

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

**БРЭГГОВСКИЕ СОЛИТОНЫ В НЕПРЕРЫВНЫХ  
РЕЗОНАНСНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ**

Допущена к защите  
« 22 » декабря 2010г.

Дипломная работа  
студентки 605 группы  
Фроловой Лидии Викторовны

Заведующий кафедрой:  
д. ф.-м.н, профессор

---

А. М. Салецкий

Научный руководитель:  
д. ф.-м.н, профессор

---

Б. И. Манцызов

Москва, 2010

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр
ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. Динамика брэгговского солитона в непрерывном резонансном фотонном кристалле	8
§ 1.1. Вывод системы двухволновых уравнений Максвелла-Блоха	9
§ 1.2. Аналитическое решение системы двухволновых уравнений Максвелла-Блоха для произвольной четной функции концентрации резонансных атомов. Брэгговский солитон самоиндуцированной прозрачности	16
§ 1.3. Анализ динамики брэгговского солитона в непрерывном резонансном фотонном кристалле	24
ГЛАВА 2. Устойчивость и преобразование солитоноподобных импульсов в непрерывной резонансной решетке	33
§ 2.1. Устойчивость солитоноподобных импульсов при столкновении, а также при наличии возмущений	34
§ 2.2. Компрессия и увеличение интенсивности солитоноподобных импульсов при прохождении через непрерывный резонансный фотонный кристалл с меняющимся профилем концентрации резонансных атомов	37
ВЫВОДЫ	40
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	41

## Введение

Активные исследования процессов взаимодействия лазерного излучения с пространственно периодическими структурами, или фотонными кристаллами, позволили в последние годы обнаружить целый ряд новых оптических эффектов, таких, например, как распространение оптических солитонов [1], медленный свет [2-5], солитонное сжатие импульсов [6]. Важной особенностью фотонных кристаллов (ФК) является наличие в них фотонных запрещенных зон (ФЗЗ) – частотных диапазонов, в которых линейно взаимодействующее со средой излучение не распространяется вследствие закона дисперсии. Однако в случае нелинейного взаимодействия дисперсионные соотношения изменяются, в результате чего на брэгговской частоте внутри линейной ФЗЗ становится возможным распространение нелинейных уединенных оптических импульсов, брэгговских солитонов (БС). Брэгговский солитон формируется в ФК с различными типами нелинейностей: квадратичной, керровской, а также с нелинейностью резонансного типа, обусловленной примесными резонансными двухуровневыми атомами, в так называемых резонансных фотонных кристаллах (РФК). Большой интерес представляют брэгговские солитоны самоиндуцированной прозрачности (БС СИП).

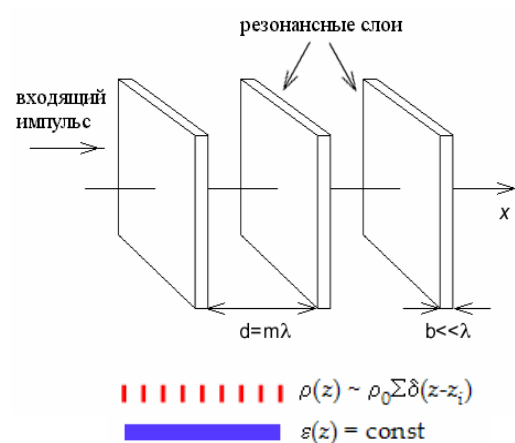
Явление самоиндуцированной прозрачности в однородной среде возникает при когерентном взаимодействии импульса света с резонансными атомами. Интенсивный импульс площадью  $2\pi$ , распространяясь вдоль образца, растрчивает часть своей энергии на возбуждение резонансных атомов, а затем вызывает их индуцированный распад, причем в силу одномодовости задачи (когерентная бегущая накачка сплошной среды) энергия возвращается возбуждающему импульсу. Поэтому после прохождения импульса среда остается невозбужденной. В результате энергия, форма и площадь импульса не изменяются, а резонансно поглощающая среда становится прозрачной. Подобная ситуация не может повториться в случае брэгговской дифракции, когда энергия, переизлучаемая атомами, уже не возвращается в единственную моду поля, а делится между двумя противоположно бегущими, сильно взаимодействующими брэгговскими волнами. На первый взгляд это неминуемо приведет к распаду импульса в среде. Более того, распространение поля в области селективного брэгговского отражения запрещено линейным законом дисперсии. На примере бесконечного дискретного РФК было впервые показано [7], что при достаточно большой интенсивности падающего на среду импульса полное брэгговское отражение на границе среды для части импульса подавляется, и в образце на брэгговской частоте внутри

линейно запрещенной зоны распространяются БС СИП, включающие в себя поля двух брэгговских мод и возбуждение среды.

Было также получено точное фазово-модулированное солитонное решение для РФК с произвольной формой неоднородно уширенной спектральной линии [8]. Было показано, что фазово-модулированный БС существует и в деформированном РФК, т.е. при слабом отклонении от точного условия Брэгга. В этом случае в результате численного моделирования был обнаружен переход от стационарной динамики солитоноподобного импульса к нестационарному режиму распространения осциллирующего квазистойчивого импульса.

Брэгговский солитон самоиндуцированной прозрачности может формироваться при достаточно низкой интенсивности импульса  $\sim 100$  МВт/см<sup>2</sup>, что немаловажно с прикладной точки зрения. Для сравнения заметим, что в фотонном кристалле с кубической нелинейностью пиковой интенсивности импульса 11 ГВт/см<sup>2</sup> оказывается недостаточно для нелинейного подавления брэгговского отражения на входной границе образца и БС удается наблюдать лишь на краю запрещенной зоны [9]. По этой причине резонансные фотонные кристаллы в настоящее время активно изучаются. Проводились теоретические исследования, которые выявили существование БС СИП в различных видах резонансных фотонных кристаллов: а) брэгговской решетке, или дискретном РФК, который состоит из набора тонких параллельных слоев, легированных двухуровневыми резонансными атомами [7] (рис.1), б) дискретном резонансном фотонном кристалле с синусоидальной модуляцией линейного коэффициента преломления [10], в) непрерывном фотонном кристалле с однородным пространственным распределением резонансных атомов [11].

В [12] изучались нелинейные свойства резонансных брэгговских и квазibrэгговских структур с квантовыми ямами с периодом, близким к половине длины волны света на частоте экситонного резонанса, с точки зрения возможности распространения в них солитонных импульсов. Рассматривались различные механизмы нелинейности системы: нелинейность типа  $EP^2$ , характерная для простой двухуровневой системы, типа  $P^3$  - как для классического ангармонического



**Рис.1.** Модель дискретного РФК  $\rho(z)$  – функция концентрации резонансных атомов,  $\varepsilon(z)$  – функция диэлектрической концентрации матрицы

осциллятора и биекситонный механизм нелинейности. Было показано, что при учете каждого из них возникает солитонное решение.

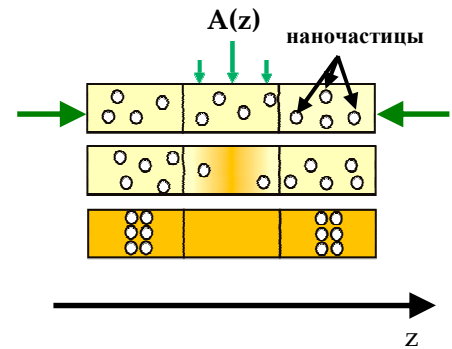
Существует большое количество статей, посвященных изучению динамики БС СИП. Например, численно было продемонстрировано, что два брэгговских солитона, распространяясь в ограниченной брэгговской решетке навстречу друг другу с малой скоростью, способны образовывать при столкновении стоячее связанное состояние – «бризер» [13]. Также рассматривалось взаимодействие БС с дефектными состояниями, представленными либо линейной локализованной модой, либо некогерентно возбужденными атомами в одномерном РФК; было показано, что при этом взаимодействии меняется динамика БС, могут возникать эффекты пленения, отражения от дефекта или отклонения от начального направления распространения БС [14].

Брэгговские солитоны демонстрируют существенно более сложную и разнообразную динамику распространения по сравнению с оптическими солитонами в сплошной среде. В отличие от солитонов в сплошных средах, для БС характерны два режима распространения – с постоянной скоростью и осциллирующий [15], когда происходит периодическое изменение амплитуды импульса, а также величины и направления скорости.

Было теоретически показано, что СИП может эффективно менять форму ультракоротких световых импульсов в РФК [16]. У световых импульсов внутри структуры площадь равна  $2\pi l$  и длительность меньше, чем на входе в нее, независимо от того, какой формы они были изначально. Авторы статьи называют это явление компрессией; в данном контексте они имеют в виду селекцию импульса, т.е. уменьшение длительности за счет брэгговского отражения от структуры.

Для исследования процессов распространения БС СИП, в силу их низкой интенсивности, необходима достаточно протяженная резонансная структура, состоящая из 400 и более периодов, однако до настоящего времени изготовление подобных сред традиционными методами сопряжено с различными техническими трудностями и большими финансовыми затратами. В связи с этим особое место занимает технология голографической литографии (фотополимеризации) [17], которая позволяет изготавливать достаточно дешевые хорошего оптического качества протяженные резонансные структуры с гармонической или какой-либо другой периодической пространственной модуляцией концентрации резонансных атомов. Действительно, если в фотополимеризующийся материал добавить наночастицы, содержащие примесные резонансные атомы, и создать в этой среде за счет интерференции волн лазерных пучков периодическую структуру интерференционных максимумов, то в результате ускоренной

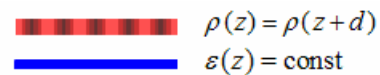
фотополимеризации в областях с максимальной интенсивностью света наночастицы будут выталкиваться в области с малой интенсивностью света, где фотополимеризация происходит медленнее (рис.2). Через некоторое время фотополимеризация завершится во всем образце и получится структура с периодическим непрерывным распределением концентрации резонансных атомов – непрерывный РФК, обладающий достаточно большим числом периодов (несколько тысяч) и малым числом дефектов (рис.3).



**Рис. 2.** Технология фотополимеризации.  $A(z)$  – амплитуда **стоячей волны**

Непрерывные РФК пока являются малоизученными. Рассматривался частный случай непрерывного РФК с модуляцией концентрации резонансных атомов по гармоническому косинусоидальному закону [18]. Было теоретически обнаружено, что в такой структуре возможно распространение БС СИП.

В настоящей дипломной работе рассматривается взаимодействие когерентного интенсивного оптического излучения с непрерывным РФК с достаточно **произвольным** распределением концентрации резонансных атомов. Исследование проводится в рамках полуклассического приближения. В § 1.2. посредством аналитического решения системы двухволновых уравнений МБ, вывод которых представлен в § 1.1., показано существование БС СИП в общем случае непрерывного РФК, в котором функция концентрации произвольна. Параграф 1.3 посвящен изучению динамики обнаруженного в структуре БС СИП. Рассмотрена возможность существования в непрерывном РФК солитонов формы секанса гиперболического со скоростями, близкими к 0. В § 2.1. проведено исследование устойчивости солитоноподобных импульсов в различных ситуациях: при столкновении и наличии возмущения в среде. Импульсы демонстрируют хорошую устойчивость при достаточно больших скоростях.



**Рис.3.** Модель непрерывного РФК

$\rho(z)$  – функция концентрации резонансных атомов,  $\epsilon(z)$  – функция диэлектрической концентрации матрицы

Полезно исследовать характер формирования и взаимодействия импульсов в непрерывных РФК, так как разумно ожидать, что профиль концентрации резонансных атомов может оказывать существенное влияние на динамику распространения интенсивных импульсов в непрерывных резонансных кристаллах. Действительно, в

§ 2.2. будет показано, что в структурах с медленно меняющимся профилем концентрации резонансных атомов можно добиться довольно существенной компрессии солитоноподобных импульсов. Будет дано обоснование возникновения этого эффекта: компрессия происходит за счет перекачки энергии из отраженной волны в проходящую.

## **Глава 1. Динамика брэгговского солитона в непрерывном резонансном фотонном кристалле**

В настоящей главе аналитически и численно решена проблема существования и устойчивости брэгговских солитонов в непрерывных резонансных фотонных кристаллах. В § 1.1 приведен вывод системы двухволновых уравнений Максвелла-Блоха для медленных огибающих амплитуд нелинейных брэгговских волн, а также дипольных моментов и инверсии двухуровневых осцилляторов резонансной среды. В § 1.2 для непрерывного РФК с произвольным профилем концентрации резонансных атомов получено односолитонное решение указанных уравнений, представляющее собой брэгговский солитон самоиндуцированной прозрачности, распространяющийся в линейно запрещенной фотонной зоне. В § 1.3 для непрерывного РФК с различными профилями концентрации резонансных атомов проведено аналитическое описание и численное моделирование динамики брэгговского солитона, исследована его устойчивость при различных скоростях, получен инвариант движения.



## § 1.1. Вывод системы двухволновых уравнений Максвелла-Блоха

В данном параграфе рассматривается взаимодействие когерентного оптического излучения с одномерными дискретным и непрерывным РФК. Для таких структур получены соответствующие системы самосогласованных двухволновых уравнений Максвелла-Блоха (МБ).

Сначала приведен вывод базовых уравнений для дискретного РФК [7]; при их усреднении по малому объему получена система уравнений МБ для непрерывного РФК [18].

Для вывода системы двухволновых уравнений МБ в случае дискретного РФК воспользуемся полуклассическим приближением и рассмотрим взаимодействие когерентного оптического излучения с указанной структурой [19]. Взаимодействие поля с резонансной средой описывается нелинейным волновым уравнением, которое запишем для напряженности электрического поля световой волны  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  и малой резонансной поляризации среды  $\vec{\wp}(\vec{r}, t)$  (т.е. дипольного момента единицы объема среды, обусловленного примесными резонансными атомами):

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{\varepsilon}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{\wp}(\vec{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (1.1.1)$$

Здесь  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость линейной среды;  $c_0$  – скорость света в вакууме; оператор Лапласа  $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ . Решение уравнения (1.1.1) проведем с помощью подхода, описанного в работе [7]. Предположим, что для рассматриваемого излучения в структуре выполняется условие Брэгга. Тогда будем искать решение в виде двух плоских волн с комплексными медленно меняющимися амплитудами, распространяющихся вдоль оси  $0z$  в противоположных направлениях:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}^{(+)}(z, t) \exp[i(kz - \omega t)] + \vec{E}^{(-)}(z, t) \exp[-i(kz + \omega t)] + \hat{e}.c. \quad (1.1.2)$$

$$\left| \partial E^{(\pm)} / \partial z \right| \ll \left| k E^{(\pm)} \right|, \quad \left| \partial E^{(\pm)} / \partial t \right| \ll \left| \omega E^{(\pm)} \right|. \quad (1.1.3)$$

где  $k = \omega / c$  – волновое число,  $\omega$  – частота резонансного перехода.

Подставим (1.1.2) в (1.1.1) и пренебрежем членами, содержащими вторые производные, полагая их малыми по отношению к членам с первой производной. Далее умножим полученное уравнение последовательно на  $\exp(i\omega t)$  и  $\exp(-i\omega t)$  и проведем усреднение по промежутку времени  $\Delta t \gg \omega^{-1}$ , но меньшему характерных времен

изменения  $\vec{E}$  и  $\vec{\wp}$ , используя временное условие (1.1.3) и разделяя таким образом уравнения для  $E^{(\pm)}$  и  $E^{(\pm)*}$ . Для простоты рассмотрим лишь линейную поляризацию поля вдоль резонансных плоскостей, при этом  $\wp$  есть проекция вектора поляризации среды на направление поляризации поля  $\vec{E}$ , тогда величины  $E^{(\pm)}$  и  $\wp$  можно считать скалярными, в результате получим

$$\left( \frac{\partial E^+}{\partial z} + c^{-1} \frac{\partial E^+}{\partial t} \right) e^{ikz} + \left( -\frac{\partial E^-}{\partial z} + c^{-1} \frac{\partial E^-}{\partial t} \right) e^{-ikz} = -\frac{4\pi i}{kc_0^2} \left\langle \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} e^{i\omega t} \right\rangle_t, \quad (1.1.4)$$

где скобки  $\langle \dots \rangle_t$  обозначают усреднение по промежутку времени  $\Delta t$ .

Далее, чтобы разделить амплитуды  $E^+$  и  $E^-$ , необходимо поочередно умножить (1.1.4) на  $\exp(\pm ikz)$  и усреднить по объему  $V_0 \sim \lambda^3$ , чтобы исключить быстро осциллирующие по пространственной переменной слагаемые  $\sim \exp(\pm 2ikz)$ . В результате получим следующие уравнения для амплитуд полей:

$$\pm \frac{\partial E^\pm}{\partial z} + c^{-1} \frac{\partial E^\pm}{\partial t} = -\frac{4\pi i}{kc_0^2} \left\langle \frac{\partial^2 \wp}{\partial t^2} e^{i\omega t} e^{\mp ikz} \right\rangle_{t, V_0}, \quad (1.1.5)$$

где скобки  $\langle \dots \rangle_{V_0}$  обозначают усреднение по объему  $V_0 \sim \lambda^3$ .

Резонансная поляризация единицы объема среды, обусловленная дипольными моментами примесных резонансных атомов в тонких слоях, имеет вид

$$\vec{\wp}(z, t) = \frac{\vec{P}_{\Delta V}(z, t)}{\Delta V} \Big|_{\Delta z \rightarrow 0} = \sum_j \vec{P}_j'(t) \sigma \delta(z - z_j), \quad (1.1.6)$$

где  $\vec{P}_V(z, t)$  – суммарный дипольный момент резонансных атомов в малом объеме  $\Delta V = S\Delta z$  в окрестности точки  $z$ ,  $S$  – площадь одной поверхности тонкого слоя,  $j$  – номер резонансного тонкого слоя,  $\vec{P}_j'(t)$  – дипольный момент атома в  $j$ -ом слое;  $N$  и  $\sigma = N/S$  – соответственно число резонансных атомов в слое и их поверхностная концентрация,  $\delta(z - z_j)$  –  $\delta$ -функция Дирака. Функция  $\sum_j \sigma \delta(z - z_j)$  описывает

пространственную зависимость концентрации резонансных атомов в случае ультратонких слоев. В одномерной модели атомы, расположенные в каждом резонансном слое, необходимо считать находящимися в тождественных состояниях. Кроме того, их концентрация должна быть достаточно мала, чтобы не учитывать диполь-дипольное взаимодействие атомов и эффекты локального поля. Дипольный момент атома в поле квазигармонической волны (1.1.2) будем искать в виде:

$$\vec{P}_j(t) = \frac{1}{2} \bar{P}_j(t) e^{-i\omega t} + \text{к.с.}, \quad (1.1.7)$$

где  $\bar{P}_j(t)$  – комплексная медленно меняющаяся амплитуда дипольного момента одного атома в  $j$ -ом слое. Подставим выражения (1.1.6) и (1.1.7) в (1.1.5) и проведем временное и пространственное усреднения в правой части уравнения. Исключая быстро осциллирующие во времени слагаемые, используя (1.1.3), а также с учетом свойства  $\delta$ -

функции,  $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(ikz) \delta(z - z_j) dz = \exp(ikz_j)$ , получим следующие уравнения для

амплитуд полей:

$$\pm \frac{\partial E^\pm}{\partial z} + c^{-1} \frac{\partial E^\pm}{\partial t} = \frac{2\pi i \rho k}{\varepsilon} \sum_j P_j(t) e^{\mp ikz_j} \tilde{\delta}(z - z_j). \quad (1.1.8)$$

Функция  $\tilde{\delta}(z - z_j) = 1$  при  $z \in (z_j \pm \lambda/2)$  и равна нулю в любых других точках, поэтому сумма в правой части (1.1.8) представляет собой ступенчатую функцию переменной  $z$ ;  $\rho = \sigma/\lambda$  – средняя объемная концентрация резонансных атомов. Условие  $d \geq \lambda$  исключает усреднение дипольных моментов и инверсии соседних плоскостей, и мы по-прежнему можем рассматривать систему как набор  $j$ -ых резонансных слоев. Величина комплексной амплитуды дипольного момента одного атома в  $j$ -ом слое  $P_j(t)$  находится из оптических уравнений Блоха.

Оптические уравнения Блоха описывают эволюцию состояния двухуровневого атома в поле резонансного излучения. Их несложно получить из уравнения Шредингера традиционным способом [20, 21]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(z_j, t)}{\partial t} &= \Omega_\kappa(z_j, t)n(z_j, t), \\ \frac{\partial n(z_j, t)}{\partial t} &= -\text{Re}[P^*(z_j, t)\Omega_\kappa(z_j, t)].\end{aligned}\tag{1.1.9}$$

Здесь величина  $\Omega_\kappa(z_j, t) = (\mu / \hbar)E_\kappa(z_j, t)$  пропорциональна медленной по времени, но быстро изменяющейся в пространстве комплексной амплитуде поля  $E_\kappa(z_j, t)$  и имеет размерность угловой скорости [сек<sup>-1</sup>];  $P(z_j, t) = iP_j(t) / \mu$  - безразмерная функция дипольного момента;  $n_j = |b|^2 - |a|^2$  - разность населенностей верхнего и нижнего уровней атома в  $j$ -ом слое, или инверсия атома. Вектор  $\vec{R} = \{\text{Re } P, \text{Im } P, n\}$  называется вектором Блоха. Таким образом, уравнения Блоха (1.1.9) описывают динамику вектора  $\vec{R}(z_j, t)$  в электрическом поле  $\Omega_\kappa(z_j, t)$ , подобную прецессии вектора спина при магнитном резонансе. Поэтому вектор Блоха часто называют вектором «псевдоспина». Из (1.1.9) следует закон сохранения модуля вектора Блоха

$$|\vec{R}(z_j, t)|^2 = P(z_j, t)P^*(z_j, t) + n^2(z_j, t) = 1.\tag{1.1.10}$$

В случае двухволнового приближения (1.1.2), (1.1.3) поле в уравнениях (1.1.9) имеет вид

$$\Omega_\kappa(z_j, t) = \Omega^+(z_j, t)e^{ikz_j} + \Omega^-(z_j, t)e^{-ikz_j}.\tag{1.1.11}$$

Не будем учитывать процессы некогерентной релаксации энергии атома за счет спонтанного распада возбужденного уровня с характерным временем  $T_1$ , или продольную релаксацию вектора Блоха, а также релаксацию среднего по ансамблю атомов дипольного момента с характерным временем  $T_2$  за счет расфазировки диполей соседних атомов, так называемую фазовую, или поперечную релаксацию вектора  $\vec{R}$ . Тогда, домножив (1.1.8) на  $c\mu / \hbar$ , и принимая во внимание (1.1.9) и (1.1.11), получим следующую систему самосогласованных двухволновых уравнений Максвелла-Блоха для дискретного РФК:

$$\begin{aligned}
c \frac{\partial \Omega^+(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial \Omega^+(z,t)}{\partial t} &= \tau_c^{-2} \sum_j P(z_j,t) e^{-ikz_j} \tilde{\delta}(z-z_j), \\
-c \frac{\partial \Omega^-(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial \Omega^-(z,t)}{\partial t} &= \tau_c^{-2} \sum_j P(z_j,t) e^{ikz_j} \tilde{\delta}(z-z_j), \\
\frac{\partial P(z_j,t)}{\partial t} &= n(z_j,t) [\Omega^+(z_j,t) e^{ikz_j} + \Omega^-(z_j,t) e^{-ikz_j}], \\
\frac{\partial n(z_j,t)}{\partial t} &= -\text{Re} \left\{ P^*(z_j,t) [\Omega^+(z_j,t) e^{ikz_j} + \Omega^-(z_j,t) e^{-ikz_j}] \right\},
\end{aligned} \tag{1.1.12}$$

где  $\Omega^\pm(z,t) = (\mu / \hbar) E_0^\pm(z,t)$  – нормированные на величину  $\hbar / \mu$  комплексные амплитуды электрического поля прямой и обратной брэгговских волн  $E_0^\pm$ ; поэтому ниже для краткости мы будем называть величины  $\Omega^\pm(z,t)$  амплитудами прямой и обратной волн;  $\tau_c^2 = (2\pi\omega\rho\mu^2 / \varepsilon\hbar)^{-1} = 8\pi\varepsilon T_1 / 3c_0\rho\lambda_0^2$ ,  $\lambda_0$  – длина волны излучения в вакууме,  $T_1 = 3\hbar c_0^3 / 4\omega^3\mu^2$  – время жизни возбужденного состояния атома. Кооперативное время  $\tau_c$  является важным параметром, определяющим эффективность резонансного взаимодействия излучения с веществом. Оно характеризует среднее время жизни фотона в среде до его резонансного поглощения и впервые было введено в работах по исследованию сверхизлучения [22], т.е. коллективного (кооперативного) когерентного спонтанного излучения в системе первоначально некогерентно возбужденных резонансных осцилляторов. Величину  $\tau_c$  следует отличать от обратной частоты Раби, которой соответствует среднее время возбуждения атома в резонансном поле. Частота Раби не зависит от плотности резонансных атомов.

Пусть период структуры  $d \approx \lambda$  значительно превышает характерное расстояние между резонансными атомами. Тогда от дискретной можно перейти к **непрерывной резонансной среде**. В этом случае функцию резонансной поляризации среды  $\vec{\rho}$  (1.1.6) в волновом уравнении (1.1.1) можно записать в виде

$$\vec{\rho}(z,t) = \frac{\vec{P}_{\Delta V}(z,t)}{\Delta V} = \vec{P}'(z,t)\rho(z,t), \tag{1.1.13}$$

где  $\vec{P}_{\Delta V}(z,t)$  – суммарный дипольный момент резонансных атомов в малом объеме

$b^3 \ll \Delta V \ll \lambda^3$  в окрестности точки  $z$ ;  $\rho(z, t)$  – концентрация резонансных атомов;  $\vec{P}'(z, t)$  – дипольный момент атома в точке  $z$ , определяемый из усредненных по малому объему  $\Delta V$  уравнений Блоха (1.1.9). В двухволновом приближении после указанного усреднения эти уравнения запишутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(z, t)}{\partial t} &= n(z, t)[\Omega^+(z, t)e^{ikz} + \Omega^-(z, t)e^{-ikz}], \\ \frac{\partial n(z, t)}{\partial t} &= -\text{Re}\{P^*(z, t)[\Omega^+(z, t)e^{ikz} + \Omega^-(z, t)e^{-ikz}]\}, \end{aligned} \quad (1.1.14)$$

где  $P(z, t)$  – комплексная медленно меняющаяся во времени амплитуда безразмерного среднего дипольного момента атома,  $n(z, t)$  – средняя инверсия атома. Далее подставляем выражение для поляризации (1.1.13) в уравнения для медленно меняющихся амплитуд встречных брэгговских волн (1.1.5) и совместно с (1.1.14) получаем систему двухволновых уравнений МБ для непрерывного РФК в безразмерных переменных:

$$\pm\Omega_{\xi}^{(\pm)}(\xi, \tau) + \Omega_{\tau}^{(\pm)}(\xi, \tau) = 4 \left\langle P(\xi, \tau) \tilde{\rho}(\xi) e^{\mp ik'\xi} \right\rangle_{\lambda'}, \quad (1.1.15)$$

$$P_{\tau}(\xi, \tau) = n(\xi, \tau)[\Omega^{(+)}(\xi, \tau)e^{ik'\xi} + \Omega^{(-)}(\xi, \tau)e^{-ik'\xi}], \quad (1.1.16)$$

$$n_{\tau}(\xi, \tau) = -\text{Re}\{P^*(\xi, \tau)[\Omega^{(+)}(\xi, \tau)e^{ik'\xi} + \Omega^{(-)}(\xi, \tau)e^{-ik'\xi}]\}. \quad (1.1.17)$$

В системе уравнений (1.1.15)-(1.1.17) использованы следующие обозначения:  $\Omega^{\pm}(z, t) = 4\tau_c(\mu/\hbar)E_0^{\pm}(z, t)$ ;  $\xi = z/2\tau_c c$ ;  $\tau = t/2\tau_c$ ;  $k' = (2\tau_c c)k$ ,  $\lambda' = \lambda/2\tau_c c$  – безразмерные волновое число и длина волны излучения; функция концентрации резонансных атомов представлена в виде  $\rho(\xi) = \rho_0 \tilde{\rho}(\xi)$ ;  $\tilde{\rho}(\xi)$  – произвольная безразмерная периодическая функция концентрации,  $\rho_0$  – размерная амплитуда модуляции концентрации резонансных атомов; скобка  $\langle \dots \rangle_{\lambda'}$  обозначает усреднение по интервалу  $\Delta\xi \sim \lambda'$ . Как уже было сказано, продольные и поперечные релаксации вектора Блоха не учитываются.

Двухволновые уравнения МБ описывают нелинейную динамическую брэгговскую дифракцию лазерного излучения в РФК с достаточно произвольным распределением

концентрации резонансных атомов.

В данном параграфе представлен вывод системы двухволновых уравнений МБ для **непрерывного РФК**. Система МБ в следующих параграфах будет аналитически и численно решена для структур с различными периодическими функциями концентрации резонансных атомов.

**§ 1.2. Аналитическое решение системы двухволновых уравнений  
Максвелла-Блоха для произвольной четной функции  
концентрации резонансных атомов. Брэгговский  
солитон самоиндуцированной прозрачности**

Решим аналитически систему уравнений МБ (1.1.15)-(1.1.17) для произвольной периодической функции  $\tilde{\rho}(\xi)$ .

Представим  $\tilde{\rho}(\xi)$  в виде ряда Фурье:

$$\tilde{\rho}(\xi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{imH\xi}, \quad (1.2.1)$$

где  $H = 2\pi/d$ ,  $d$  – безразмерный пространственный период структуры,

$C_m = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{\rho}(\xi) e^{-imH\xi} d\xi$  – коэффициенты Фурье, а  $d = \lambda'/2$  в силу условия Брэгга.

Для простоты будем рассматривать только четные действительные функции  $\tilde{\rho}(\xi)$ , тогда

$$C_m = C_{-m} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{\rho}(\xi) \cos(mH\xi) d\xi.$$

Подставив разложение Фурье (1.2.1) в (1.1.15), получим

$$\pm \Omega_{\xi}^{(\pm)}(\xi, \tau) + \Omega_{\tau}^{(\pm)}(\xi, \tau) = 4 \left\langle P(\xi, \tau) \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{ik'\xi(2m\mp 1)} \right\rangle_{\lambda'} \quad (1.2.2)$$

Далее домножим (1.1.16) сначала на  $\exp(ik'\xi)$ :

$$P_{\tau}(\xi, \tau) e^{ik'\xi} = n(\xi, \tau) [\Omega^{(+)}(\xi, \tau) e^{2ik'\xi} + \Omega^{(-)}(\xi, \tau)], \quad (1.2.3)$$

а затем на  $\exp(-ik'\xi)$ :

$$P_{\tau}(\xi, \tau) e^{-ik'\xi} = n(\xi, \tau) [\Omega^{(+)}(\xi, \tau) + \Omega^{(-)}(\xi, \tau) e^{-2ik'\xi}], \quad (1.2.4)$$



и усредним выражения (1.2.2)-(1.2.4) по пространственному интервалу  $\Delta\xi \sim \lambda'$ . При усреднении быстро осциллирующими экспонентами пренебрежем и в результате получим следующую систему уравнений:

$$\Omega_{\tau}^{(\pm)}(\xi, \tau) \pm \Omega_{\xi}^{(\pm)}(\xi, \tau) = 4C_1 P^{\pm}(\xi, \tau) + 4C_0 P^{\mp}(\xi, \tau), \quad (1.2.5)$$

$$P_{\tau}^{+}(\xi, \tau) = n(\xi, \tau) \Omega^{(-)}(\xi, \tau), \quad (1.2.6)$$

$$P_{\tau}^{-}(\xi, \tau) = n(\xi, \tau) \Omega^{(+)}(\xi, \tau), \quad (1.2.7)$$

$$n_{\tau}(\xi, \tau) = -\text{Re} \left[ \{P^{-}(\xi, \tau)\} * \Omega^{(+)}(\xi, \tau) + \{P^{+}(\xi, \tau)\} * \Omega^{(-)}(\xi, \tau) \right], \quad (1.2.8)$$

где 
$$P^{\pm}(\xi, \tau) \equiv \left\langle P(\xi, \tau) e^{\pm ik'\xi} \right\rangle_{\lambda'}, \quad C_1 = C_{-1} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{\rho}(\xi) \cos(H\xi) d\xi,$$

$$C_0 = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{\rho}(\xi) d\xi,$$
 “\*” обозначает комплексное сопряжение.

Отметим, что введенные величины  $P^{+}$  и  $P^{-}$  имеют смысл поляризации среды, возникающей в качестве отклика на левую и правую брэгговские волны соответственно, что хорошо видно из выражений (1.2.6), (1.2.7).

Полученная система не содержит оператора пространственного усреднения и поэтому позволяет найти аналитическое решение, не делая дополнительных приближений.

Решение системы уравнений (1.2.5)-(1.2.8) будем искать в виде стационарных уединенных волн

$$\Omega^{(\pm)}(\xi, \tau) = \Omega_0^{(\pm)} \text{sech} \left( \frac{\xi - v\tau}{v\tau_p} \right), \quad (1.2.9)$$

где  $\Omega_0^{(\pm)}$  – неизвестные амплитуды прямой (+) и обратной (-) волн;  $v$  – скорость импульса, нормированная на скорость света в вакууме  $c$ ;  $\tau_p$  – длительность импульса, нормированная на  $2\tau_c$ .

Разобьем поиск решения системы (1.2.5)-(1.2.8) на два этапа: отдельно рассмотрим случаи, когда  $C_l = C_0$  и  $C_l \neq C_0$ .

I. Сначала рассмотрим случай, когда  $C_0 \neq C_1$ .

Выразим  $P^\pm$  из (1.2.5):

$$P^\pm = C \left[ C_0 \left( \Omega_\tau^{(\mp)} \mp \Omega_\xi^{(\mp)} \right) - C_1 \left( \Omega_\tau^{(\pm)} \pm \Omega_\xi^{(\pm)} \right) \right], \quad (1.2.10)$$

где  $C \equiv \frac{1}{4(C_0^2 - C_1^2)}$ .

Учтем, что

$$\Omega_\xi^{(\pm)} = -\frac{1}{v\tau_p} \Omega_0^{(\pm)} \operatorname{sech}(\phi) \operatorname{th}(\phi),$$

$$\Omega_\tau^{(\pm)} = \frac{1}{\tau_p} \Omega_0^{(\pm)} \operatorname{sech}(\phi) \operatorname{th}(\phi),$$

где  $\phi \equiv \frac{\xi - v\tau}{v\tau_p}$ , и преобразуем (1.2.10) к следующему виду

$$P^\pm = \pm \frac{C}{v\tau_p} \operatorname{sech}(\phi) \operatorname{th}(\phi) \left[ C_0 (1 \pm v) \Omega_0^{(\mp)} + C_1 (1 \mp v) \Omega_0^{(\pm)} \right]. \quad (1.2.11)$$

Теперь обратимся к уравнениям (1.2.6), (1.2.7). Подставив в них выражение (1.2.9), получим

$$P_\tau^\pm = n \Omega_0^{(\mp)} \operatorname{sech}(\phi). \quad (1.2.12)$$

Продифференцируем (1.2.11) по  $\tau$ :

$$P_\tau^\pm = \pm \frac{C}{v\tau_p^2} (1 - 2\operatorname{sech}^2(\phi)) \operatorname{sech}(\phi) \left[ C_0 (1 \pm v) \Omega_0^{(\mp)} + C_1 (1 \mp v) \Omega_0^{(\pm)} \right]. \quad (1.2.13)$$

Приравняем правые части (1.2.12) и (1.2.13):

$$n\Omega_0^{(\mp)} = \pm \frac{C}{v\tau_p^2} (1 - 2\operatorname{sech}^2(\phi)) \left[ C_0 (1 \pm v) \Omega_0^{(\mp)} + C_1 (1 \mp v) \Omega_0^{(\pm)} \right]. \quad (1.2.14)$$

Выразим  $n$  из (1.2.14) и получим следующую систему уравнений:

$$n = -\frac{C}{v\tau_p^2} (1 - 2\operatorname{sech}^2(\phi)) \left[ C_0 (1 - v) + C_1 \alpha (1 + v) \right], \quad (1.2.15)$$

$$n = \frac{C}{v\tau_p^2} (1 - 2\operatorname{sech}^2(\phi)) \left[ C_0 (1 + v) + \frac{C_1}{\alpha} (1 - v) \right], \quad (1.2.16)$$

где  $\alpha \equiv \frac{\Omega_0^{(-)}}{\Omega_0^{(+)}}$ .

Приравняем (1.2.15) и (1.2.16), тогда получим

$$C_1 (1 + v) \alpha^2 + 2C_0 \alpha + C_1 (1 - v) = 0. \quad (1.2.17)$$

Квадратное уравнение (1.2.17) имеет 2 корня:

$$\alpha_{1,2} = \frac{-C_0 \pm \sqrt{C_0^2 - C_1^2 (1 - v^2)}}{C_1 (1 + v)}, \quad (1.2.18)$$

Продифференцируем (1.2.15) по  $\tau$ :

$$n_\tau = \frac{4C}{v\tau_p^3} \operatorname{sech}^2(\phi) \operatorname{th}(\phi) \left[ C_0 (1 - v) + C_1 \alpha (1 + v) \right]. \quad (1.2.19)$$

Подставим (1.2.19), (1.2.11) и (1.2.9) в (1.2.8). В результате получим:

$$\frac{4}{\tau_p^2} \left[ C_0 (1 - v) + C_1 \alpha (v + 1) \right] = \left( \Omega_0^{(+)} \right)^2 \left[ C_0 (1 - v - \alpha^2 (1 + v)) + 2C_1 \alpha v \right]. \quad (1.2.20)$$

Выразим  $\Omega_0^{(+)}$  из (1.2.20):

$$\Omega_0^{(+)} = \frac{2}{\tau_p} \sqrt{\frac{C_0(1-v) + C_1\alpha(v+1)}{C_0(1-v - \alpha^2(1+v)) + 2C_1\alpha v}}.$$

Используя условие локализации импульса  $n(\xi = \pm\infty, \tau) = -1$ , из (1.2.15) получим:

$$\tau_p^2 = \frac{C}{v} [C_0(1-v) + C_1\alpha(1+v)], \quad (1.2.21)$$

Проанализируем выражение (1.2.21). При  $\alpha = \alpha_2$  (1.2.18) правая часть (1.2.21) отрицательна, т.е.  $\tau_p^2 < 0$ , что лишено физического смысла, тогда как подстановка  $\alpha = \alpha_1$  в (1.2.21) приводит к физически правильному неравенству  $\tau_p^2 > 0$ . Таким образом, оставляем лишь один корень  $\alpha = \alpha_1$  (1.2.18). Окончательно, получаем следующее аналитическое решение:

$$\begin{aligned} \Omega^{(\pm)} &= \Omega_0^{(\pm)} \operatorname{sech}(\phi), \quad \phi \equiv \frac{\xi - v\tau}{v\tau_p}, \\ P^+ &= C \frac{1}{v\tau_p} [C_1(1-v)\Omega_0^{(+)} + C_0(1+v)\Omega_0^{(-)}] \operatorname{sech}(\phi) \operatorname{th}(\phi), \\ P^- &= -C \frac{1}{v\tau_p} [C_0(1-v)\Omega_0^{(+)} + C_1(1+v)\Omega_0^{(-)}] \operatorname{sech}(\phi) \operatorname{th}(\phi), \\ n &= C \frac{C_0v - \sqrt{C_0^2 - C_1^2(1-v^2)}}{v\tau_p^2} [1 - 2\operatorname{sech}^2(\phi)], \end{aligned} \quad (1.2.22)$$

$$\text{где } \tau_p = \sqrt{\frac{C}{v} [\sqrt{C_0^2 - C_1^2(1-v^2)} - C_0v]}, \quad (1.2.23)$$

$$\Omega_0^{(+)} = \frac{2}{\tau_p} \sqrt{\frac{C_0(1-v) + C_1\alpha(v+1)}{C_0(1-v - \alpha^2(1+v)) + 2C_1\alpha v}}, \quad \Omega_0^{(-)} = \alpha\Omega_0^{(+)}, \quad (1.2.24)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{C_0^2 - C_1^2(1-v^2)} - C_0}{C_1(1+v)}. \quad (1.2.25)$$

Несмотря на то, что длина волны излучения точно соответствует условию Брэгга, решение (1.2.22)-(1.2.25) представляет собой стационарную, т.е. сохраняющую

амплитуду, профиль и скорость, уединенную волну, распространяющуюся вдоль среды. Таким образом, полученные решения представляют собой БС СИП в непрерывном РФК с произвольной четной функцией концентрации резонансных атомов.

2. В случае, когда  $C_1 = C_0$ , действуя аналогично предыдущему случаю, получаем следующее решение:

$$\begin{aligned}\Omega^{(\pm)}(\xi, \tau) &= \Omega_0^{(\pm)} \operatorname{sech}(\phi), \quad \phi = \frac{\xi - v\tau}{v\tau_p}, \\ P^- &= \frac{v^2 - 1}{8C_0\tau_p v^2} \Omega_0^{(+)} \operatorname{sech}(\phi) \operatorname{th}(\phi), \\ P^+ &= \alpha P^-, \\ \Omega_0^{(+)} &= \frac{1}{\tau_p} (v+1) \sqrt{\frac{2}{v^2 + 1}}, \\ \Omega_0^{(-)} &= \alpha \Omega_0^{(+)},\end{aligned}\tag{1.2.26}$$

где  $\tau_p = \sqrt{\frac{1-v^2}{8v^2 C_0}}$ ,  $\alpha = \frac{v-1}{v+1}$ .

Отметим, что коэффициенты Фурье  $C_1$  и  $C_0$  равны только для профиля концентрации резонансных атомов в виде «гребенки  $\delta$ -функций», т.е. дискретного РФК. Действительно, из равенства

$$C_1 - C_0 = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{\rho}(\xi) [\cos(H\xi) - 1] d\xi = 0$$

следует, что

либо 1)  $\tilde{\rho}(\xi)$  тождественно равна нулю, что физически означает отсутствие резонансных атомов в среде и поэтому противоречит условию поставленной задачи, либо 2)  $\tilde{\rho}(\xi)$  на интервале  $[-d/2, d/2]$  отлична от нуля только в точке  $\xi = 0$ , а это означает, что резонансные атомы находятся в бесконечно узких слоях, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга, т.е. рассматриваемая структура является дискретным РФК.

При сравнении (1.2.26) с решением для дискретного РФК [7], видно, что, хотя выражения для длительности импульса  $\tau_p$  и отношения амплитуд  $\alpha$  совпадают, значения самих амплитуд  $\Omega_0^{(\pm)}$  отличаются. Причина в том, что в случае дискретного РФК уравнения (1.2.5)-(1.2.8) неприменимы, т.к. при усреднении правой части

уравнения (1.1.16) с учетом (1.1.6) и свойства  $\delta$ -функции,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik'\xi) \delta(\xi - \xi_j) d\xi = \exp(ik'\xi_j) \Big|_{\xi_j=jd} = 1, \text{ мы получаем уравнение вида}$$

$$P_{\tau}(\xi, \tau) = n(\xi, \tau) [\Omega^{(+)}(\xi, \tau) + \Omega^{(-)}(\xi, \tau)]$$

вместо уравнений (1.2.6), (1.2.7).

Также эти уравнения неприменимы для непрерывных РФК с периодом  $d = m\lambda' / 2$ , где  $m$  – натуральное число, отличное от 1, несмотря на то, что в таких структурах выполняется условие Брэгга. Причина состоит в том, что в этом случае при усреднении правой части (1.1.15) по пространственному интервалу  $\Delta\xi \sim \lambda'$ , помимо слагаемых, содержащих величины  $P^{\pm}(\xi, \tau)$ , остаются еще другие слагаемые, которыми нельзя пренебречь. Эти слагаемые содержат операторы пространственного усреднения, что не позволяет найти аналитические решения, хотя численно уравнения интегрируются.

Покажем неприменимость метода на примере непрерывного РФК с периодом  $d = \lambda'$ . В этом случае, выполняя пространственное усреднение системы уравнений МБ (1.1.15)-(1.1.17), мы получаем следующую систему уравнений:

$$\Omega_{\tau}^{(\pm)}(\xi, \tau) \pm \Omega_{\xi}^{(\pm)}(\xi, \tau) = 4(C_2 P^{\pm}(\xi, \tau) + C_0 P^{\mp}(\xi, \tau) + C_1 P^0(\xi, \tau)),$$

$$P_{\tau}^{+}(\xi, \tau) = n(\xi, \tau) \Omega^{(-)}(\xi, \tau),$$

$$P_{\tau}^{-}(\xi, \tau) = n(\xi, \tau) \Omega^{(+)}(\xi, \tau),$$

$$P_{\tau}^0(\xi, \tau) = n(\xi, \tau) [\langle \Omega^{(+)}(\xi, \tau) e^{ik'\xi} \rangle_{\lambda'} + \langle \Omega^{(-)}(\xi, \tau) e^{-ik'\xi} \rangle_{\lambda'}],$$

$$n_{\tau}(\xi, \tau) = -\text{Re} \left[ \{P^{-}(\xi, \tau)\} * \Omega^{(+)}(\xi, \tau) + \{P^{+}(\xi, \tau)\} * \Omega^{(-)}(\xi, \tau) \right],$$

$$\text{где } P^{\pm}(\xi, \tau) \equiv \langle P(\xi, \tau) e^{\pm ik'\xi} \rangle_{\lambda'}, \quad P^0(\xi, \tau) = \langle P(\xi, \tau) \rangle_{\lambda'}, \quad C_0 = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{\rho}(\xi) d\xi,$$

$$C_1 = C_{-1} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{\rho}(\xi) \cos(H\xi) d\xi, \quad C_2 = C_{-2} = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \tilde{\rho}(\xi) \cos(2H\xi) d\xi.$$

По сравнению с системой (1.2.5)-(1.2.8), полученной для непрерывного РФК с периодом  $d = \lambda' / 2$ , в системе появляются дополнительные неизвестные величины  $P^0(\xi, \tau)$ ,

$\langle \Omega^{(+)}(\xi, \tau) e^{ik'\xi} \rangle_{\lambda'}$ ,  $\langle \Omega^{(-)}(\xi, \tau) e^{-ik'\xi} \rangle_{\lambda'}$ , которыми нельзя пренебречь, в то время, как уравнение добавляется только одно. В этой системе уже не получается разрешить  $P^{\pm}(\xi, \tau)$ ,  $P^0(\xi, \tau)$  относительно  $\Omega_{\tau}^{(\pm)}(\xi, \tau)$ ,  $\Omega_{\xi}^{(\pm)}(\xi, \tau)$ , как это удавалось сделать в случае системы (1.2.5)-(1.2.8).

Итак, в этом параграфе аналитически получено решение системы двухволновых уравнений Максвелла-Блоха для непрерывного РФК с достаточно произвольным профилем концентрации резонансных атомов с периодом, равным половине длины волны падающей лазерной волны. Это решение описывает стационарную уединенную волну, распространяющуюся вдоль структуры – БС СИП. Показана непригодность примененного метода для структур с периодом, отличным от половины длины волны падающего излучения, но также удовлетворяющим брэгговскому условию. Хотя в таких структурах возможно существование БС СИП, но с помощью рассмотренного метода аналитическое решение системы МБ получить нельзя.

Также продемонстрировано, что этот метод неприменим для дискретного РФК.

### § 1.3. Анализ динамики брэгговского солитона в непрерывном резонансном фотонном кристалле

Выясним, может ли в непрерывном РФК брэгговский солитон, описываемый решением (1.2.22)-(1.2.25), распространяться с очень малой ( $v \rightarrow 0$ ) скоростью, и проанализируем его динамику при очень больших скоростях ( $v \rightarrow 1$ ).

Из (1.2.22)-(1.2.25) следует, что  $\lim_{v \rightarrow 0} \Omega_0^{(\pm)} \rightarrow 0$ , то есть в случае четной периодической функции концентрации резонансных атомов  $\tilde{\rho}(\xi)$  система двухволновых уравнений МБ не имеет решения с нулевой скоростью в виде стоячего солитона, существующего в дискретной резонансной решетке. Естественно ожидать, что импульсы, распространяющиеся с малыми скоростями в среде с такой функцией  $\tilde{\rho}(\xi)$ , будут неустойчивыми.

Для анализа в непрерывном РФК динамики солитона с большой скоростью ( $v \rightarrow 1$ ) воспользуемся методом разложения по малому параметру  $(1-v)$ . Для отношения амплитуды обратной волны к амплитуде прямой волны из (1.2.25) получим следующее выражение

$$\alpha_{v \rightarrow 1} \approx \frac{C_1}{2C_0}(v-1) \quad (1.3.1)$$

Из выражения (1.3.1) видно, что при больших скоростях, близких к скорости света,  $\alpha \rightarrow 0$ , то есть перекачка энергии из прямой волны в обратную очень слабая.

Из (1.2.23) получаем, что значение длительности импульса  $\tau_p$  при  $v \rightarrow 1$  стремится к 0. Таким образом, имеем:

$$\lim_{v \rightarrow 1} \Omega_0^{(+)} = \lim_{v \rightarrow 1} \frac{2}{\tau_p} = +\infty. \quad (1.3.2)$$

Амплитуда прямой волны  $\Omega_0^{(+)}$  брэгговского солитона, распространяющегося в образце с большой скоростью, связана с длительностью БС по закону (1.3.2), откуда хорошо видно, что при  $v \rightarrow 1$  амплитуда  $\Omega_0^{(+)}$  возрастает.

Введем вектор  $\vec{I}(\xi, \tau) = \{|P^+(\xi, \tau)|, |P^-(\xi, \tau)|, n(\xi, \tau)\}$ . Нетрудно показать, что система (1.2.22)-(1.2.25) обладает интегралом движения:



$$n^2(\xi, \tau) + |P^-(\xi, \tau)|^2 + |P^+(\xi, \tau)|^2 = |\vec{I}(\xi, \tau)|^2. \quad (1.3.3)$$

Для этого достаточно убедиться в том, что верно следующее равенство:

$$(n^2(\xi, \tau) + |P^-(\xi, \tau)|^2 + |P^+(\xi, \tau)|^2)_\tau = 0, \quad (1.3.4)$$

Подставляя уравнения (1.2.6)-(1.2.8) в (1.3.4), действительно, получаем верное равенство.

Из условий локализации импульса  $n(\xi = \pm\infty, \tau) = -1$  и  $P^\pm(\xi = \pm\infty, \tau) = 0$  (изначально среда не поляризована) следует, что  $|\vec{I}(\xi, \tau)| = 1$ .

Окончательно, запишем интеграл движения в виде

$$n^2(\xi, \tau) + |P^-(\xi, \tau)|^2 + |P^+(\xi, \tau)|^2 = 1. \quad (1.3.5)$$

Уравнения (1.2.6)-(1.2.8) описывают динамику вектора  $\vec{I}(\xi, \tau)$  в электрическом поле двух встречных брэгговских волн  $\Omega^{(+)}(\xi, \tau)$  и  $\Omega^{(-)}(\xi, \tau)$ , аналогично тому, как оптические уравнения Блоха (1.1.9) описывают динамику вектора Блоха  $\vec{R}(z_j, t)$  в электрическом поле  $\Omega_\kappa(z_j, t)$ .

Оставляя при усреднении в (1.2.2) только члены с коэффициентами Фурье  $C_0, C_1, C_{-1}$ , мы фактически любую периодическую четную функцию  $\tilde{\rho}(\xi)$  сводим к виду  $f(\xi) = C_0 + 2C_1 \cos(H\xi)$ ,  $H = 2k'$  (рис. 4), тем самым подразумевая, что члены с коэффициентами Фурье  $C_m$ , где  $|m| \geq 2$ , вносят в аналитическое решение столь незначительный вклад, что ими можно пренебречь. Для того чтобы выяснить, до какой степени верно это предположение, проведено прямое численное интегрирование системы двухволновых уравнений МБ (1.1.15)-(1.1.17) с последующим сравнением результатов аналитического и численного решений.

При численном решении системы двухволновых уравнений МБ (1.1.15)-(1.1.17) функция концентрации резонансных атомов в структуре выбиралась в виде «кубического косинуса»:  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$ . На рис.5, 6, 7 сплошными линиями

изображены зависимости амплитуд импульса  $\Omega_0^{(\pm)}$  и отношения амплитуд  $\alpha \equiv \frac{\Omega_0^{(-)}}{\Omega_0^{(+)}}$  от

скорости  $v$ , рассчитанные аналитически (амплитуды нормированы на значения  $\Omega_0^{(\pm)}$  при  $v=0,92$ ). Белыми кругами обозначены значения амплитуд (также нормированные на величины амплитуд при  $v=0,92$ ), полученные при численном решении системы уравнений (1.1.15)-(1.1.17) со следующими начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned}\Omega^{(\pm)}(\xi, \tau = 0) &= 0, \\ P(\xi, \tau = 0) &= 0, \\ n(\xi, \tau = 0) &= -1, \\ \Omega^{(+)}(\xi = 0, \tau) &= \Omega_0^{(+)} \operatorname{sech}(\phi), \\ \Omega^{(-)}(\xi = L, \tau) &= 0,\end{aligned}\tag{1.4.1}$$

где  $\phi \equiv \frac{\xi - v\tau}{v\tau_p}$ ;  $L$  - длина резонансной структуры. Численное решение проводилось

методом характеристик. Из рисунков видно хорошее совпадение аналитического и численного решений в случае больших скоростей импульсов. Однако закономерно возникает вопрос, почему значения  $\Omega_0^{(-)}$ , полученные численно при скоростях  $v$ , меньших 0,8, не совпадают с аналитическими результатами при тех же скоростях? Как упоминалось выше, отсутствие решения системы двухволновых уравнений МБ с нулевой скоростью свидетельствует о возможной неустойчивости импульсов, распространяющихся с малыми скоростями. Численное решение действительно демонстрирует неустойчивость при  $v < 0,8$  (соответствующие круги на рис.5). На рис. 5, 6 приведены значения амплитуд устойчивых импульсов при скоростях  $v \geq 0,8$ .

Для наглядности на рис. 8 продемонстрировано двухволновое численное решение внутри среды. Фиолетовой линией показано амплитуда правой волны  $\Omega^{(+)}(\xi = \xi_0, \tau)$  на расстоянии  $\xi_0 = 500d$  от входа в структуру, синей линией – обратная волна, возникающая при взаимодействии излучения с резонансными атомами. Скорость распространяющегося в структуре солитона  $v = 0,76$ , длина структуры  $L = 1000d$ .

На рис.7 представляет интерес сплошная линия, соответствующая аналитической зависимости отношения амплитуд  $\alpha$  от скорости импульса  $v$ . Отношение амплитуд  $\alpha$  определяется выражением (1.2.25), не предполагающим линейной зависимости. Однако

полученные значения  $\alpha$  малы, а при малых  $\alpha$  зависимость  $\alpha(v)$  хорошо аппроксимируется прямой. Убедимся в этом. Выразим в (1.2.25)  $v$  через  $\alpha$ :

$$v = \frac{C_1 \alpha^2 + C_1 + \alpha}{C_1(1 - \alpha^2)}.$$

При  $\alpha \rightarrow 0$

$$v \approx 1 + \alpha / C_1.$$

Выражая  $\alpha$  через  $v$ , получаем

$$\alpha \approx C_1(v - 1). \quad (1.4.2)$$

На рис.9 для структуры с  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$  показано отличие зависимости  $\alpha(v)$ , заданной выражением (1.2.25), от приближенной зависимости  $\alpha(v)$ , полученной из (1.2.25) с учетом малости  $\alpha$  и представленной выражением (1.4.2).

Монотонная зависимость отношения амплитуд от скорости дает полезное знание о характере перекачки энергии из обратной волны в прямую. Из рисунков 5, 6 видно, что, чем меньше скорость солитона, тем сильнее происходит перекачка энергии при его формировании. Это означает, что солитон, распространяющийся с меньшей скоростью, лучше «чувствует» среду с резонансными атомами, т.е. чтобы понять, как профиль концентрации резонансных атомов влияет на формирование и распространение импульсов внутри среды, нужно получить импульсы с достаточно малой скоростью. Как уже было показано выше, в структуре с функцией концентрации атомов  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$  импульсы, распространяющиеся со скоростью  $v < 0,8$ , неустойчивы. Поэтому мы поставили себе цель подобрать структуру с узким профилем концентрации, наиболее приближенным к гребенке  $\delta$ -функций, т.е. к дискретному РФК, т.к. известно, что в такой структуре возможно существование солитонов с нулевой скоростью [8].

Окончательно, нами был выбран непрерывный РФК с функцией концентрации атомов в виде гребенки секансов гиперболических:

$$\tilde{\rho}(\xi) = \sum_i 8 \cdot \operatorname{sech}(8 \cdot k'\xi) \cdot \tilde{\delta}(\xi - \xi_i), \text{ где } \tilde{\delta}(\xi - \xi_i) = 1 \text{ при } \xi \in (\xi_i \pm \frac{d}{2}) \text{ и равна нулю в}$$

любых других точках (рис. 10). Для такой структуры проведено численное моделирование для двух случаев: 1)  $d = \lambda' / 2$ , 2)  $d = \lambda'$ .

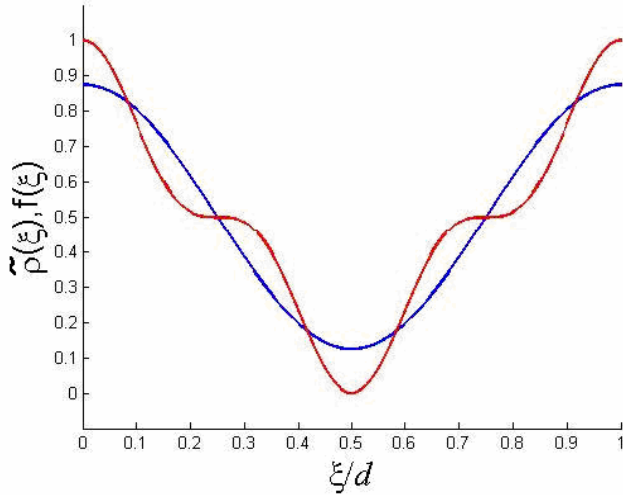
В первом случае мы сравнивали численное и аналитическое решения, полученные для выбранного непрерывного РФК. Для скорости  $v = 0,94$  было получено неплохое совпадение. Численно были получены следующие значения амплитуд и длительности импульса:  $\Omega_0^{(+)} = 14,74$ ;  $\Omega_0^{(-)} = -0,50$ , аналитически  $\Omega_0^{(+)} = 15,6$ ;  $\Omega_0^{(-)} = -0,44$ . Все значения приведены в относительных единицах:  $\Omega_0^{(\pm)} = 4\tau_c(\mu/\hbar)E_0^{\pm}$ . На основе этого результата можно сделать вывод, что уравнения МБ (1.2.5)-(1.2.8), не содержащие оператора пространственного усреднения, правильно описывают динамику солитонов в структурах с довольно узким профилем концентрации атомов.

Во втором случае проводилось сравнение численного решения для выбранного непрерывного РФК с аналитическим решением для дискретного РФК [8]. Численно были получены следующие значения амплитуд и длительности импульса:  $\Omega_0^{(+)} = 9,83$ ;  $\Omega_0^{(-)} = -0,37$ , аналитически –  $\Omega_0^{(+)} = 16,05$ ;  $\Omega_0^{(-)} = -0,49$ . Видно, что результаты сильно расходятся. Это означает, что выбранная гребенка секансов гиперболических имеет недостаточно узкий профиль, чтобы для нее можно было использовать приближение дискретного РФК.

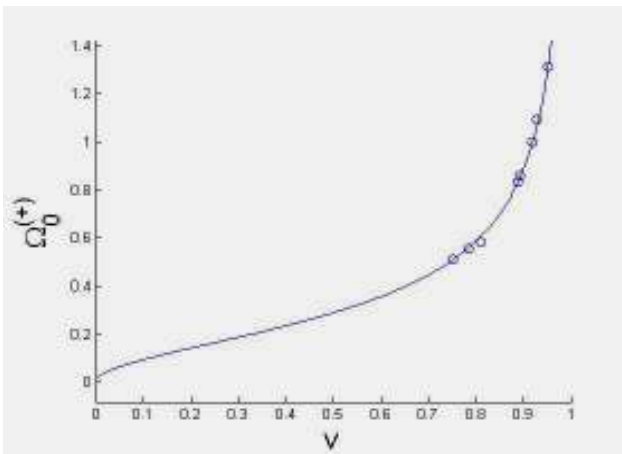
Итак, в этом параграфе проведены аналитическое описание и численное моделирование динамики брэгговского солитона в среде с различными профилями концентрации резонансных атомов с периодом  $d = \lambda'$ : «кубическим косинусом», гребенкой секансов гиперболических.

На примере структуры с профилем концентрации резонансных атомов в виде «кубического косинуса»  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$  показано хорошее соответствие численного и аналитического решений. Продемонстрировано, что импульсы, распространяющиеся в такой непрерывной резонансной среде с достаточно большими скоростями  $v \geq 0,8$ , устойчивы.

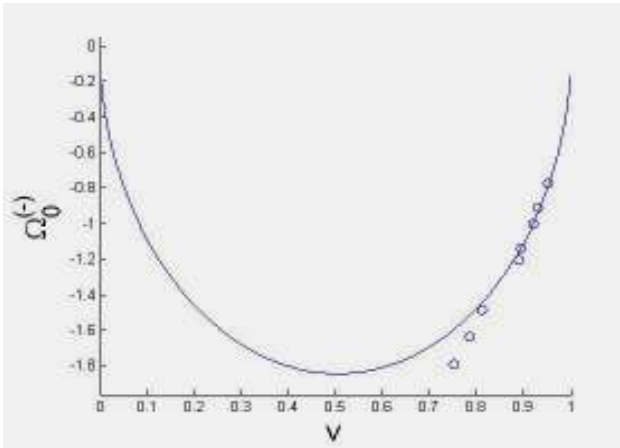
Также получен интеграл движения (1.3.4) для системы уравнений МБ (1.2.5)-(1.2.8).



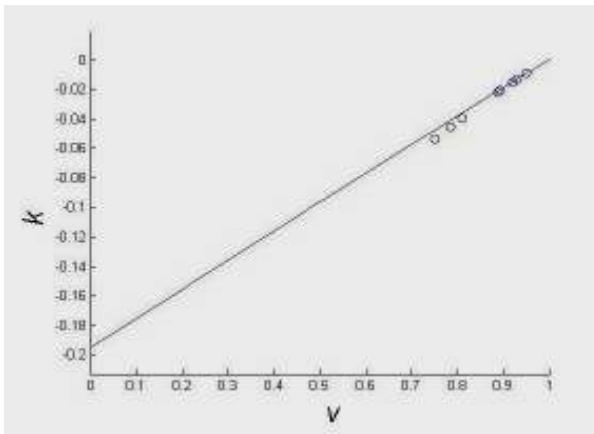
**Рис.4.** Функция концентрации резонансных атомов  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$  и соответствующая ей «усредненная» функция  $f(\xi) = C_0 + 2C_1 \cos(2k'\xi)$ , где  $C_0 = 1/2$ ,  $C_1 = 3/8$  - коэффициенты Фурье функции  $\tilde{\rho}(\xi)$ .



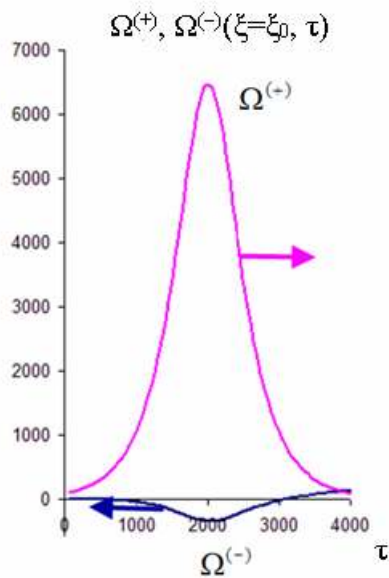
**Рис.5.** Зависимость амплитуды  $\Omega_0^{(+)}$  прямой волны от скорости импульса  $v$ . Амплитуда нормирована на значения  $\Omega_0^{(+)}$  при  $v=0,92$ . Белыми кругами обозначены значения амплитуд  $\Omega_0^{(+)}$ , полученные численно. Сплошной линией показано аналитическое решение.



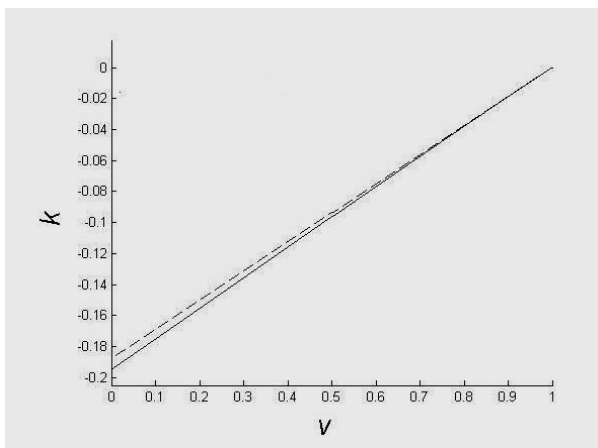
**Рис.6.** Зависимость амплитуды  $\Omega_0^{(-)}$  обратной волны от скорости импульса  $v$ . Амплитуда нормирована на значения  $\Omega_0^{(-)}$  при  $v=0,92$ . Белыми кругами обозначены значения амплитуд  $\Omega_0^{(-)}$ , полученные численно. Сплошной линией показано аналитическое решение.



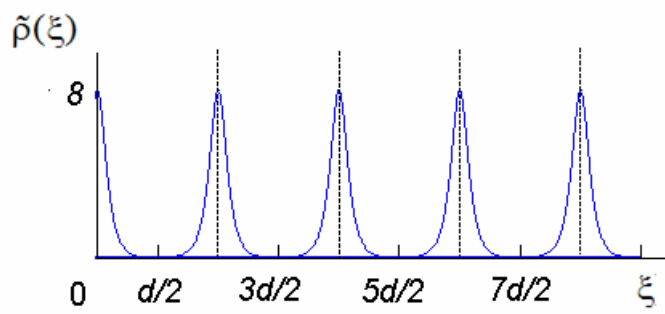
**Рис.7.** Зависимость отношения амплитуд обратной (-) и прямой (+) волн  $\alpha \equiv \frac{\Omega_0^{(-)}}{\Omega_0^{(+)}}$  от скорости импульса  $v$ . Белыми кругами обозначены значения  $\alpha$ , полученные численно. Сплошной линией показано аналитическое решение.



**Рис. 8.** Брэгговский солитон самоиндуцированной прозрачности (численное решение). Фиолетовой линией показана амплитуда правой волны  $\Omega^{(+)}(\xi = \xi_0, \tau)$ , синей линией – обратная волна  $\Omega^{(-)}(\xi = \xi_0, \tau)$ . Скорость солитона  $v = 0,76$ , длина структуры  $L = 1000d$ ,  $\xi_0 = 500d$ .



**Рис.9.** Зависимость отношения амплитуд обратной (-) и прямой (+) волн  $\alpha \equiv \frac{\Omega_0^{(-)}}{\Omega_0^{(+)}}$  от скорости импульса  $v$ . Сплошная линия соответствует аналитическому решению (1.2.25), штрихованная линия соответствует приближенной зависимости  $\alpha(v)$ , полученной из (1.2.25) с учетом малости  $\alpha$ .



**Рис.10.** График функции концентрации резонансных атомов в виде **гребенки секансов гиперболических**. Штрихованная линия соответствует расположению резонансных атомов в дискретном РФК.



## ГЛАВА 2. Устойчивость и преобразование солитоноподобных импульсов в непрерывной резонансной решетке

В главе 2 рассмотрен вопрос устойчивости солитоноподобных импульсов в структуре с непрерывной функцией концентрации резонансных атомов, или непрерывной резонансной решетке. В § 2.1. проведено исследование устойчивости импульсов при столкновении и при наличии возмущений на примере непрерывного РФК с  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$ . Полученные в этом параграфе результаты еще раз подтверждают наше предположение об устойчивости импульсов со скоростями  $v \geq 0,8$ . В § 2.2. показано, что можно добиться значительной компрессии и, одновременно, увеличения интенсивности импульсов, плавно меняя профиль концентрации резонансных атомов. Показано, что данный эффект возникает за счет перекачки энергии из обратной волны в прямую, которая происходит на участке медленного изменения профиля концентрации.

## § 2.1. Устойчивость солитоноподобных импульсов при столкновении, а также при наличии возмущений

В данном параграфе проведено исследование устойчивости импульсов при столкновении на примере структуры с  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$ . Задача решена путем численного интегрирования системы уравнений МБ (1.1.15)-(1.1.17) со следующими граничными и начальными условиями:

$$\begin{aligned}\Omega^{(\pm)}(\xi, \tau = 0) &= 0, \\ P(\xi, \tau = 0) &= 0, \\ n(\xi, \tau = 0) &= -1, \\ \Omega^{(+)}(\xi = 0, \tau) &= \Omega_0^{(+)} \operatorname{sech}(\phi), \\ \Omega^{(-)}(\xi = L, \tau) &= \Omega_0^{(-)} \operatorname{sech}(\phi), \\ \Omega_0^{(-)} &= \Omega_0^{(+)},\end{aligned}$$

где  $\phi \equiv \frac{\xi - v\tau}{v\tau_p}$ .

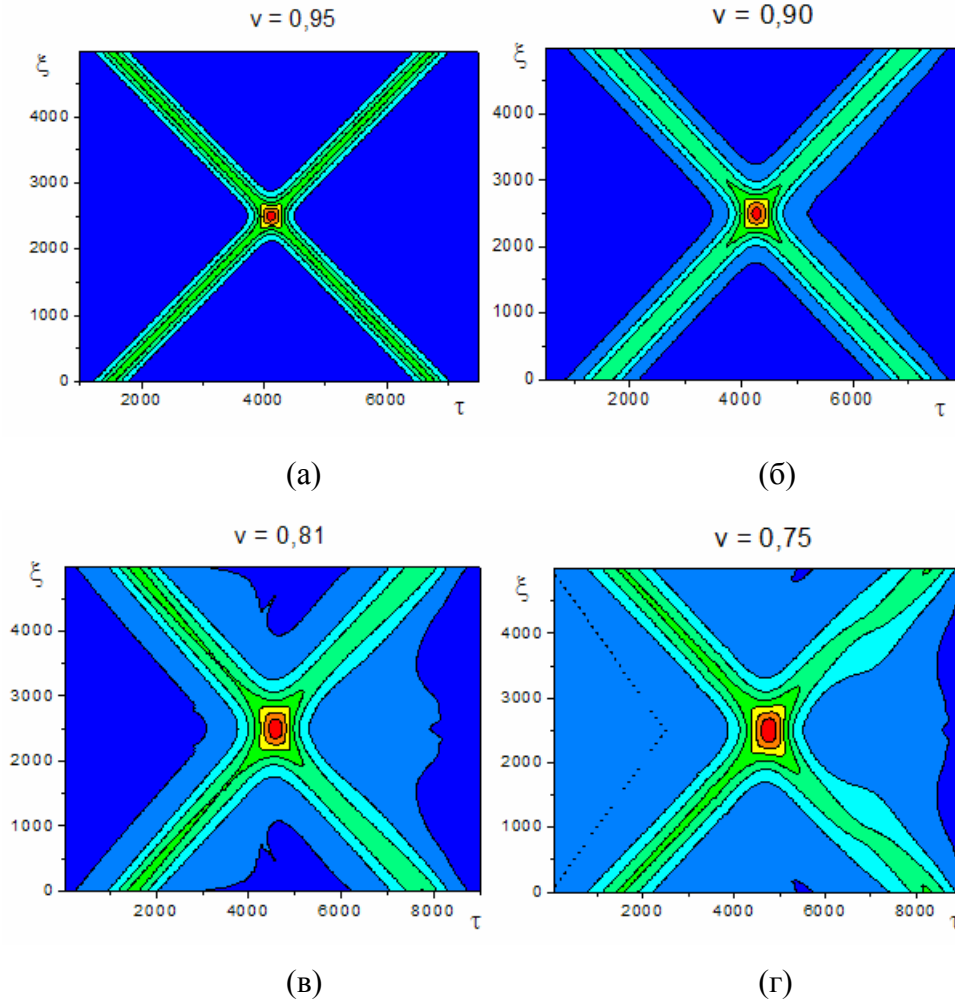
На рис. 11 показана динамика суммы амплитуд полей встречных брэгговских мод  $\Omega = \Omega^{(+)} + \Omega^{(-)}$  при столкновении двух встречных солитоноподобных импульсов с одинаковыми изначально амплитудами  $\Omega_0^{(-)} = \Omega_0^{(+)}$ . Параметры структуры:  $L = 1000d$ ,  $d = \lambda'/2$ .

Из рис. 11(а), 11(б) видно, что импульсы со скоростями  $v = 0,95; 0,90$  после столкновения сохраняют свою скорость и форму, т.е. являются устойчивыми. На рис. 11 (в), (г) столкновение импульсов с меньшими скоростями ( $v = 0,81; 0,75$ ) происходит неупруго, импульсы становятся неустойчивыми. Помимо изменения скорости при взаимодействии, в структуре появляется дополнительное возмущение.

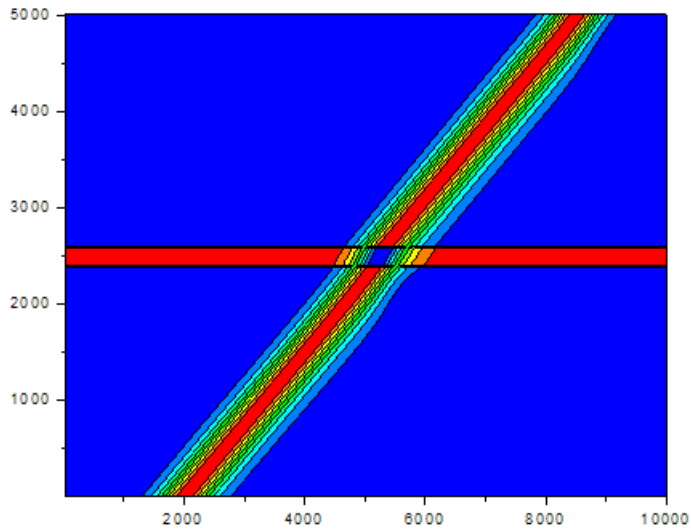
Также проводилась проверка устойчивости солитоноподобных импульсов при наличии начальных возмущений инверсии атомов в структуре с  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$ . Ширина области  $\Delta L$ , в которой атомы находятся в возбужденном состоянии  $n = 1$ , задана равной 40 периодам структуры:  $\Delta L = 40d$  (длина всей структуры  $L = 1000d$ ), все остальные атомы изначально не возбуждены. На рис. 12 продемонстрировано, что импульс, выходя из возмущенной области, остается таким же, каким был до входа в нее, что означает его устойчивость. Красным цветом

показаны области, в которых  $n = 1$ , синим – области, в которых  $n = -1$ , другими цветами обозначены области с промежуточным возбуждением  $-1 < n < 1$ .

Отметим, что, когда импульс покидает возмущенную область, атомы остаются в том же возбужденном состоянии  $n = 1$ , в каком были до его прихода. Таким образом, прошедший солитоноподобный импульс не меняет состояния всей структуры, что также доказывает устойчивость импульса при взаимодействии с возмущением.



**Рис.11.** Динамика суммы амплитуд полей двух встречных солитоноподобных импульсов  $\Omega(\xi, \tau) = \Omega^{(+)}(\xi, \tau) + \Omega^{(-)}(\xi, \tau)$  при столкновении в непрерывном РФК с профилем концентрации резонансных атомов  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$ . Скорости распространения импульсов до столкновения: (а)  $v = 0,95$ , (б)  $v = 0,90$ , (в)  $v = 0,81$ , (г)  $v = 0,75$ .



**Рис.12** Динамика инверсии  $n(\xi, \tau)$  при прохождении солитоноподобного импульса через непрерывный РФК с  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$ , в котором изначально возбуждена область  $\Delta L = 40d$ . Красным цветом обозначены полностью возбужденные области ( $n = 1$ ), синим цветом — полностью невозбужденные области ( $n = -1$ ), другими цветами — области с инверсией  $-1 < n < 1$ .

## § 2.2. Компрессия и увеличение интенсивности солитоноподобных импульсов при прохождении через непрерывный резонансный фотонный кристалл с меняющимся профилем концентрации резонансных атомов

Покажем, что, меняя параметры среды, а именно, профиль концентрации резонансных атомов, можно управлять параметрами импульса: увеличить интенсивность и уменьшить длительность.

Для этой цели выбрана среда со следующим профилем концентрации резонансных атомов:

$$\tilde{\rho}(\xi) = \sum_i a \cdot \operatorname{sech}(a \cdot k' \xi) \cdot \tilde{\delta}(\xi - \xi_i); \quad (2.2.1)$$

где  $\tilde{\delta}(\xi - \xi_i)$  равна 1 при  $\xi \in (\xi_i \pm \frac{d}{2})$  и нулю в любых других точках,  $d = \lambda' / 2$ .

Параметр  $a$  одновременно задает и амплитуду, и ширину профиля. Таким образом, меняя  $a$ , мы сохраняем количество резонансных атомов на периоде неизменным. На рис. 13 показано, как изменяется значение параметра  $a$  в зависимости от номера периода  $N$ . На протяжении 1400 периодов в начале среды  $a = 8$ , на этом участке происходит формирование солитона, далее мы плавно уменьшаем  $a$  до значения  $a = 2$  в области шириной  $\Delta L = 800d$ .

Задача решена путем численного интегрирования системы уравнений МБ (1.1.15)-(1.1.17) со следующими начальными и граничными условиями:

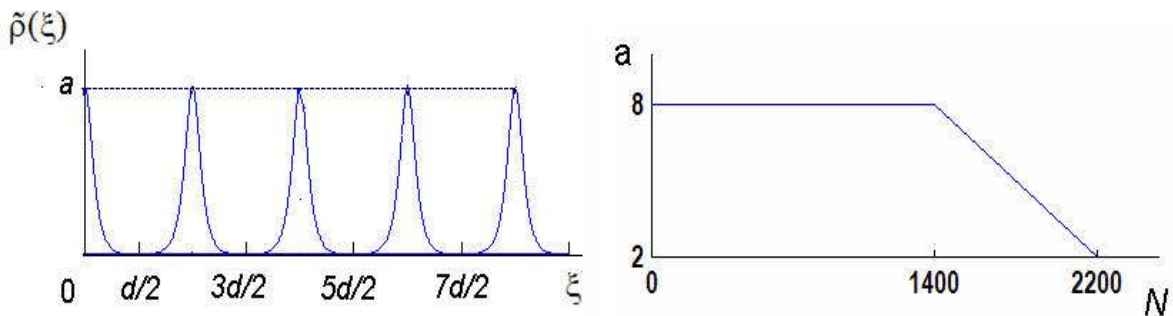
$$\begin{aligned} \Omega^{(\pm)}(\xi, \tau = 0) &= \Omega_0^{(\pm)} \operatorname{sech}(\phi), \\ \operatorname{Re} P(\xi, \tau = 0) &= P_0 \operatorname{sech}(\phi) \operatorname{th}(\phi) \cos(k' \xi), \\ \operatorname{Im} P(\xi, \tau = 0) &= P_0 \operatorname{sech}(\phi) \operatorname{th}(\phi) \sin(k' \xi), \\ n(\xi, \tau = 0) &= -(1 - 2 \operatorname{sech}^2(\phi)), \\ \Omega^{(+)}(\xi = 0, \tau) &= 0, \\ \Omega^{(-)}(\xi = L, \tau) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь  $\phi \equiv \frac{\xi - v\tau}{v\tau_p}$ ;  $\operatorname{Re}$  – реальная часть,  $\operatorname{Im}$  – мнимая часть; начальные условия заданы в

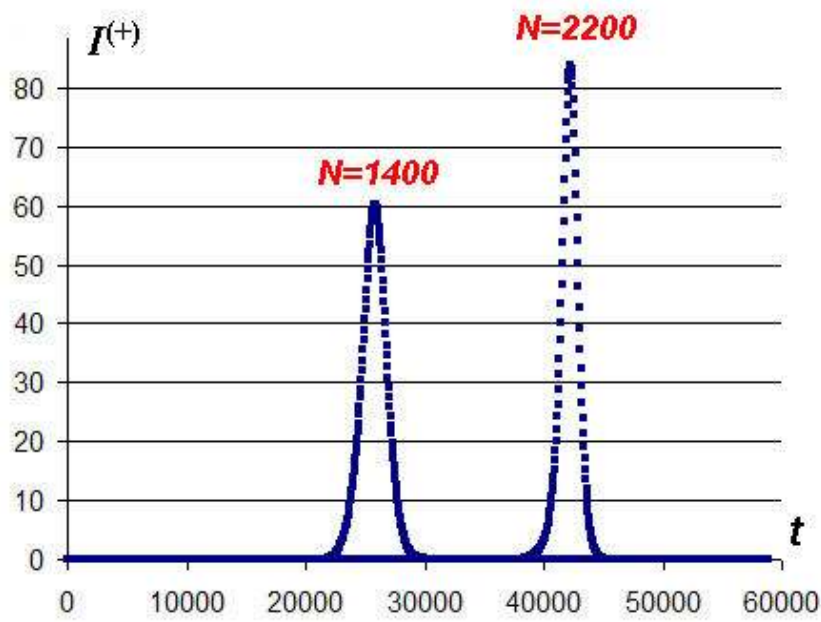
соответствии с аналитическим решением (1.2.22)-(1.2.25). При постановке начальных

условий возникает трудность в определении поляризации  $P$ . Действительно, из аналитического решения можно найти только усредненные отклики среды  $P^\pm$ , а не функцию  $P$ . Несложно определить модуль поляризации  $P_0$  из выражения для интеграла движения (1.3.5), но остается неопределенной фаза поляризации. Это усложняет задачу, но не делает ее нерешаемой. Начальная поляризация  $P$  выбиралась таким образом, чтобы обеспечить формирование солитоноподобного импульса и его последующее преобразование.

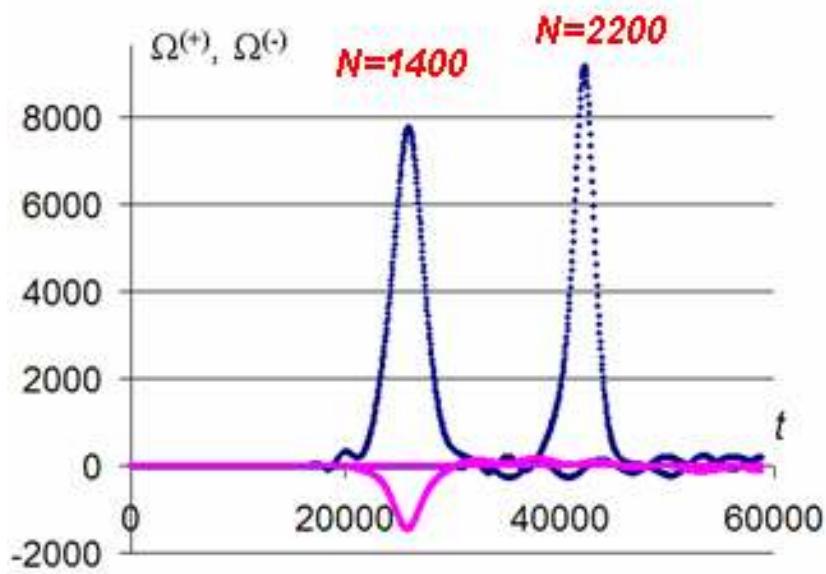
При помощи численного решения системы уравнений МБ (1.1.15)-(1.1.17) в решетке секансов гиперболических (2.2.1) наблюдалась компрессия импульса (на половине высоты: 40%) и увеличение его интенсивности (39%), при этом скорость формирующегося в среде импульса  $v = 0,68$ , его длительность  $\tau_p = 0,46$ . На рис. 14, 15 изображены зависимости интенсивности проходящей волны  $I^{(+)}$  и амплитуд встречных брэгговских мод  $\Omega^{(+)}$ ,  $\Omega^{(-)}$  от времени на входе в возмущенную область ( $N=1400$ ) и на выходе из структуры. Из рис. 11 хорошо видно, что компрессия возникает за счет перекачки энергии из отраженной волны в проходящую. Это явление возникает в фотонной запрещенной зоне, которая не позволяет «линейному» излучению выходить из структуры; излучение также не остается в виде стоячей волны в структуре.



**Рис. 13.** Профиль концентрации резонансных атомов в виде гребенки секансов гиперболических (2.2.1), амплитуда  $a$  (являющаяся одновременно шириной секанса гиперболического) на расстоянии 1400 периодов постоянна и равна 8, далее медленно уменьшается до значения  $a = 2$  на протяжении 800 периодов. Здесь  $N$  – номер периода.



**Рис.14.** Зависимость интенсивности  $I^{(+)}$  проходящей волны от времени на входе в возмущенную область (при  $N=1400$ ) и на выходе из структуры (при  $N=2200$ ).



**Рис.15.** Зависимость амплитуд встречных брэгговских мод  $\Omega^{(\pm)}$  от времени на входе в возмущенную область (при  $N=1400$ ) и на выходе из структуры (при  $N=2200$ ).

## Выводы

В настоящей дипломной работе получены следующие основные результаты:

1. Для непрерывного резонансного фотонного кристалла с произвольным профилем концентрации резонансных атомов получена самосогласованная система нелинейных динамических уравнений Максвелла-Блоха, не содержащая оператора пространственного усреднения, позволяющая получить аналитические решения.
2. Получено аналитическое решение системы двухволновых уравнений Максвелла-Блоха, описывающее брэгговский солитон самоиндуцированной прозрачности. На примере структуры с профилем концентрации резонансных атомов  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$  показано хорошее соответствие численного и аналитического решений.
3. Посредством численного интегрирования двухволновых уравнений Максвелла-Блоха на примере структуры с профилем концентрации резонансных атомов  $\tilde{\rho}(\xi) = [1 + \cos^3(2k'\xi)]/2$  исследована устойчивость солитоноподобных импульсов при столкновении и при наличии возмущений; показана устойчивость при достаточно высоких скоростях  $v \geq 0,8$  и неустойчивость при меньших скоростях  $v < 0,8$ .
4. Показана возможность компрессии лазерных импульсов при плавном изменении профиля концентрации резонансных атомов в непрерывном резонансном фотонном кристалле.

Результаты дипломной работы опубликованы в статье [23] и сборниках трудов конференций [24-27] и были доложены на следующих конференциях: V Международная конференция «Фундаментальные проблемы оптики – 2008» (Ст.-Петербург, 2008), XI Международный симпозиум по фотонному эхо и когерентной спектроскопии (Казань, 2009), XVII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов – 2010» (Москва, 2010), VI Международная конференция «Фундаментальные проблемы оптики – 2010» (Ст.-Петербург, 2010).

В заключение хочу выразить искреннюю благодарность за терпение, ценные советы и помощь в работе моему научному руководителю профессору Манцызову Борису Ивановичу.



## Список литературы

1. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов. – М.: Физматлит, 2005.
2. *Mok J.T., De Sterke C.M., Littler I.C.M., Eggleton B.J.* Dispersionless slow light using gap solitons // *Nature*. – 2006. – Vol.2. – P. 775-780.
3. *Mok J.T., Eggleton B.J.* Expect more delays // *Nature*. – 2005. – Vol.433. – P. 811-812.
4. *Mok J.T., De Sterke C.M., Littler I.C.M., Eggleton B.J.* Dispersionless and tunable slow light in bragg gratings // *OPNews*. – 2007. – P. 39.
5. *Mok J.T., De Sterke C.M., Eggleton B.J.* Delay-tunable gap-soliton-based slow light system // *Optics Express*. – 2006. – Vol.14., № 25. – P. 11987-11996.
6. *Mok J.T., Littler I.C.M., Tsoy E., Eggleton B.J.* Soliton compression and pulse-train generation by use of microchip Q-switched lasers in Bragg gratings // *Optics Letters*. – 2005. – Vol.30, № 18. – P. 2457-2459.
7. *Манцызов Б.И., Кузьмин Р.Н.* О когерентном взаимодействии света с дискретной периодической резонансной средой // *ЖЭТФ*. – 1986. – Т. 91, №1(7).- С. 65-77.
8. *Mantsyzov B.I.* Gap  $2\pi$ -soliton with an inhomogeneously broadened line and an oscillating solitary wave // *Phys. Rev. A*. – 1995. – V.51, №6. – P.4939-4943.
9. *Eggleton B.J., De Sterke C.M., Slusher R.E.* Nonlinear pulse propagation in Bragg gratings // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 1997. – V.14. – №11. – P.2980-2993.
10. *Kozhokin A.E., Kurizki G., Malomed B.* Standing and Moving Gap Solitons in Resonantly Absorbing Gratings // *Phys. Rev. Lett*. – 1998. – V.81, № 17. – P. 3647-3650.
11. *Akozbeq N., John S.* Self-induced transparency solitary waves in a doped nonlinear photonic band gap material // *Phys. Rev. E*. – 1998. – № 3.– V. 58. – P. 3876-3895.
12. *Воронов М.М., Ивченко Е.Л.* Брэгговские солитоны в структурах с квантовыми ямами // *Физика твердого тела* – 2005. – том 47, вып. 7.- P. 1327-1332.
13. *Wanneng Xiao* Trapping gap solitons in a resonant photonic crystal of finite length // *Phys. Rev. E*. 75, 066610 (2007).
14. *Mantsyzov B.I., Mel'nikov I.V., and Aitchison J. Stewart* Controlling light by light in a one-dimensional resonant photonic crystal // *Phys. Rev. E*. 69, 055602(R) (2004).
15. *Манцызов Б.И., Сильников Р.А.* Осциллирующий брэгговский  $2\pi$ -импульс в резонансно поглощающей решетке. // *Письма в ЖЭТФ* – 2001 – том 74, вып. 9, с. 511-514.

16. *Ji Zhao, Juntao Li, Huiguo Shao, Jiwen Wu, and Jianying Zhou* Reshaping ultrashort light pulses in resonant photonic crystals // *J. Opt. Soc. Am.* – 2006 – №9 – Vol. 23. – P. 1981-1987.
17. *Акаев А.А., Гуревич С.Б., Жукалиев К.М., Муравский Л.И., Смиронова Т.Н.* Голография и оптическая обработка информации. – С.-П. Наука, 2003.
18. *Манцызов Б.И., Петров Е.В., Федотов М.В.* Брэгговский солитон самоиндуцированной прозрачности в периодической структуре с произвольной модуляцией плотности резонансных атомов // *Известия РАН. – Серия физическая.* – 2006. – том 70, № 1. – С. 144-148.
19. *Аллен Л., Эберли Дж.* Оптический резонанс и двухуровневые атомы. – М. : Наука, 1978.
20. *Манцызов Б.И.* Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов. – М. : Физматлит, 2009.
21. *Лэм Л. Дж.* Введение в теорию солитонов. – Меркурий-ПРЕСС, 2000.
22. *Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А.* Кооперативные явления в оптике. – М.: Наука, 1988.
23. *Фролова Л. В., Манцызов Б.И.* Брэгговский солитон в периодической резонансной структуре с произвольным профилем концентрации резонансных атомов // *Уч.Зап.КГУ. – Физ-Мат науки.* –2010. – т.152, вып.2. – С. 172-178.
24. *Фролова Л. В., Манцызов Б.И.* Брэгговские солитоны в резонансных фотонных кристаллах с непрерывным профилем модуляции концентрации резонансных атомов. // В сборнике трудов V Международного оптического конгресса «Оптика – XXI век», т.1, конференция «Фундаментальные проблемы оптики – 2008», Санкт-Петербург, СПбГУ ИТМО, 2008, стр. 203-204.
25. *Фролова Л. В., Манцызов Б.И.* Брэгговский солитон в периодической резонансной структуре с произвольным профилем концентрации резонансных атомов. // В трудах IX Международного Симпозиума по фотонному эхо и когерентной спектроскопии, Казань, 2009.
26. *Фролова Л. В., Манцызов Б.И.* Динамика брэгговских солитонов в непрерывном резонансном фотонном кристалле. // В сборнике тезисов XVII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов – 2010», секция «Физика», том 1, физический факультет МГУ, 2010г., стр. 277-278.
27. *Фролова Л. В., Манцызов Б.И.* Компрессия лазерных импульсов в резонансном фотонном кристалле с непрерывной функцией концентрации резонансных атомов.

// В трудах VI Международной конференции «Фундаментальные проблемы оптики – 2010», Санкт-Петербург, СПбГУ ИТМО, 2010.