

Основной материал семинара изложен в конспекте лекций по оптике для ФНМ по теме «Отражение и преломление света».

Здесь только дополнительные моменты.

Задача 1. Получить формулы Френеля для угла Брюстера исходя из граничных условий.

Решение.

Запоминать формулы Френеля – занятие неблагодарное. Выводить эти формулы – занятие не менее неблагодарное. Но для особых случаев их все-таки можно вывести.

Для случая нормального падения эти формулы были получены в конспекте лекций. Здесь мы рассмотрим случай падения плоской волны под углом Брюстера для различных состояний поляризации.

Напомним некоторые формулы.

Граничные условия:

$$E_{\tau, \text{пад}} + E_{\tau, \text{отр}} = E_{\tau, \text{прел}} \quad (1)$$

$$H_{\tau, \text{пад}} + H_{\tau, \text{отр}} = H_{\tau, \text{прел}} \quad (2)$$

Связь H и E в плоской волне:

$$H \sim nE. \quad (3)$$

Угол Брюстера:

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Бр, пад}} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \text{или} \quad \varphi_{\text{Бр, пад}} + \varphi_{\text{Бр, прел}} = \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

1) Р-поляризация.

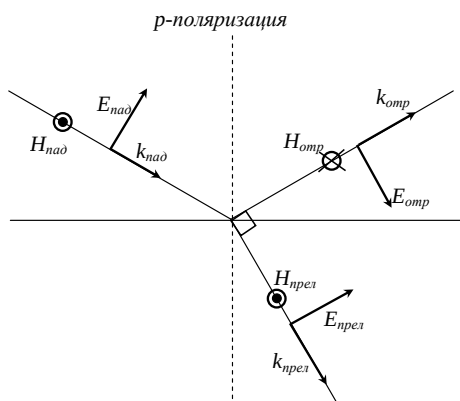


Рис. 1

Выберем направления векторов $\vec{E}$ во всех волнах таким, чтобы проекция на горизонтальную ось была положительной (рис. 1). Тогда с учетом правой тройки векторов $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{k}$ направления векторов $\vec{H}$ указаны на рисунке.

Записываем граничные условия (индекс р-поляризации пока опускаем):

$$E_{\text{пад}} \cdot \cos \varphi_{\text{пад}} + E_{\text{отр}} \cdot \cos \varphi_{\text{пад}} = E_{\text{прел}} \cdot \cos \varphi_{\text{прел}}$$

$$H_{\text{пад}} - H_{\text{отр}} = H_{\text{прел}}$$

Используя (3)-(4), получим:

$$E_{\text{пад}} \cdot \cos \varphi_{\text{пад}} + E_{\text{отр}} \cdot \cos \varphi_{\text{пад}} = E_{\text{прел}} \cdot \sin \varphi_{\text{прел}} \quad (5)$$

$$n_1 E_{\text{пад}} - n_1 E_{\text{отр}} = n_2 E_{\text{прел}} \quad (6)$$

Делим (5) на $\cos \varphi_{\text{пад}}$ и с учетом (4) получаем:

$$E_{\text{пад}} + E_{\text{отр}} = E_{\text{прел}} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{\text{прел}}$$

$$n_1 E_{\text{пад}} + n_1 E_{\text{отр}} = n_2 E_{\text{прел}} \quad (5a)$$

Сравнивая (5а) и (6), видим, что

$$E_{отр} = 0,$$

что и является характерным свойством падения под углом Брюстера. Тогда (6) имеет вид:

$$n_1 E_{нао} = n_2 E_{прел}$$

В итоге получаем:

$$r_{бр}^p = \frac{E_{отр}}{E_{нао}} = 0; \quad t_{бр}^p = \frac{E_{прел}}{E_{нао}} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Обратим внимание, что при падении волны из более оптически плотной среды в менее оптически плотную ($n_1 > n_2$) коэффициент $t_{бр}^p = \frac{n_1}{n_2} > 1$, т.е. амплитуда преломленной волны больше амплитуды падающей! Но с точки зрения закона сохранения энергии (см. материал лекций) все нормально.

2) S-поляризация.

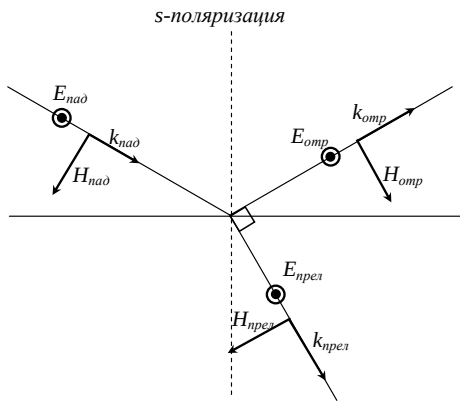


Рис. 2.

Выберем направления векторов $\vec{E}$ во всех волнах на нас (рис. 2.). Тогда с учетом правой тройки векторов $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{k}$ направления векторов $\vec{H}$ указаны на рисунке.

Записываем граничные условия (индекс s-поляризации пока опускаем):

$$E_{нао} + E_{отр} = E_{прел} \quad (7)$$

$$-H_{нао} \cdot \cos \varphi_{нао} + H_{отр} \cdot \cos \varphi_{нао} = -H_{прел} \cdot \cos \varphi_{прел}$$

Используя (3)-(4), получим:

$$-n_1 E_{нао} \cdot \cos \varphi_{нао} + n_1 E_{отр} \cdot \cos \varphi_{нао} = -n_2 E_{прел} \cdot \sin \varphi_{прел} \quad (8)$$

Делим (8) на $\cos \varphi_{нао}$ и с учетом (4) получаем:

$$-n_1^2 E_{нао} + n_1^2 E_{отр} = -n_2^2 E_{прел} \quad (8a)$$

Из решения системы (7)-(8а), получим:

$$r_{бр}^s = \frac{E_{отр}}{E_{нао}} = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2};$$

$$t_{бр}^s = \frac{E_{прел}}{E_{нао}} = \frac{2n_1^2}{n_1^2 + n_2^2}.$$

Вновь обратим внимание, что при падении волны из более оптически плотной среды в менее оптически плотную ($n_1 > n_2$) коэффициент $t_{бр}^s > 1$, т.е. амплитуда преломленной волны больше амплитуды падающей! Но с точки зрения закона сохранения энергии (см. материал лекций) все нормально.

Задача 5.181 (Иродов, 1988 год) Плоский пучок естественного света с интенсивностью I_0 падает под углом Брюстера на поверхность воды. При этом $\rho=0,039$ светового потока отражается. Найти интенсивность преломленного пучка.

Решение.

Прежде всего, вспомним выражение для угла Брюстера. При падении света под таким углом p -компонента не отражается, а полностью проходит (напомним, что p -компонента поляризована в плоскости падения). Для угла Брюстера сумма углов падения и преломления равна 90 градусам, или $\pi/2$:

$$\varphi_{Br,na\partial} + \varphi_{Br,npe\ell} = \pi/2.$$

Из закона преломления

$$\sin \varphi_{na\partial} = n \cdot \sin \varphi_{npe\ell}$$

следует:

$$\operatorname{tg} \varphi_{Br,na\partial} = n.$$

Вспомним закон сохранения энергии при отражении-преломлении. Он записывается в виде:

$$S_{n,na\partial} = S_{n,omp} + S_{n,np},$$

где S_n - нормальная компонента вектора Умова-Пойнтинга для каждой из волн. Подобная запись означает, что энергия, упавшая в единицу времени на единичную площадку, полностью уходит от этой площадки с отраженным и преломленным пучками. Так как интенсивность есть среднее значение модуля вектора Умова-Пойнтинга $I = \langle S \rangle$, то отсюда следует:

$$I_{na\partial} \cdot \cos \varphi_{na\partial} = I_{omp} \cdot \cos \varphi_{omp} + I_{np} \cdot \cos \varphi_{npe\ell},$$

или

$$I_{na\partial} = I_{omp} + I_{np} \cdot \frac{\cos \varphi_{npe\ell}}{\cos \varphi_{na\partial}} \quad (1)$$

(несколько неожиданная формула, не правда ли?).

По условию

$$I_{omp} = \rho \cdot I_{na\partial}.$$

Так как для угла Брюстера

$$\cos \varphi_{Br,npe\ell} = \sin \varphi_{Br,na\partial},$$

то (1) для такого угла имеет вид:

$$I_{na\partial} = I_{omp} + I_{np} \cdot n \quad (1a)$$

В результате

$$I_{np} = \frac{I_{na\partial} - I_{omp}}{n} = \frac{I_{na\partial}(1 - \rho)}{n}.$$

Дом. задание: 5.180, 181, 184, 187, 188.