

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

## ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

# КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

# Взаимодействие потока релятивистских электронов, фокусируемых постоянным магнитным полем, с СВЧ-полем в нерегулярном сверхразмерном волноводе

Дипломная работа студента 6 курса Щелконогова А.И.

### Научный руководитель:

доктор физ.-мат. наук проф. Слепков А.И.

Допущен к защите:

Заведующий кафедрой: доктор физ.-мат. наук проф. Салецкий А.М.

> Москва 2014

## Оглавление

Введение
Глава 1. Обзор литературы4
1.1 Мазеры на циклотронном резонансе. Гиротрон
1.2 Сверхразмерные СВЧ-устройства. Генератор на поверхностной волне и черенковский генератор
1.3 Дисперсионные характеристики 12
Глава 2. Взаимодействие электронного потока с электромагнитным полем нерегулярного сверхразмерного волновода. Уравнения теории
2.1 Моделирование полей сверхразмерного периодического волновода 14
2.2 Описание движения частиц16
2.2.1 Уравнения движения электронного потока
Глава 3. Влияние фокусирующего магнитного поля на взаимодействие потока и СВЧ-поля в релятивистском черенковском генераторе
3.1 Сопоставление результатов новой модели, полученных для предельных значений фокусирующего магнитного поля, с результатами задачи без циклотронного вращения
3.2 Циклотронный резонанс в задаче с заданным током
3.3 Динамика пучка
Заключение
Список литературы

#### Введение

Для эффективной работы многих микроволновых устройств, в том числе использующих релятивистские электронные потоки, важными являются резонансные эффекты взаимодействия электромагнитных полей и потока электронов. В системах с длительным взаимодействием наличие резонансов определяет частоту генерации, возможность селекции колебаний. Прежде всего, это относится к сверхразмерным системам, когда в электродинамической структуре одновременно может возбуждаться большое число колебаний.

Целью работы является создание теоретической модели и программы численного моделирования взаимодействия релятивистского электронного потока с полем аксиально-симметричного сверхразмерного нерегулярного волновода, а также анализ влияния конечной величины фокусирующего магнитного поля на эффективность генерации релятивистского генератора черенковского типа.

В первой главе дается обзор литературы, в котором описывается физика процессов, происходящих при работе различных электронно-лучевых вакуумных СВЧ-приборов, их устройство. Вторая глава посвящена основным уравнениям теории, как то уравнениям матричного многомодового метода, позволяющего анализировать нестационарное взаимодействие потока частиц И электромагнитного поля периодического сверхразмерного волновода, уравнениям движения электронов с учетом конечной величины направляющего магнитного поля. В третьей главе представлены результаты моделирования МВЧГ, описано влияние фокусирующего магнитного поля на взаимодействия потока и поля в релятивистском черенковском генераторе, даны интерпретации полученных результатов в соответствии с теоретическими предположениями.

#### Глава 1. Обзор литературы

За последние 50 лет широкое применение получил СВЧ-диапазон. Сверхвысокочастотные электромагнитные колебания широко используются в телекоммуникации, локации, для бесконтактного нагрева тел, для изучения строения веществ и др.

Исследования в области СВЧ-электроники больших мощностей стали развиваться быстрыми темпами после появления импульсных сильноточных ускорителей с энергией электронов 0,5-10 МэВ и током выше 1 кА [1]. Открытие в конце 1950-х механизма когерентного излучения классических электронов-осцилляторов [1], совершающих помимо поступательного движения еще и колебания относительно некоторого ведущего центра, позволило заполнить существовавший провал мощности в области длин волн короче 1 см. Наиболее перспективной оказалась активная среда из электронов, вращающихся в однородном магнитном поле.

Первые эксперименты по генерации СВЧ-излучения в соответствии с вышеизложенными идеями оказались неудачными (эффективность генерации не превышала 1%) [2]. Здесь важной задачей, определяющей успех в эксперименте, является формирование моноэнергетических сильноточных релятивистских электронных потоков. Исследованию этих задач, в свою очередь, посвящено множество работ [3,4].

На современном этапе развития СВЧ-устройств остаются актуальными задачи повышения эффективности и производительности таких систем. Открытыми являются вопросы, связанные с нелинейными эффектами в устройствах. Аналитические решения зачастую не совпадают с экспериментом, прямые измерения реализовать крайне затруднительно, поэтому численные методы играют здесь важную роль, так как они учитывают влияние нелинейных эффектов, являются незаменимым следовательно, инструментом для приборов. моделирования электронно-лучевых Мощные многосекционные устройства обычно действуют при сильной нагрузке электронным потоком. Моды вихревого поля, определенные с учетом самосогласованного взаимодействия с электронным потоком, могут существенно отличаться от мод, определенных без Взаимодействие потока и учета потока. поля обусловлено механизмом индуцированного и собственного излучения одновременно [5,6]. Этот момент определяет специфику задачи: уравнения, связанные с полем и уравнения

движения пучка необходимо решать совместно (задача является самосогласованной).

При анализе СВЧ-устройств, основанных на длительном взаимодействии электронного потока с полями периодических структур, большое распространение получили методы, связанные с разложением электромагнитного поля по модам и выделением гармоник поля, синхронных с электронным потоком. Такой подход изначально был использован при исследовании свойств ЛБВ и ЛОВ [7].

При моделировании необходимо считать движущиеся электроны источником электромагнитных полей, а поле учитывать при анализе движения электронов. В течение последних лет наблюдается большой прорыв в реализации численных схем. Это существенно расширяет возможности для описания взаимодействия между движущимися электронами и электромагнитным полем в СВЧ-устройствах.

#### 1.1 Мазеры на циклотронном резонансе. Гиротрон

Для понимания основных принципов работы СВЧ-устройств на циклотронном резонансе имеет смысл обратиться к наиболее простым из них [21].

Мазер на циклотронном резонансе (МЦР) - СВЧ-генератор (усилитель), в котором используется вынужденное излучение пучка электронов, движущихся по винтовым траекториям в однородном магнитном поле (или по трохоидальным траекториям в скрещенных электрическом и магнитном полях). Взаимодействие электронов с электромагнитной волной, распространяющейся вдоль магнитного поля  $E = E_0 e^{i(\omega t - k_{\parallel}z)}$ , происходит при выполнении условия циклотронного резонанса (синхронизма), которое с учётом доплеровской поправки имеет вид

$$\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} \approx s \omega_c, s = \pm 1, \pm 2, \dots$$

 $v_{\parallel}$  - скорость электрона вдоль фокусирующего магнитного поля,  $\omega$  - частота волны,  $k_{\parallel}$  - компонента волнового вектора вдоль фокусирующего магнитного поля,  $\omega_c = eH_0c/\varepsilon$  - циклотронная частота,  $\varepsilon$  - полная энергия. Из условия синхронизма следует, что при  $s \ge 1$  нет необходимости замедлять волну, чтобы добиться синхронизма, что и является основным преимуществом МЦР на миллиметровых и субмиллиметровых длинах волн перед большинством других электронно-лучевых устройств [17].

Как и в других классических СВЧ генераторах, в МЦР преобразование энергии стационарного электронного пучка в излучение оказывается возможным благодаря группировке частиц полем "затравочной" волны. Образующиеся электронные сгустки усиливают первичную волну. Такой процесс возможен в МЦР 1) зависимости  $\omega_c$  от энергии электрона  $\varepsilon$  (неизохронность вследствие: вращения), которая приводит к азимутальной группировке частиц, меняющих свою энергию в процессе взаимодействия с волной; 2) различия поступательных смещений, приобретают электроны, которые попавшие в разные фазы пространственно неоднородной волны, этот механизм приводит к продольной группировке частиц [17].

Рассмотрим взаимодействие электронов, первоначально равномерно распределённых на циклотронной окружности, с электрическим полем волны, имеющим компоненту, вращающуюся с частотой, равной циклотронной частоте вращения электронов (рис. 1.1). В результате взаимодействия циклотронная

частота электрона Б, отбирающего энергию у волны, уменьшается, и он начинает вращаться медленнее, а циклотронная частота электрона В, отдающего энергию волне, возрастает, и он вращается быстрее. Поэтому вблизи электрона А, вращающегося с невозмущённой частотой, образуется сгусток электронов. Для того, чтобы электроны в среднем отдавали свою энергию волне, сгусток должен перемещаться синхронно с тормозящей фазой волны. Для этого частота вращения волны с учётом доплеровской поправки должна немного превышать исходную циклотронную частоту электронов.



РИСУНОК 1.1 МЕХАНИЗМ ГРУППИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ФАЗЕ

Как и для приборов, основанных на вынужденном излучении электронов, движущихся по прямолинейным траекториям, для МЦР существует множество вариантов построения как генераторов (МЦР-монотрон, где обратная связь обеспечивается отражением волн от концов резонатора; МЦР со встречной волной - аналог лампы обратной волны), так и усилителей внешнего сигнала (МЦР-ЛБВ; МЦР-клистрон).

Из многочисленных вариантов МЦР при слаборелятивистских энергиях электронов наибольшее распространение получили генераторные И усилительные разновидности гиротрона (рис. 1.2). В гиротроне электроны слабо взаимодействуют с полем нерегулярного волновода на частоте, близкой к критической, когда фазовая скорость волны  $\omega/k_{\parallel} \gg c$ . В таких условиях доплеровская поправка к частоте мала, благодаря чему снижается до минимума уширение спектральной линии, вызванное разбросом поступательных скоростей электронов, и тем самым повышается электронный КПД. Отсутствие замедляющей

системы и возможность использования открытых резонаторов делают гиротроны мощными генераторами и усилителями диапазона миллиметровых и субмиллиметровых волн.



Рис. 1.2 Схема гиротрона. 1 -катод; 2 - анод; 3 - резонатор; 4 - коллектор; 5 - выходной волновод; 6 - выходное окно; 7 - соленоид

Для построения гиротронов коротковолновой части миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов требуются интенсивные магнитные поля порядка 100 кЭ, которые обеспечиваются криомагнитными системами или импульсными соленоидами [17].

Гиротроны позволили освоить весь диапазон миллиметровых волн на высоких уровнях мощности (порядка 1 МВт в импульсном режиме и сотни кВт в непрерывном) с КПД ~ 30-40%. Это делает их перспективными для широкого ряда приложений.

При переходе к релятивистским энергиям электронов эффективность гиротрона уменьшается из-за слишком большой неизохронности вращения частиц, приводящей к их быстрому выходу из резонанса. Поэтому в релятивистской области энергий с гиротроном начинают конкурировать другие разновидности СВЧ-приборов.

# 1.2 Сверхразмерные СВЧ-устройства. Генератор на поверхностной волне и черенковский генератор

Существенное увеличение мощности СВЧ-излучения требует использования широких трубчатых пучков и сверхразмерных волноводов.

Экспериментальные исследования и предварительный теоретический анализ показывают, что практически все устройства релятивистской СВЧ электроники на периодических волноводах обнаруживают резонансное увеличение или выходной мощности при напряженности уменьшение магнитного поля, соответствующего пространственному резонансу. Таким образом, эффекты поперечного взаимодействия представляют значительный интерес не только в устройствах типа мазера на циклотронном резонансе [18], но и в других устройствах - релятивистских ЛОВ-ЛБВ [19], МВЧГ [20] и др. Взаимодействие потока и поля при этом следует трактовать как комбинированное.

В сверхразмерном периодическом волноводе при достаточном замедлении волны  $E_{01}$  распространяется поверхностная волна. Наибольшее замедление наблюдается в области частот п-вида. По мере уменьшения частоты сигнала фазовая скорость поверхностной волны возрастает, становится равной скорости света, и в дальнейшем распространяется объемная волна моды  $E_{01}$ . При синхронизме потока И поля система возбуждается в режиме релятивистского генератора поверхностной волны [8]. Параметры устройства улучшаются при его секционировании (рис. 1.3) [9].

В теории РГПВ с фиксированной структурой поля в ячейках показано, что при учете конечного магнитного поля, установившаяся мода определяется суперпозицией двух волн периодической структуры, медленной и быстрой волн пространственного заряда, а также двух циклотронных волн потока [9].

При больших токах предположение о фиксации поперечной структуры поля потока и поверхностной волны не выполняется. Поперечное распределение поля определяется его многоволновым взаимодействием с потоком. Соответствующий анализ для протяженной секции РГПВ [9] показывает, что продольная компонента электрического поля в области потока имеет минимум. На конечном участке периодической структуры поверхностная волна переизлучается в объемную.



Рисунок 1.3 Схема РГПВ (а- несекционированный, б - двухсекционный)

По мере увеличения энергии электронов область переизлучения поверхностной волны в объемную захватывает все пространство взаимодействия. Структура поля электродинамической системы не сводится к структуре поверхностной волны, в круглом волноводе она определяется несколькими объемными модами. В этом случае можно говорить о многоволновом излучении из секций, а от генератора поверхностной волны перейти к многоволновому черенковскому генератору (рис. 1.4) [11].

Черенковские устройства сверхбольшой мощности в настоящее время - это одночастотные пространственно-когерентные источники черенковского излучения, основанные на синхронизме электронов и электромагнитного поля периодической системы. Структура поля зависит от электронного потока и определяется его излучением. Черенковские усилители или генераторы с повышенной эффективностью взаимодействия содержат секционированную электродинамическую систему.

С точки зрения электронно-волновых процессов существенна связь быстрой и медленной волн потока, приводящая к появлению комплексного корня соответствующего дисперсионного уравнения ( $\hat{k}_{\parallel} = k_{\parallel} + i \text{Im} \hat{k}_{\parallel}$  - комплексная постоянная распространения). Особенность процесса определяется реализацией колебательно-волнового режима в системе. В области частот п-вида реализуется одновременное взаимодействие прямой и обратной волн поля с потоком, соответствующее комбинированному режиму ЛОВ-ЛБВ.

Аналогичные, но существенно более сложные процессы, наблюдаются и при дополнительном учете других волн потока: быстрой и медленной циклотронных волн, синхронных волн потока. Возникает комбинированное взаимодействие типа ЛБВ-ЛОВ-МЦРАД, где режим МЦРАД - взаимодействие в мазере на циклотронном резонансе при аномальном эффекте Доплера.

При изменении магнитного поля меняется частота циклотронного вращения электронов и соответственно меняются постоянные распространения быстрой и медленной циклотронных волн.

При увеличенных значениях частоты циклотронного вращения  $\omega_c/\omega_{\pi} = 1,5 \div 3$  быстрая и медленная циклотронные волны могут взаимодействовать с различными, далеко отстоящими друг от друга пространственными гармониками. Так при циклотронных частотах  $1.5 < \omega_c/\omega_{\pi} < 2.0$  обе циклотронные волны взаимодействуют с полем системы вблизи высокочастотной границы полосы прозрачности: быстрая волна - вблизи сдвига фаз  $\varphi = -\pi$ , медленная - в области  $\varphi = +3\pi$  [14].

Для нагруженной системы при магнитной индукции 2 кГс наблюдается сдвиг горячей границы полосы прозрачности внутрь полосы. При этом режимы вблизи границы характеризуются сильной активной связью быстрой и медленной циклотронных волн и периодической перекачкой энергии между быстрой циклотронной волной и основной пространственной гармоникой, пассивной связью между медленной циклотронной волной и основной пространственной и "-1" пространственной гармоникой. При значениях магнитного поля порядка 12 кГс медленная циклотронная волна взаимодействует с "-1" пространственной гармоникой. Подобные свойства взаимодействующих волн характеризуются активной связью циклотронных волн с полем системы. Особенностью релятивистских устройств, в которых реализуется данный тип связи, является то, что возможно раздельное возбуждение быстрой и медленной волн (в релятивистской ЛОВ-ЛБВ быстрая и медленная волны возбуждаются одновременно), что может приводить к увеличению усиления и облегчению пусковых условий генерации [14].

Рисунок 1.4 Двухсекционный МВЧГ

#### 1.3 Дисперсионные характеристики

Классификацию режимов генераторов на односекционных периодических волноводах можно провести с использованием дисперсионных характеристик (рис. 1.5). Одноволновые режимы излучения реализуются при синхронизме электронного потока с отдельно взятыми прямой и обратной волнами: в первом случае - режим генератора на ЛБВ с обратной связью (резонансная ЛБВ), во втором - режим ЛОВ-генератора.

Если пучок находится в синхронизме с прямой и обратной волнами одной моды возникает двухволновой режим излучения длинной системы, то (двух поверхностных волн или поверхностной и объемной волн) типа ЛОВ-ЛБВ (рис. 1.5). Излучение поверхностных волн в области частоты π-вида реализуется в релятивистском генераторе поверхностной волны (РГПВ). В конце замедляющего волновода РГПВ поверхностная волна переизлучается в объемные волны различных мод. В области частоты 2π-вида в длинной системе излучаются две объемные волны, направленные почти нормально к поверхности. Такой режим излучения в нерелятивистской электронике называют режимом генератора дифракционного излучения (ГДИ), а в релятивистском случае - режимом РГДИ. Одновременное излучение нескольких объемных волн характерно для многоволнового дифракционного генератора (МВДГ) (рис. 1.5).



Рисунок 1.5 Дисперсионные характеристики мод и пучка в аксиально-симметричном периодическом волноводе

При синхронизме пучка с полем короткой секции сверхразмерного волновода на частоте π-вида структуры полей двух поверхностных волн не устанавливаются и зависят от электронного потока. Двухволновое излучение в режиме ЛОВ-ЛБВ дополняется возбуждением объемных волн волновода. Возникает многоволновое излучение, а само устройство получило название многоволнового черенковского генератора (МВЧГ) (рис. 1.5). Аналогично, в области частот 2π, 3π и других видов в коротких секциях возбуждаются многоволновые поля дифракционного излучения.

Если в данных секциях реализуются одно- или двухволновое излучение, то комбинация двух таких секций позволяет создавать устройства, в которых могут осуществляться комбинированные режимы взаимодействия, например ЛОВ-ЛОВ, ЛОВ-ЛБВ, ЛОВ-РДГ, ЛБВ-РДГ и т.д. Для возбуждения таких систем необходим одновременный синхронизм электроноого пучка с полями двух секций.

# Глава 2. Взаимодействие электронного потока с электромагнитным полем нерегулярного сверхразмерного волновода. Уравнения теории

# 2.1 Моделирование полей сверхразмерного периодического волновода

В рамках матричного многомодового метода произвольный нерегулярный аксиально-симметричный волновод представляется в виде последовательности участков гладких волноводов. Поля на выделенных участках разлагаются по полной для уравнений Максвелла системе функций - модам гладкого волновода. Для каждого участка записываются уравнения возбуждения вихревых электрического и магнитного полей, на скачках радиуса волновода производится сшивание полей. В общем случае может быть рассмотрено возбуждение симметричных и несимметричных полей E и H типов. В рамках конкретной реализации используется симметрия задачи и рассматриваются только аксиально-симметричные моды  $E_{0n}$  -типа. Для произвольного участка с номером s разложение имеет вид:

(2.1)

$$E_{s} = \sum_{n=1}^{N} \left( C_{n,s}^{+}(z,t) E_{n,s}^{+} + C_{n,s}^{-}(z,t) E_{n,s}^{-} \right)$$
$$H_{s} = \sum_{n=1}^{N} \left( C_{n,s}^{+}(z,t) H_{n,s}^{+} + C_{n,s}^{-}(z,t) H_{n,s}^{-} \right)$$

где  $C_{n,s}^+(z,t)$  - комплексные коэффициенты разложения,  $E_{n,s}^\pm$  и  $H_{n,s}^\pm$  напряженности электрического и магнитного полей для прямых и обратных собственных волн гладкого волновода.

(2.2)

$$E_{n,s}^{\pm} = e_{n,s}e^{\pm i\Gamma_{n,s}z}$$
$$H_{n,s}^{\pm} = h_{n,s}e^{\pm i\Gamma_{n,s}z}$$
$$e_{n,s} = \{e_r, e_z, e_{\varphi}\}$$

$$\boldsymbol{h_{n,s}} = \left\{ h_r, h_z, h_\varphi \right\}$$

где  $\Gamma_{n,s} = \sqrt{\left(\frac{w}{c}\right)^2 + \left(\frac{\mu_n}{R_s}\right)^2}$  - постоянные распространения волн в гладком волноводе,  $\mu_n$  - корень уравнения  $J_0(x) = 0$ ,  $R_s$  - радиус участка под номером s волновода,  $e_{n,s}$ и  $h_{n,s}$  - собственные функции поперечных сечений. При выводе уравнения возбуждения делается предположение о медленном изменении амплитуд во времени. После проведения преобразований уравнений Максвелла, уравнение возбуждения принимает вид:

(2.3)  

$$\oint_{S} \{ \left[ \boldsymbol{E}_{s} \cdot \left( \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{n},s}^{\pm} \right)^{*} \right] + \left[ \left( \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{n},s}^{\pm} \right)^{*} \cdot \boldsymbol{H}_{s} \right] \} dS = \\
= -\int_{V_{S}} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\mu_{0}\boldsymbol{H}_{s}) \cdot \left( \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{n},s}^{\pm} \right)^{*} + \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{0}\boldsymbol{E}_{s}) \cdot \left( \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{n},s}^{\pm} \right)^{*} \right] dV - \int_{V_{S}} J_{\omega,s} (\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{n},s}^{\pm})^{*} dV$$

Для определения интервалов в (2.3) используются следующие выражения для электрического и магнитного полей:

$$E_{\psi} = 0$$

$$E_{R} = -\sum_{n=1}^{N} \sqrt{\frac{|Z_{n}|}{\pi}} \frac{1}{R_{T}} \frac{J_{1}\left(\frac{\mu_{n}}{R_{T}}R\right)}{J_{1}(\mu_{n})} \frac{\Gamma_{n}}{|\Gamma_{n}|} [C_{n}^{+}(z)e^{i\Gamma_{n}z} + C_{n}^{-}(z)e^{-i\Gamma_{n}z}]$$

$$E_{z} = \sum_{n=1}^{N} i \sqrt{\frac{|Z_{n}|}{\pi}} \frac{\mu_{n}}{|\Gamma_{n}|R_{T}^{2}} \frac{J_{0}\left(\frac{\mu_{n}}{R_{T}}R\right)}{J_{1}(\mu_{n})} [C_{n}^{+}(z)e^{i\Gamma_{n}z} + C_{n}^{-}(z)e^{-i\Gamma_{n}z}]$$

$$H_{\psi} = -\sum_{n=1}^{N} \sqrt{\frac{|Z_{n}|}{\pi}} \frac{1}{Z_{n}} \frac{1}{R_{T}} \frac{J_{1}\left(\frac{\mu_{n}}{R_{T}}R\right)}{J_{1}(\mu_{n})} \frac{\Gamma_{n}}{|\Gamma_{n}|} [C_{n}^{+}(z)e^{i\Gamma_{n}z} - C_{n}^{-}(z)e^{-i\Gamma_{n}z}]$$

$$H_{R} = 0$$

$$H_{Z} = 0$$

После подстановки (2.1), (2.2) в (2.3) уравнения возбуждения сводятся к матричному виду. Анализ системы уравнений возбуждения и условий сшивания (при сшивании полей на скачке радиуса волновода используются условия, обеспечивающие непрерывность вектора Умова-Пойтинга) показывает, что произвольный нерегулярный волновод может быть рассмотрен как последовательность связанных объемов, в которых происходит трансформация вихревых полей.

#### 2.2 Описание движения частиц

Далее описаны основные предположения и уравнения теоретической модели движения электронного потока в электромагнитном поле периодического сверхразмерного волновода с учетом циклотронного вращения в фокусирующем магнитном поле. За основу был взят метод, основанный на выделении ведущих центров циклотронного вращения электронов пучка [12].

Основные положения теоретической методики:

- Движение электрона совокупность быстрого циклотронного вращения по ларморовой окружности вокруг ведущего центра и медленного дрейфа ведущего центра.
- Кулоновское взаимодействие между частицами пучка не учитывается.
- В волноводе возбуждаются только аксиально-симметричные поля  $E_r$  и  $E_z$ .

#### 2.2.1 Уравнения движения электронного потока

Запишем релятивистское векторное уравнение (3.1) движения электрона, направляемого однородным магнитным полем  $B_0(r,z)$ . Здесь влияние магнитного поля на пучок было разделено на два отдельных слагаемых. Одно из них соответствует фокусирующему магнитному полю, другое - магнитной составляющая СВЧ-поля. В тривиальном случае, при отсутствии высокочастотного поля в системе, частица будет двигаться по винтовой траектории, сохраняя неизменными положение ведущего центра, радиус циклотронной орбиты, модуль скорости. В общем случае эти параметры будут представлены главным образом медленно меняющимися величинами.

(3.1)

$$\frac{d}{dt}m_0\boldsymbol{v}\gamma = q(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) + [\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)]) + q[\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}_0(\boldsymbol{r},z)]$$

Считаем фокусирующее магнитное поле однородным и не изменяющимся во времени.

В тривиальном случае отсутствия дополнительных высокочастотных электрического и магнитного полей (*E* = *B* = 0) имеем:

$$\frac{d}{dt}m_0\boldsymbol{\nu}\boldsymbol{\gamma} - q[\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{B}_0] = 0$$

(3.2)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\boldsymbol{\nu}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) - \frac{q}{m_0}[\boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{B}_0] = 0$$

Докажем, что величина полной скорости остается неизменной при движении заряженной частицы в магнитном поле:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) - \frac{q}{m_0} [\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_0] = 0$$
$$\boldsymbol{v} \frac{d}{dt} \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) - \frac{q}{m_0} \boldsymbol{v} [\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_0] = 0$$
$$\boldsymbol{v} \frac{d}{dt} \left( \frac{\boldsymbol{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = 0$$
$$c^2 \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = 0$$

(3.3)

$$\beta = const$$

Распишем уравнение (3.2) по координатам, учитывая соотношение (3.3):

(3.4)

$$\begin{cases} \dot{v}_x - \Omega v_y = 0\\ \dot{v}_y + \Omega v_x = 0\\ \dot{v}_z = 0 \end{cases}$$

где  $\varOmega = G\sqrt{1-eta^2} = rac{G}{\gamma},\; G = rac{q}{m_0}B_0$ 

Решая систему (3.4), выразим из первого уравнения  $v_y$ :

(3.5)

$$v_y = +\frac{\dot{v_x}}{\Omega}$$

Подставим (3.5) во второе уравнение системы (3.4), получим:

(3.6)

$$\ddot{v}_x + \Omega^2 v_x = 0$$

Решение уравнения (3.6) после интегрирования записывается в виде:

(3.7)

$$x = X + r \cdot \cos(\varphi + \Omega t)$$

где  $X, r, \varphi$  - набор констант.

Подставив (3.7) в (3.5), получим:

(3.8)

$$y = Y - r \cdot \sin(\varphi + \Omega t)$$

Дифференцируя (3.7) и (3.8) получим систему уравнений:

(3.9)

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x = -r\Omega \sin(\varphi + \Omega t) \\ \dot{y} = v_y = -r\Omega \cos(\varphi + \Omega t) \\ \dot{z} = v_z = const \end{cases}$$

Уравнения (3.7) - (3.9) означают, что частица движется по винтовой траектории с постоянными поперечной и продольной составляющими скорости и с постоянной угловой скоростью (рис. 2.1).



Рисунок 2.1 Схематическое изображение траекторий частиц, фокусируемых постоянным магнитным полем

Возвращаясь к уравнению (3.1) рассмотрим теперь общий случай ( $E \neq 0, B \neq 0$ ). При наличии дополнительного электромагнитного поля движение электрона удобно трактовать как возмущение рассмотренного выше винтового движения. Поэтому модифицируя (3.7) - (3.9), вводим мгновенные значения для радиуса, фазы вращения и релятивистской частоты, координат ведущего центра, поперечной и продольной компонент скоростей:

(3.10)

$$\begin{cases} x = +r \cdot \cos\varphi \\ y = Y - r \cdot \sin\varphi \\ \dot{x} = v_x = -\Omega r \cdot \sin\varphi \\ \dot{y} = v_y = -\Omega r \cdot \cos\varphi \\ \dot{z} = v_z \end{cases}$$

Иными словами, мы совершаем замену переменных  $x, y, v_x, v_y$  на  $X, Y, r, \varphi$ .

Выбор именно такой замены объясняется тем, что в тривиальном случае величины X, Y, r постоянны. Поэтому есть основания полагать, что в возмущенном движении они представятся главным образом медленно меняющимися членами.

Необходимо, чтобы при замене (3.10) производные от выражений для координат давали бы верные выражения для скоростей.

Дифференцируя соотношение (3.10) для координат *x*, *y* и используя соотношения для скоростей *v<sub>x</sub>*, *v<sub>y</sub>*, получаем условия совместности введенных замен:

$$\begin{cases} \dot{X} + \dot{r} \cdot \cos\varphi - r\dot{\varphi} \cdot \sin\varphi = -r\Omega \cdot \sin\varphi \\ \dot{Y} - \dot{r} \cdot \sin\varphi - r\dot{\varphi} \cdot \cos\varphi = -r\Omega \cdot \cos\varphi \end{cases}$$

или

(3.11)

$$\begin{cases} \dot{X} = -\dot{r} \cdot \cos\varphi + r(\dot{\varphi} - \Omega) \sin\varphi \\ \dot{Y} = +\dot{r} \cdot \sin\varphi + r(\dot{\varphi} - \Omega) \cos\varphi \end{cases}$$

Эти выражения позволяют записать дифференциальные уравнения для мгновенных значений координат ведущего центра, используя уравнения радиуса и фазы, которые получим из уравнения движения (3.1):

(3.12)

$$\frac{d}{dt}(m_0 \boldsymbol{v} \boldsymbol{\gamma}) - q[\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B_0}] = q(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) + [\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)])$$

Запишем уравнение (3.12) по координатам:

(3.13)

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(m_0 v_x \gamma) - m_0 G v_y = m_0 \alpha_x \\ \frac{d}{dt}(m_0 v_y \gamma) + m_0 G v_x = m_0 \alpha_y \\ m_0 v_z \dot{\gamma} + m_0 \dot{v}_z \gamma = m_0 \alpha_z \end{cases}$$

где  $\boldsymbol{\alpha} = \frac{q}{m_0} (\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) + [\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)])$ 

Подставив соотношения для  $v_x$  и  $v_y$  из (3.10) в первые два уравнения (3.13), предварительно выразив циклотронную частоту  $\left(\Omega = \frac{G}{\gamma}\right)$ , получим:

$$v_x = -\frac{rG}{\gamma} sin\varphi$$
$$v_y = -\frac{rG}{\gamma} cos\varphi$$

$$\begin{cases} \dot{r}Gsin\varphi + r\dot{\varphi}Gcos\varphi = -\alpha_x + \frac{rG^2}{\gamma}cos\varphi \\ -\dot{r}Gcos\varphi + r\dot{\varphi}Gsin\varphi = \alpha_y + \frac{rG^2}{\gamma}sin\varphi \end{cases}$$

откуда получим:

(3.14)

$$\dot{r} = -\frac{\alpha_x \sin\varphi + \alpha_y \cos\varphi}{G}$$
$$\dot{\varphi} = \frac{G}{\gamma} - \frac{\alpha_x \cos\varphi - \alpha_y \sin\varphi}{rG}$$

Подставив (3.14) в (3.11), получим:

$$\dot{X} = \frac{\alpha_y}{G}$$
$$\dot{Y} = -\frac{\alpha_x}{G}$$

Величина  $m_0\gamma$  определяет частоту вращения, а в совокупности с радиусом вращения - поперечную компоненту скорости.

Так как  $\gamma = \gamma(v) = \gamma \left( \sqrt{v_t^2 + v_z^2} \right)$ , где  $v_t, v_z$  - соответственно поперечная и продольная компоненты скорости частицы, то:

(3.15)

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dv}\frac{dv}{dt} = \frac{d\gamma}{dv}\frac{\dot{v}_z v_z + \dot{v}_t v_t}{v}$$

Учитывая, что

$$v_t = \frac{rG}{\gamma}$$
$$\dot{v_t} = \frac{G}{\gamma}\dot{r} - \frac{Gr}{\gamma^2}\dot{\gamma}$$

подставив данные выражения в (3.15), получим:

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dv} \frac{1}{v} \left( v_z \dot{v}_z + \frac{r\dot{r}G^2}{\gamma^2} - \frac{r^2 G^2}{\gamma^3} \dot{\gamma} \right)$$
$$\dot{\gamma} \left( v \frac{dv}{d\gamma} + \frac{r^2 G^2}{\gamma^3} \right) - v_z \dot{v}_z = \frac{r\dot{r}G^2}{\gamma^2}$$

Учитывая, что

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$
$$\frac{dv}{d\gamma} = \frac{c}{\gamma^3 \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}}$$

имеем:

$$\begin{split} \dot{\gamma} &= \frac{1}{c^2} (\alpha_z v_z + \frac{r \dot{r} G^2}{\gamma}) \\ \dot{v_z} &= \frac{1}{\gamma} \left( \alpha_z \frac{1}{\gamma^2} \left( 1 + \frac{r^2 G^2}{c^2} \right) - \dot{r} \frac{r G^2 v_z}{\gamma c^2} \right) \end{split}$$

В итоге получаем систему уравнений:

$$\begin{array}{l}
x = x + r \cdot \cos\varphi \\
y = y - r \cdot \sin\varphi \\
\dot{x} = v_x = -r\Omega \sin\varphi \\
\dot{y} = v_y = -r\Omega \cos\varphi \\
\dot{z} = v_z \\
\Omega = \frac{G}{\gamma}
\end{array}$$

где

$$\begin{split} \dot{X} &= \frac{\alpha_y}{G} \\ \dot{Y} &= -\frac{\alpha_x}{G} \\ \dot{r} &= -\frac{1}{G} (\alpha_x \sin\varphi + \alpha_y \cos\varphi) \\ \dot{\phi} &= \Omega - \frac{1}{rG} (\alpha_x \cos\varphi - \alpha_y \sin\varphi) \\ \dot{\phi} &= \frac{1}{rG} (\alpha_z v_z - \frac{rG}{\gamma} (\alpha_x \sin\varphi + \alpha_y \cos\varphi)) \\ \dot{\gamma} &= \frac{1}{\gamma} \bigg( \alpha_z \frac{1}{\gamma^2} \bigg( 1 + \frac{r^2 G^2}{c^2} \bigg) + \frac{rGv_z}{\gamma c^2} (\alpha_x \sin\varphi + \alpha_y \cos\varphi) \bigg) \end{split}$$

Где  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  - компоненты  $\pmb{\alpha} = rac{q}{m_0}(\pmb{E}(\pmb{r},t) + [\pmb{v} \times \pmb{B}(\pmb{r},t)])$ 

#### 2.2.2 Воздействие СВЧ-поля на электронный поток

Параметр  $\alpha$ , характеризующий воздействие СВЧ-поля на частицу имеет вид:

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{q}{m_0} (\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) + [\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)])$$

Ввиду того, что область дрейфа есть металлическая труба, имеющая нерегулярный радиус, удобнее работать в цилиндрической системе координат.



Рисунок 2.2 Геометрия системы. Поперечная проекция

Разложим векторную величину  $\alpha$  на компоненты  $R, \psi, z$ :

$$\alpha = \frac{q}{m_0} \left( \left( E_{\psi} + E_R + E_z \right) + \begin{pmatrix} e_{\psi} & e_R & e_z \\ v_{\psi} & v_R & v_z \\ B_{\psi} & B_R & 0 \end{pmatrix} \right)$$
$$\alpha = \frac{q}{m_0} \left( \left( E_{\psi} + E_R + E_z \right) + \left( e_R (v_z B_{\psi}) + \frac{e_z (v_{\psi} B_R)}{e_z (v_{\psi} B_R)} - \frac{e_z (v_R B_{\psi})}{e_z (v_{\psi} B_R)} - e_{\psi} (v_z B_R) \right) \right)$$
$$\alpha = \frac{q}{m_0} \left( \left( E_{\psi} + E_R + E_z \right) + \left( e_R (v_z B_{\psi}) + e_z (v_{\psi} B_R - v_R B_{\psi}) + e_{\psi} (-v_z B_R) \right) \right)$$

Тогда

$$\alpha_{\psi} = \frac{q}{m_0} (E_{\psi} + e_{\psi}(-v_z B_R))$$
$$\alpha_R = \frac{q}{m_0} (E_R + e_R(v_z B_{\psi}))$$
$$\alpha_z = \frac{q}{m_0} (E_z + e_z(v_{\psi} B_R - v_R B_{\psi}))$$

Зная, что

$$E_{\psi} = 0$$

$$E_{R} = -\sum_{n=1}^{N} \sqrt{\frac{|Z_{n}|}{\pi}} \frac{1}{R_{T}} \frac{J_{1}\left(\frac{\mu_{n}}{R_{T}}R\right)}{J_{1}(\mu_{n})} \frac{\Gamma_{n}}{|\Gamma_{n}|} [C_{n}^{+}(z)e^{-i\Gamma_{n}z} + C_{n}^{-}(z)e^{-+i\Gamma_{n}z}]$$

$$E_{z} = \sum_{n=1}^{N} i \sqrt{\frac{|Z_{n}|}{\pi}} \frac{\mu_{n}}{|\Gamma_{n}|R_{T}^{2}} \frac{J_{0}\left(\frac{\mu_{n}}{R_{T}}R\right)}{J_{1}(\mu_{n})} [C_{n}^{+}(z)e^{-i\Gamma_{n}z} + C_{n}^{-}(z)e^{i\Gamma_{n}z}]$$

$$H_{\psi} = -\sum_{n=1}^{N} \sqrt{\frac{|Z_{n}|}{\pi}} \frac{1}{Z_{n}} \frac{1}{R_{T}} \frac{J_{1}\left(\frac{\mu_{n}}{R_{T}}R\right)}{J_{1}(\mu_{n})} \frac{\Gamma_{n}}{|\Gamma_{n}|} [C_{n}^{+}(z)e^{-i\Gamma_{n}z} - C_{n}^{-}(z)e^{i\Gamma_{n}z}]$$

$$H_{R} = 0$$

$$H_{Z} = 0$$

получим:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\boldsymbol{\psi}} = \frac{q}{m_0} \left( \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\psi}} + \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\psi}}(-v_z B_R) \right) = 0$$
$$\boldsymbol{\alpha}_R = \frac{q}{m_0} \left( \boldsymbol{E}_R + \boldsymbol{e}_R(v_z B_{\boldsymbol{\psi}}) \right) = \frac{q}{m_0} \left( \boldsymbol{E}_R + \boldsymbol{e}_R \mu_0 v_z H_{\boldsymbol{\psi}} \right)$$
$$\boldsymbol{\alpha}_z = \frac{q}{m_0} \left( \boldsymbol{E}_z + \boldsymbol{e}_z(v_{\boldsymbol{\psi}} B_R - v_R B_{\boldsymbol{\psi}}) \right) = \frac{q}{m_0} \left( \boldsymbol{E}_z - \boldsymbol{e}_z \mu_0 v_R H_{\boldsymbol{\psi}} \right)$$

Из геометрии системы следует:

$$\alpha_x = \alpha_R \cos \psi$$
$$\alpha_y = \alpha_R \sin \psi$$

В итоге приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} x = X + r \cdot \cos\varphi \\ y = Y - r \cdot \sin\varphi \\ \dot{x} = v_x = -r\Omega \sin\varphi \\ \dot{y} = v_y = -r\Omega \cos\varphi \\ \dot{z} = v_z \\ \Omega = \frac{G}{\gamma} \end{cases}$$

где

$$\begin{split} \dot{X} &= \frac{\alpha_R \sin\psi}{G} \\ \dot{Y} &= -\frac{\alpha_R \cos\psi}{G} \\ \dot{r} &= -\frac{\alpha_R}{G} (\cos\psi \cdot \sin\varphi + \sin\psi \cdot \cos\varphi) \\ \dot{\varphi} &= \frac{G}{\gamma} - \frac{\alpha_R}{rG} (\cos\psi \cdot \cos\varphi - \sin\psi \cdot \sin\varphi) \\ \dot{\varphi} &= \frac{1}{c^2} \bigg( \alpha_z v_z - \frac{rG\alpha_R}{\gamma} (\cos\psi \cdot \sin\varphi + \sin\psi \cdot \cos\varphi) \bigg) \\ \dot{v}_z &= \frac{1}{\gamma} \bigg( \alpha_z \frac{1}{\gamma^2} \bigg( 1 + \frac{r^2 G^2}{c^2} \bigg) + \frac{rGv_z \alpha_R}{\gamma c^2} (\cos\psi \cdot \sin\varphi + \sin\psi \cdot \cos\varphi) \bigg) \end{split}$$

Полученная система дифференциальных уравнений позволяет построить траектории частиц, что, безусловно, может являться ценной информацией для изучения подобного рода приборов ввиду того, что группирование частиц по плотности является обязательным условием возникновения циклотронного резонанса. Соответствующие зависимости представлены далее, в главе 4.

Кроме того, физические величины, определяемые данной системой уравнений, входят в энергетический интеграл, характеризующий влияние пучка на поле.

#### 2.2.3 Передача энергии пучка полю

Энергетический интеграл входит в интегральное уравнение возбуждения (2.3) для выбранной модели потока на временном шаге k, при учете пренебрежения силами пространственного заряда он записывается в виде:

$$\vec{\eta}_{S}^{\pm} = -\int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}+\tau} \int_{V} \vec{J}_{\text{B},S} \left(\vec{E}_{n}^{\pm}\right)^{*} dV d\tau = \sum_{m=1}^{M_{k,S}} \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}+\tau} (q\vec{v}) \left(\vec{E}_{n}^{\pm}\right)^{*} d\tau \right)$$

С учетом компонент:

$$\vec{\eta}_{S}^{\pm} = \sum_{m=1}^{M_{k,S}} \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}+\tau} (q\vec{v}) \left(\vec{E}_{n}^{\pm}\right)^{*} d\tau \right) = \sum_{m=1}^{M_{k,S}} \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}+\tau} q(\vec{v}_{x} + \vec{v}_{y} + \vec{v}_{z}) \left(\vec{E}_{nx}^{\pm} + \vec{E}_{ny}^{\pm} + \vec{E}_{nz}^{\pm}\right)^{*} d\tau \right)$$
$$= \sum_{m=1}^{M_{k,S}} \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}+\tau} q\left(\vec{v}_{x}\vec{E}_{nx}^{\pm^{*}} + \vec{v}_{y}\vec{E}_{ny}^{\pm^{*}} + \vec{v}_{z}\vec{E}_{nz}^{\pm^{*}}\right) d\tau \right)$$

Из приложения:

$$E_x = E_R cos \psi$$
$$E_y = E_R sin \psi$$

тогда:

$$\vec{\eta}_{s}^{\pm} = \sum_{m=1}^{M_{k,s}} \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}+\tau} q(\vec{v}_{x}\vec{E}_{nR}^{\pm} \cos\psi + \vec{v}_{y}\vec{E}_{nR}^{\pm} \sin\psi + \vec{v}_{z}\vec{E}_{nz}^{\pm}) d\tau \right)$$

где:

$$\dot{x} = v_x = -\Omega rsin\varphi$$
  
 $\dot{y} = v_y = -\Omega rcos\varphi$ 

#### Глава 3. Влияние фокусирующего магнитного поля на

# взаимодействие потока и СВЧ-поля в релятивистском черенковском генераторе

# 3.1 Сопоставление результатов новой модели, полученных для предельных значений фокусирующего магнитного поля, с результатами задачи без циклотронного вращения

Для проверки усложненной физической модели, учитывающей движение частиц в поперечной проекции, была разработана программа. Входными данными для ее работы служат параметры устройств, которые имеется возможность измерить, задать или однозначно рассчитать. Например, геометрические характеристики волноведущего тракта, параметры фокусирующего магнитного поля, плотность и пространственное распределение частиц и др. В рамках данной работы удалось амплитудно-частотные характеристики исследуемых получить систем С переборкой опорной и циклотронной частот. Была исследована динамика частиц пучка. Построены зависимости мощности СВЧ-излучения на выходе системы в зависимости от времени для систем с разными параметрами. Также имеется возможность получить распределение величины электромагнитного поля в зависимости от координаты (как продольной, так и поперечных) и некоторые другие зависимости.

За основу была взята программа, разработанная ранее, которая не учитывает циклотронное вращение частиц. Она была неоднократно оттестирована в рамках соответствующей физической модели, с ее помощью было получено множество результатов, подтвержденных экспериментом и представляющих научный интерес области релятивистской микроволновой электроники. Разумно В будет удостовериться, что при сведении на нет эффекта вращения частиц в рамках данной усложненной задачи (тем самым приближая новую модель К разработанной ранее, "эталонной" модели), я получу амплитудно-частотные характеристики с минимальными отличиями от эталона. Альтернативной проверкой являются траектории частиц, которые в тривиальном случае представляют равномерное движение по спиралям.

Ниже представлены зависимости мощности электромагнитного поля на выходе системы от частоты для простой и сложной задач, особенности которых описаны выше. Рассматриваются два режима счета: «заданный ток» и «холодная задача». В первом случае через систему пропускается пучок частиц, модулированный по плотности синусом с характерной частотой. При этом в нерегулярном волноводе возбуждается электромагнитное поле, которое, в условиях данного режима счета, никоим образом не влияет на пучок. Во втором случае пучок вовсе отсутствует: на вход системы подается электромагнитное поле, которое трансформируется вблизи неоднородностей, обеспечивая различный для набора частот отклик, что определяет резонансные свойства волноведущей системы.



Рисунок 3.1 А- РЕЖИМ СЧЕТА «ЗАДАННЫЙ ТОК», Б - РЕЖИМ СЧЕТА «ХОЛОДНАЯ ЗАДАЧА»

На рисунке 3.1а представлена зависимость мощности на выходе системы от частоты генерации для задачи в режиме счета «заданный ток». Наблюдается наложение графиков для двух типов задач: учитывающей циклотронное вращение и не учитывающей. Совпадение зависимостей обусловлено тем, что для целей условия, тестирования усложненной модели были выбраны начальные соответствующие бесконечно большому фокусирующему магнитному полю. Фактически, это означает большое значение циклотронной частоты и малое значение радиуса циклотронной орбиты. Тест в данном случае можно считать успешным, так как сведение параметров усложненной модели к простой дает одинаковый результат: ярко выраженный максимум мощности выходного излучения на частоте ≈5,4 рад/с. Для параметров исследуемой системы эта частота соответствует синхронизму потока и поля вблизи π-вида границы первой полосы прозрачности, что характерно для устройств типа МВЧГ.

На рисунке 3.16 представлена зависимость мощности на выходе системы от частоты генерации для режима счета «холодная задача». Ввиду того, что в данном режиме пучок не учитывается, здесь не приходится сравнивать усложненную модель с «эталонной» (не учитывающей циклотронное вращение). Однако данная зависимость характеризует резонансные свойства волноведущей системы, обеспечивающие максимум мощности излучения на выходе вблизи частоты ≈5,4 рад/с, что соответствует высокочастотной границе первой полосы прозрачности, где наблюдается максимально эффективное замедление волны.

#### 3.2 Циклотронный резонанс в задаче с заданным током

Для анализа условий взаимодействия пучка и поля (в продольной и поперечной проекциях) имеет смысл обратиться к дисперсионным характеристикам периодического нерегулярного волновода (рис. 3.2)



Рисунок 3.2 Дисперсионные характеристики периодического нерегулярного волновода и движущегося электронного потока

Продольный синхронизм потока и поля в МВЧГ обеспечивается вблизи п-вида высокочастотной границы первой полосы прозрачности. Дисперсионная

характеристика продольного движения пучка представлена на рис. 3.2 прямой 1. Тогда, учитывая циклотронное вращение частиц пучка, можно добиться эффективного взаимодействия циклотронного вращения потока С пространственными гармониками поля. Наибольший вклад в выходную мощность в этом случае будет вносить взаимодействие с «+1» пространственной что соответствует циклотронному резонансу вблизи 3п-вида гармоникой, высокочастотной границы первой полосы прозрачности (рис. 3.2, прямая 2). Тогда имеем условие циклотронного резонанса:  $\frac{\omega_0}{v_0}d + \frac{\omega_c}{v_0}d = 3\pi$ . Для МВЧГ характерен продольный синхронизм потока и поля вблизи  $\pi$ -вида:  $\frac{\omega_0}{v_0}d = \pi$ . Таким образом, условие на циклотронную частоту имеет вид:  $\omega_c = 2\omega_0$ . Проверим полученное выражение, используя численный счет режиме В заданного тока.



Рисунок 3.3 Зависимость выходной мощности от циклотронной частоты в режиме заданного тока ( $\omega_0 = 5,45$ )

На рис. 3.3 представлена зависимость выходной мощности устройства от циклотронной частоты вращения частиц пучка. Максимум наблюдается на частоте, близкой к удвоенной опорной в максимуме характерной зависимости (рис. 3.1). Полученная зависимость хорошо согласуется с представленными ранее выкладками. Также наблюдается минимум мощности выходного излучения вблизи удвоенной резонансной частоты, который соответствует циклотронному поглощению электронами пучка энергии поля. Существование обоих эффектов свойственно взаимодействию пучка и поля вблизи области синхронизма, что также подтверждалось экспериментом. На графике представлено 2 зависимости, полученных в режиме заданного тока. Разница обусловлена тем, что для одной зависимости был зафиксирован параметр  $\beta_z d = \pi$ , что давало возможность изучать процесс только на п-виде. В другом случае фиксированным параметром являлось ускоряющее электроны напряжение, таким образом наклон прямой пучка на дисперсионной характеристике оставался постоянным. Наглядно отличие представлено на рис. 3.4. Смещение положения максимума для двух способов счета обусловлено тем, что при выборе величины фиксированного ускоряющего напряжения, было выбрано значение, немного отличающееся от того же в другом случае. Так, для фиксированного продольного волнового числа частоте 5,45 рад/с соответствует значение ускоряющего напряжения 485 кВ. Фиксируя ускоряющее напряжение, была выбрана величина в 500 кВ, что соответствует большей частоте и, следовательно, циклотронный резонанс также смещается в область больших частот, что подтверждает рис. 3.3.



РИСУНОК 3.4 2 ВАРИАНТА РАБОТЫ ПРОГРАММЫ В РЕЖИМЕ «ЗАДАННЫЙ ТОК»: A - ФИКСИРОВАННЫЙ ПАРАМЕТР β<sub>z</sub>d, Б - ФИКСИРОВАННОЕ УСКОРЯЮЩЕЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Фиксировать величину продольного волнового числа бывает удобно при получении дисперсионных характеристик системы, однако такой режим счета не

позволяет должным образом наблюдать эффективность взаимодействия пучка с полем при удалении от границы полосы прозрачности (изменяя ускоряющее напряжение, мы меняем наклон прямой пучка на характеристике). Таким образом, принимая во внимание, что характеристики устройства, эмитирующего частицы, а также характеристики устройств, обеспечивающих их ускорение и фокусировку, как правило не изменяются в процессе эксперимента, имеет смысл рассмотреть режим счета, в котором не изменяется ускоряющее пучок напряжение. Тогда, перебирая частоту, можно изучать взаимодействие поля с потоком и на удалении от границы полосы прозрачности. Наглядно разница в режим счета представлена на рис. 3.4.

#### 3.3 Динамика пучка

Задачей следующего численного эксперимента являлась визуализация траектории частиц пучка на всей длине периодической сверхразмерной аксиально симметричной волноведущей системы. Ввиду того, что задача в данном случае является самосогласованной (пучок частиц влияет на поле, электромагнитное поле, в свою очередь, действует на электроны), аналитическое описание движения частиц не представляется возможным. Возвращаясь к теории мазеров циклотронном резонансе, следует вспомнить, что принципиальной на особенностью движения частиц, обеспечивающего эффективную передачу энергии от потока электронов СВЧ-полю является особое группирование частиц пучка по фазе (угловой координате на циклотронной орбите). Примерный вид поперечного сечения пучка выглядит следующим образом (рис. 3.5)



Рисунок 3.5 Стадии взаимодействия электронов с СВЧ-полем в режиме циклотронного резонанса: А - начальная модуляция орбитальных скоростей, Б - образование фазового сгустка, В - торможение сгустка

Группирование частиц пучка, представленное выше, вызвано неизохронностью движения электронов в электромагнитном поле изучаемых волноведущих систем. При попадании сгустка плотности электронов в тормозящую фазу СВЧ-поля возможно эффективное усиление электромагнитных колебаний.

Динамика электронного потока изучалась для резонансного значения циклотронной частоты, которое было найдено ранее (рис. 3.6а). Число итераций, необходимое для того, чтобы колебания установились, можно определить из временной зависимости выходной мощности (рис 3.66). На рис. 3.66 для резонансного значения циклотронной частоты наблюдается прирост мощности по сравнению с задачей, где модель потока не подразумевает циклотронное вращения электронов пучка.



Рисунок 3.6 А - зависимость мощности на выходе системы от циклотронной частоты, Б - зависимость мощности генерации от времени для двух моделей потока

Величины угловых координат и радиусов циклотронной орбиты для частиц пучка представлены на рис. 3.7.



Рисунок 3.7 A - распределение угловых координат частиц пучка по частицам в системе для установившихся и неустановившихся колебаний, Б - распределение радиуса циклотронной орбиты пучка по частицам в системе

Поперечная проекция пространственного распределения пучка представленая на рис. 3.8 для различных участков тракта и для всего тракта.



Рисунок 3.8 Проекция пучка на плоскость, поперечную оси симметрии системы: А - вся система, Б - начало системы, В - середина системы, Г - конец системы



Рисунок 3.9 Вид пучка в объеме системы

Отчетливо наблюдается формирование пучности, обеспечивающее эффективную передачу энергии движения заряженных частиц полю электромагнитной волны при попадании в тормозящую фазу поля. Кольцевидная форма пучка трансформируется в более сложную ввиду неизохронности движения частиц при воздействии электромагнитного поля. Наблюдаемое группирование электронов пучка обеспечивает эффективную передачу энергии циклотронного вращения полю, что в том числе подтверждает рис. 3.66.

#### Заключение

- Существующая модель потока [13], предусматривающая циклотронное вращение частиц пучка, была исправлена и доработана для соответствия задачи численного моделирования вакуумных электронных СВЧ-приборов, в частности МВЧГ. Получены уравнения, позволяющие определить координаты и компоненты скорости каждой частицы в любой момент времени. Усложнение модели потока учтено в интегральном уравнении возбуждения электромагнитного поля.
- 2. Разработана программа численного моделирования устройств на циклотронном резонансе, позволяющая в широких пределах менять параметры изучаемых устройств. Проведено тестирование программы, получены результаты численного моделирования устройств с учетом циклотронного вращения электронного потока, проведен их анализ и сопоставление с известными результатами.
- 3. Методами нелинейной теории определена область значений магнитных полей, при которых в релятивистских черенковских источниках на сверхразмерных волноводах может возрастать мощность излучения. Результаты соответствуют данным экспериментов с многоволновыми черенковскими генераторами. Показано, что в узком диапазоне значений циклотронной частоты циклотронное усиление сменяется циклотронным затуханием.
- 4. Показано, что вклад циклотронного резонанса в выходную мощность излучения генератора черенковского типа составляет не менее 10%.
- 5. Показано, что в условиях циклотронного резонанса происходит фазовая группировка электронов, типичная для гироприборов.

#### Список литературы

[1] Канавец В.И., Нифанов А.С., Слепков А.И. Возбуждение вихревых полей периодического волновода интенсивным электронным потоком. // Вестник МГУ, сер.3. Физика, астрономия, т.31, №5, с. 34-41, 1990

[2] R.G. Kleva, T.M. Antosen, Jr., and B.Levush The effect of time dependent selfconsistent electrostatic field on gyrotron operation, Phys. Fluids, vol. 31, pp. 375-386, 1988

[3] T.M. Antosen, Jr., and B.Levush Mode competition and control in high power gyrotron oscillators, IEEE Trans. Plasma Sci., vol. 18, p. 260, 1990

[4] S.C. Cai, T.M. Antosen, Jr., G. Saraph, and B.Levush Mode Multifrequency theory of high power gyrotron oscillators, Int. J.Electron

[5] Канавец В.И. Нелинейное взаимодействие электронного потока и электромагнитного поля // Докторская диссертация, МГУ, 454 с., 1980

[6] Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ - М.: Советское радио, - 584 с., 1970

[7] Пирс Дж. Лампа с бегущей волной - М.:Сов. Радио, 230 с., 1952

[8] Александров А.Ф., ГалузоС.Ю., Канавец В.И., и др. Возбуждение поверхностных волн релятивистским электронным потоком в диафрагмированном волноводе // Журн. Техн. Физики, т.51, вып.8, с. 1727 - 1730, 1981

[9] Гаруца Н.А., Канавец В.И., Слепков А.И. Релятивистский генератор поверхностной волны комбинированного типа // Вестн. МГУ, сер. 3, Физика, астрономия, т. 27, вып. 4, с. 37 - 42, 1986

[10] Канавец В.И., Нифанов А.С., Слепков А.И. Многомодовое взаимодействие электронного потока и электромагнитного поля периодического волновода// VII Всесоюз. симп. по сильноточной электронике: Тез. докл. - Томск, Ч.1, с. 277-279, 1988

[11] Бугаев С.П., Канавец В.И., Климов А.И., и др. Релятивистский многоволновый черенковский генератор // Письма в журнал техн. Физики, т.9, вып. 22, с. 1385 -1389, 1983

[12] Жураховский В.А. Теоретическое исследование новых перспективных методов генерирования электромагнитной энергии сверхвысоких частот на базе релятивистских электронных потоков в условиях циклотронного резонанса. // Докторская диссертация, Киев, 1984.

[13] Пшеничный В.А. Резонансные эффекты взаимодействия потока и поля в релятивистском генераторе на сверхразмерном волноводе. // Дипломная работа, Москва, 2008.

[14] Канавец В.И., Мозговой Ю.Д., Слепков А.И. Излучение мощных электронных потоков в резонансных замедляющих системах. - М.: Изд-во МГУ, 1993.

[15] Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И., Черепенин В.А. Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы. - Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1991.

[16] Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К., Индуцированное излучение возбужденных классических осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике, "Известия вузов. Радиофизика", 1967, т. 10, № 9/10, с. 1414; Гапонов-Грехов А. В., Петелин М. И., Мазеры на циклотронном резонансе, в кн.: Наука и человечество, М., 1980, с. 283; Гиротрон. Сб. науч. трудов, под ред. А. В. Гапонова-Грехова, Горький, 1981.

[17] Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2 т. Т. 2. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 648 с.

[18] Галузо С.Ю., Канавец В.И., Слепков А.И., Плетюшкин В.А. // ЖТФ. 1982. Т. 52, №8. С. 1681.

[19] Александров А.Ф., Галузо С.Ю. Канавец В.И., Плетюшкин В.А., Слепков А.И.// ЖТФ. 1980. Т. 50, №11. С. 2381.

[20] Физические процессы в многоволновых черенковских генераторах / С.П.Бугаев, В.И.Канавец, А.И.Климов и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Вып. 5. Горький, Изд. ИПФ АН СССР, 1988. С. 78.

[21] Гиротрон. - Горький: ИПФ АН СССРб 1981. - 254 с.