Семинар . Интерференция поляризованного света.

Основной материал семинара изложен в конспекте лекций по оптике по теме «Анизотропия».
Здесь только дополнительные моменты.

1. Прохождение излучения через систему поляризатор-анизотропная пластина-анализатор.

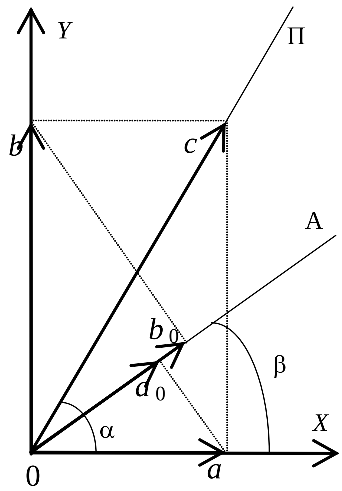


Рис.1.

Рассмотрим подробно случай, когда двулучепреломляющая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, расположена между поляризатором П и анализатором А. На рис.1 плоскость чертежа перпендикулярна к падающему пучку света. Пусть главные направления кристалла (оптическая ось и перпендикуляр к ней) ориентированы вдоль осей X и Y, плоскость поляризации падающего пучка (обозначена П0), задаваемая поляризатором, образует с осью X угол α, а плоскость пропускания анализатора (обозначена А0) — угол β. Пусть амплитуда линейно поляризованной волны, прошедшей через поляризатор П, равна c. Тогда соответствующие амплитуды необыкновенной (поляризована вдоль оптической оси) и обыкновенной (поляризована перпендикулярно оптической оси) волн будут соответственно

$$a = c\cdot\cos\alpha; \qquad b = c\cdot\sin\alpha.$$

После прохождения пластины амплитуды волн не изменятся, но между ними появится лишь разность фаз, обусловленная разностью показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн:

$$\delta = k\cdot\Delta s = k\cdot d\cdot(n_o - n_e).$$

Анализатор А пропустит лишь составляющие с поляризацией, ориентированной вдоль А0, в результате их амплитуды будут равны

$$a_0 = c\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta,$$

$$b_0 = c\cdot\sin\alpha\cdot\sin\beta.$$

Эти две волны будут интерферировать, так как плоскости поляризации для них совпадают. В итоге для интенсивности результирующей волны можно записать:

$$I \sim a_0^2 + b_0^2 + 2a_0\cdot b_0\cdot\cos\delta =$$

$$= c^2\cdot\cos^2\alpha\cdot\cos^2\beta + c^2\cdot\sin^2\alpha\cdot\sin^2\beta + 2c^2\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\cos\delta$$

Заменяя $\cos\delta = 1 - 2\cdot\sin^2\dfrac{\delta}{2}$, получим для интенсивности прошедшего света:

$$I = I_0\left[(\cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta)^2 - 4\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin^2\frac{\delta}{2}\right] =$$

$$= I_0\left[\cos^2(\alpha-\beta)-\sin 2\alpha\cdot\sin 2\beta\cdot\sin^2\frac{\delta}{2}\right].$$

(здесь I_0 - интенсивность линейно поляризованной волны после поляризатора П, $I_0 \sim c^2$).

Если α-β = π/2 (поляризатор и анализатор скрещены), то

$$I_{скрещ} = I_0\cdot\sin^2 2\alpha\cdot\sin^2\frac{\delta}{2}. \qquad (1)$$

Если α=β (поляризатор и анализатор параллельны), то

$$I_{парал} = I_0\cdot\left(1-\sin^2 2\alpha\cdot\sin^2\frac{\delta}{2}\right). \qquad (2)$$

Анализ формул (1)-(2) показывает, что при $\alpha = 0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2},\ 2\pi$ (плоскость пропускания поляризатора совпадает с одним из главных направлений в пластинке) для всех длин волн $I_{парал} = I_0$ и $I_{скрещ} = 0$. Иными словами, пластинка, независимо от своей толщины, не вносит никаких изменений в состояние поляризации. Если, к примеру, источник излучает белый свет (в спектре присутствуют все длины волн видимого диапазона) источника, то наблюдаемое поле будет равномерно освещено (при параллельных П и А) или полностью затемнено (при скрещенных П и А).

Наибольший эффект от присутствия пластинки между П и А будет наблюдаться при $\alpha = \frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{4},\ \frac{7\pi}{4}$ (плоскости пропускания поляризатора и анализатора делят прямой угол между главными направлениями пластинке пополам). В этом случае

$$I_{парал}\left(\alpha=\frac{\pi}{4}\right) = I_0\cdot\left(1-\sin^2\frac{\delta}{2}\right),$$

$$I_{скрещ}\left(\alpha=\frac{\pi}{4}\right) = I_0\cdot\sin^2\frac{\delta}{2}.$$

На рис.2 приведены графики интенсивности прошедшего света при скрещенных (синяя кривая) и параллельных (красная кривая) П и А в зависимости от угла α. Такие графики можно получить экспериментально при вращении анизотропной пластины на 360 градусов. Из рисунка видно, что графики дополняют друг друга:

$$I_{скрещ}(\alpha) + I_{парал}(\alpha) = I_0$$

(независимо от δ).

При параллельных П и А из (2) можно найти минимальное $I_{парал,\min}$ (при $\alpha = \frac{\pi}{4}$) и максимальное $I_{парал,\min}$ (при $\alpha = 0$) значения интенсивностей:

$$I_{парал,\min} = I_0 \cdot \left(1 - \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) = I_0 \cdot \cos^2 \frac{\delta}{2};$$

$$I_{парал,\max} = I_0.$$

Отношение интенсивностей позволяет экспериментально определить разность фаз δ, вносимую анизотропной пластинкой:

$$\frac{I_{парал,\min}}{I_{парал,\max}} = \cos^2 \frac{\delta}{2}.$$

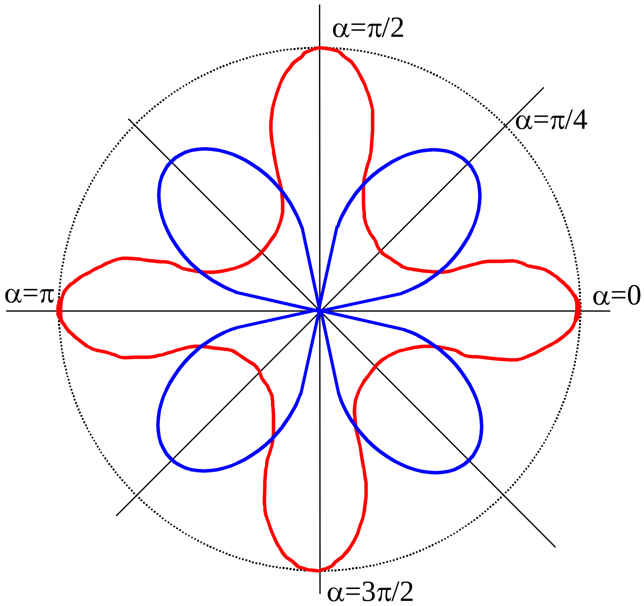


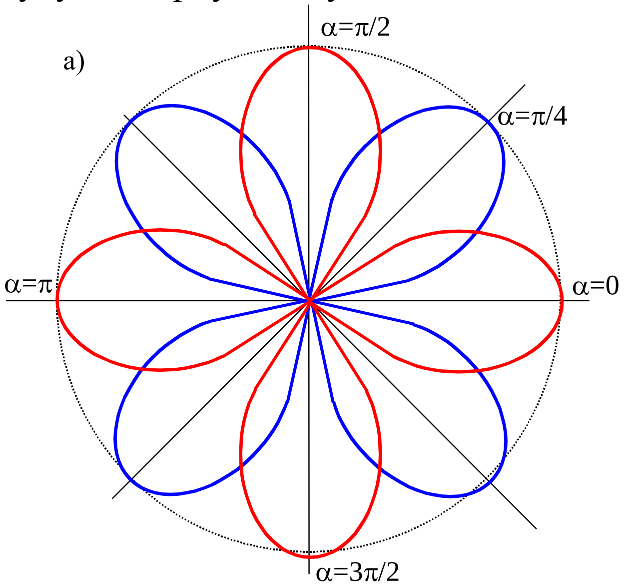
Рис. 2. Интенсивность прошедшего света при скрещенных (синяя кривая) и параллельных (красная кривая) П и А в зависимости от угла α.

Если используемая пластинка является пластинкой $\lambda/2$, то

$$\delta = \pi, \qquad \cos^2 \frac{\delta}{2} = 0, \qquad I_{парал,\min} = 0,$$

т.е. форма обеих (красной и синей) кривых на рис. 2 будет одинаковой, но они будут повернуты на угол 45° относительно друг друга (рис. 3а).

а)



б)

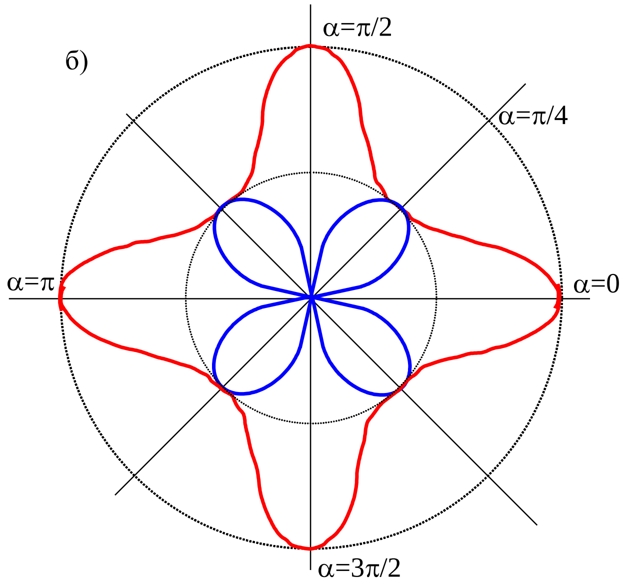


Рис. 3. Интенсивность прошедшего света при скрещенных (синяя кривая) и параллельных (красная кривая) П и А в зависимости от угла α для пластинок: а) $\lambda/2$; б) $\lambda/4$.

Если используемая пластинка является пластинкой $\lambda/4$, то

$$\delta = \pi/2, \qquad \cos^2\frac{\delta}{2} = 1/2, \qquad I_{парал,\min} = 1/2\, I_{парал,\max},$$

т.е. кривые (красная и синяя) будут касаться друг друга в направлениях $\alpha = \frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{4},\ \frac{7\pi}{4}$ (рис. 3б).

Если пластинку $\lambda/4$ установить в одно из положений $\alpha = \frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{4},\ \frac{7\pi}{4}$, то после прохождения через пластинку свет станет циркулярно поляризованным, в чем можно убедиться, если вращать анализатор на 360 градусов.

2. Напомним кратко свойства пластинок $\lambda/2$ и $\lambda/4$ для случая падения линейно поляризованной волны.

А. **Пластинка** $\lambda/2$.

Пластинка $\lambda/2$ обеспечивает разность хода $|\Delta| = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \ldots \frac{\lambda}{2} + m\lambda$ (или разность фаз $|\varphi| = \pi + 2\pi m$).

Если угол между плоскостью поляризации ПП падающего излучения и одним из главных направлений ГН пластинки (любым!) равен α, то после прохождения пластинки волна останется линейно поляризованной (рис. 4А), той же амплитуды, а плоскость поляризации повернется на угол 2α.

В. **Пластинка** $\lambda/4$.

Пластинка $\lambda/4$ обеспечивает разность хода $|\Delta| = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4}, \ldots \frac{\lambda}{4} + m\frac{\lambda}{2}$ (или разность фаз $|\varphi| = \frac{\pi}{2} + \pi m$).

Если угол между плоскостью поляризации ПП падающего излучения и одним из главных направлений ГН пластинки (любым!) равен α, то после прохождения пластинки волна станет эллиптически поляризованной (рис. 4А), той же интенсивности (амплитуды каждой из компонент останутся неизменными), оси эллипса будут ориентированы вдоль главных направлений, а отношение размеров осей будет равно

$$\frac{b}{a} = tg\alpha.$$

Если α =45°, то $b = a$, и прошедшая волна будет циркулярно поляризованной.

Кроме этого, пластинка $\lambda/4$ используется для преобразования эллиптически поляризованной волны в линейно поляризованную. Для этого пластину следует установить так, чтобы ее главные направления ГН (рис. 4Б) совпали по направлению с осями эллипса, тогда, в зависимости от знака вносимой пластинкой разности хода $\left(\pm\lambda/4\right)$, прошедшая волна будет линейно поляризованной вдоль той или иной диагонали.

Если исходная волна циркулярно поляризована, то при любой ориентации пластинки $\lambda/4$ на выходе получится линейно поляризованная волна.

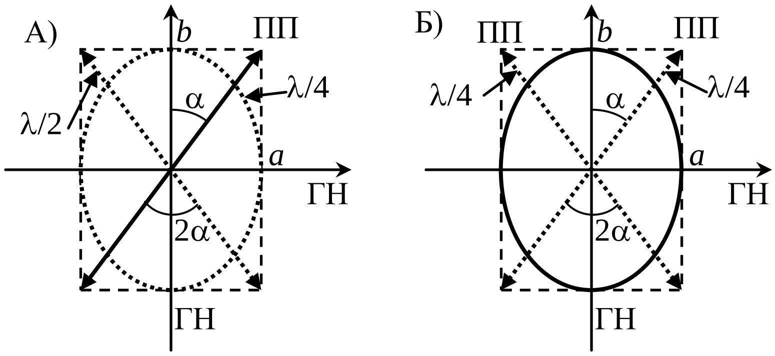


Рис. 4. Изменение состояния поляризации при прохождении:
А) линейно поляризованной волны через пластинки $\lambda/2$ и $\lambda/4$;
Б) эллиптически поляризованной волны через пластинку $\lambda/4$.

Случай падения эллиптически поляризованной волны на пластинку $\lambda/2$ разобрать самостоятельно.

Задача 2. Дана кварцевая пластика толщиной d=0,3 мм, Δn = 0,009. Для каких длин волн из видимого диапазона эта пластинка будет пластинкой $\lambda/2$ или $\lambda/4$?

Решение

Разность хода, вносимая пластинкой, равна

$$|\Delta| = d \cdot \Delta n = 2{,}7 \text{ мкм.}$$

Для пластинки $\lambda/2$ разность хода равна

$$|\Delta| = |\Delta|_{\lambda/2} = \frac{\lambda}{2} + m\lambda = \lambda\left(m + \frac{1}{2}\right).$$

Для крайних длин волн видимого диапазона ($\lambda_{фиол}$=0,4 мкм; $\lambda_{крас}$=0,7 мкм) найдем отношения

$$\frac{|\Delta|_{\lambda/2}}{\lambda_{фиол}} = \frac{2{,}7}{0{,}4} = 6{,}75; \quad \frac{|\Delta|_{\lambda/2}}{\lambda_{крас}} = \frac{2{,}7}{0{,}7} = 3{,}9.$$

Таким образом, для $\lambda/2$ подходят следующие значения $\left(m+\frac{1}{2}\right)$:

1) 4,5 $\quad \lambda_1 = \frac{|\Delta|_{\lambda/2}}{\left(m+\frac{1}{2}\right)} = \frac{2{,}7 мкм}{4{,}5} \approx 0{,}6$ мкм;

2) 5,5 $\quad \lambda_2 = \frac{|\Delta|_{\lambda/2}}{\left(m+\frac{1}{2}\right)} = \frac{2{,}7 мкм}{5{,}5} \approx 0{,}49$ мкм;

3) 6,5 $\quad \lambda_3 = \frac{|\Delta|_{\lambda/2}}{\left(m+\frac{1}{2}\right)} = \frac{2{,}7 мкм}{6{,}5} \approx 0{,}415$ мкм.

Аналогично поступаем и для пластинки $\lambda/4$:

$$|\Delta| = |\Delta|_{\lambda/4} = \frac{\lambda}{4} + \frac{m}{2}\lambda = \lambda\left(\frac{m}{2}+\frac{1}{4}\right);$$

Таким образом, для $\lambda/4$ подходят следующие значения $\left(\frac{m}{2}+\frac{1}{4}\right)$:

1) 4,25 $\quad \lambda_1 = \frac{|\Delta|_{\lambda/4}}{\left(\frac{m}{2}+\frac{1}{4}\right)} = \frac{2{,}7 мкм}{4{,}25} \approx 0{,}635$ мкм;

2) 4,75 $\quad \lambda_2 \approx 0{,}57$ мкм; 3) 5,25 $\quad \lambda_3 \approx 0{,}514$ мкм;

4) 5,75 $\quad \lambda_4 \approx 0{,}474$ мкм; 5) 6,25 $\quad \lambda_5 \approx 0{,}432$ мкм;

6) 6,75 $\quad \lambda_6 \approx 0{,}4$ мкм.

Задача 3. Между скрещенными николями (поляризатором и анализатором) помещена пластинка кварца, вырезанная параллельно оптической оси, которая ориентирована под углом α = 45° к главным направлениям николей. При какой минимальной толщине $d_{\min}$ пластинки одна линия водорода λ_1= 656,3 нм будет сильно ослаблена, а другая – λ_2= 410,2 нм будет иметь максимальную интенсивность, если для кварца Δn = 0,009?

Решение

Так как поляризатор и анализатор скрещены, то свет по-прежнему не будет проходить через систему, если пластинка будет вносить разность хода, кратную длине волны, т.е.

$$|\Delta| = d \cdot \Delta n = m_1\lambda_1,$$

где m_1 – целое число.

Аналогично, интенсивность будет максимальной для пластинки $\lambda/2$, которая повернет плоскость поляризации на угол 2α = 90°:

$$\left|\Delta\right| = d \cdot \Delta n = \left(m_2 + \frac{1}{2} \right) \lambda_2 ,$$

где m_2 – целое число, в общем случае не равное m_1.

Таким образом, для решения задачи надо подобрать целые числа m_1 и m_2, удовлетворяющие уравнению:

$$m_1 \lambda_1 = \left(m_2 + \frac{1}{2} \right) \lambda_2 .$$

Перебирая возможные значения, получим m_1=4 и m_2=6, откуда

$$d = \frac{m_1 \lambda_1}{\Delta n} = \frac{\left(m_2 + \frac{1}{2} \right) \lambda_2}{\Delta n} \approx 0{,}29 \text{ мм}.$$