компонента поглощается слабо и преобладает на больших расстояниях от оси ливня и в наклонных ШАЛ с зенитными углами $\theta > 60^\circ$. Энергия мюонной компоненты составляет несколько процентов от полной энергии ШАЛ [9].

1.2. Энергетический спектр первичного космического излучения

Частицы КЛ с энергиями меньше 10^{13} эВ изучаются непосредственно с помощью ионизационных калориметров и другой аппаратуры, установленной на атмосферных аэростатах и космических аппаратах. КЛ с энергией больше 10^{14} эВ изучаются с помощью регистрации ШАЛ. Многочисленные эксперименты позволили установить спектр первичного космического излучения сверхвысоких энергий [3–5]. Он характеризуется резким уменьшением интенсивности с ростом энергии. Зависимость интенсивности J частиц ПКИ от энергии частиц E описывается приближенно степенным законом [9]:

$$J(E)dE = C \cdot E^{-\gamma}dE, \quad (11)$$

где C – константа,

γ – показатель энергетического спектра частиц ПКИ.

До энергии 10^{15} эВ показатель $\gamma \approx 2,7$. При $(1 \div 3) \times 10^{15}$ эВ происходит излом спектра, называемый коленом. Он был впервые обнаружен под руководством С.Н. Вернова и Г.Б. Христиансена в 1958 г. на установке ШАЛ МГУ. В интервале энергий $10^{15} \div 10^{18}$ эВ показатель $\gamma \approx 3,1$. Далее происходит излом, называемый лодыжкой, и при энергиях больше 10^{18} эВ показатель $\gamma \approx 2,7$. В целом, энергия изменяется на ~ 11 порядков, а интенсивность – на ~ 30 порядков. Уменьшение наклона спектра, возможно, свидетельствует о наличии новых источников КЛ [9]. При энергии 3×10^{19} эВ наблюдается резкий спад потока КЛ, который может интерпретироваться как эффект ГЗК. Особенность КЛ с энергией $\sim 10^{20}$ эВ в том, что они практически не отклоняются в магнитных полях галактик. Направление их прихода должно указывать прямо на источники, но крайне малая интенсивность не позволяет получить достаточную статистику в современных экспериментах [18]. Следует отметить некоторое

систематическое расхождение между данными, полученными на различных установках, которое вызвано разными методами регистрации ШАЛ и оценок их энергии [19]. На рисунке 1 приведен энергетический спектр частиц ПКИ в области энергий $E > 10^{17.5}$ эВ, полученный в экспериментах РАО, ТА, ЯКУШАЛ.

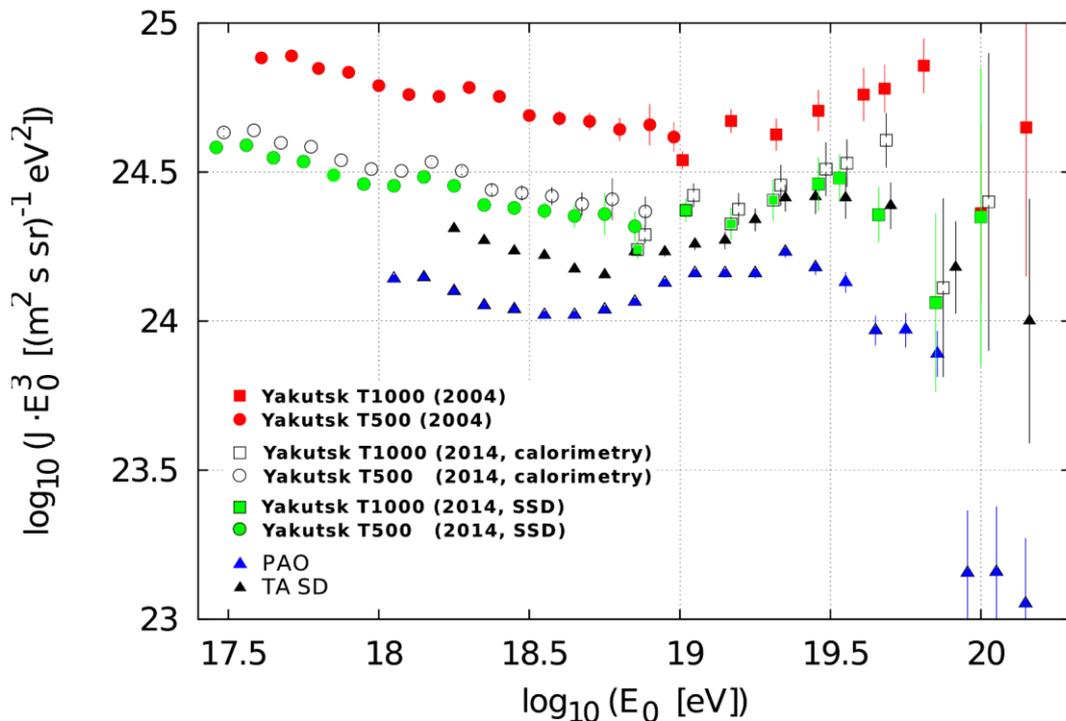


Рисунок 1. Энергетический спектр частиц ПКИ [20]. T500 и T1000 – массивы данных ЯКУШАЛ по сработавшим детекторам на расстояниях 500 м и 1000 м соответственно.

1.3. Оценки энергии широких атмосферных ливней

Регистрация ШАЛ может производиться разными методами на уровне наблюдения. Измеряются сигналы от частиц ливня в поверхностных детекторах разного типа, плотности потоков излучения Вавилова-Черенкова (ИВЧ) и флуоресцентного света и напряженность электромагнитного поля радиоизлучения. Заряженные частицы могут регистрироваться с помощью счетчиков Гейгера. На современных установках используются сцинтилляционные детекторы, в которых ионизационные потери энергии частиц преобразуются в свечение, регистрируемое фотоэлектронными умножителями. Частицы ливня движутся почти со скоростью света, быстрее скорости электромагнитных волн в воздухе и любом другом встречаемом веществе, поэтому возникает ИВЧ. Его измеряют в наземных детекторах ИВЧ. По полному числу черенковских фотонов можно оценить энергию ШАЛ. Частицы ливня, сталкиваясь с молекулами воздуха, возбуждают их. Этот процесс приводит к флуоресцентному свечению при прохождении частицами ливня атмосферы. В отличие

от черенковского света, сосредоточенного в узком конусе вокруг оси с углом $\sim 30^\circ$, флуоресцентный свет излучается изотропно. Полный поток флуоресцентного света позволяет наиболее точно оценивать энергию ШАЛ. Регистрация черенковского и флуоресцентного света возможна только в безоблачные и безлунные ночи. Радиоизлучение возникает по двум причинам. В потоке частиц ШАЛ преобладает отрицательный заряд из-за эффекта Комптона и аннигиляции позитронов, который вызывает поляризацию среды и ИВЧ. Позитроны и электроны отклоняются в противоположных направлениях в магнитном поле Земли, образуют диполь, движение которого вызывает радиоизлучение Кана-Лерша [21]. Регистрация радиоизлучения ШАЛ осложняется его малой интенсивностью и радиопомехами [9].

ЯКУШАЛ работает с 1971 г. В ее состав входят наземные детекторы ИВЧ, сцинтилляционные наземные и подземные детекторы. Площадь изменялась со временем, сейчас она составляет около 8 км^2 [22]. Энергия ШАЛ оценивается по сигналам в наземных сцинтилляционных детекторах [23], нормированным по черенковскому свету. Энергия E_v вертикальных ШАЛ оценивается по сигналу $s(600, 0^\circ)$ в сцинтилляционных детекторах, расположенных на расстоянии 600 м от оси вертикального ливня [24]:

$$E_v = (4.8 \pm 1.6) \times 10^{17} \cdot (s(600, 0^\circ))^{1.0 \pm 0.02}. \quad (12)$$

Энергия E_n наклонных ШАЛ с зенитным углом θ оценивается следующим образом. Сначала по методу сечения спектров плотностей сигналов линиями равной интенсивности определяется пробег поглощения λ_0 [25], [26]. Затем величина сигнала $s(600, \theta)$ в наклонном ливне пересчитывается к значению сигнала для вертикального ливня [24]:

$$s(600, 0^\circ) = s(600, \theta) \times \exp((\sec\theta - 1)X_0/\lambda_0), \quad (13)$$

где X_0 – толщина атмосферы,

$$\lambda_0 = (450 \pm 44) + (32 \pm 15) \cdot \log_{10}(s(600, 0^\circ)) \text{ Г} \cdot \text{см}^{-2}.$$

По пересчитанному сигналу энергия наклонного ливня оценивается по формуле (12). Этот метод приводит к систематическому завышению интенсивности спектра частиц ПКИ, полученного на ЯКУШАЛ, по отношению к данным ТА и РАО [3], [4]. Другая неточность метода оценки энергии ливней на ЯКУШАЛ заключается в том, что под сигналом $s(600, \theta)$ понималась плотность заряженных частиц на расстоянии 600 м от оси ШАЛ [24]. В диссертации Е.Ю. Федунина (2004 г.) [27] впервые были приведены результаты расчетов таблиц сигналов от основных типов частиц ШАЛ, полученные с

помощью программного пакета GEANT4, для оценки энергии ливней, зарегистрированных на ЯКУШАЛ. Рассчитанные с использованием этих таблиц оценки энергии ШАЛ оказались меньше якутских в 1,6 раза [28]. Это впервые позволило согласовать энергетический спектр частиц ПКИ с мировыми данными. В 2014 г. три сотрудника ЯКУШАЛ также рассчитали сигналы в наземных сцинтилляционных детекторах с помощью пакета CORSIKA и предложили новые оценки энергии по этим сигналам [20], которые оказались в ~1,4 раза меньше прежних. К сожалению, эти сигналы не были опубликованы, и не было проведено сравнения с сигналами Е.Ю. Федунина [27–34].

Установка ТА расположена в штате Юта, США. Работа установки ТА началась в 2008 г. Она состоит из 507 наземных сцинтилляционных детекторов и 38 флуоресцентных телескопов [35]. Энергия ШАЛ оценивается по сигналам в наземных детекторах и интенсивности флуоресцентного света, измеренного телескопами. Сигналы в наземных детекторах моделируются с помощью пакета GEANT4. Развитие ШАЛ в атмосфере моделируется с помощью пакета CORSIKA. Для уменьшения ошибок, вносимых использованием опции THINNING, каждая частица со статистическим весом w заменяется конусом разлетающихся w частиц того же типа [35]. Для первой оценки энергии используется таблица зависимости средних сигналов $s(800)$ в наземных детекторах, расположенных на расстоянии 800 м от оси ливня, от типа первичной частицы, ее энергии и зенитного угла. Между оценкой энергии по наземным детекторам и флуоресцентному свету имеется систематическое расхождение, поэтому окончательную оценку энергии по наземным детекторам $E_{нд}$ нормируют по флуоресцентному свету [36] простым делением на 1,27:

$$E = E_{нд} / 1,27. \quad (14)$$

Установка РАО расположена вблизи города Маларгуэ, Аргентина. Ее строительство началось в 2000 г. В 2005 г. были опубликованы первые результаты на основе данных более 100 наземных детекторов. Установка РАО состоит из более 1600 наземных детекторов, расположенных на расстоянии 1500 м друг от друга, и 24 флуоресцентных телескопов. Для оценки энергии ШАЛ по сигналам в наземных детекторах применяется метод [37]. Сигналы $s(1000, \theta)$ в детекторах, расположенных на расстоянии 1000 м от оси ливня, от наклонных ШАЛ с зенитным углом θ пересчитываются в сигналы от ШАЛ с зенитным углом 38° :

$$s(1000, 38^\circ) = s(1000, \theta) / P(\theta), \quad (15)$$

где $P(\theta)$ – многочлен второй степени, полученный с помощью метода сечения спектров плотностей сигналов линиями равной интенсивности [25], [26]:

$$P(\theta) = 1 + Ay + By^2, \quad (16)$$

где $y = \cos^2\theta - \cos^2 38^\circ$, $A = 0,87 \pm 0,04$ и $B = -1,49 \pm 0,20$.

Энергия E ШАЛ оценивается по сигналам в детекторах от наклонных ливней с зенитным углом 38° с учетом калибровки по флуоресцентному свету:

$$E = (1,68 \pm 0,05) \times 10^{17} \cdot \left(s(1000, 38^\circ) \right)^{1,035 \pm 0,009}. \quad (17)$$

Глава 2

Сигналы в детекторах Якутской комплексной установки широких атмосферных ливней

В диссертации Е.Ю. Федунина (2004 г.) [27] впервые для ЯКУШАЛ было предложено в качестве отклика детектора использовать величину сигнала, – энергии, регистрируемой в детекторе от упавших на него частиц ШАЛ. Практически удобно и принято, что единицей измерения сигнала в сцинтилляционных детекторах является сигнал в детекторе, соответствующий прохождению одного примерно вертикального мюона, – сигнал вертикального эквивалентного мюона (ВЭМ) [38–40]. Моделирование развития ШАЛ в атмосфере методом Монте-Карло с помощью пакета CORSIKA на выходе дает информацию о всех частицах, достигших уровня наблюдения, их координатах, импульсе и времени прихода. Поэтому для сопоставления с экспериментальными данными требуются расчеты сигналов в детекторах от частиц ШАЛ. Чтобы избежать громоздких вычислений сигналов от всех частиц ШАЛ сначала рассчитывались таблицы сигналов в детекторе от γ -квантов, позитронов, электронов и мюонов, падающих на детектор с разными заданными энергиями и под различными зенитными углами. Регистрируемая от каждой частицы энергия в детекторе рассчитывалась с помощью пакета GEANT4 при фиксированных значениях косинуса зенитного угла и начальной кинетической энергии. Были рассчитаны детальные таблицы сигналов от разных типов частиц, по которым может производиться интерполяция выходных данных, полученных с помощью пакета CORSIKA для конкретных ШАЛ.

2.1. Таблицы сигналов в наземных детекторах при эксплуатации в летних условиях

Сигналы для летних условий работы детекторов ЯКУШАЛ были впервые рассчитаны в диссертации Е.Ю. Федунина [27]. В ней была использована модель детектора, изображенная на рисунке 2, состоящая из покрытия и сцинтиллятора. Форма модели детектора представляет собой квадрат с площадью 2 м² [22].

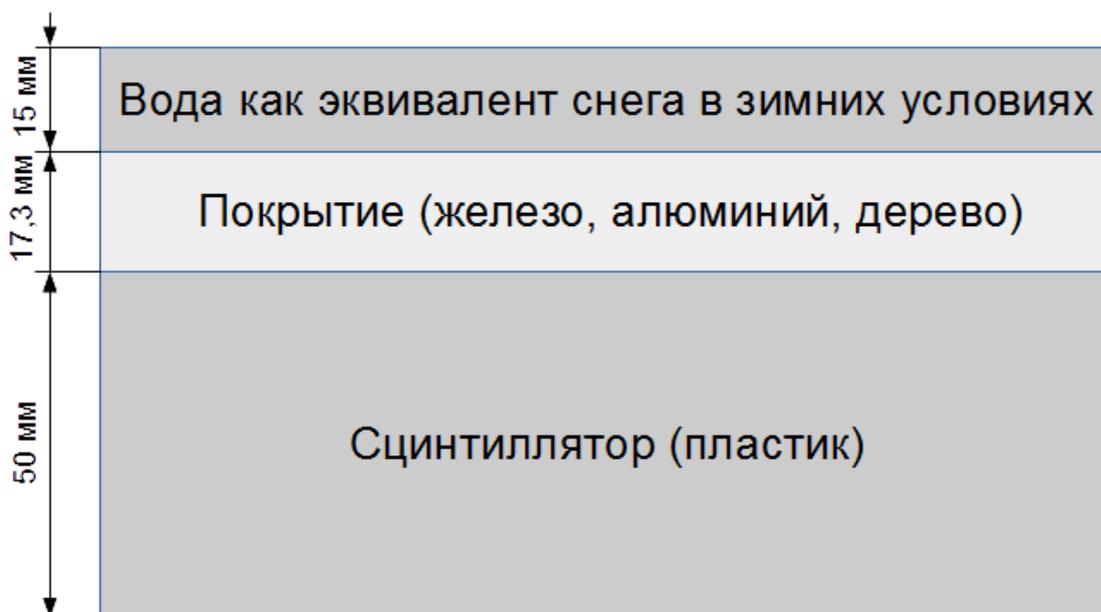


Рисунок 2. Модель сцинтилляционного детектора в GEANT4.

Данные о веществах, использованных в модели, приведены в таблице 1. Е.Ю. Федунин получил таблицы сигналов для γ -квантов, позитронов, электронов и мюонов со статистикой 10^4 событий на каждый вариант расчета. Для первых трех типов частиц был взят интервал энергий $1 \div 10^4$ МэВ, разбитый равномерно в логарифмическом масштабе на 9 точек — по две на порядок. Интервал энергий для мюонов $3 \times 10^2 \div 10^6$ МэВ был разбит также равномерно в логарифмическом масштабе на 8 точек — по две на порядок. Для всех частиц использован интервал значений косинуса угла падения от 0,1 до 1, с равномерным шагом 0,1 – всего 10 точек [27]. Вычислительная мощность современных персональных компьютеров позволяет получать более детальные таблицы сигналов, в которых в настоящее время возникла потребность для повышения точности интерполяции. В данной дипломной работе для γ -квантов, позитронов и электронов был взят интервал кинетических энергий $10^{-1} \div 10^5$ МэВ, разбитый равномерно в логарифмическом масштабе на 121 точку — по 20 на порядок. Для мюонов интервал кинетической энергии $10^2 \div 10^7$ МэВ был разбит также

равномерно в логарифмическом масштабе на 101 точку — по 20 на порядок. Интервал значений косинусов угла падения для всех частиц был взят от 0,1 до 1, с равномерным шагом 0,05 – всего 19 точек. Для каждой точки разыгрывалось 10^4 событий. Всего было проведено $\sim 10^8$ вариантов расчетов.

Таблица 1. Химический состав веществ модели наземного детектора.

Вещество	Химический состав	Толщина, мм	Толща, $\text{г}\cdot\text{см}^{-2}$	Массовая доля, %	
				Летние условия	Зимние условия
Снег					
Вода	H_2O	15	1,5	–	18
Покрытие					
Железо	Fe	0,2	0,156	2	2
Алюминий	Al	2,1	0,567	9	7
Дерево	C(50%), O(44%), H(6%)	15	0,75	11	9
Сцинтиллятор (плотность $\rho=1,06 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$)					
Пластик	$(\text{C}_9\text{H}_{10})_n$	50	5,3	78	64

2.2. Таблицы сигналов в наземных детекторах при эксплуатации в зимних условиях

В зимнее время на детекторах скапливается слой снега, эквивалентный $1,5 \text{ г}\cdot\text{см}^{-2}$ воды, что сравнимо с толщиной покрытия, и соответственно должно быть учтено [20]. Таблицы сигналов для работы детекторов в зимних условиях рассчитывались для тех же интервалов значений кинетической энергии и косинусов углов падения с таким же разбиением и числом разыгрываемых событий на каждый вариант расчета.

Наклонные ШАЛ с большими зенитными углами проходят большой путь в атмосфере, и из-за этого уровня наблюдения достигает заметно меньшее число частиц, что затрудняет регистрацию таких ливней. По этой причине в экспериментах ЯКУШАЛ в основном рассматриваются ШАЛ с зенитными углами $\theta < 60^\circ$, что

соответствует интервалу $\cos\theta=0,5\div 1$. В данной дипломной работе иллюстрации также приводятся для этого интервала zenithных углов. На рисунках 3, 4, 5 и 6 изображены зависимости энергии E_3 , регистрируемой в детекторе, эксплуатируемом в зимних условиях, ее отношения $E_3/E_{\text{л}}$ к значениям для летних условий эксплуатации, а также отношения R сигналов в летних условиях эксплуатации, полученных в данной дипломной работе, к полученным в работе Е.Ю. Федунина [27] от начальной кинетической энергии $E_{\text{к}}$ для γ -квантов, позитронов, электронов и мюонов соответственно.

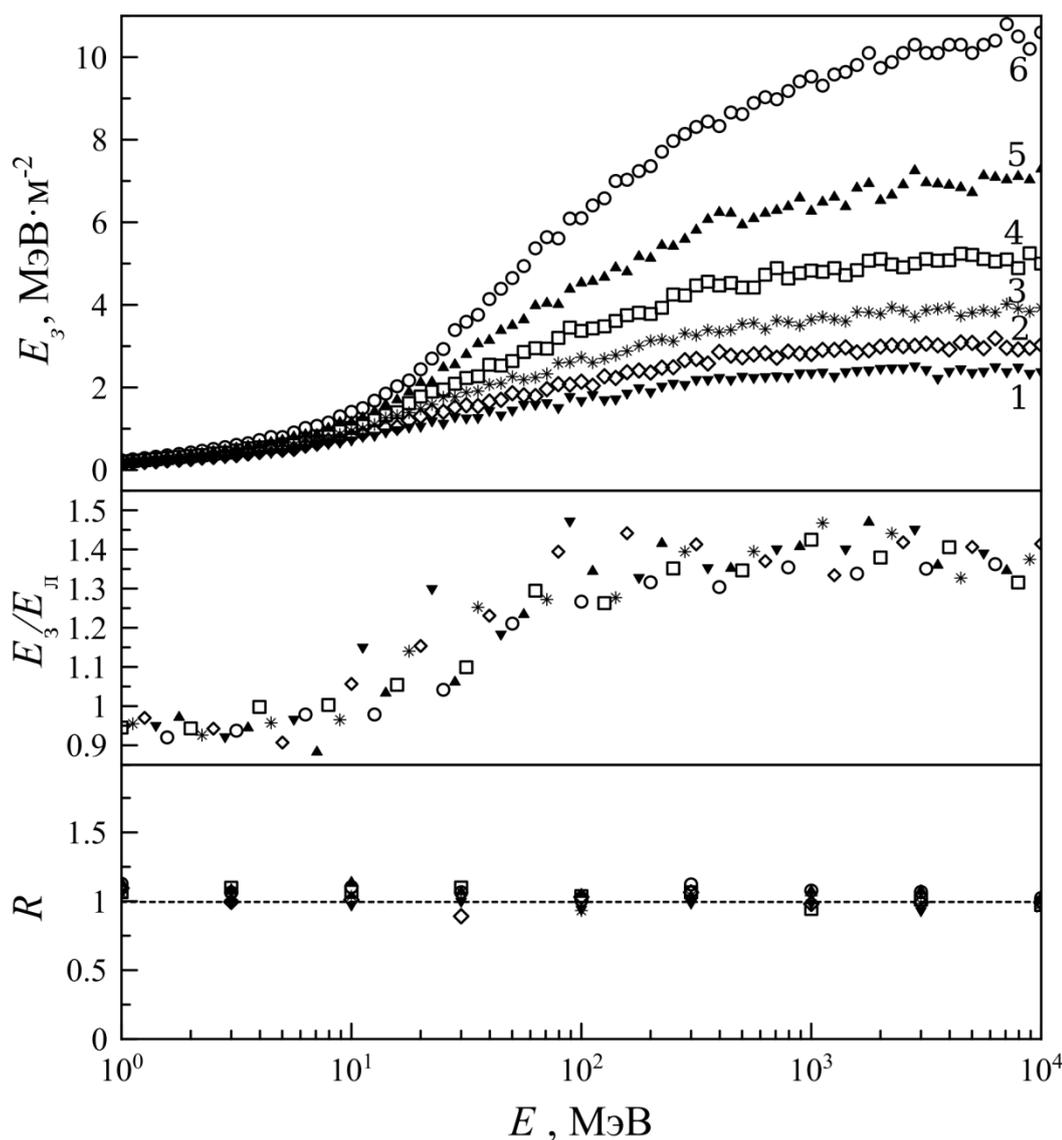


Рисунок 3. Зависимости регистрируемой в детекторе энергии E_3 в зимних условиях эксплуатации, отношения $E_3/E_{\text{л}}$ энергий, регистрируемых в зимних и летних условиях, и отношения R регистрируемых в детекторе энергий в летних условиях, полученных в данной дипломной работе, к результатам [27] от энергии γ -кванта E . 1 – ∇ $\cos\theta=1$; 2 – \diamond $\cos\theta=0,9$; 3 – \blacksquare $\cos\theta=0,8$; 4 – \square $\cos\theta=0,7$; 5 – \blacktriangle $\cos\theta=0,6$; 6 – \bigcirc $\cos\theta=0,5$.

Отношение сигналов от γ -квантов в зимних и летних условиях эксплуатации в интервале $1 \div 10$ МэВ примерно равно единице, после чего оно начинает расти до $1,3 \div 1,4$ при 10^2 МэВ, а в интервале $10^2 \div 10^4$ МэВ остается постоянным. Это же отношение для позитронов и электронов в интервале $6 \div 10^2$ МэВ растет от 0 до 1, после чего в интервале $10^2 \div 10^4$ МэВ наблюдается едва заметный рост на $\sim 10\%$.

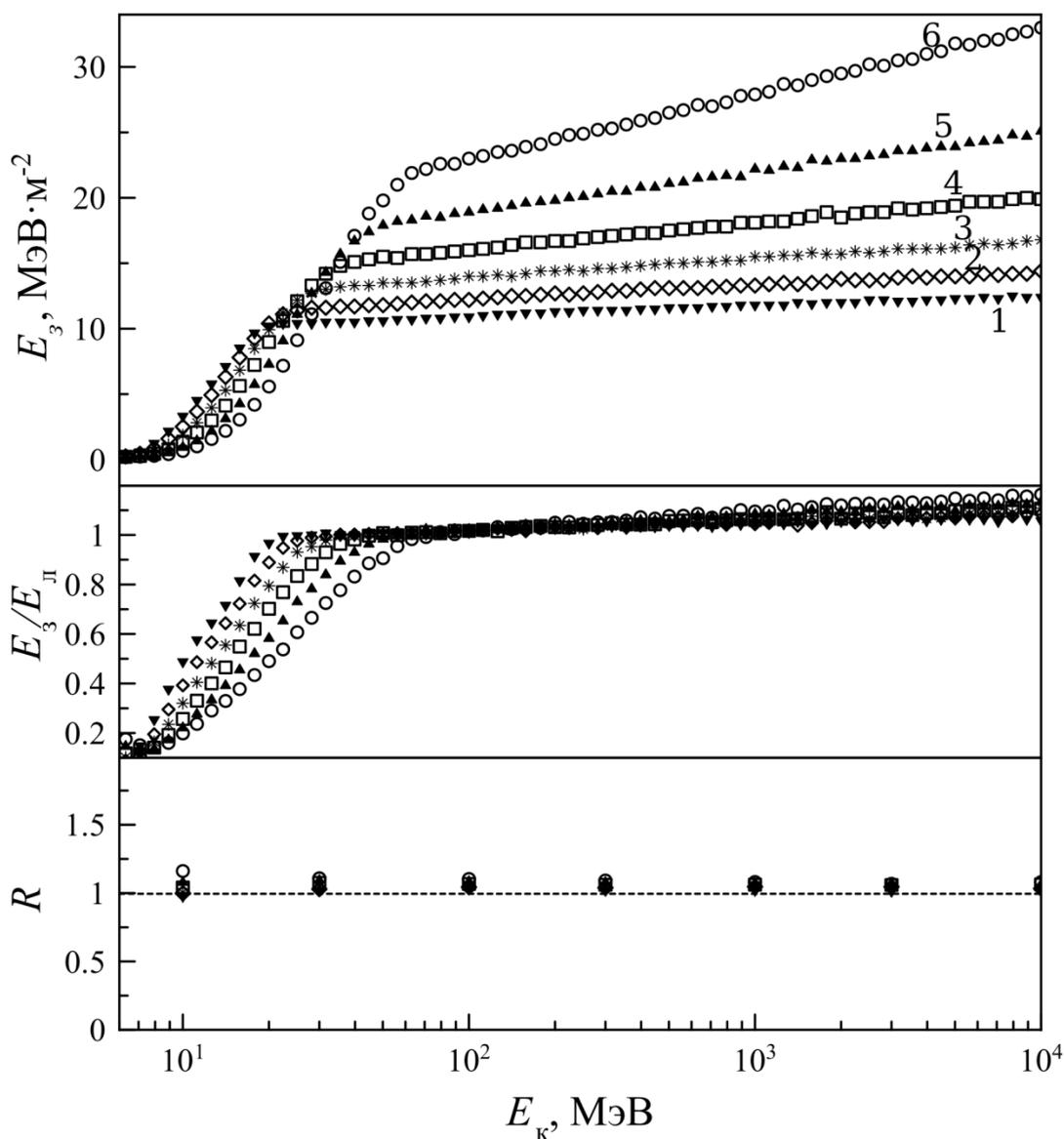


Рисунок 4. Зависимости регистрируемой в детекторе энергии E_3 в зимних условиях эксплуатации, отношения $E_3/E_{л}$ энергий, регистрируемых в зимних и летних условиях, и отношения R регистрируемых в детекторе энергий в летних условиях, полученных в данной дипломной работе, к результатам [27] от кинетической энергии позитрона E_k .

- 1 – \blacktriangledown $\cos\theta=1$; 2 – \diamond $\cos\theta=0,9$; 3 – \blacksquare $\cos\theta=0,8$; 4 – \square $\cos\theta=0,7$; 5 – \blacktriangle $\cos\theta=0,6$;
6 – \bigcirc $\cos\theta=0,5$.

Для мюонов в интервале $2 \times 10^2 \div 10^5$ МэВ отношение сигналов в зимних и летних условиях эксплуатации равно 1. Таким образом, можно заключить, что сигналы в сцинтилляционном детекторе, эксплуатируемом в зимних условиях, выросли по отношению к летним условиям эксплуатации для γ -квантов с энергией больше 100 МэВ на 30÷40 %, для позитронов и электронов с энергией 1 ГэВ на 5÷15%, а для мюонов не изменились.

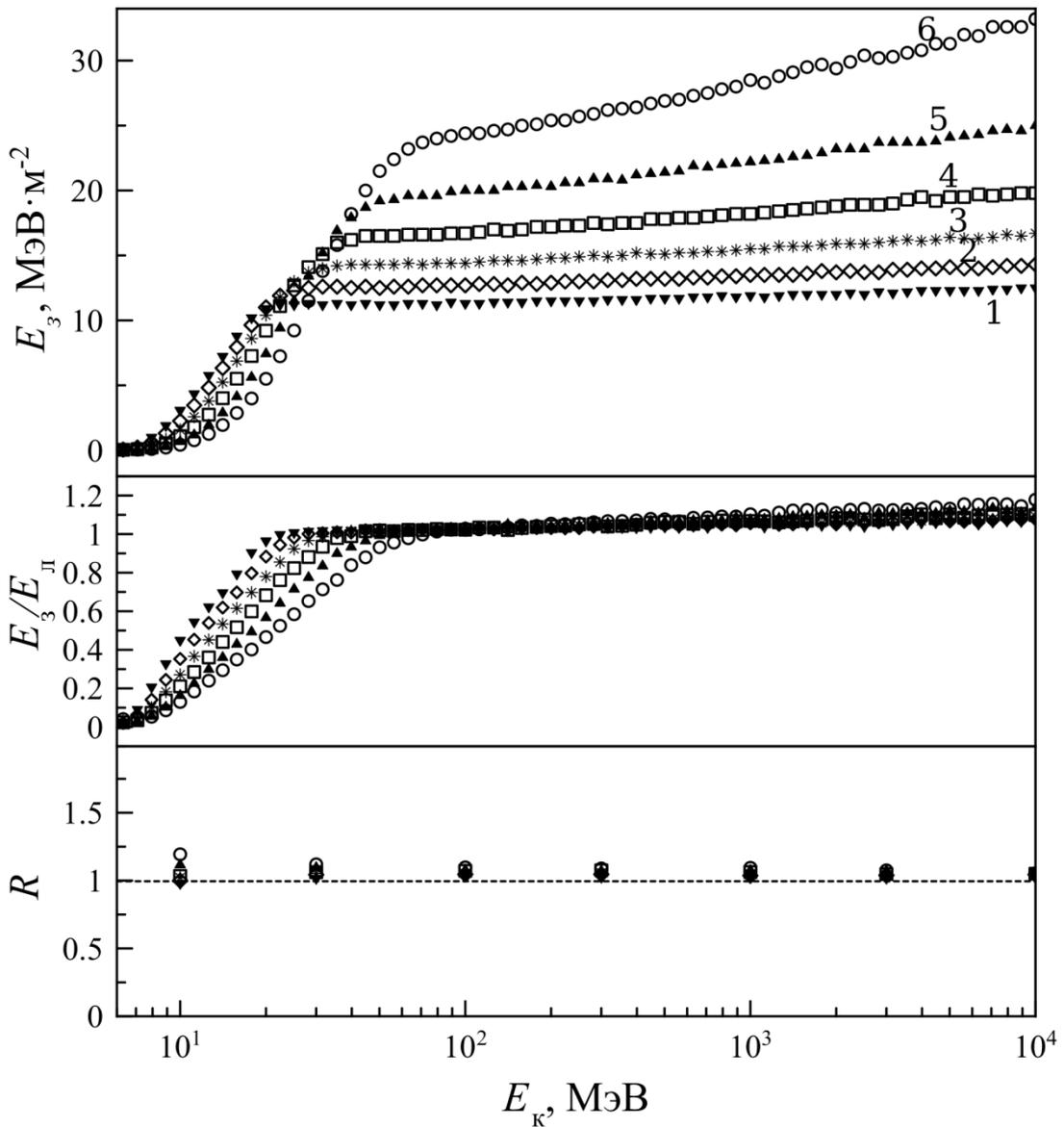


Рисунок 5. Зависимости регистрируемой в детекторе энергии E_3 в зимних условиях эксплуатации, отношения $E_3/E_{\text{л}}$ энергий, регистрируемых в зимних и летних условиях, и отношения R регистрируемых в детекторе энергий в летних условиях, полученных в данной дипломной работе, к результатам [27] от кинетической энергии электрона E_k .

1 – \blacktriangledown $\cos\theta=1$; 2 – \blacklozenge $\cos\theta=0,9$; 3 – \blackstar $\cos\theta=0,8$; 4 – \blacksquare $\cos\theta=0,7$; 5 – \blacktriangle $\cos\theta=0,6$;
6 – \bigcirc $\cos\theta=0,5$.

Однако, поскольку большая часть частиц имеет небольшие энергии $\sim 2 \div 10$ МэВ [9], то сигналы в детекторах от ШАЛ в летних и зимних условиях эксплуатации будут слабо отличаться. Отношение рассчитанных значений регистрируемой в детекторе энергии в летних условиях эксплуатации к результатам работы [27] для γ -квантов колеблется около 1, однако для позитронов, электронов и мюонов это отношение больше 1, но в пределах 10%. Расхождение вызвано использованной в работе [27] меньшей плотностью сцинтиллятора – $1,03 \text{ г} \cdot \text{см}^{-2}$.

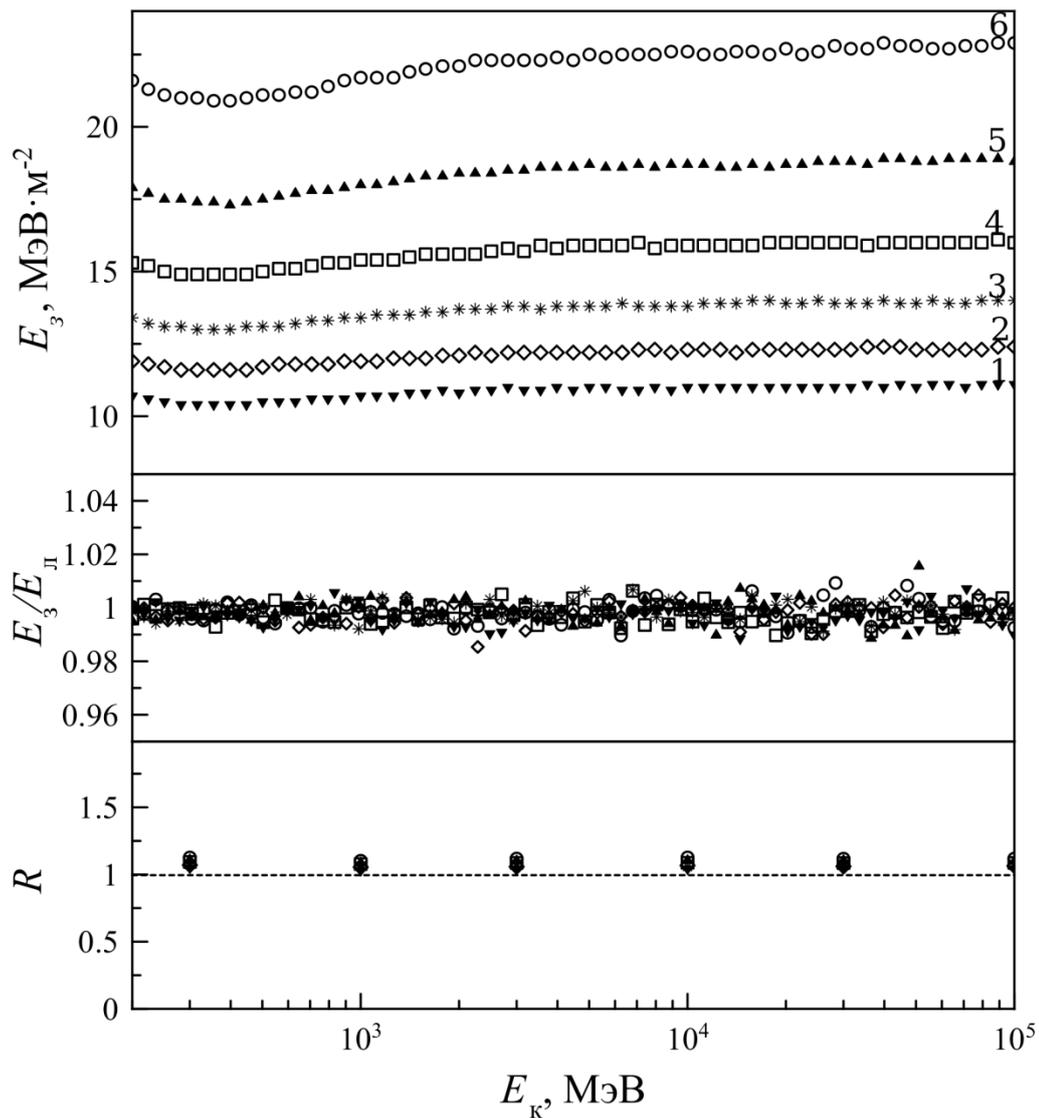


Рисунок 6. Зависимости регистрируемой в детекторе энергии E_3 в зимних условиях эксплуатации, отношения $E_3/E_{л}$ энергий, регистрируемых в зимних и летних условиях, и отношения R регистрируемых в детекторе энергий в летних условиях, полученных в данной дипломной работе, к результатам [27] от кинетической энергии мюона E_k .

- 1 – \blacktriangledown $\cos\theta=1$; 2 – \blacklozenge $\cos\theta=0,9$; 3 – \blacksquare $\cos\theta=0,8$; 4 – \square $\cos\theta=0,7$; 5 – \blacktriangle $\cos\theta=0,6$;
6 – \bigcirc $\cos\theta=0,5$.

2.3. Таблицы сигналов в подземных детекторах

Часть детекторов ЯКУШАЛ предназначена для исследования мюонной компоненты ШАЛ. Эти сцинтилляционные детекторы расположены в подвалах под насыпным грунтом на глубине 2÷3 м. В данной дипломной работе приведены результаты зависимости сигналов в подземных детекторах от глубины грунта для значений косинусов зенитного угла 0,8, 0,9 и 1 и интервала кинетических энергий мюонов $10^3 \div 10^5$ МэВ. На рисунке 7 изображена зависимость отношения R регистрируемой энергии в подземных детекторах к наземным, эксплуатируемым в зимних условиях, от начальной кинетической энергии мюона E_k для глубин 0,5, 1, 2 и 3 м и для значений косинусов зенитного угла 0,8, 0,9 и 1.

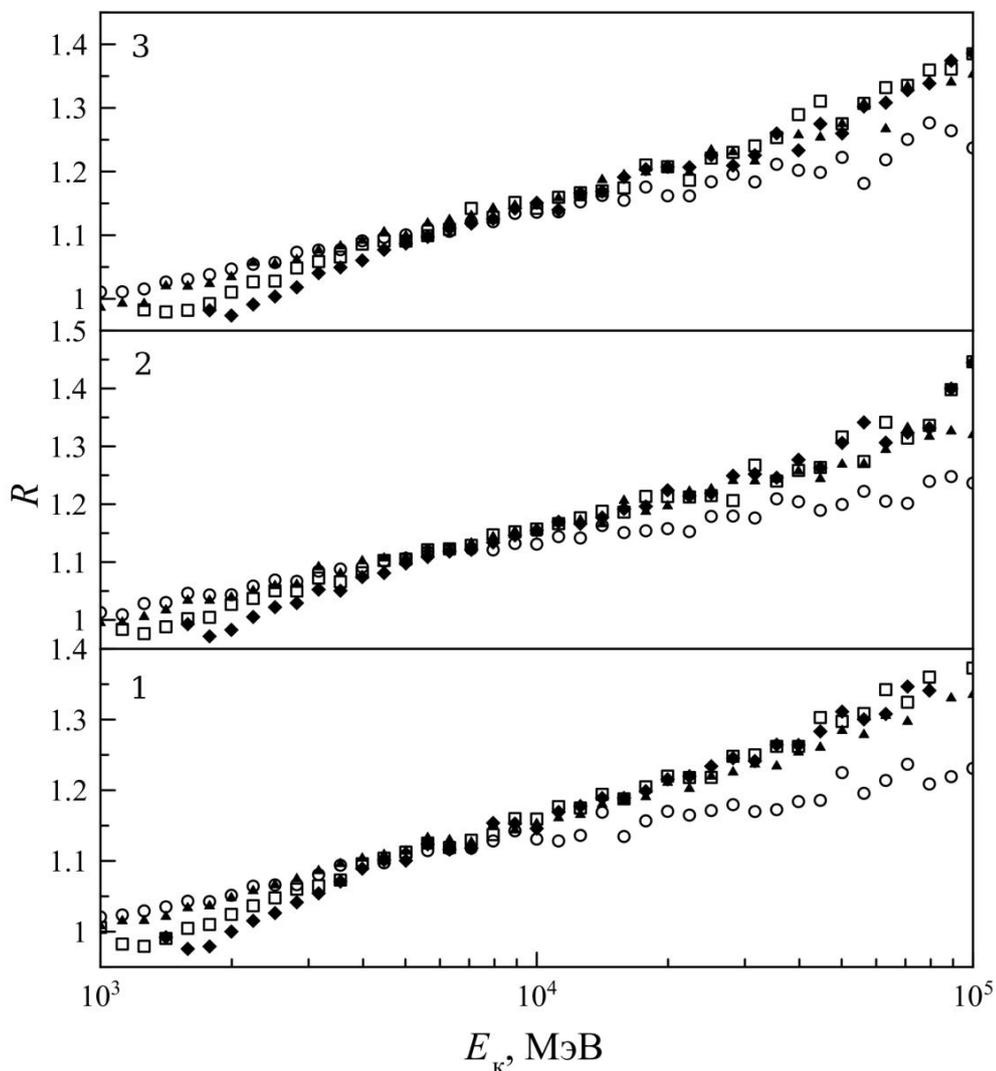


Рисунок 7. Зависимость отношения регистрируемых в подземном и наземном детекторах энергий R от кинетической энергии мюона E_k для косинусов угла падения 1 (1), 0,9 (2) и 0,8 (3) и для глубин 0,5 (○), 1 (▲), 2 (□) и 3 (◆) м расположения детектора под землей.

Сигналы в подземных детекторах превышают сигналы в наземных. Это связано с развитием каскадов вторичных частиц в грунте, генерированных мюоном. С увеличением толщи грунта сигнал также возрастает. Однако в рассматриваемом интервале кинетических энергий, который соответствует основному числу мюонов в ШАЛ [9], сигналы от мюона с одним и тем же зенитным углом для 2 и 3 м грунта отличаются слабо. Для детальных расчетов была выбрана глубина размещения подземного детектора 2 м из следующих соображений. С одной стороны, большинство позитронов, электронов и γ -квантов не способны преодолеть барьер около 1 ГэВ из-за ионизационных потерь и эффекта Комптона, а почти все мюоны свободно доходят до детектора. С другой стороны, при увеличении глубины сигнал увеличивается незначительно.

В данной дипломной работе к модели стандартного сцинтилляционного детектора над его покрытием был добавлен слой глины толщиной 2 м. Параметры этого слоя приведены в таблице 2. Расчет проводился только для мюонов, поскольку электромагнитная компонента ШАЛ не проникает сквозь такую толщу вещества [9]. Интервалы кинетических энергий, косинусов угла падения и разбиение аналогично тем, что использовались при расчете сигналов в наземных детекторах в летних условиях эксплуатации. Рассчитанные детальные таблицы могут быть использованы для получения сигналов в подземных детекторах на большей глубине, если перевести косинусы углов падения в эквивалентную толщу грунта.

Таблица 2. Химический состав слоя грунта.

Вещество	Химический состав	Толщина, мм	Толща, $\text{г}\cdot\text{см}^{-2}$
Глина	O(51%), Si(23%), Al(26%)	2000	$4,4 \times 10^2$

2.4. Калибровка сигналов в наземных и подземных детекторах

По практическим соображениям в экспериментах принято измерять сигналы в сцинтилляционных детекторах в единицах ВЭМ, так как сигналы в детекторах калибруются по сигналам от одиночных атмосферных вертикальных мюонов. Моделирование калибровки детекторов позволяет найти соответствие между

практической единицей ВЭМ и расчетной МэВ, соответствующей регистрируемой в детекторе энергии от одного вертикального мюона. Энергетический спектр одиночных мюонов в атмосфере $S_\mu(E)$ известен по экспериментальным данным, приведенным в работе [44], и изображен на рисунке 8.

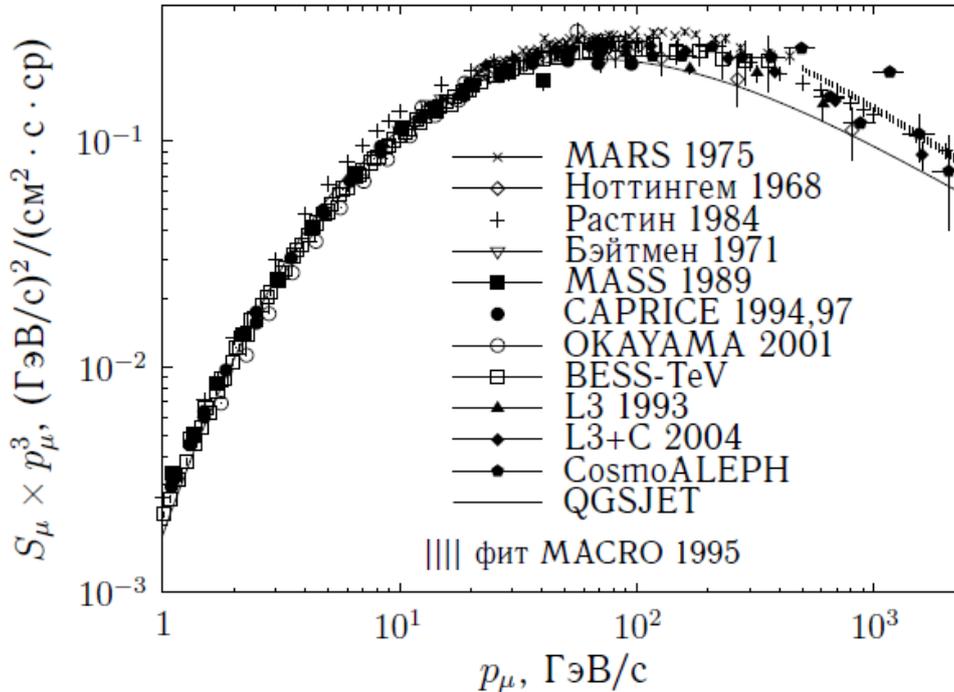


Рисунок 8. Экспериментальный спектр атмосферных вертикальных мюонов, приведенный в работе [44].

Средняя регистрируемая в детекторе энергия $E_{\text{рег}}$ от вертикального мюона с учетом спектра атмосферных мюонов определяет эквивалент единицы ВЭМ в МэВ:

$$E_{\text{ВЭМ}} = \int_{E_{\text{п}}}^{+\infty} E_{\text{рег}}(E) S_\mu(E) dE / \int_{E_{\text{п}}}^{+\infty} S_\mu(E) dE, \quad (18)$$

где $E_{\text{п}}$ – пороговая энергия, определяемая потерями энергии в грунте.

Важно обратить внимание, что не вся энергия, которая выделяется в детекторе мюоном, регистрируются в этом детекторе. Вторичные частицы с высокой энергией покидают детектор и значительную часть выделенной энергии уносят с собой. На рисунке 9 изображены зависимости регистрируемой в детекторе энергии и энергетических потерь мюона при прохождении сцинтиллятора от кинетической энергии вертикального мюона. При энергии $E_{\text{к}}$ выше 10^5 МэВ, когда начинают преобладать радиационные потери, более половины энергии уносится из детектора γ -квантами [9]. Регистрируемая же в детекторе энергия растет примерно линейно от 10,7 МэВ до 11,4 МэВ в интервале энергий мюона $10^3 \div 10^7$ МэВ.

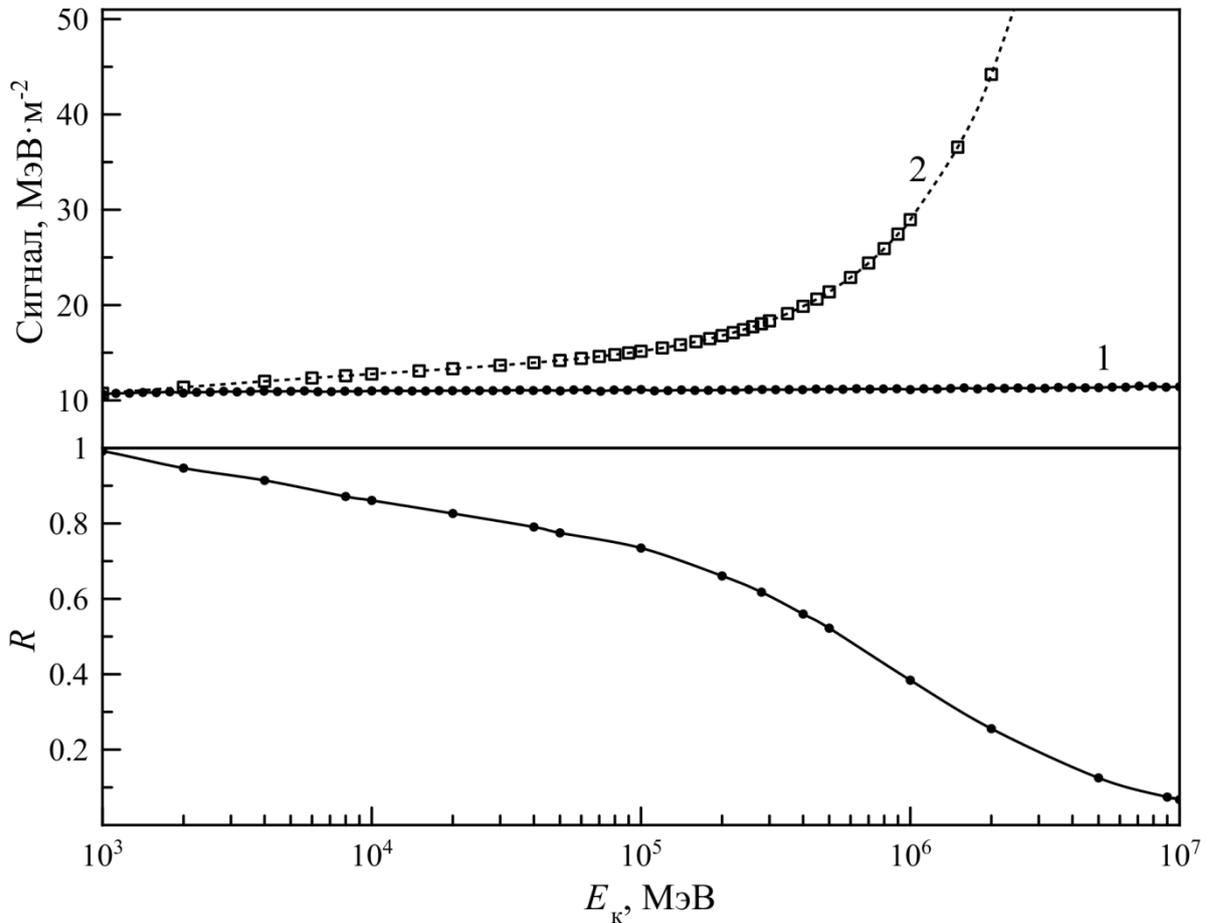


Рисунок 9. Зависимость регистрируемой в детекторе энергии $E_{\text{рег}}$ (1) и энергетических потерь (2) вертикального мюона в сцинтилляторе, а также их отношения R от кинетической энергии мюона E_k .

Для наземных детекторов, эксплуатируемых в летних и зимних условиях из (18) получено значение $E_{\text{ВЭМ,Н}}$:

$$E_{\text{ВЭМ,Н}} = (10,8 \pm 0,1) \text{ МэВ}. \quad (19)$$

Аналогично найдено значение $E_{\text{ВЭМ,П}}$ для подземного детектора на глубине 0,5 м:

$$E_{\text{ВЭМ,П}} = (11,4 \pm 0,1) \text{ МэВ}. \quad (20)$$

Значение $E_{\text{ВЭМ,П}}$ на ~5% больше $E_{\text{ВЭМ,Н}}$. Практически такие же значения $E_{\text{ВЭМ}}$ были получены в работах [41–43]. С помощью этой калибровки рассчитанные сигналы в детекторах от ШАЛ пересчитываются из единиц энергии МэВ в ВЭМ. После этого их можно сравнивать с экспериментальными сигналами также выраженными в единицах ВЭМ.

Глава 3.

Оценки энергии широких атмосферных ливней

Для оценки энергии вертикальных и наклонных ШАЛ по сигналам в наземных сцинтилляционных детекторах в данной дипломной работе проводилось моделирование развития ливней в атмосфере с помощью пакета CORSIKA. Выходные данные этого моделирования – это таблицы типов частиц, их координат, компонент импульса и времени прихода на уровень наблюдения. По значениям энергий разных частиц и углов их прихода с помощью интерполяции по ранее полученным таблицам были рассчитаны сигналы в детекторах от частиц ШАЛ, расположенных на разных расстояниях от оси ливня. В связи с большим временем работы ЯКУШАЛ, соответствующим зимним условиям эксплуатации, все оценки энергии производились для них.

3.1. Оценки энергии вертикальных ливней по средним сигналам в наземных детекторах

Сигналы в наземных детекторах от вертикальных ШАЛ были получены по следующей методике. Сначала из общего набора выходных данных, полученных с помощью пакета CORSIKA, отбирались γ -кванты, позитроны, электроны и мюоны, попавшие в три кольца с расстояниями r от оси в интервалах $275\text{м} < r < 325\text{м}$, $575\text{м} < r < 625\text{м}$ и $975\text{м} < r < 1025\text{м}$. По значениям косинуса угла падения θ , кинетической энергии и типа k каждой частицы вычислялись сигналы E_{ki} в единицах МэВ в этих трех кольцах с помощью линейной интерполяции по рассчитанным таблицам. Для каждого из трех колец выделявшаяся энергия суммировалась по всем частицам N_k каждого типа k и делилась на площадь кольца и энергию $E_{\text{ВЭМ,Н}}$ (19). В итоге получались значения среднего сигнала $s(r)$ на расстояниях 300, 600 и 1000 м от оси ливня в единицах ВЭМ:

$$s(r) = \sum_{k=1}^5 \sum_{i=1}^{N_k} E_{ki}(\theta_{ki}) / (\pi(r_{\text{max}}^2 - r_{\text{min}}^2) E_{\text{ВЭМ,Н}}) \quad (21)$$

Выбор ширины колец в 50 м связан с тем, что минимальная ошибка определения положения оси ШАЛ равна $20 \div 30$ м [9]. В связи с небольшим числом разыгрываемых ливней погрешность найденных значений сигналов составляет $5 \div 15\%$. Для оценки энергии E ШАЛ использовалась линейная аппроксимация ее зависимости от среднего сигнала $s(r)$:

$$E = a \cdot s(r), \quad (22)$$

где a — определяемый в расчетах коэффициент.

Высота уровня наблюдения ШАЛ для ЯКУШАЛ – 110 м [22]. Значение магнитного поля было определено из программы World Magnetic Model 2010 [45]: вертикальная компонента равна $B_z=57,96$ мкТл и горизонтальная компонента, направленная на север, – $B_x=14,22$ мкТл. Первичной частицей во всех случаях считался протон. Для каждого значения энергии 10^{17} , 10^{18} и 10^{19} эВ разыгрывалось 10 ливней, а для 10^{20} эВ всего 2 ливня. Прямое моделирование ШАЛ такой энергии в пакете CORSIKA требует огромного времени, поэтому использовалась опция THINNING, в которой каждой частице, начиная с некоторой энергии, присваивается статистический вес w , пропорциональный энергии всех частиц с энергией ниже пороговой. Параметры этой опции приведены в таблице 3 для каждого значения энергии. Полученные значения коэффициентов a для расстояний 300, 600 и 1000 м от оси ливня и двух моделей взаимодействия адронов приведены в таблицах 4 и 5.

Таблица 3. Использованные настройки опции THINNING в пакете CORSIKA.

E , эВ	Доля энергии от начальной, после которой включается THINNING	Максимальный статистический вес электромагнитной компоненты ШАЛ	Максимальный статистический вес адронной компоненты ШАЛ
10^{17}	10^{-6}	10^2	10^0
10^{18}	10^{-6}	10^3	10^1
10^{19}	10^{-6}	10^4	10^2
10^{20}	10^{-6}	10^5	10^3

Таблица 4. Средние сигналы в детекторах, расположенных на расстоянии 300, 600 и 1000 м от оси ливня, и значения коэффициентов a из (22) для вертикальных ШАЛ и модели QGSJETII-04.

r , м	E , эВ	s , МэВ·м ⁻²	$a/10^{17}$, эВ·ВЭМ ⁻¹ ·м ²
300	10^{17}	$(3,4\pm 0,3)\times 10^1$	$0,32\pm 0,03$
	10^{18}	$(4,0\pm 0,4)\times 10^2$	$0,27\pm 0,03$
	10^{19}	$(4,0\pm 0,4)\times 10^3$	$0,27\pm 0,03$
	10^{20}	$(4,2\pm 0,8)\times 10^4$	$0,26\pm 0,05$
600	10^{17}	$(3,7\pm 0,4)\times 10^0$	$2,9\pm 0,3$
	10^{18}	$(3,8\pm 0,4)\times 10^1$	$2,8\pm 0,3$
	10^{19}	$(3,8\pm 0,4)\times 10^2$	$2,9\pm 0,3$
	10^{20}	$(3,6\pm 0,7)\times 10^3$	$3,0\pm 0,6$
1000	10^{17}	$(6,1\pm 0,6)\times 10^{-1}$	18 ± 2
	10^{18}	$(5,6\pm 0,6)\times 10^0$	19 ± 2
	10^{19}	$(5,3\pm 0,5)\times 10^1$	20 ± 2
	10^{20}	$(5,1\pm 1,0)\times 10^2$	21 ± 4

Таблица 5. Средние сигналы в детекторах, расположенных на расстоянии 300, 600 и 1000 м от оси ливня, и значения коэффициентов a из (22) для вертикальных ШАЛ и модели EPOS LHC.

r , м	E , эВ	s , МэВ·м ⁻²	$a/10^{17}$, эВ·ВЭМ ⁻¹ ·м ²
300	10^{17}	$(3,7\pm 0,4)\times 10^1$	$0,29\pm 0,03$
	10^{18}	$(4,2\pm 0,4)\times 10^2$	$0,25\pm 0,03$
	10^{19}	$(4,5\pm 0,5)\times 10^3$	$0,23\pm 0,02$
	10^{20}	$(4,3\pm 0,8)\times 10^4$	$0,25\pm 0,05$
600	10^{17}	$(4,1\pm 0,4)\times 10^0$	$2,5\pm 0,3$
	10^{18}	$(4,3\pm 0,4)\times 10^1$	$2,5\pm 0,3$
	10^{19}	$(4,0\pm 0,4)\times 10^2$	$2,6\pm 0,3$
	10^{20}	$(3,7\pm 0,7)\times 10^3$	$2,8\pm 0,6$
1000	10^{17}	$(6,9\pm 0,7)\times 10^{-1}$	15 ± 2
	10^{18}	$(6,5\pm 0,7)\times 10^0$	16 ± 2
	10^{19}	$(5,8\pm 0,6)\times 10^1$	18 ± 2
	10^{20}	$(5,1\pm 1,0)\times 10^2$	21 ± 4

С помощью коэффициентов a из таблиц 4 и 5 можно по формуле (22) оценивать энергии E вертикальных ШАЛ.

3.2. Оценки энергии наклонных ливней по средним сигналам в наземных детекторах

Для наклонных ШАЛ расчеты проводились с теми же параметрами, что и для вертикальных, для значений зенитного угла 15° , 30° и 45° . Все ливни приходили с востока. Сигналы $s(600)$ для зенитного угла 45° получены по вдвое большему числу ШАЛ по сравнению с расчетом сигналов от вертикальных ливней. Сводные результаты оценок коэффициентов a из (22), усредненных по значениям энергии первичных частиц в интервале $10^{17}\div 10^{20}$ эВ, представлены в таблице 6.

Таблица 6. Средние коэффициенты a из (22) для расстояний 300, 600 и 1000 м от оси ливня, ШАЛ с зенитными углами 0° , 15° , 30° и 45° и моделей QGSJETII-04 и EPOS LHC.

θ , град	r , м	$a/10^{17}$, эВ·ВЭМ ⁻¹ ·м ²	
		QGSJETII-04	EPOS LHC
0	300	0,28±0,04	0,26±0,04
	600	2,9±0,4	2,7±0,4
	1000	20±3	18±3
15	300	0,30±0,04	0,28±0,04
	600	2,9±0,4	2,7±0,4
	1000	20±3	19±3
30	300	0,41±0,05	0,39±0,05
	600	3,3±0,4	3,0±0,4
	1000	24±4	21±3
45	300	1,3±0,2	1,2±0,2
	600	5,4±0,7	4,6±0,6
	1000	37±6	33±5

На рисунке 10 изображена зависимость средних по кольцу радиуса 600 м сигналов $s_H(600)$ в детекторах от секанса зенитного угла $\sec\theta$ для разных энергий и моделей. В таблице 7 приведены значения коэффициентов b и c для прямых, аппроксимирующих эти зависимости.

$$\lg(s_H(600)) = b \sec\theta + c. \quad (23)$$

Для интервала энергий $10^{17} \div 10^{19}$ эВ первичных частиц получаем из (13) значения $\lambda_0 = 690 \pm 80$ г·см⁻² и $\lambda_0 = 740 \pm 80$ г·см⁻² для моделей QGSJETII-04 и EPOS LHC соответственно. Сравнение с пробегом $\lambda_0 = 450$ г·см⁻², использованном на ЯКУШАЛ, показывает, что метод сечения спектров линиями равной интенсивности приводит к существенному завышению оценок энергии ШАЛ.

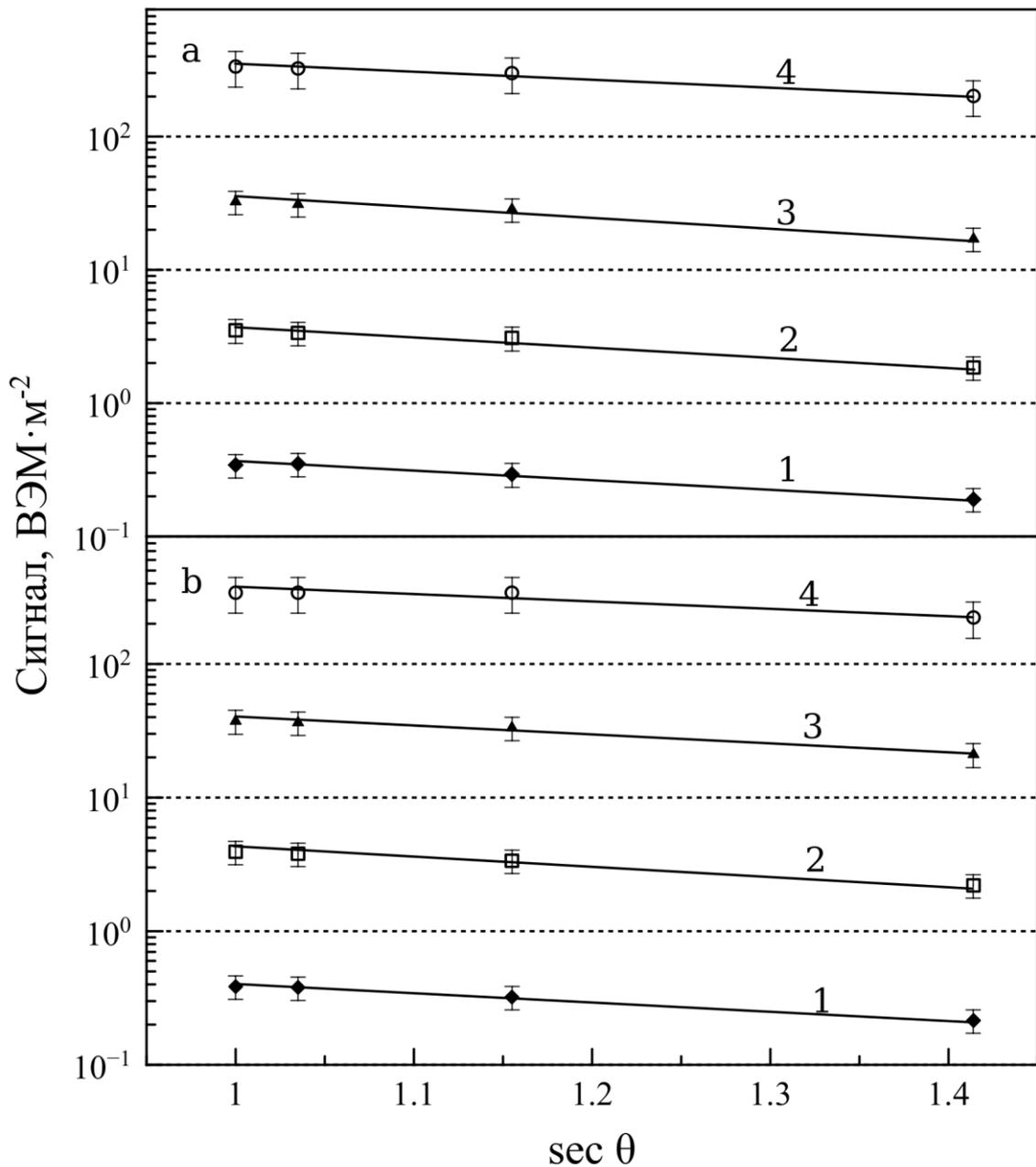


Рисунок 10. Зависимость средних сигналов $s(600)$ от секанса зенитного угла θ для энергий 10^{17} (1 – \blacklozenge), 10^{18} (2 – \square), 10^{19} (3 – \blacktriangle) и 10^{20} (4 – \bigcirc) эВ и моделей QGSJETII-04 (a) и EPOS LHC (b).

Рассчитанные по данным моделирования развития ШАЛ в атмосфере с помощью пакета CORSIKA в данной дипломной работе и усредненные по моделям значения констант применяемых на ЯКУШАЛ формул (12) и (13) приведены в таблице 8.

Таблица 7. Значения коэффициентов b и c из (23).

$E, \text{эВ}$	b	c
QGSJETII-04		
10^{17}	$-0,66 \pm 0,06$	$0,21 \pm 0,07$
10^{18}	$-0,67 \pm 0,09$	$1,24 \pm 0,10$
10^{19}	$-0,68 \pm 0,09$	$2,20 \pm 0,10$
10^{20}	$-0,54 \pm 0,06$	$3,07 \pm 0,06$
EPOS LHC		
10^{17}	$-0,63 \pm 0,03$	$0,23 \pm 0,04$
10^{18}	$-0,62 \pm 0,05$	$1,22 \pm 0,06$
10^{19}	$-0,61 \pm 0,08$	$2,20 \pm 0,09$
10^{20}	$-0,46 \pm 0,12$	$3,02 \pm 0,14$

Таблица 8. Значения констант из (12) и (13), рассчитанные в данной дипломной работе.

Модель	$a/10^{17}, \text{эВ} \cdot \text{ВЭМ}^{-1} \cdot \text{м}^2$	$\lambda_0, \text{г} \cdot \text{см}^{-2}$
QGSJETII-04	$2,9 \pm 0,3$	690 ± 80
EPOS LHC	$2,7 \pm 0,3$	740 ± 80

В таблице 9 приведены отношения оценок энергии ШАЛ по формулам (12) и (13) с использованием констант из работ [24], [20], [27] и таблицы 8 к энергии первичного протона в пакете CORSIKA. Использовались рассчитанные средние сигналы $s(600)$ ШАЛ с энергиями 10^{17} , 10^{18} , 10^{19} и 10^{20} эВ и зенитными углами 0° , 15° , 30° и 45° в модели QGSJETII-04. Оценки энергии по константам из работы [24] завышают значения энергии первичной частицы в 1,7, 1,8, 2,1 и 2,3 раза для зенитных углов 0° , 15° , 30° и 45° соответственно. В работе [20] $a = (3.5 \pm 0.1) \times 10^{17} \text{эВ} \cdot \text{ВЭМ}^{-1} \cdot \text{м}^2$. Это привело к уменьшению оценки вертикальных ШАЛ на $\sim 30\%$ по сравнению с работой [24]. Пробег поглощения стал меньше в сравнении с работой [24] $\lambda_0 = 415 \text{г} \cdot \text{см}^{-2}$, поэтому оценки энергии наклонных ШАЛ с зенитным углом 45° уменьшились на $\sim 20\%$, но остались также сильно завышенными, что приводит к ошибкам в построении энергетического спектра частиц ПКИ.

Таблица 9. Отношения оценок энергии ШАЛ к энергии первичного протона по полученным с помощью пакетов CORSIKA и GEANT4 средним сигналам $s(600)$ в модели QGSJETII-04.

θ , град	0	15	30	45
Работы				
[24]	1,66	1,79	2,06	2,27
[20]	1,21	1,32	1,56	1,80
[27]	1,03	1,11	1,23	1,25
Таблица 8	1,00	1,05	1,10	0,99

3.3. Зависимость сигналов от азимута расположения детектора

Впервые полученная азимутальная зависимость сигналов в детекторах была рассчитана по следующей методике. Конус частиц наклонного ливня пересекает плоскость наблюдения по некоторому эллипсу. Малая полуось этого эллипса бралась равной $r=600$ м. Большая полуось связана с малой через зенитный угол θ и равна $r/\cos\theta$. Сторона d детекторов в форме квадратов подбиралась равной примерно 50 м так, чтобы на большой полуоси укладывалось целое число квадратов. Детекторы в форме квадратов со стороной ~ 50 м укладывались друг за другом на большой полуоси, после чего смещались на север и юг до пересечения их центра с эллипсом. Далее процедура аналогична той, что применялась ранее, только отбирались частицы, попавшие в эти квадратные детекторы. Схема расположения описанных квадратных детекторов со стороной d изображена на рисунке 11. Использовалась система координат из программного пакета CORSIKA, в которой ось X направлена на север. Модули координат центров детекторов, совпадающие с точками эллипса, определяются по формулам:

$$x_j = \sqrt{r^2 - ((j - 1)d \cos \theta)^2}, \quad (24)$$

$$y_j = (j - 1)d, \quad (25)$$

j — номер детектора, отсчитываемый от оси X , начиная с нуля.

Угол β_j в плоскости наблюдения отсчитывается от оси X. Азимутальный угол положения детектора α_j в плоскости, перпендикулярной оси ШАЛ, можно определить по формуле:

$$\alpha_j = \arctg(y_j \cos \theta / x_j) = \arctg(\operatorname{tg} \beta_j \cdot \cos \theta). \quad (26)$$

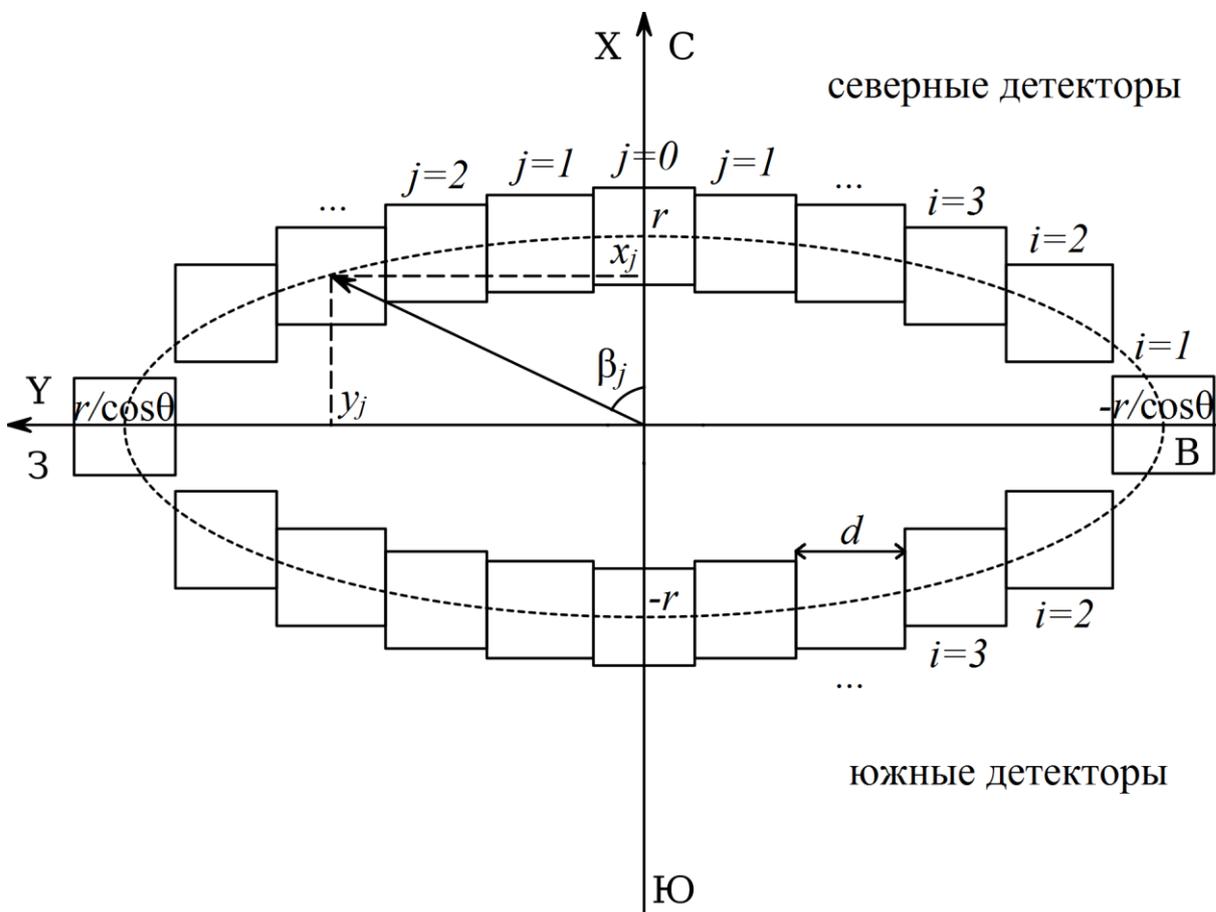


Рисунок 11. Схема расположения детекторов в форме квадратов на эллипсе в плоскости наблюдения ШАЛ.

На рисунках 12 и 13 представлена азимутальная зависимость средних сигналов $s(600)$ для моделей QGSJETII-04 и EPOS LHC и зенитного угла 45° . Детекторы имеют сквозную нумерацию i , начиная с самого восточного, отдельно для северной и южной половины эллипса, большая полуось которого совпадает с направлением с востока на запад. Для зенитных углов 0° и 15° i пробегает значения от 1 до 25, для 30° – от 1 до 29, для 45° – от 1 до 35. Значения сигналов уменьшаются с востока на запад, что связано с разной толщиной пройденного частицами вещества. Также если северную и южную кривую аппроксимировать прямыми, то они будут иметь разный наклон. Это может быть объяснено отклонением заряженных частиц в магнитном поле Земли.

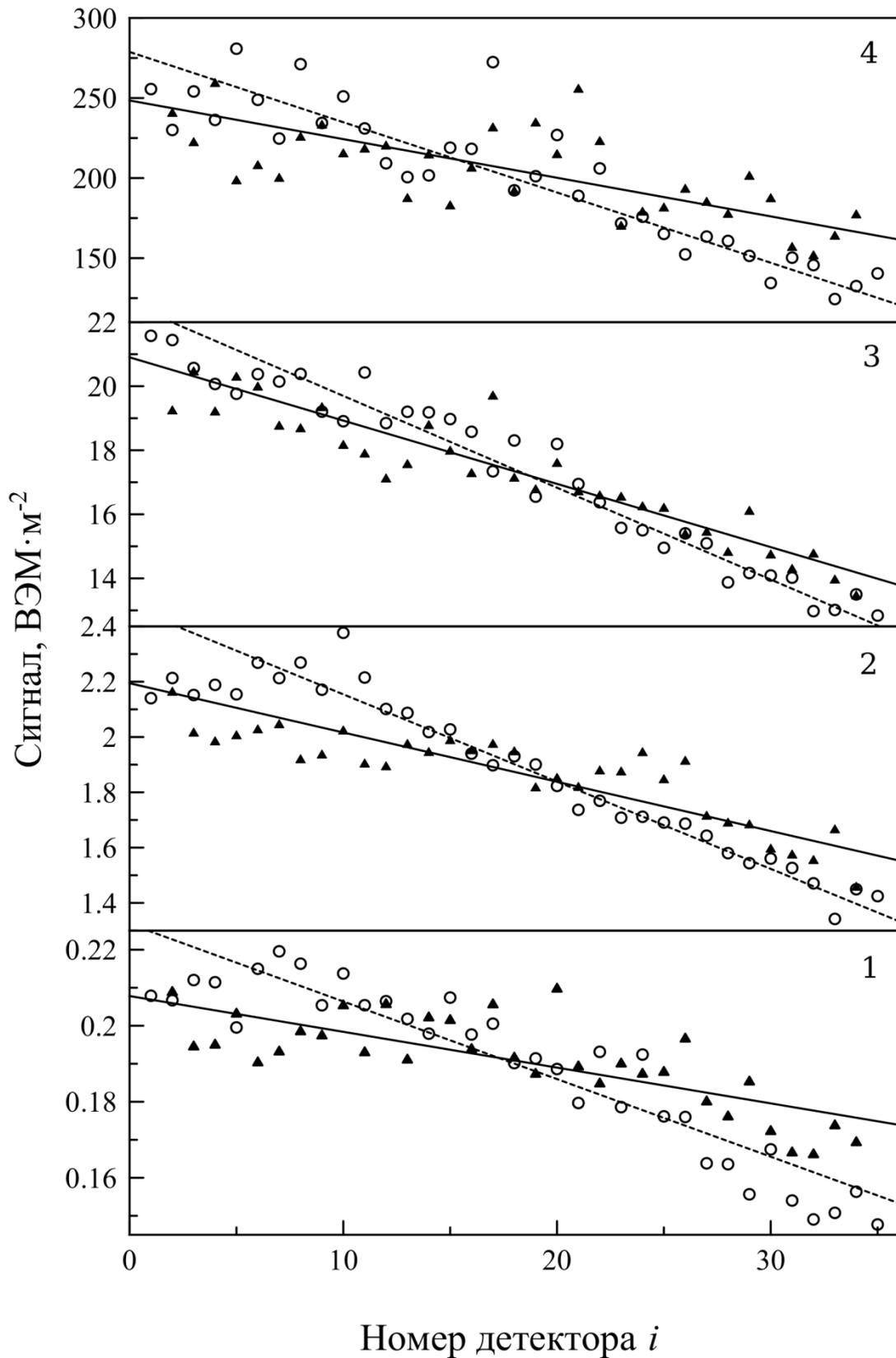


Рисунок 12. Средние сигналы в детекторах от частиц наклонных ливней с зенитным углом 45° и энергиями 10^{17} (1), 10^{18} (2), 10^{19} (3) и 10^{20} (4) эВ для модели QGSJETII-04.

○ – северные детекторы, ▲ – южные детекторы.

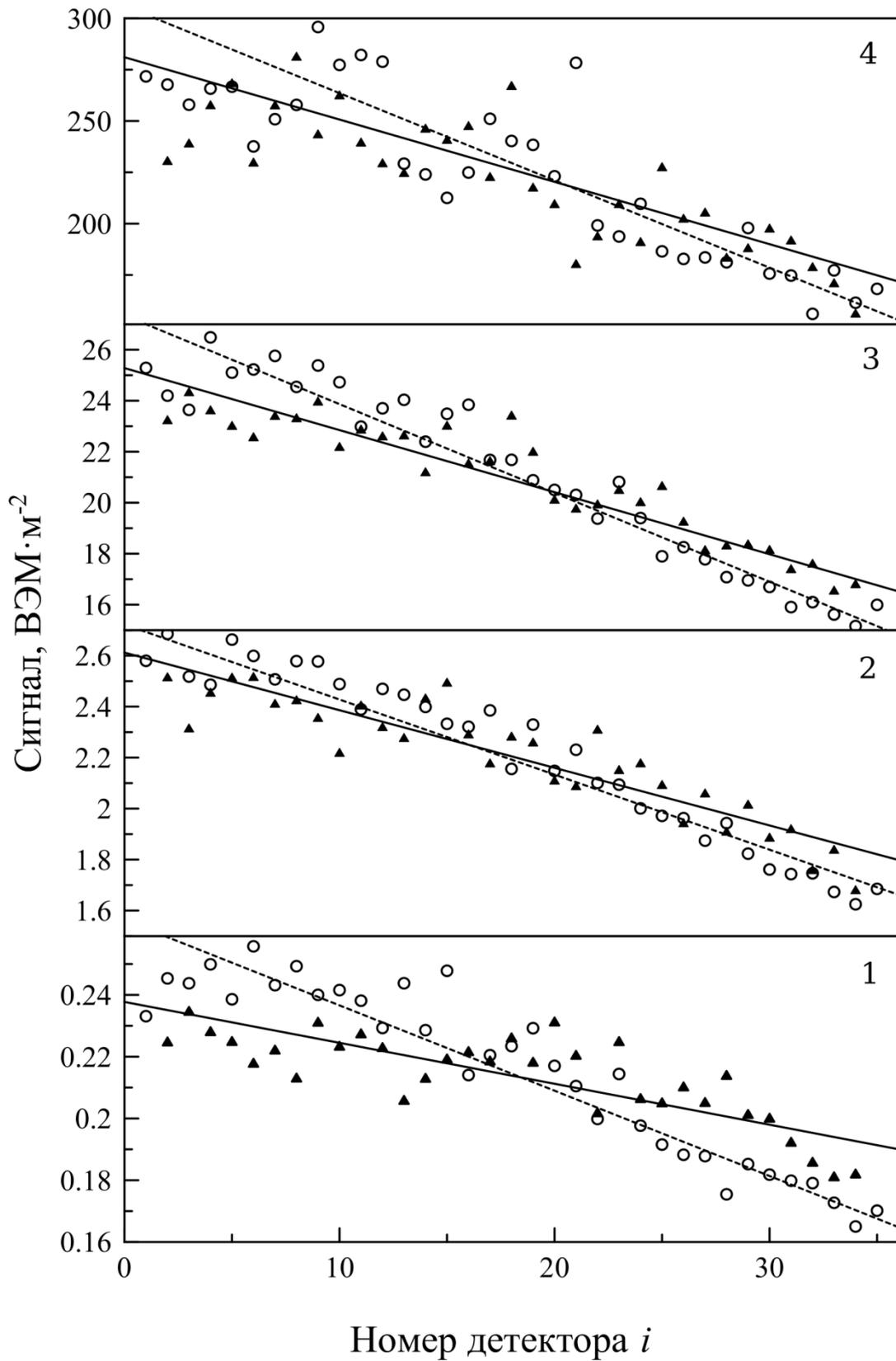


Рисунок 13. Средние сигналы в детекторах от частиц наклонных ливней с зенитным углом 45° и энергиями 10^{17} (1), 10^{18} (2), 10^{19} (3) и 10^{20} (4) эВ для модели EPOS LHC.

○ – северные детекторы, ▲ – южные детекторы.

Таким образом, для приходящего с востока ШАЛ в южной половине эллипса оказываются электроны, число которых больше числа позитронов в северной половине эллипса из-за эффекта Комптона и аннигиляции.

Средние сигналы $s(600)$ для разных рассчитанных углов, энергий и моделей QGSJETII-04 и EPOS LHC изображены на рисунках 14 и 15 соответственно. Средние сигналы в детекторах зависят от азимута их положения и отличаются от среднего значения сигнала на этом же расстоянии от оси ливня до 20% одновременно в большую и меньшую стороны. При регистрации ШАЛ срабатывает небольшое число детекторов в основном с близкими значениями азимута. Если отождествлять сигналы в этих детекторах с сигналами, усредненными по расстоянию до оси ливня, то ошибки в оценке энергии ШАЛ могут быть значительными. По этой причине предлагается в рамках какой-то модели рассчитывать зависимости сигналов в детекторах от энергии и типа первичной частицы, зенитного угла и азимута положения детектора. Для каждой точки на рисунке 14 или 15 определяется коэффициент a :

$$E = a \cdot s(r, \alpha_j). \quad (27)$$

Рассчитанные зависимости (27) устанавливают прямое соответствие между сигналом в сработавшем детекторе и энергией ШАЛ для данной модели через коэффициент a .

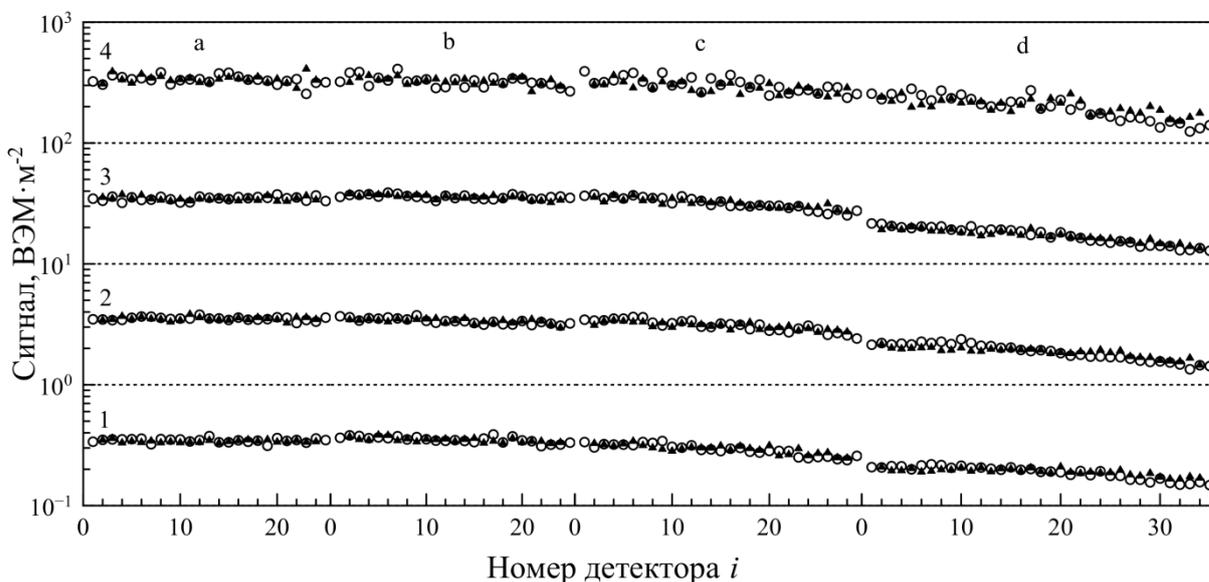


Рисунок 14. Средние сигналы в детекторах от частиц ШАЛ для зенитных углов 0° (a), 15° (b), 30° (c) и 45° (d), энергий 10^{17} (1), 10^{18} (2), 10^{19} (3) и 10^{20} (4) эВ и модели QGSJETII-04. \circ – северные детекторы, \blacktriangle – южные детекторы.

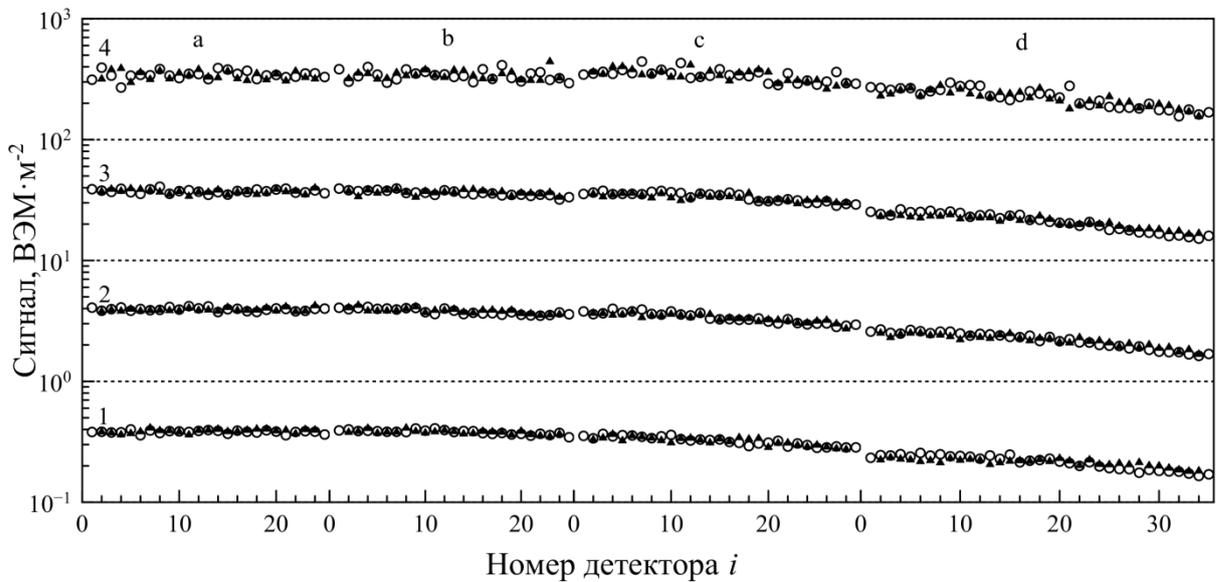


Рисунок 15. Средние сигналы в детекторах от частиц ШАЛ для зенитных углов 0° (a), 15° (b), 30° (c) и 45° (d), энергий 10^{17} (1), 10^{18} (2), 10^{19} (3) и 10^{20} (4) эВ и модели EPOS LHC. \circ – северные детекторы, \blacktriangle – южные детекторы.

3.4. Учет влияния флуктуаций в развитии широких атмосферных ливней на оценки энергии индивидуальных ливней

В ШАЛ можно рассматривать разные типы флуктуаций. Назовем условно флуктуации физическими, если они возникают из-за разной высоты первого и последующих взаимодействий и разных энергетических спектров вторичных частиц в различных адронных взаимодействиях. Будем условно называть флуктуации пуассоновыми, если они связаны с отсутствием осевой симметрии у реального ШАЛ. Физические флуктуации можно оценить, сравнивая между собой сигналы в наземных детекторах от набора индивидуальных ливней. Для энергий 10^{17} , 3×10^{17} и 5×10^{17} эВ было рассчитано по 10 вертикальных ливней, по которым была получена оценка стандартного отклонения σ_f физических флуктуаций для расстояний 300, 600 и 1000 м до оси ШАЛ. Важно, что стандартное отклонение σ_n пуассоновых флуктуаций оценивалось для тех же энергий без процедуры THINNING. Сделано это было для получения максимально правдоподобной радиальной структуры ШАЛ в рамках пакета CORSIKA. Все расчеты проводились для модели QGSJETII-04.

Использовалась следующая методика оценки стандартного отклонения пуассоновых флуктуаций. Разыгрывался один ливень. Из всех частиц ливня, достигших

уровня наблюдения, выбирались γ -кванты, позитроны, электроны и мюоны. Отбирались частицы, попавшие в три кольца с расстояниями r от оси ШАЛ в интервалах $(300-0,707)<r<(300+0,707)$ м, $(600-0,707)<r<(600+0,707)$ м и $(1000-0,707)<r<(1000+0,707)$ м. Каждое кольцо разбивалось на отдельные детекторы площадью 2 м^2 . Всего описанным способом кольца с радиусом 300, 600 и 1000 м были разбиты на 1332, 2665 и 4442 детектора одинаковой площади соответственно. По углу положения точки прихода частицы находился сработавший детектор. По значению косинуса угла падения и кинетической энергии проводилась линейная интерполяция для определения регистрируемой в сработавшем детекторе энергии от различных частиц ШАЛ. Для каждого сработавшего детектора регистрируемая энергия суммировалась и делилась на его площадь и энергию одного ВЭМ. Таким образом, вычислялись сигналы в каждом детекторе. По выборке из генеральной совокупности 1332, 2665 и 4442 событий для каждого расстояния от оси ливня рассчитывались стандартные отклонения по стандартной методике.

Зависимости стандартных отклонений физических и пуассоновых флуктуаций от энергии ШАЛ изображены на рисунках 16 и 17 соответственно. Эти зависимости аппроксимированы линейным законом:

$$\sigma = f \cdot E + g. \quad (28)$$

Все полученные оценки параметров флуктуаций представлены в таблице 9. Коэффициенты их линейной аппроксимации представлены в таблицах 10 и 11. При срабатывании детектора регистрируется некоторый сигнал s . Он может возникнуть от ШАЛ с разной энергией E с разной вероятностью, описываемой в некотором приближении нормальным распределением ψ . Однако из-за крутого наклона спектра частиц ПКИ вероятность того, что конкретный сигнал был создан вследствие флуктуации ШАЛ от первичной частицы с меньшей энергией по сравнению со средней выше вероятности флуктуации в ливне с большей энергией по сравнению со средней [46-48]. Математически это выражается представлением распределения φ энергии E при фиксированном сигнале s по теореме Байеса [49]:

$$\varphi(E|s) = \int_0^{+\infty} E^{-\gamma} \psi(s|E) dE / \int_0^{+\infty} E^{-\gamma} dE. \quad (29)$$

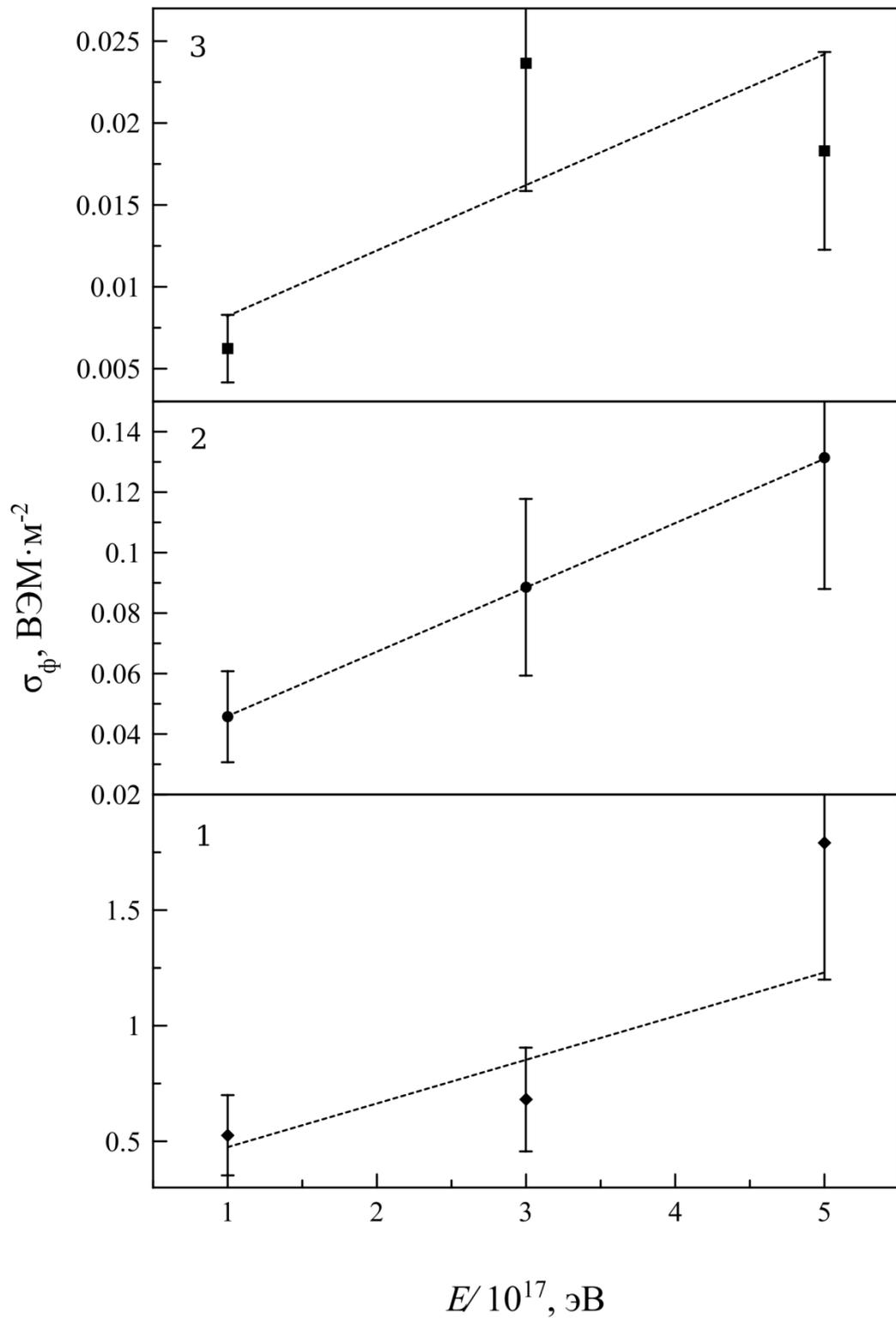


Рисунок 16. Зависимость стандартных отклонений σ_ϕ физических флуктуаций от энергии E вертикального ШАЛ. 1 – 300 м, 2 – 600 м, 3 – 1000 м.

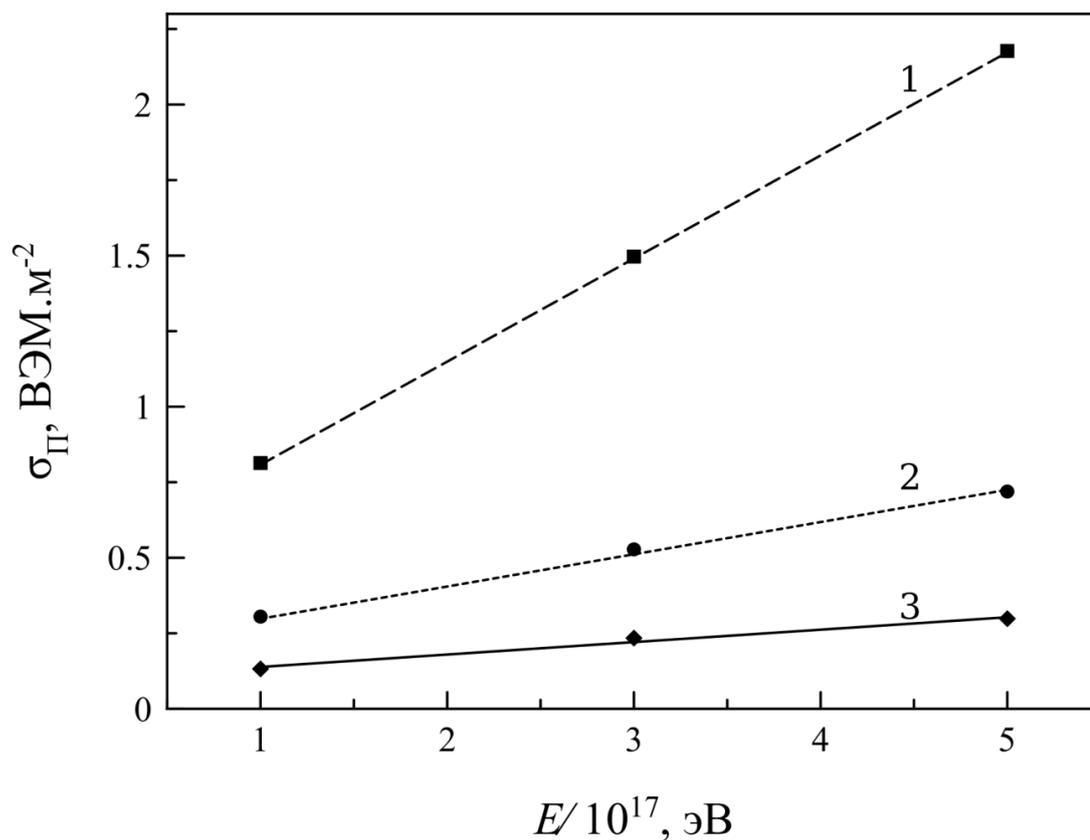


Рисунок 17. Зависимость стандартных отклонений σ_{π} пуассоновских флуктуаций от энергии E вертикального ШАЛ. 1 – 300 м, 2 – 600 м, 3 – 1000 м.

Таблица 9. Оценка параметров флуктуаций в ШАЛ.

E , эВ	r , м	$\langle s \rangle$, ВЭМ·м ⁻²	σ_{π} , ВЭМ·м ⁻²	$\sigma_{\pi}/\langle s \rangle$	σ_{ϕ} , ВЭМ·м ⁻²	$\sigma_{\phi}/\langle s \rangle$
10^{17}	300	3,46	0,837	0,242	$0,54 \pm 0,17$	$0,155 \pm 0,049$
	600	0,370	0,314	0,849	$0,047 \pm 0,015$	$0,127 \pm 0,040$
	1000	0,0585	0,136	2,32	$0,0064 \pm 0,0020$	$0,109 \pm 0,034$
3×10^{17}	300	10,9	1,54	0,141	$0,70 \pm 0,22$	$0,064 \pm 0,020$
	600	1,08	0,543	0,503	$0,091 \pm 0,029$	$0,089 \pm 0,028$
	1000	0,163	0,241	1,48	$0,0243 \pm 0,0077$	$0,149 \pm 0,047$
5×10^{17}	300	18,1	2,24	0,124	$1,84 \pm 0,58$	$0,102 \pm 0,032$
	600	1,84	0,740	0,402	$0,135 \pm 0,043$	$0,073 \pm 0,023$
	1000	0,277	0,307	1,11	$0,0188 \pm 0,0059$	$0,068 \pm 0,021$

Таблица 10. Линейная аппроксимация параметров физических флуктуаций ШАЛ.

$r, \text{ м}$	$f, \times 10^{-17} \text{ ВЭМ} \cdot \text{эВ}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$	$g, \text{ ВЭМ} \cdot \text{м}^{-2}$
300	0,18±0,10	0,29±0,24
600	0,0213±0,0010	0,024±0,020
1000	0,0035±0,0015	0,0028±0,0028

Таблица 11. Линейная аппроксимация параметров пуассоновых флуктуаций ШАЛ.

$r, \text{ м}$	$f, \times 10^{-17} \text{ ВЭМ} \cdot \text{эВ}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$	$g, \text{ ВЭМ} \cdot \text{м}^{-2}$
300	0,35	0,49
600	0,11	0,21
1000	0,043	0,010

В большинстве регистрируемых ШАЛ срабатывает небольшое число детекторов. По четырем сигналам пуассонова ошибка оценки сигнала может уменьшиться в два раза. Полученные из теоремы Байеса распределения вероятности энергии ШАЛ при фиксированном среднем сигнале, соответствующем энергии 10^{18} эВ, для расстояний 300, 600 и 1000 м от оси ливня изображены на рисунке 18. Положения максимумов этих распределений представлены в таблице 12. Для сигнала на расстоянии 600 м от оси, используемом для оценки энергии на ЯКУШАЛ [20], [24], учет флуктуаций приводит к уменьшению оценки энергии ШАЛ в 1,4 раза по сигналу в одном детекторе и в 1.1 раза по четырем. Важно отметить сильную зависимость положения максимума распределения φ от величины флуктуаций сигнала. Так для расстояния до оси ШАЛ 1000 м оценка может быть завышена в 2,2 раза по сигналу в одном детекторе. Для наклонных ливней флуктуации возрастают.

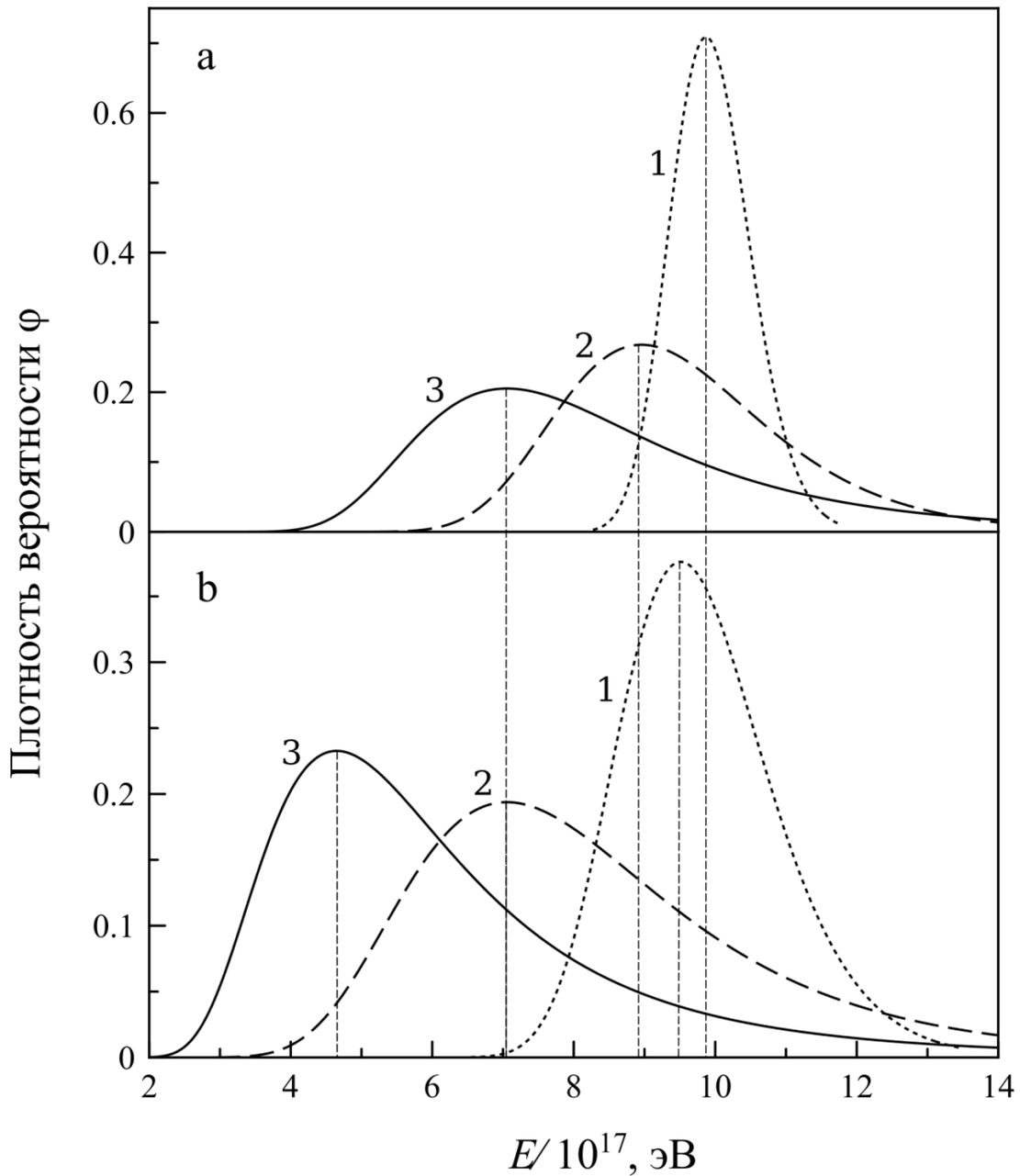


Рисунок 18. Плотность вероятности оценки энергии ШАЛ при фиксированной величине сигнала. 1 – 300 м, 2 – 600 м, 3 – 1000 м. а – $0,5\sigma_{\Pi}$, б – σ_{Π} .

Таблица 12. Наиболее вероятные оценки энергии вертикального ШАЛ, определенные по сигналу, равному среднему значению сигнала для ШАЛ с энергией 10^{18} эВ.

r , м	300 м	600 м	1000 м
Стандартное отклонение			
σ_{Π}	$0,951 \times 10^{18}$ эВ	$0,706 \times 10^{18}$ эВ	$0,465 \times 10^{18}$ эВ
$0,5 \cdot \sigma_{\Pi}$	$0,987 \times 10^{18}$ эВ	$0,895 \times 10^{18}$ эВ	$0,706 \times 10^{18}$ эВ

Глава 4

Выводы

Основные результаты дипломной работы можно сформулировать в следующих выводах:

1. С помощью пакета GEANT4 рассчитаны детальные таблицы сигналов в наземных сцинтилляционных детекторах ЯКУШАЛ от γ -квантов, позитронов и электронов в интервале кинетических энергий $10^{-1} \div 10^5$ МэВ с детализацией 20 точек на порядок и от мюонов в интервале кинетических энергий $10^2 \div 10^7$ МэВ с детализацией 20 точек на порядок и интервале косинусов зенитных углов $0,1 \div 1$ с шагом 0,05 для зимних и летних условий эксплуатации установки.
2. С помощью пакета GEANT4 рассчитаны детальные таблицы сигналов в подземных сцинтилляционных детекторах ЯКУШАЛ, расположенных на глубине 2 м, от мюонов в интервале кинетических энергий $10^2 \div 10^7$ МэВ с детализацией 20 точек на порядок и интервале косинусов зенитных углов $0,1 \div 1$ с шагом 0,05.
3. По экспериментальному спектру вертикальных атмосферных мюонов проведено моделирование калибровки практической единицы измерения сигналов ВЭМ и получено ее значение 10,8 МэВ в наземных и 11,4 МэВ в подземных детекторах.
4. С помощью пакета CORSIKA и таблиц сигналов рассчитаны коэффициенты a (см. таблицы 4 и 5), которые могут использоваться для оценки энергии вертикальных ливней по средним сигналам от частиц ливня в наземных детекторах, расположенных на расстояниях 300, 600 и 1000 м от оси ливня, для моделей QGSJETII-04 и EPOS LHC. Для расстояния 300 и 1000 м коэффициенты a рассчитаны впервые.
5. Впервые показано, что метод сечения спектров линиями равной интенсивности, используемый на ЯКУШАЛ, в рамках модели QGSJETII-04 приводит к переоценке энергии первичной частицы в 1,7, 1,8, 2,1 и 2,3 раза для наклонных ШАЛ с зенитными углами 0° , 15° , 30° и 45° соответственно.
6. Для моделей QGSJETII-04 и EPOS LHC и ливней с зенитными углами 0° , 15° , 30° и 45° , и расстояний детекторов от оси 300, 600 и 1000 м составлена таблица 6 коэффициентов a , которую можно использовать для оценки энергии ливней с зенитными углами в интервале $0^\circ \div 45^\circ$ по сигналам в сработавших детекторах, расположенных в интервале расстояний $300 \div 1000$ м от оси ливня.
7. Впервые показано, что сигналы в сцинтилляционных детекторах, расположенных на расстоянии 600 м от оси наклонного ливня с зенитным углом 45° , но при значении

азимутальных углов 0° и 180° , отличаются на 40% из-за разной толщи вещества, проходимого частицами, над детектором, и влияния магнитного поля Земли.

8. Впервые оригинальным методом без использования процедуры THINNING рассчитаны флуктуации сигналов в наземных детекторах, расположенных на расстояниях 300, 600 и 1000 м от оси ливня. Для ШАЛ с энергией 3×10^{17} эВ они составляют 15%, 50% и 150% соответственно.

9. Впервые для ЯКУШАЛ на основе теоремы Байеса получены распределения оценок энергии в индивидуальных ливнях по сигналам в наземных детекторах, расположенных на расстояниях 300, 600 и 1000 м от оси, и оценки при максимальной плотности вероятностей, которые на 5%, 30% и 50% могут отличаться от оценок по средним значениям сигналов соответственно.

Благодарности

Автор благодарит профессора кафедры общей физики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Деденко Леонида Григорьевича за предложенную тему дипломной работы и дополнительные консультации по физике космических лучей.

Автор благодарит старшего научного сотрудника НИИЯФ им. Д.В. Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова Федорову Галину Федоровну за дополнительные консультации по физике космических лучей.

Автор благодарит профессора кафедры физики космоса физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Галкина Владимира Игоревича за многократные консультации и помощь в овладении работой с программным пакетом CORSIKA.

Автор благодарит профессора кафедры физики космоса физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Николая Николаевича Калмыкова за прослушанный спецкурс «Космические лучи сверхвысоких энергий».

Автор благодарит учителя средней образовательной школы №10 пос. Радуга Новоалександровского района Ставропольского края Чернова Анатолия Николаевича за бесценную основу знаний и любовь к физике.

Литература

1. K. Greisen, Phys. Rev. Lett. **16**, 748 (1966).
2. G.T. Zatsepin, V.A. Kuzmin, JETP Lett. **4**, 78 (1966).
3. F. Salamida et al. [Pierre Auger Collaboration], Proc. 32nd ICRC **2**, 145 (2011).
4. T. Abu-Zayyad, R. Aida, M. Allen et al., Astrophys. J. Lett. **768** №1, L1 (2013).

5. S.P. Knurenko, Z.E. Petrov, R. Sidorov et al., arXiv:1310.1978 (2013).
6. S.T. Scully, F.W. Stecker, *Astropart. Phys.* **31**, 220 (2009).
7. J. Allison et al., *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **53**, 270 (2006).
8. D. Heck, G. Schatz, T. Thouw, J. Knapp, J. N. Capdevielle, Tech. Rep. 6019, FZKA (1998).
9. В.С. Мурзин, Введение в физику космических лучей: Учеб. Пособие. – 3-е изд., перераб., - М.: Изд-во МГУ (1988).
10. A.W. Strong, I.V. Moskalenko, *Astrophys. J.* **509**, 212P (1998).
11. Application Software Group, GEANT, CERN Program Library (1994).
12. A. Ferrari, P.R. Sala, A. Fasso and J. Ranft, Report CERN-2005-10 (2005).
13. N.N. Kalmykov, S.S. Ostapchenko and A.I. Pavlov, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **52B**, 17 (1997).
14. S.S. Ostapchenko, *Phys. Rev. D* **83**, 014018 (2011).
15. K. Werner, F.M. Liu and T. Pierog, *Phys. Rev. C* **74**, 044902 (2006).
16. R.S. Fletcher, T.K. Gaisser, P. Lipari and T. Stanev, *Phys. Rev. D* **50**, 5710 (1994).
17. W.R. Nelson, H. Hirayama and D.W.O. Rogers, Report SLAC 265, Stanford Linear Accelerator Center (1985).
18. D. S. Gorbunov, P. G. Tinyakov, I. Tkachev, S. V. Troitsky, *JETP* **87** №9, 547 (2008).
19. B.R. Dawson, I.C. Maris, M. Roth et al., *EPJ Web of Conferences* **53**, 01005 (2013).
20. A.V. Glushkov, M.I. Pravdin and A. Saburov, *Phys. Rev. D* **90**, 012005 (2014).
21. F.D. Kahn, I. Lerche, *Proc. Phys. Soc. A.* **289**, 206 (1966).
22. L. Dedenko, S. Knurenko, A. Makarov, I. Makarov, M. Pravdin, I. Sleptsov, A. Glushkov, G. Fedorova, T. Roganova, A. Saburov, Proc. of 33rd ICRC, icrc-0045 (2013).
23. A.M. Hillas et al., Proc. of 12th ICRC **3**, 1007 (1971).
24. A. V. Glushkov, M. N. Dyakonov, T. A. Egorov, N. N. Efimov, N. N. Efremov et al., *Bull. Acad. Sci. USSR: Phys. Ser.* **55**, 713 (1991).
25. G. Clark, H.L. Bradt, M. La Pointe et al., Proc. 8th ICRC **4**, 65 (1963).
26. M. La Pointe, K. Kamata, J. Gaebler et al., *Canad. J. Phys.* **46** №10, S68 (1968).
27. Е.Ю. Федунин, Расчеты базы данных для оценивания энергии гигантских атмосферных ливней (диссертация на соискание степени к.ф.-м.н.), НИИЯФ МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва (2004).
28. L. Dedenko, G. Fedorova, E. Fedunin et al., *Nuc. Phys. B* **136**, 12 (2004).
29. L. Dedenko, G. Fedorova, E. Fedunin, T. Roganova, *Nucl. Phys. B* **151**, 19 (2006).
30. G. Rubtsov, L. Dedenko, G. Fedorova et al., *Phys. Rev. D* **73** №6, 063009–1 (2006).
31. L. Dedenko, D. Podgrudkov, T. Roganova et al., *Nuclear Physics B.* **165**, 27 (2007).
32. Л. Деденко, Д. Подгрудков, Т. Роганова и др., *Изв. РАН Сер. Физ.* **71** №4, 470 (2007).
33. Л. Деденко, Д. Подгрудков, Т. Роганова и др., *Яд. Физ.* **70** №10, 1806 (2007).
34. Л. Деденко, А. Глушков, С. Кнуренко и др., *Яд. Физ.* **73** №12, 1 (2010).
35. B. Stokes et al., arXiv:1403.0644 (2014).
36. D. Ivanov, PhD thesis, Rutgers, The State University of New Jersey (2012).
37. R.P'esce et al., [Pierre Auger Collaboration], Proc. 32nd ICRC **2**, 214 (2011).
38. G. Cunningham, J. Lloyd-Evans, A.M.T. Pollock et al., *The Astrophys. J. Lett.* **236** №2, L71 (1980).
39. J. Linsley, R.J.O. Reid, A.A. Watson, Catalogue of highest energy cosmic rays №1, Ed. M. Wada. WDC-C2 for Cosmic Rays, Tokyo (1980).
40. A.J. Bower, G. Cunningham, J. Linsley et al., *J. Phys. G: Nucl. Phys.* **9**, L53 (1983).
41. Л. Деденко, Т. Роганова, Г. Федорова, *Вестник МГУ. Физика* **4**, 37 (2011).
42. Л. Деденко, Т. Роганова, Г. Федорова, *Изв. РАН Сер. физ.* **77** №11, 1561 (2013).
43. L. Dedenko, G. Fedorova, T. Roganova, *J. of Phys.: Conference Series* **409** №1, 012093 (2013).

44. A.A. Kochanov, T.S. Sinegovskaya and S.I. Sinegovsky, *Astropart. Phys.* **30**, 219 (2008).
45. A. Chulliat, S. Macmillan, P. Alken, C. Beggan, M. Nair, B. Hamilton, A. Woods, V. Ridley, S. Maus and A. Thomson, *The US/UK World Magnetic Model for 2010-2015*, NOAA National Geophysical Data Center, Boulder, CO (2009).
46. Г.Т. Зацепин, Тр. 6-й Межд. конф. по космич. лучам. М.: Изд-во АН СССР **2**, 212 (1960).
47. Л.Г. Деденко, Г.Т. Зацепин, Тр. 6-й Межд. конф. по космич. лучам. М.: Изд-во АН СССР **2**, 222 (1960).
48. Л.Г. Деденко, *ЖЭТФ* **40** №2, 630 (1961).
49. Г. Крамер, *Математические методы статистики*, Изд-во «Мир», Москва (1975).