

## Семинары 8-9. Интерференция монохроматического света. Схема Юнга.

Основной материал семинара изложен в конспекте лекций по оптике по теме «Интерференция монохроматического света».  
Здесь только дополнительные моменты.

### Перечислим порядок решения типичных задач по интерференции:

- 1) Рисуем схему эксперимента: источник, объект, на котором осуществляется интерференция, экран;
- 2) Строим два изображения, формирующиеся при прохождении света от источника через объект, они и станут новыми «источниками» для интерференции;
- 3) Из геометрии находим все расстояния, необходимые для нахождения параметров интерференционной картины;
- 4) Для нахождения области интерференции от новых «источников» проводим лучи, проходящие через крайние точки объекта, что позволит найти границы реальных пучков. Область их наложения друг на друга и даст область интерференции.

### 1. Об интерференции плоских волн.

Расчеты для схемы Юнга дают выражение для ширины  $\Delta x$  интерференционных полос:

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{d},$$

где  $d$  – расстояние между источниками,  $L$  – расстояние от источников до экрана.

Начнем мысленно удалять источники  $O_1$  и  $O_2$  вдоль прямых  $O_1O$  и  $O_2O$  на бесконечность (см. рис.). При этом будут расти и  $d$ , и  $L$ , но отношение этих величин остается неизменным:

$$\frac{d}{L} \approx \theta.$$

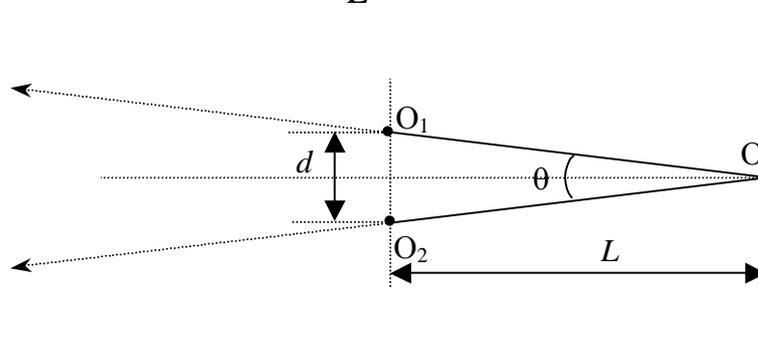


Рис. 1. К интерференции плоских волн

Удаление источников на бесконечность эквивалентно переходу к интерференции двух плоских волн, угол схождения которых (угол между векторами  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$ ) равен  $\theta$ . В результате получим:

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{d/L} \approx \frac{\lambda}{\theta}$$

Как видим, ширина полос не зависит от положения экрана.

### 2. Интерференция с помощью билинзы.

Билинза существует в двух модификациях (см. рис.): в первом случае линзу разрезают пополам и половинки раздвигают на расстояние  $h$ ; во втором случае из линзы удаляют центральную часть шириной  $h$  и сдвигают оставшиеся части до соприкосновения.

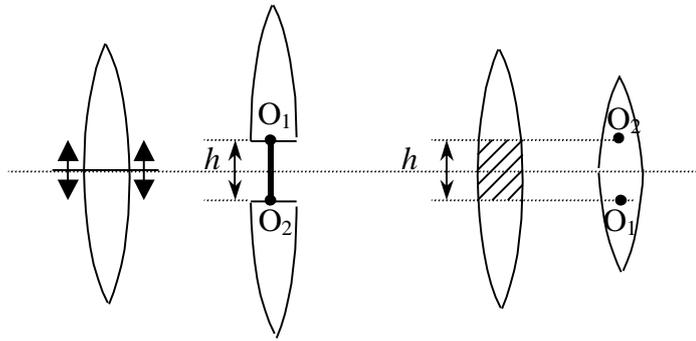


Рис. 2. Две модификации бипризмы.

Основные моменты расчета интерференционной картины заключаются в нахождении положения изображений источника, построении хода лучей, идущих от изображений, нахождении области интерференции. Основные формулы – формулы для схемы Юнга:

$$\Delta s = \frac{x \cdot d}{L}; \quad \Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{d}.$$

2А. Задано: источник В, величины  $a$ ,  $F < a$ ,  $h$  и  $L_0$ . Найти параметры интерференционной картины.

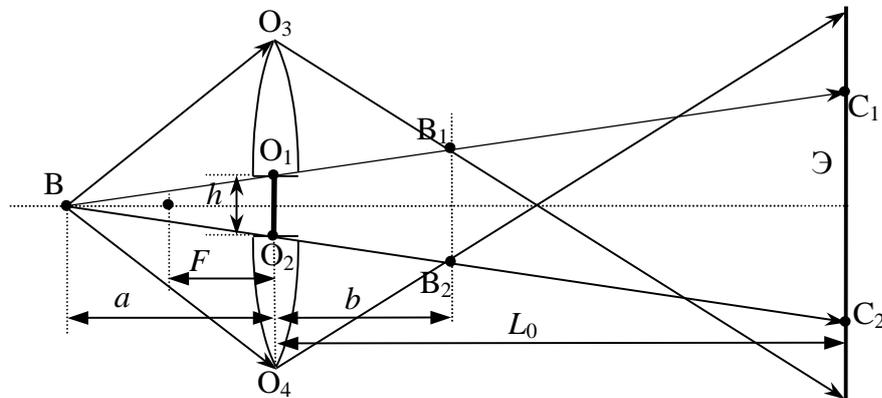


Рис. 3. Схема интерференции, получаемой с помощью билинзы

1) По формуле тонкой линзы  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$  находим расстояние  $b > 0$  от билинзы до изображений (действительных).

2) Лучи, выходящие из источника В и проходящие через оптические центры  $O_1$  и  $O_2$  каждой из половинок билинзы, не преломляются, что позволяет легко определить положения изображений  $V_1$  и  $V_2$  и расстояние между ними:

$$d = V_1V_2 = h \cdot \frac{a+b}{a}.$$

3) Расстояние от изображений до экрана равно:

$$L = L_0 - b.$$

4) Для нахождения области интерференции проводим лучи  $VO_1$  и  $VO_3$  от источника до крайних точек верхней половинки билинзы. Далее они пойдут через изображение  $V_1$ , формируя конус лучей, расходящихся от  $V_1$ . Аналогичное построение выполняется и для нижней половинки билинзы.

Область интерференции на экране Э – это область наложения световых конусов, в данном случае это отрезок  $C_1C_2$ , равный

$$c = C_1C_2 = h \cdot \frac{a+L_0}{a}.$$

Полученные результаты позволяют найти и расстояние  $\Delta x$  между интерференционными полосами, и число  $N$  полос на экране.

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot L}{d} = \frac{\lambda \cdot (L_0 - b) \cdot a}{h \cdot (a + b)}; \quad N = \frac{c}{\Delta x}.$$

**2В.** Задано: источник В, величины  $a$ ,  $F > a$ ,  $h$  и  $L_0$ . Найти параметры интерференционной картины.

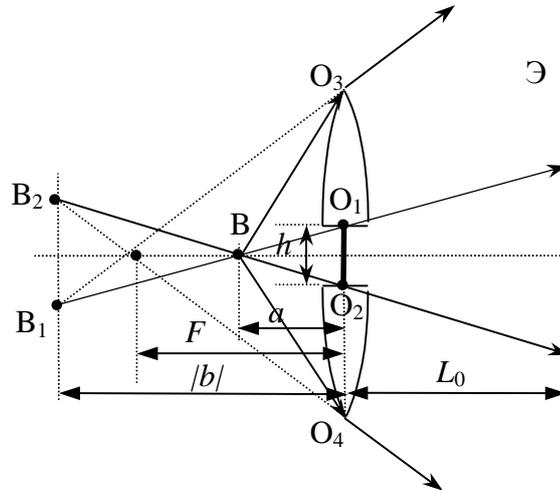


Рис. 4. Схема интерференции, получаемой с помощью билинзы

1) По формуле тонкой линзы  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$  находим расстояние  $b < 0$  от билинзы до изображений (мнимых).

2) Лучи, выходящие из источника В и проходящие через оптические центры  $O_1$  и  $O_2$  каждой из половинок билинзы, не преломляются, что позволяет легко определить положения изображений  $B_1$  и  $B_2$  и расстояние между ними:

$$d = B_1 B_2 = h \cdot \frac{|b|}{a}.$$

3) Расстояние от изображений до экрана равно:

$$L = L_0 + |b|.$$

4) Для нахождения области интерференции проводим лучи  $BO_1$  и  $BO_3$  от источника до крайних точек верхней половинки билинзы. Далее они пойдут так, чтобы их продолжение прошло через изображение  $B_1$ . Аналогичное построение выполняется и для нижней половинки билинзы.

Из рисунка видно, что пучки, прошедшие через половинки бипризмы, не пересекаются. Следовательно, интерференционной картины не будет.

**2С.** Если источник В будет находиться в фокальной плоскости билинзы ( $a=F$ ), то после прохождения сформируются два параллельных пучка света, угол расхождения  $\theta$  которых будет равен

$$\theta \approx \frac{h}{F}.$$

Так как области наложения пучков не будет, то не будет и интерференционной картины.

Аналогичные случаи со второй модификацией билинзы (рис. 2) разобрать самостоятельно.

### 3. Интерференция с помощью бипризмы.

А) Источник света S находится на расстоянии  $a$  от бипризмы (угол при вершине  $\theta$ , показатель преломления  $n$ ). Обычно при нахождении изображений  $S_1$  и  $S_2$  в бипризме легко находится угловое расстояние между ними, равное  $2\theta \cdot (n-1)$ . При этом делается утверждение, что изображения  $S_1$  и  $S_2$  будут находиться от бипризмы на таком же расстоянии  $a$ , что и источник S (рис. 5).

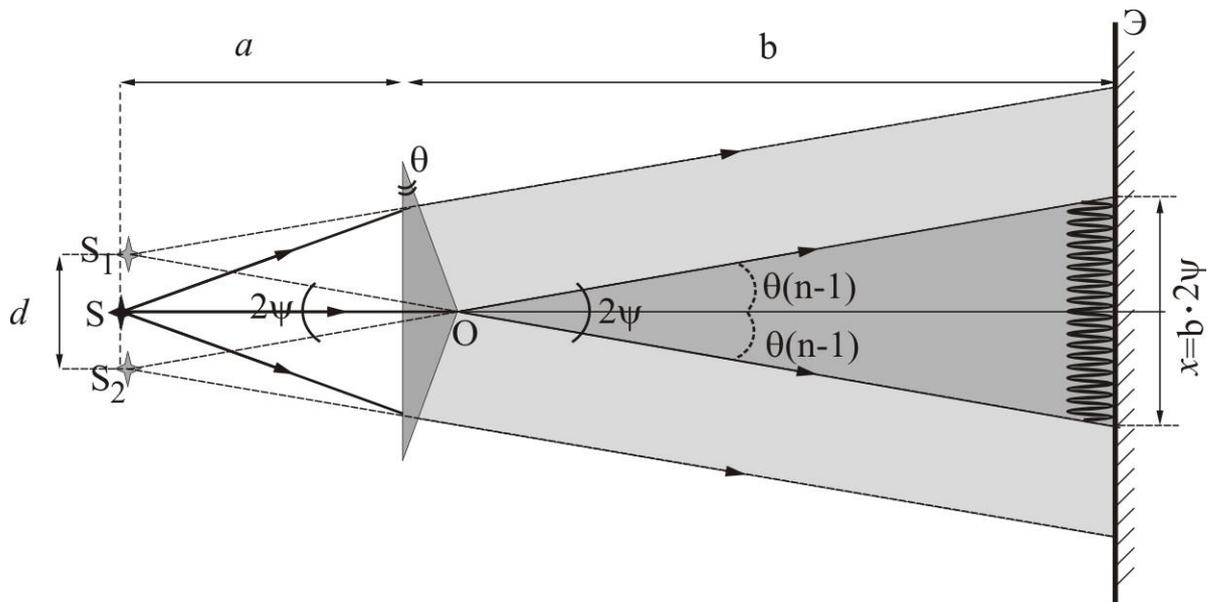


Рис. 5. Схема интерференции, получаемой с помощью бипризмы

Обоснуем это утверждение. Для этого построим изображения точечного источника при прохождении через оптический клин.

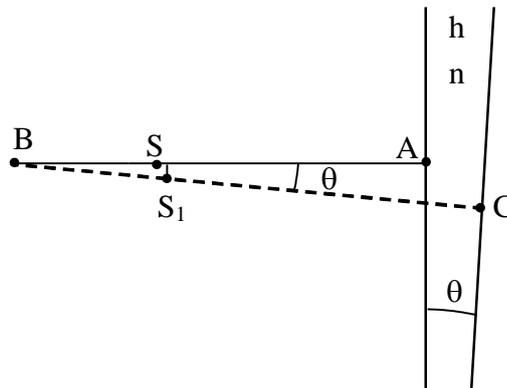


Рис. 6. Построение изображения при прохождении излучения через оптический клин

Источник света  $S$  расположен на расстоянии  $a$  (отрезок  $SA$ ) от передней поверхности клина (толщина  $h$ , показатель преломления  $n$ , угол  $\theta \ll 1$ ). Построим изображение  $S_1$ , возникающее при последовательном преломлении на передней и задней поверхностях клина (рис. 6). Для этого воспользуемся формулой преломления на сферической поверхности:

$$\frac{n_2}{s_2} - \frac{n_1}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}, \quad (1)$$

где  $s_1$  и  $s_2$  – координаты источника и изображения, излучение идет из среды с показателем преломления  $n_1$  в среду с показателем преломления  $n_2$ .

В нашем случае обе поверхности плоские ( $R \rightarrow \infty$ ), поэтому при преломлении на плоской поверхности получим

$$\frac{s_2}{n_2} = \frac{s_1}{n_1}. \quad (1a)$$

В случае отражения в формуле (1) следует положить  $n_1 = -n_2$ , тогда

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{2}{R}. \quad (2)$$

а для плоской поверхности

$$s_2 + s_1 = 0. \quad (2a)$$

Из формул (1a)-(2a) следует, что при преломлении на плоской поверхности раздела источник и его изображение находятся по одну сторону от границы раздела (знаки  $s_1$  и  $s_2$  совпадают), а при отражении – по разные ( $s_1$  и  $s_2$  имеют разные знаки).

Положение изображения  $S_1$  найдем в два этапа.

1. При преломлении на передней поверхности в соответствии с (1a), где  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = n$ , изображение будет находиться в точке В на расстоянии  $BA=na$  от передней поверхности. Это означает, что в среде с показателем преломления  $n$  лучи кажутся выходящими из точки В.

2. Опустим из т.В перпендикуляр на заднюю поверхность клина, длина перпендикуляра ВС будет равна

$$BC = (BA + h) \cdot \cos\theta = (na + h) \cdot \cos\theta.$$

В соответствии с (1a) расстояние от т.С до изображения  $S_1$  будет равно

$$CS_1 = \frac{BC}{n} = \left( a + \frac{h}{n} \right) \cdot \cos\theta.$$

Для длины отрезка  $BS_1$  справедливо соотношение

$$BS_1 = \frac{n-1}{n} BC = \left[ (n-1)a + \frac{(n-1)h}{n} \right] \cdot \cos\theta.$$

Опустим из т. $S_1$  перпендикуляр на линию ВА. Теперь несложно найти, на сколько источник S и изображение  $S_1$  смещены относительно друг друга. По вертикальной оси

$$(SS_1)_{\text{верт}} = BS_1 \sin\alpha = \left[ (n-1)a + \frac{(n-1)h}{n} \right] \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta.$$

Если  $\theta \ll 1$  и  $h \ll a$ , то получаем хорошо знакомую формулу:

$$(SS_1)_{\text{верт}} \approx (n-1)\theta \cdot a.$$

(смещение мнимого источника при интерференции на бипризме)

По горизонтали смещение равно

$$(SS_1)_{\text{гор}} = BS - BS_1 \cdot \cos\alpha = (n-1)a - \left[ (n-1)a + \frac{(n-1)h}{n} \right] \cdot \cos^2\alpha \approx -\frac{(n-1)h}{n}$$

(изображение  $S_1$  чуть ближе к поверхности клина, чем источник S).

Если  $h \ll a$ , то смещение по горизонтали пренебрежимо мало, и можно считать, что источник и его изображение находятся на одинаковом расстоянии от передней поверхности клина.

В случае плоскопараллельной пластинки (ППП) угол  $\alpha$  равен нулю, изображение  $S_1$  окажется на линии SA, причем ближе к поверхности, чем источник S, на расстояние

$$(SS_1)_{\text{гор}} = \frac{(n-1)h}{n}.$$

Таким образом, можно считать, что мнимые источники при интерференции на бипризме смещены вверх-вниз на расстояние

$$\frac{d}{2} = (n-1)\theta \cdot a,$$

что и показано на рис. 5.

### ***Второй, более простой способ обоснования.***

Направим от источника на верхнюю половину бипризмы два луча (рис. 7).

Первый направим практически горизонтально, чуть выше оси, чтобы попасть на верхнюю половину. После бипризмы он преломится чуть вниз, на угол  $\psi = (n-1)\theta$ .

Второй луч направим чуть вверх, под таким же углом  $\psi$  к горизонтальной оси. Тогда после прохождения бипризмы он пойдёт горизонтально!

Найдем точку пересечения, продолжая оба прошедших луча. Нетрудно заметить, что точка пересечения (мнимое изображение) будет смещена вверх от источника на расстояние

$$\frac{d}{2} = \psi \cdot a.$$

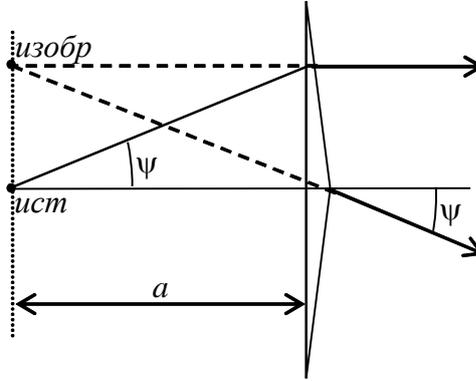


Рис. 7. Интерференция с помощью бипризмы

Б) На бипризму (показатель преломления  $n$ , угол при вершине  $\theta \ll 1$ , поперечный размер  $H$ ) нормально падает плоская волна с длиной волны  $\lambda$ . Найти максимальное число интерференционных полос, которое можно наблюдать на экране.

*Решение.*

После прохождения бипризмы сформируются две плоские волны, сходящиеся под углом

$$\beta = 2(n-1)\theta,$$

поэтому ширина полос не зависит от положения экрана и равна

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda}{2(n-1)\theta}.$$

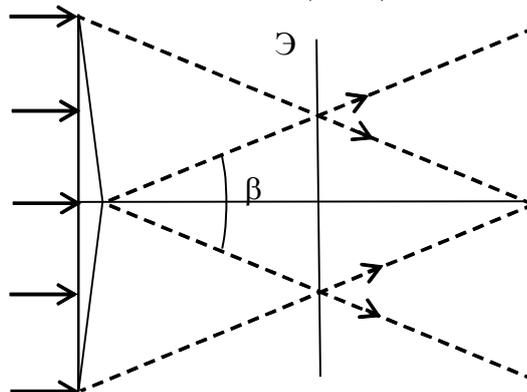


Рис. 8. Интерференция при падении плоской волны на бипризму

Из рис. 8 видно, что область интерференции представляет собой ромб, для получения максимального числа полос экран следует установить по диагонали ромба, равной  $\frac{H}{2}$ .

Число полос на экране равно

$$N = \frac{H}{2\Delta x} = \frac{H(n-1)\theta}{\lambda}.$$

**Задача.** Свет от точечного монохроматического (длина волны  $\lambda$ ) источника падает на билинзу (конструкция и параметры неизвестны!), находящуюся на расстоянии  $a$  от источника. Экран помещают за билинзой и начинают его отодвигать. При расстоянии  $ma$  от билинзы на экране наблюдаются две четкие яркие точки, расстояние между которыми равно  $l_0$ . На какое расстояние от билинзы надо отодвинуть экран, чтобы в этих же точках экрана наблюдались интерференционные максимумы 1-го порядка? Сколько всего полос будет видно на экране? Найти также параметры билинзы.

**Решение.** (рисунок сообразить самостоятельно!)

Наблюдение двух четких точек на экране означает, что это изображения источника, полученные в двух половинках билинзы. Из формулы тонкой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{ma} = \frac{1}{f}$$

можно найти фокусное расстояние билинзы:  $f = \frac{m}{m+1}a$ .

Выполняя построение хода лучей, нетрудно убедиться (было на семинаре!), что область интерференции при дальнейшем удалении экрана появится только, если половинки билинзы **раздвинуты** на некоторое расстояние  $h$  друг от друга. Его можно найти их подобия треугольников:

$$\frac{h}{l_0} = \frac{a}{(m+1)a}; \quad h = \frac{l_0}{(m+1)}.$$

Из условия наблюдения максимумов 1-го порядка следует, что расстояние между соседними максимумами равно  $\Delta x = \frac{l_0}{2}$ . Используя формулу  $L \cdot \lambda = \Delta x \cdot d$ , получим

$$L \cdot \lambda = \frac{l_0}{2} \cdot l_0; \quad L = \frac{l_0^2}{2\lambda}.$$

Искомое расстояние  $b$  от билинзы до экрана будет равно

$$b = ma + L = ma + \frac{l_0^2}{2\lambda}.$$

Ширину области интерференции  $S$  можно найти опять же из подобия треугольников

$$\frac{S}{a+b} = \frac{l_0}{(m+1)a}$$

Число полос (если не ошибся!):

$$N = 2 + \frac{l_0^2}{(m+1)a\lambda}.$$