Семинар 5. Поляризация света.

Основной материал семинара изложен в конспекте лекций по оптике.
Примеры решения задач представлены в Методике решения задач…
Здесь только дополнительные моменты.

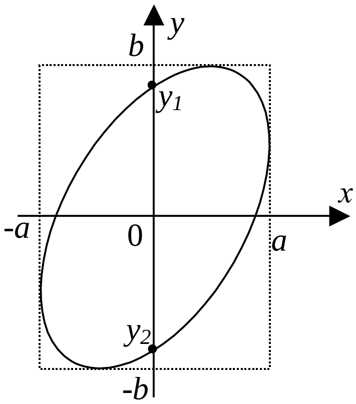
Пусть вдоль оси z распространяется эллиптически поляризованная монохроматическая волна. В некоторой точке z_0 задан закон изменения *x*- и *y*-компонент:

$$E_x(t) = a \cdot \sin(\omega t); \tag{1}$$

$$E_y(t) = b \cdot \sin(\omega t + \varphi), \tag{2}$$

где a и b – амплитуды волн, φ — разность фаз.

1. Как по эллипсу поляризации найти разность фаз?



Решение. Выделим два момента времени t_1 и t_2, такие, что $\omega t_1 = 0$ и $\omega t_2 = \pi$. Для них

$$E_x(t_1) = E_x(t_2) = 0;$$

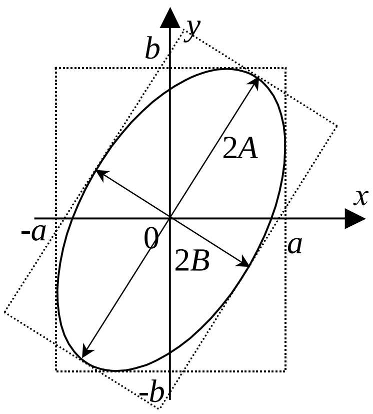
$$E_y(t_1) = b \cdot \sin\varphi,\ E_y(t_2) = -b \cdot \sin\varphi$$

(точки y_1 и y_2 на рисунке соответственно).
Разность фаз можно найти по отношению:

$$\sin\varphi = \frac{y_1 - y_2}{2b}.$$

Данный способ обычно используется в электротехнике, когда по эллипсу на экране осциллографа требуется определить разность фаз.

2. Как экспериментально определить отношение полуосей эллипса?



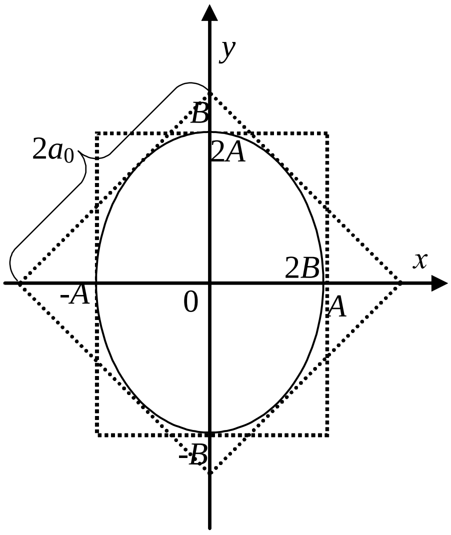
Решение. Направим эллиптически поляризованную волну на поляроид-анализатор, размещенный во вращающейся оправе (напомним, что поляроид пропускает только одну из компонент поля). Вращая анализатор, найдем максимальное $I_{\max}$ и минимальное $I_{\min}$ значения интенсивностей. Так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды поля, то отношение полуосей эллипса определяется по формуле:

$$\frac{A}{B} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}}.$$

В системе координат, ориентированной вдоль полуосей эллипса, амплитуды компонент будут равны *A* и *B*, а разность фаз равна $\pi/2$.

3. Можно ли представить эллипс поляризации как сумму двух линейно поляризованных волн одинаковой амплитуды?

Решение. Действительно, представление эллипса поляризации в виде (1)-(2) зависит от выбора осей *Ox* и *Oy*. Чтобы найти амплитуды a и b и разность фаз φ следует вписать эллипс в прямоугольник, ориентированный по осям *Ox* и *Oy*, размеры которого и будут равны $2a$ и $2b$.



Для решения нашей задачи следует найти квадрат, в который будет вписан эллипс. Сначала ориентируем оси координат строго по полуосям эллипса, которые равны A и B.

Теперь повернем оси координат на 45°. Именно при таком выборе осей, вписывая эллипс в прямоугольник, заметим, что прямоугольник окажется квадратом. Данный факт вытекает из симметрии рисунка. Строгое математическое доказательство провести самостоятельно.

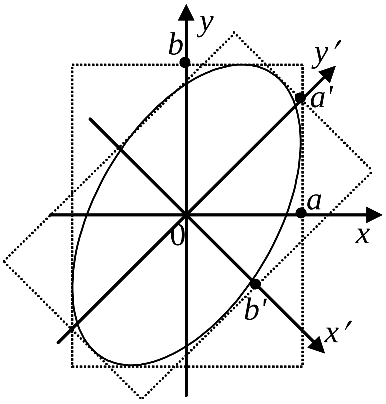
Стороны квадрата $2a_0$ найдем из сохранения энергии. Для интенсивности света запишем:

$$I \sim A^2 + B^2 = a_0^2 + a_0^2,$$

откуда $a_0 = \sqrt{\dfrac{A^2 + B^2}{2}}$.

Разность фаз находится в соответствие с п.1.

4. Представление эллиптической поляризации как суммы двух линейно поляризованных волн не является однозначным. На рисунке показано разложение эллипса по осям (x, y) и (x', y'). Для математической записи эллипса с помощью формул (1)-(2) необходимо вписать эллипс в прямоугольник, оси которого параллельны выбранным осям координат. При этом понятно, что изменятся и амплитуды компонент, и разность фаз между ними: a, b, φ и a', b', φ' соответственно. Но так как интенсивность эллиптически поляризованной волны не зависит от выбора системы координат, то справедливо соотношение:



$$I \sim a^2 + b^2 = a'^2 + b'^2. \tag{3}$$

Отметим также, что интенсивность эллиптически поляризованной волны, как видно из формулы (7), не зависит от разности фаз φ.

5. Обычно понятие степени поляризации частично поляризованного света вводят следующим образом.

Пусть в пучке частично поляризованного света присутствуют естественный свет с интенсивностью $I_{ест}$ и линейно поляризованный свет с интенсивностью $I_{лп}$. Направим этот пучок на анализатор (пропускает только одну компоненту электрического поля волны). Вращая анализатор, определим максимальное $I_{макс}$ и минимальное $I_{мин}$ значения прошедшей интенсивности.

Выражение для интенсивности прошедшего через анализатор света задается формулой:

$$I(\alpha) = {I_{ест}}/{2} + I_{лп} \cdot \cos^2 \alpha, \qquad (4)$$

где α - угол между линейно поляризованной компонентой и плоскостью пропускания анализатора. Отсюда нетрудно получить выражения для максимальной и минимальной интенсивностей:

$$I_{макс} = {I_{ест}}/{2} + I_{лп}; \qquad I_{мин} = {I_{ест}}/{2}. \qquad (5)$$

Степень поляризации в литературе часто определяют как отношение вида

$$P = \frac{I_{макс} - I_{мин}}{I_{макс} + I_{мин}}. \qquad (6)$$

Подставляя (5) в (6), получим:

$$P = \frac{I_{лп}}{I_{лп} + I_{ест}} = \frac{I_{лп}}{I_0}, \qquad (7)$$

где $I_0 = I_{лп} + I_{ест}$ - суммарная интенсивность пучка.

Однако правильнее определять степень поляризации не по формуле (6), а по формуле (7), как отношение интенсивности поляризованной составляющей к суммарной интенсивности пучка. Ведь в исходный волновой пучок в качестве поляризованной компоненты может входить не только линейная, но и эллиптически поляризованная, и циркулярно поляризованная волны. В этом случае формула (6) уже не даст правильного ответа на вопрос о степени поляризации, которую, повторяем, следует определять по формуле (7).

Этот факт необходимо учитывать при решении задач.

6. *Задача.*

Пучок, состоящий из естественного и линейно поляризованного света, падает на идеальный поляризатор, установленный так, что интенсивность прошедшего света минимальна. При повороте поляризатора на угол $\beta = 60°$ интенсивность возрастает в η=4 раза. Найти степень поляризации пучка.

Решение.

В положении минимума направления пропускания поляризатора и плоскости линейной поляризации в пучке ортогональны, т.е в формуле (4) $\alpha = 90°$ и

$$I_{мин} = {I_{ест}}/{2}.$$

При повороте поляризатора на угол $\beta = 60°$ угол α становится равным

$$\alpha_н = 90° - \beta = 90° - 60° = 30° \text{ или } \alpha_н = 90° + 60° = 150°,$$

а интенсивность

$$I(\alpha_н) = {I_{ест}}/{2} + I_{лп} \cdot \cos^2 \alpha_н = {I_{ест}}/{2} + I_{лп} \cdot \sin^2 \beta =$$

$$= {I_{ест}}/{2} + I_{лп} \cdot \frac{3}{4}.$$

Из соотношения

$$\frac{I(\alpha_н)}{I_{мин}} = \frac{I_{ест}/2 + I_{лп} \cdot \sin^2\beta}{I_{ест}/2} = 1 + \frac{2I_{лп}}{I_{ест}} \cdot \sin^2\beta = \eta$$

получаем:

$$\frac{I_{лп}}{I_{ест}} = \frac{(\eta - 1)}{2\sin^2\beta} = \frac{3}{3/2} = 2.$$

Степень поляризации:

$$P = \frac{I_{лп}}{I_{лп} + I_{ест}} = \frac{I_{лп}/I_{ест}}{I_{лп}/I_{ест} + 1} = \frac{2}{3}.$$

7. *Задача.*

Два пучка естественного и эллиптически поляризованного света одинаковой интенсивности, распространяясь в одном направлении, падают на анализатор. При вращении анализатора обнаружено, что отношение максимальной интенсивности прошедшего через анализатор света к минимальной равно $\eta>1$. Найти отношение полуосей эллиптически поляризованного пучка.

Решение.

Обозначим полуоси эллипса через A и B (для определенности пусть $A>B$), а их отношение $\frac{A}{B} = \beta > 1$ По условию интенсивности пучков равны, т.е.

$$I_{ест} = I_{элл} = A^2 + B^2.$$

После анализатора максимальная и минимальная интенсивности равны соответственно

$$I_{\max} = I_{ест}/2 + A^2; \quad I_{\min} = I_{ест}/2 + B^2.$$

В результате получим:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \eta = \frac{I_{ест}/2 + A^2}{I_{ест}/2 + A^2} = \frac{(A^2 + B^2)/2 + A^2}{(A^2 + B^2)/2 + A^2} = \frac{3A^2 + B^2}{A^2 + 3B^2} = \frac{3\beta^2 + 1}{\beta^2 + 3};$$

$$(\beta^2 + 3)\eta = 3\beta^2 + 1; \quad \beta^2(3 - \eta) = 3\eta - 1;$$

$$\beta^2 = \frac{3\eta - 1}{3 - \eta}.$$

Из ответа видно, что задача имеет решение только при $1 \le \eta < 3$. Причем, если $\eta = 1$, то и $\beta = 1$(волна циркулярно поляризована).

Домашнее задание

5.191, 171, 172, 174, 176.