

## Распространение света в анизотропных средах

Оптическая анизотропия – зависимость оптических свойств среды от направления распространения волны и ее поляризации.

Будем рассматривать среды, для которых поляризованность  $\vec{P}$  (и, следовательно, индукция  $\vec{D}$ ) зависит от направления. В общем случае связь между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  тензорная:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix},$$

где матрица  $\epsilon$  размера 3 на 3 – симметричная. Выбором системы координат матрицу можно сделать диагональной:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Диагональные компоненты  $\epsilon_i$  тензора диэлектрической проницаемости называют его **главными значениями** или **главными диэлектрическими проницаемостями** анизотропной среды, а направления осей соответствующей системы координат – **главными направлениями** среды (кристалла). Таким образом, в общем случае векторы  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  не коллинеарны:  $\alpha$ - угол между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$ .

Уравнения Максвелла в отсутствие токов и зарядов:

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0; \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0; \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Решение – в виде плоских волн:  $\vec{A} = \vec{A}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$ ;

( $\vec{A}$  - любой из векторов  $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$ ).

$$\operatorname{div} \vec{A} = -i(\vec{k} \cdot \vec{A}); \quad \operatorname{rot} \vec{A} = -i[\vec{k} \times \vec{A}]; \quad \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = i\omega \vec{A}.$$

Тогда

$$(\vec{k} \cdot \vec{D}) = 0; \quad (1) \quad -i[\vec{k} \times \vec{H}] = i\omega \vec{D}; \quad (3)$$

$$(\vec{k} \cdot \vec{B}) = 0; \quad (2) \quad -i[\vec{k} \times \vec{E}] = -i\omega \vec{B}; \quad (4)$$

Материальные уравнения:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}; \quad (\text{магнитной анизотропии нет})$$

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}; \quad (\text{вектора } \vec{D}, \vec{E} \text{ не сонаправлены}),$$

Из уравнений (1), (2), (3) – векторы  $\vec{D}, \vec{B}, \vec{k}$  образуют правую тройку.

Из уравнения (4) –  $\vec{E}$  перпендикулярен  $\vec{B}$ , следовательно,  $\vec{E}$  лежит в плоскости, образованной векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{k}$ .

Вектор Умова-Пойнтинга  $\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]$  также перпендикулярен  $\vec{B}$ , следовательно, лежит в плоскости, образованной векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{k}$ .

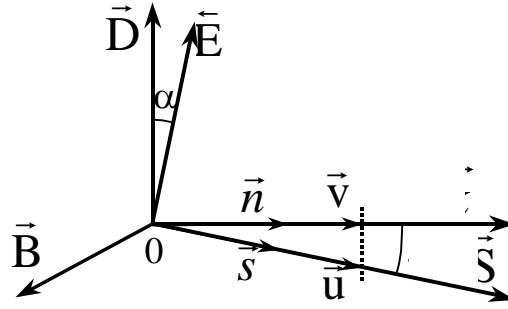


Рис. 1. Взаимная ориентация векторов при распространении световой волны в анизотропной среде  
Вводим единичные векторы:

$$\vec{n} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} - \text{нормаль к фронту волны};$$

$$\vec{s} = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|} - \text{лучевой вектор (направление распространения энергии)}.$$

Между векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{s}$  - угол  $\alpha$ , как и между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$ .

$\vec{v}$  - фазовая скорость, сонаправлена с вектором  $\vec{n}$ , указывающим направление распространения поверхности постоянной фазы (фронта волны).

$\vec{u}$  - лучевая скорость, сонаправлена с вектором  $\vec{s}$ , указывающим направление распространения энергии волны. В эксперименте наблюдаются именно лучи.

Связь между фазовой и лучевой скоростями:

$$|\vec{u}| = \frac{|\vec{v}|}{\cos \alpha} = \frac{|\vec{v}|}{(\vec{n} \cdot \vec{s})}$$

(лучевая скорость больше или равна фазовой).

Исключим из уравнений (3)-(4) векторы, характеризующие магнитное поле:

$$[\vec{n} \times \vec{H}] = -\frac{\omega}{k} \cdot \vec{D}; \quad (3')$$

$$[\vec{n} \times \vec{E}] = \frac{\omega}{k} \cdot \vec{B}; \quad (4')$$

$$\frac{\omega}{k} = v - \text{фазовая скорость};$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

Подставляем  $\vec{B} = \frac{1}{v} [\vec{n} \times \vec{E}]$  из (4') в (3') и получаем:

$$\frac{1}{\mu_0 v} [\vec{n} \times [\vec{n} \times \vec{E}]] = -v \cdot \vec{D}; \quad (5)$$

$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  скорость света в вакууме.

Преобразуя двойное векторное произведение, получим:

$$\vec{D} = \frac{c^2}{v^2} \cdot \epsilon_0 \cdot (\vec{E} - \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E})); \quad (6)$$

Из этого векторного уравнения (содержит три скалярных уравнения), используя материальное уравнение для  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$ , можно получить выражение для фазовой скорости  $v$  в зависимости от направления вектора  $\vec{n}$ .

$$D_x = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_x \cdot E_x ;$$

$$D_y = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_y \cdot E_y ;$$

$$D_z = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_z \cdot E_z ;$$

$$\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$$

Пример. Пусть  $\vec{n} = \{0, 0, 1\}$ , т.е. вектор  $\vec{n}$  направлен вдоль оси Oz.

$$\text{Ox:} \quad D_x = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_x \cdot E_x = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot (E_x - n_x \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E})) = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E_x ; (7)$$

$$v_1 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}} = v_x$$

$$\text{Oy:} \quad D_y = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_y \cdot E_y = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot (E_y - n_y \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E})) = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E_y ; (8)$$

$$v_2 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}} = v_y$$

$$\text{Oz:} \quad D_z = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_z \cdot E_z = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot (E_z - n_z \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E})) = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot (E_z - E_z) = 0; (9)$$

$$E_z = 0$$

Вдоль оси Oz могут распространяться две волны с различными фазовыми скоростями  $v_x = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}}$  и  $v_y = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ , причем первая поляризована вдоль оси x, а вторая – вдоль оси y.

Введем величины:  $v_x = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}}$ ,  $v_y = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ ,  $v_z = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_z}}$  - **главные скорости**

**распространения света в кристалле.** Физический смысл: это скорости волн, **поляризованных** в заданных направлениях, но **не проекции скорости** на соответствующие оси!!! Не путать!!!

Получим выражение для скорости распространения волн для произвольного направления  $\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ . Для этого запишем (6) для x-координаты (с учетом  $E_x = \frac{D_x}{\varepsilon_x \varepsilon_0}$ ):

$$D_x = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \left( \frac{D_x}{\varepsilon_x \varepsilon_0} - n_x \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E}) \right);$$

$$D_x \left( 1 - \frac{c^2}{\varepsilon_x v^2} \right) = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot (-n_x \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E})).$$

Так как  $\frac{c^2}{\varepsilon_x} = v_x^2$ , то

$$D_x \left( 1 - \frac{v_x^2}{v^2} \right) = \frac{c^2}{v^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot (-n_x \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E}));$$

$$D_x(v^2 - v_x^2) = c^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot (-n_x \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E}));$$

$$D_x = \frac{-n_x}{(v^2 - v_x^2)} c^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E}).$$

Умножим полученное соотношение на  $n_x$ :

$$n_x \cdot D_x = \frac{-n_x^2}{(v^2 - v_x^2)} c^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E}).$$

Запишем аналогичные выражения для y- и z-компонент и найдем сумму, учитывая, что  $n_x \cdot D_x + n_y \cdot D_y + n_z \cdot D_z = (\vec{n} \cdot \vec{D}) = 0$ :

$$(\vec{n} \cdot \vec{D}) = 0 = \left( \frac{-n_x^2}{(v^2 - v_x^2)} + \frac{-n_y^2}{(v^2 - v_y^2)} + \frac{-n_z^2}{(v^2 - v_z^2)} \right) \cdot c^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E}).$$

Так как векторы  $\vec{n}$  и  $\vec{E}$  не ортогональны, то правая часть уравнения равна нулю только если:

$$\left( \frac{n_x^2}{(v^2 - v_x^2)} + \frac{n_y^2}{(v^2 - v_y^2)} + \frac{n_z^2}{(v^2 - v_z^2)} \right) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{n_i^2}{v_i^2 - v^2} = 0;$$

Полученное соотношение называют **уравнением Френеля для фазовых скоростей**. Оно позволяет для каждого направления  $\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$  найти значения фазовой скорости. Данное уравнение является биквадратным, можно показать, что существуют два решения, обозначим их  $v'$  и  $v''$ .

Это означает, что в каждом направлении, задаваемом вектором  $\vec{n}$ , могут распространяться две волны, каждая со своей фазовой скоростью  $v'$  и  $v''$ . Найдем взаимное положение векторов  $\vec{D}'$  и  $\vec{D}''$  этих волн. Для этого умножим (6), записанное для  $\vec{D}'$  и  $\vec{E}'$ , скалярно на  $\vec{D}''$ , а записанное для  $\vec{D}''$  и  $\vec{E}''$ , скалярно на  $\vec{D}'$ :

$$\vec{D}' \cdot \vec{D}'' = \frac{c^2}{v'^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}' \vec{D}''; \quad \vec{D}'' \cdot \vec{D}' = \frac{c^2}{v''^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}'' \vec{D}';$$

(учтено, что  $(\vec{n} \cdot \vec{D}) = 0$ ).

Можно показать, что  $\vec{E}' \vec{D}'' = \vec{E}'' \vec{D}'$  (расписать аккуратно в главных осях):

$$\vec{E}' \vec{D}'' = \sum_i E'_i \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_i E''_i = \sum_i E''_i \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_i E'_i = \vec{E}'' \vec{D}'.$$

Тогда

$$v'^2 \cdot \vec{D}' \cdot \vec{D}'' = v''^2 \cdot \vec{D}'' \cdot \vec{D}'; \quad (v'^2 - v''^2) \cdot (\vec{D}' \cdot \vec{D}'') = 0;$$

$$(\vec{D}' \cdot \vec{D}'') = 0.$$

Следовательно, **волны имеют взаимно ортогональные состояния поляризации** (в данном случае речь идет о направлении векторов  $\vec{D}$ ). Других волн, распространяющихся в заданном направлении, не существует.

**Примечание.** В процессе вывода уравнения Френеля выполнялась операция деления на  $(v^2 - v_i^2)$ , где  $v_i$  - одна из главных скоростей. Но если одна из проекций вектора  $\vec{n}$  равна нулю (например,  $n_x$ ), то из уравнения

$$D_x(v^2 - v_x^2) = c^2 \cdot \epsilon_0 \cdot (-n_x \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E}))$$

следует, что одно из решений  $v' = v_x$ . Тогда в уравнении Френеля слагаемое

$$\frac{n_x^2}{v_x^2 - v^2}$$

следует положить равным нулю.

Геометрическая интерпретация - **эллипсоид волновых нормалей** (диэлектрических проницаемостей):

$$\frac{x^2}{\epsilon_x} + \frac{y^2}{\epsilon_y} + \frac{z^2}{\epsilon_z} = 1;$$

(полуоси эллипсоида равны  $\sqrt{\epsilon_x}$ ,  $\sqrt{\epsilon_y}$ ,  $\sqrt{\epsilon_z}$ ).

Так как  $\sqrt{\epsilon_x} = n_x$  и т.д., то данный эллипсоид можно назвать эллипсоидом показателей преломления: его полуоси как раз и равны главным показателям преломления.

Эллипсоид позволяет просто найти характеристики волн, распространяющихся в заданном направлении  $\vec{n}$ . Для этого рассмотрим сечение эллипсоида плоскостью, перпендикулярной к вектору  $\vec{n}$  - это эллипс с полуосями  $\sqrt{\epsilon'}$  и  $\sqrt{\epsilon''}$ . Можно показать, что величины полуосей эллипса дают значения фазовых скоростей  $v' = \frac{c}{\sqrt{\epsilon'}}$  и  $v'' = \frac{c}{\sqrt{\epsilon''}}$ , а направление полуосей - направление поляризации для векторов  $\vec{D}'$  и  $\vec{D}''$ .

Для нахождения лучевой скорости  $\vec{u}$  - в уравнениях Максвелла (1)-(4) делаем аналогичные преобразования, только вместо вектора  $\vec{n}$  используем вектор  $\vec{s}$ .

$$[\vec{n} \times \vec{H}] = -v \cdot \vec{D}; \quad (3')$$

$$[\vec{n} \times \vec{E}] = v \cdot \vec{B}; \quad (4')$$

Умножим (3')-(4') векторно на  $\vec{s}$ :

$$[\vec{s} \times [\vec{n} \times \vec{H}]] = -v \cdot [\vec{s} \times \vec{D}];$$

$$[\vec{s} \times [\vec{n} \times \vec{E}]] = -v \cdot [\vec{s} \times \vec{B}];$$

$$\vec{n}(\vec{s} \cdot \vec{H}) - \vec{H}(\vec{s} \cdot \vec{n}) = -v \cdot [\vec{s} \times \vec{D}];$$

$$\vec{n}(\vec{s} \cdot \vec{E}) - \vec{E}(\vec{s} \cdot \vec{n}) = v \cdot [\vec{s} \times \vec{B}];$$

$$-\vec{H}(\vec{s} \cdot \vec{n}) = -v \cdot [\vec{s} \times \vec{D}];$$

$$-\vec{E}(\vec{s} \cdot \vec{n}) = v \cdot [\vec{s} \times \vec{B}];$$

Но  $(\vec{s} \cdot \vec{n}) = \cos \alpha$ ;  $u = \frac{v}{\cos \alpha} = \frac{v}{(\vec{s} \cdot \vec{n})}$ ;

$$\vec{H} = u \cdot [\vec{s} \times \vec{D}];$$

$$\vec{E} = -u \cdot [\vec{s} \times \vec{B}];$$

Подставляя  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \mu_0 u \cdot [\vec{s} \times \vec{D}]$  во второе уравнение, получим:

$$\vec{E} = -\mu_0 u^2 \cdot [\vec{s} \times [\vec{s} \times \vec{D}]];$$

$$\vec{E} = \frac{u^2}{c^2 \cdot \epsilon_0} \cdot (\vec{D} - \vec{s} \cdot (\vec{s} \cdot \vec{D})).$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Для } \vec{n} & \text{Для } \vec{s} \\
 \vec{D} = \frac{c^2}{v^2} \cdot \epsilon_0 \cdot (\vec{E} - \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{E})) & \vec{E} = \frac{u^2}{c^2 \cdot \epsilon_0} \cdot (\vec{D} - \vec{s} \cdot (\vec{s} \cdot \vec{D})) \\
 \sum_{i=1}^3 \frac{n_i^2}{v_i^2 - v^2} = 0 & \sum_{i=1}^3 \frac{s_i^2 \cdot v_i^2}{v_i^2 - u^2} = 0 \\
 \frac{x^2}{\epsilon_x} + \frac{y^2}{\epsilon_y} + \frac{z^2}{\epsilon_z} = 1 & \frac{x^2}{v_x^2} + \frac{y^2}{v_y^2} + \frac{z^2}{v_z^2} = 1
 \end{array}$$

**Уравнение Френеля для лучевых скоростей:**

$$\sum_{i=1}^3 \frac{s_i^2 \cdot v_i^2}{v_i^2 - u^2} = 0.$$

Как и в случае фазовых скоростей, можно показать, что в каждом направлении, задаваемом вектором  $\vec{s}$ , распространяются две волны, каждая со своей лучевой скоростью  $u'$  и  $u''$ . Эти волны поляризованы во взаимно ортогональных направлениях  $\vec{E}'$  и  $\vec{E}''$ .

**Примечание.** Аналогично выводу уравнения Френеля для фазовых скоростей, если одна из проекций вектора  $\vec{s}$  равна нулю (например,  $s_x$ ), то и одно из решений  $u' = v_x$ . Тогда в уравнении Френеля для лучевых скоростей слагаемое  $\frac{s_x^2 \cdot v_x^2}{v_x^2 - u^2}$  следует положить равным нулю.

Геометрическая интерпретация - **эллипсоид лучевых скоростей** (или **эллипсоид Френеля**):

$$\begin{array}{l}
 \frac{x^2}{\frac{1}{\epsilon_x}} + \frac{y^2}{\frac{1}{\epsilon_y}} + \frac{z^2}{\frac{1}{\epsilon_z}} = 1 \\
 \text{или} \quad \frac{x^2}{v_x^2} + \frac{y^2}{v_y^2} + \frac{z^2}{v_z^2} = 1;
 \end{array}$$

(полуоси эллипсоида равны главным скоростям  $v_x, v_y, v_z$ ).

Эллипсоид позволяет просто найти характеристики волн, распространяющихся в заданном направлении  $\vec{s}$ . Для этого рассмотрим сечение эллипсоида лучевых скоростей плоскостью, перпендикулярной к вектору  $\vec{s}$  - это будет эллипс с полуосями  $u'$  и  $u''$ . Можно показать, что величины полуосей эллипса дают значения лучевых скоростей, а направление полуосей - направление поляризации для соответствующих взаимно перпендикулярных векторов  $\vec{E}'$  и  $\vec{E}''$ .

В дальнейшем будем говорить в основном о лучевых скоростях, т.к. именно лучи видны в эксперименте.

Можно показать, что для лучевого эллипсоида с тремя различными размерами полуосей  $v_x$ ,  $v_y$  и  $v_z$  всегда существуют два круговых сечения. Для волн, распространяющихся в направлениях  $\vec{s}_1$  и  $\vec{s}_2$ , перпендикулярных к этим сечениям, скорость не зависит от состояния их поляризации. Другими словами, изменения состояния поляризации распространяющихся в данных направлениях волн не происходит, каким бы это состояние ни было изначально. Такие направления называются **оптическими осями** кристалла, а сам кристалл называется **двуосным**.

Для лучевого эллипсоида с двумя одинаковыми размерами полуосей существует всего одно круговое сечение, причем направление, перпендикулярное к этому сечению, совпадает с третьей полуосью (отличной от двух равных). Скорость распространения любой волны вдоль этого направления не зависит от ее поляризации, т.е. изменения состояния поляризации волны не происходит. Такой кристалл называется **одноосным**.

Пусть, к примеру,  $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y = \varepsilon_z$ . Тогда  $v_x = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}} \neq v_y = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}} = v_z = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_z}}$ .

Оптическая ось кристалла совпадает с осью  $Ox$ , так как сечение лучевого эллипсоида плоскостью, перпендикулярной к оси  $Ox$  (плоскостью  $yOz$ ) имеет форму круга. Вдоль этого направления волна с любым состоянием поляризации распространяется со скоростью  $v_y = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}} = v_0$ , называемой скоростью

распространения **обыкновенной волны**. При этом исходное состояние поляризации волны в процессе распространения не изменяется.

Для любого другого направления распространения  $\vec{s}$  сечение лучевого эллипсоида, перпендикулярное к  $\vec{s}$ , имеет форму эллипса, одна из полуосей которого **всегда** равна  $v_0$ . Эта полуось будет перпендикулярна к плоскости, образованной вектором  $\vec{s}$  и оптической осью кристалла, называемой **плоскостью главного сечения**. Таким образом, в одноосном кристалле в любом направлении с одной и той же скоростью  $v_0$  может распространяться обыкновенная волна, поляризованная перпендикулярно плоскости главного сечения.

Для второй волны, распространяющейся в направлении  $\vec{s}$ , скорость распространения  $u$  будет зависеть от угла  $\theta$  между направлением  $\vec{s}$  и оптической осью. Эту волну называют **необыкновенной**, она поляризована в плоскости главного сечения, и ее скорость лежит в пределах от  $v_0 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$  до

$v_e = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}}$ . В зависимости от соотношения  $v_0$  и  $v_e$  кристалл называют

**положительным** ( $v_0 > v_e$ ) или **отрицательным** ( $v_0 < v_e$ ).

**Вывод формулы** для нахождения скорости  $u$  необыкновенной волны в одноосном кристалле в зависимости от угла  $\theta$  между направлением  $\vec{s}$  и оптической осью (из сечения эллипсоида лучевых скоростей).

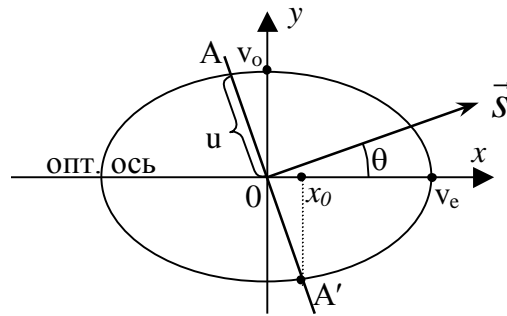


Рис. 2. Сечение эллипсоида лучевых скоростей

На рис. 2 показан эллипс, являющийся сечением эллипсоида лучевых скоростей плоскостью  $xOy$ , где ось  $Ox$  – оптическая ось (третья полуось эллипсоида, направленная вдоль оси  $Oz$ , равна  $v_o$ ). Уравнение эллипса имеет вид:

$$\frac{x^2}{v_e^2} + \frac{y^2}{v_o^2} = 1.$$

Зададим направление луча  $\vec{s}$ . Для нахождения  $u(\theta)$  проведем через начало координат сечение, перпендикулярное к  $\vec{s}$ . Это сечение перпендикулярно плоскости рисунка и пересекает эту плоскость по прямой  $AA'$ . Длина участка прямой от начала координат до точки пересечения с эллипсом и даст искомое значение скорости  $u(\theta)$ .

Нетрудно заметить, что координаты  $x_A$  и  $y_A$  точки пересечения с эллипсом  $x_A = -u \cdot \sin \theta$ ;  $y_A = u \cdot \cos \theta$ .

Подставляя в уравнение эллипса, получим:

$$\frac{u^2 \sin^2 \theta}{v_e^2} + \frac{u^2 \cos^2 \theta}{v_o^2} = 1,$$

откуда

$$u^2(\theta) = \frac{1}{\frac{\sin^2 \theta}{v_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{v_o^2}}$$

(Проверяем. При  $\theta = 0$  (луч идет вдоль оптической оси)  $u(0) = v_o$ ; при  $\theta = \pi/2$  (луч идет перпендикулярно к оптической оси)  $u(\pi/2) = v_e$ . Все верно.)

Таким образом, скорость распространения необыкновенной волны задается приведенной выше формулой, а направление ее поляризации совпадает с осью  $AA'$ . Плоскость главного сечения, задаваемая оптической осью и направлением  $\vec{s}$ , совпадает с плоскостью рисунка, следовательно, **необыкновенная волна поляризована в плоскости главного сечения.**

Применяя аналогичный подход, можно вывести и **формулы** для нахождения фазовой скорости  $v$  необыкновенной волны в одноосном кристалле



в зависимости от угла  $\theta$  между направлением  $\vec{n}$  и оптической осью (из сечения эллипсоида волновых нормалей). Для этого заметим, что в уравнении эллипса полуосями будут не главные скорости, а главные показатели преломления:

$$\frac{x^2}{n_e^2} + \frac{y^2}{n_o^2} = 1.$$

Тогда и формула для скорости превратится в формулу для показателя преломления:

$$n^2(\theta) = \frac{1}{\frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2}}.$$

Так как фазовая скорость  $v(\theta) = \frac{c}{n(\theta)}$ , в итоге получим:

$$v^2(\theta) = v_e^2 \sin^2 \theta + v_o^2 \cos^2 \theta.$$

(Проверяем. При  $\theta = 0$  (нормаль направлена вдоль оптической оси)  $v(0) = v_o$ ; при  $\theta = \pi/2$  (нормаль перпендикулярна к оптической оси)  $v(\pi/2) = v_e$ . Все верно.)

**Замечание.** Отметим, что при решении выведенного ранее уравнения Френеля для лучевых скоростей в случае одноосного кристалла можно найти только значение скорости для необыкновенного луча. Это связано с тем, что при выводе уравнения использовалась операция деления на  $(v - v_i), i = x, y, z$ , поэтому решение вида  $(v = v_i)$  не может быть получено.

Напоминаем, что обыкновенная волна независимо от направления  $\vec{s}$  всегда распространяется со скоростью  $v_o$ . Величина скорости  $v_o$  равна размеру второй полуоси эллипса, получающегося при сечении эллипсоида плоскостью, перпендикулярной к  $\vec{s}$ . На рис.2 эта полуось совпадает с полуосью эллипсоида вдоль оси Oz, перпендикулярной плоскости рисунка. Следовательно, **обыкновенная волна поляризована** именно вдоль направления Oz, т.е. **перпендикулярно плоскости главного сечения.**

Разместим мысленно точечный источник света внутри анизотропного одноосного кристалла и построим поверхность, до которой дойдут **лучи** от этого источника за некоторое время  $\tau$  (рис. 3). Так как по каждому направлению могут распространяться две волны с различными скоростями, то полученная поверхность, называемая **лучевой**, будет представлять собой совокупность сферы (для обыкновенной волны) и эллипсоида (для необыкновенной). Пусть  $\tau = 1$ сек. Радиус сферы и одна из полуосей эллипсоида будут численно равны скорости  $v_o$ , две другие полуоси эллипсоида будут численно равны скорости  $v_e$ . Сфера и эллипсоид будут касаться друг друга всего в двух точках, лежащих на оптической оси. Если  $v_o < v_e$  (кристалл отрицательный), то эллипсоид будет содержать в

себе сферу (форму эллипсоида условно назовем «летающей тарелкой», а лучевую поверхность - «сферой в летающей тарелке») Если  $v_o > v_e$ , (кристалл положительный), то эллипсоид будет находиться внутри сферы (форму эллипсоида условно назовем «яйцом», а лучевую поверхность – «яйцом в сфере»).

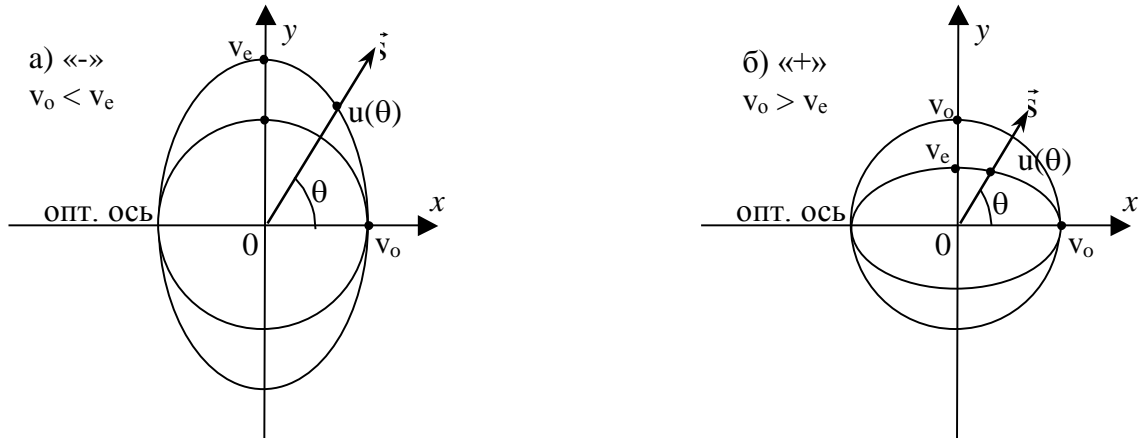


Рис. 3. Лучевые поверхности для отрицательного кристалла ( $v_o < v_e$ , «сфера в летающей тарелке») и положительного кристалла ( $v_o > v_e$ , «яйцо в сфере»)

**(Вопрос «на засыпку».** А может быть, на рис 3а изображена «сфера в яйце», а на рис 3б - изображена «летающая тарелка в сфере»? Докажите, что такого не может быть!)

На рис.2 был приведен эллипсоид лучевых скоростей, для которого  $v_o < v_e$ , т.е. кристалл отрицательный. У эллипсоида две полуоси меньше третьей, следовательно, он имеет форму «яйца». Для такого же кристалла лучевые поверхности, приведенные на рис. 3а, имеют форму «сферы в летающей тарелке».

Для положительного кристалла, напротив, эллипсоид лучевых скоростей имеет форму «летающей тарелки», а лучевые поверхности – форму «яйца в сфере».

Кристалл	Отрицательный	Положительный
Лучевой эллипсоид	«Яйцо»	«Летающая тарелка»
Лучевая поверхность	Сфера в летающей тарелке»	«Яйцо в сфере»
Способ запоминания	Л.п. похожа на «минус»	Л.п. похожа на «плюс»

Лучевая поверхность позволяет также находить и направление фазовых скоростей. Возьмем на рис. 3 точки пересечения вектора  $\vec{s}$  с поверхностями, отвечающими обыкновенной и необыкновенной волнам. Построим в этих точках плоскости, касательные к обеим поверхностям (на рис. не показаны). Векторы, проведенные из начала координат перпендикулярно к этим плоскостям, и покажут направление векторов нормалей  $\vec{n}$ , соответствующих обеим волнам. Так как для обыкновенной волны лучевая поверхность – сфера, а касательная к любой точке сферы всегда перпендикулярна к радиусу, проведенному в эту точку, то направления векторов  $\vec{s}$  и  $\vec{n}$  для обыкновенной волны совпадают. Для необыкновенной волны векторы  $\vec{s}$  и  $\vec{n}$  не сонаправлены, угол между ними равен углу между векторами  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  этой волны.

**Пример решения задачи** на распространение волн в анизотропном кристалле.

Заданы диагональные элементы тензора диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_x = 1; \varepsilon_y = 2; \varepsilon_z = 3.$$

Вектор  $\vec{s}$  лежит в плоскости  $xOz$  и образует с осью  $Ox$  угол  $\varphi=60^\circ$  (рис. 4). Найти уравнения волн, распространяющихся в заданном направлении.

**Решение.**

Найдем координаты вектора  $\vec{s} = \{\cos\varphi, 0, \sin\varphi\} = \left\{1/2, 0, \sqrt{3}/2\right\}$ .

Для нахождения лучевых скоростей решаем соответствующее уравнение Френеля:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{s_i^2 \cdot v_i^2}{v_i^2 - u^2} = 0.$$

Т.к.  $s_y = 0$ , то одно решение  $u' = v_y = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ , волна поляризована вдоль оси  $Oy$ ,

векторы  $\vec{E}'$  и  $\vec{D}'$  сонаправлены, также сонаправлены и вектора  $\vec{s}$  и  $\vec{n}'$ , фазовая скорость

$v' = u' = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_y}}$ . Уравнений волны запишется в виде:

$$\begin{aligned} \vec{E}' &= E'_0 \cdot \vec{e}_y \cdot \exp(i(\omega t - \vec{k}' \cdot \vec{r})) = E'_0 \cdot \vec{e}_y \cdot \exp\left(i\omega\left(t - \frac{\vec{n}' \cdot \vec{r}}{v'}\right)\right) = \\ &= E'_0 \cdot \vec{e}_y \cdot \exp\left(i\omega\left(t - \frac{\vec{s} \cdot \vec{r}}{u'}\right)\right). \\ \vec{D}' &= \varepsilon_0 \varepsilon_y \vec{E}'. \end{aligned}$$

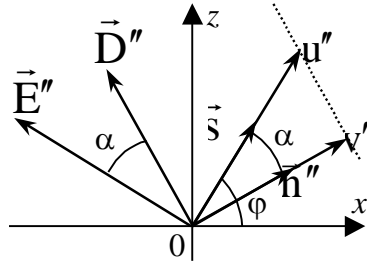


Рис. 4. Взаимное расположение векторов в анизотропном кристалле

Для нахождения  $u''$  запишем:

$$\frac{s_x^2 \cdot v_x^2}{v_x^2 - u^2} + \frac{s_z^2 \cdot v_z^2}{v_z^2 - u^2} = 0; \quad s_x^2 \cdot v_x^2 (v_z^2 - u^2) + s_z^2 \cdot v_z^2 (v_x^2 - u^2) = 0;$$

$$v_x^2 v_z^2 (s_x^2 + s_z^2) = u^2 \cdot (s_x^2 \cdot v_x^2 + s_z^2 \cdot v_z^2);$$

$$u'' = \sqrt{\frac{v_x^2 v_z^2}{s_x^2 \cdot v_x^2 + s_z^2 \cdot v_z^2}}.$$

Вектор  $\vec{E}''$  перпендикулярен вектору  $\vec{s}$ , лежит в плоскости  $xOz$ :

$$\vec{E}'' = E''_0 \cdot \{-s_z, 0, s_x\} = E''_0 \cdot \left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{1}{2}\right\}.$$

Находим компоненты вектора  $\vec{D}''$ :

$$D''_x = \varepsilon_0 \varepsilon_x E''_x = \varepsilon_0 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot E''_0;$$

$$D''_z = \varepsilon_0 \varepsilon_{zx} E''_z = \varepsilon_0 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot E''_0 = -\sqrt{3} \cdot D''_x.$$

Следовательно, вектор  $\vec{D}''$  составляет с осью  $Oz$  угол  $\varphi_D=30^\circ$ , такой же угол, но с осью  $Ox$ , составляет вектор  $\vec{n}'' = \{\cos\varphi_D, 0, \sin\varphi_D\} = \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{1}{2}\right\}$ . Угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{E}''$  и  $\vec{D}''$  равен  $30^\circ$ , такой же угол и между векторами  $\vec{s}$  и  $\vec{n}''$ .

Для второй волны, распространяющейся вдоль направления  $\vec{s}$ , фазовая скорость  $\vec{v}''$  будет направлена вдоль  $\vec{n}''$  и равна  $v'' = u'' \cdot \cos\alpha$ .

$$\begin{aligned}\vec{E}'' &= E_0'' \cdot (-s_z \cdot \vec{e}_x + s_x \cdot \vec{e}_z) \cdot \exp(i(\omega t - \vec{k}'' \cdot \vec{r})) = \\ &= E_0'' \cdot (-s_z \cdot \vec{e}_x + s_x \cdot \vec{e}_z) \cdot \exp\left(i\omega\left(t - \frac{\vec{n}'' \cdot \vec{r}}{v''}\right)\right).\end{aligned}$$

(направление вектора  $\vec{E}''$  определяется вектором, перпендикулярным к  $\vec{s}$ , а поверхность постоянной фазы перемещается вдоль вектора  $\vec{n}''$  со скоростью  $v''$ ).

Лучевые поверхности используют для построения хода лучей при преломлении на границе анизотропной среды с изотропной, данное построение называют **построением Гюйгенса**.

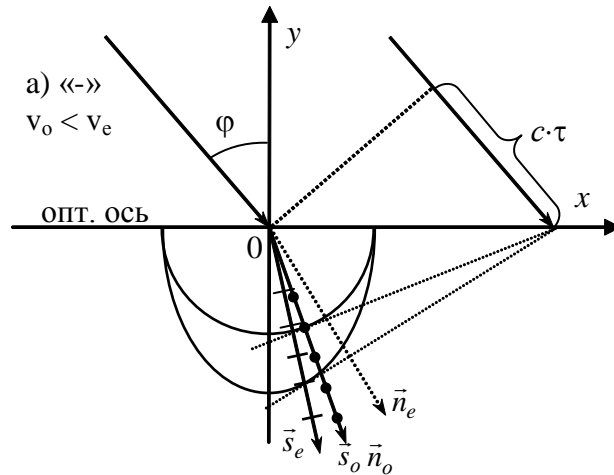


Рис. 5. Пример построения Гюйгенса для отрицательного кристалла, вырезанного параллельно оптической оси (точками и черточками показаны направления поляризации обыкновенного и необыкновенного лучей)

Пример построения приведен на рис. 5. На границу раздела сред падают два луча под углом  $\varphi$ , причем второй приходит на границу на время  $\tau$  позже первого. Построим лучевые поверхности с центром в начале координат (точке падения первого луча), соответствующие времени задержки  $\tau$ . Тогда плоскости, касательные к лучевым поверхностям, будут являться фронтами волн (векторы  $\vec{n}_o$  и  $\vec{n}_e$ ). Лучи, проведенные из начала координат в точки касания, дадут направления распространения лучей (векторы  $\vec{s}_o$  и  $\vec{s}_e$ ). Для обыкновенной волны направления  $\vec{n}_o$  и  $\vec{s}_o$  будут совпадать. Отметим, что закон преломления в привычной нам форме ( $n_1 \cdot \sin\varphi_1 = n_2 \cdot \sin\varphi_2$ , где  $n_{1,2}$  - показатели преломления) справедлив для **волновых нормалей**, т.е. углы преломления задаются векторами  $\vec{n}_o$  и  $\vec{n}_e$ .

Другие примеры построения Гюйгенса можно посмотреть в литературе (например, Бутиков, «Оптика», §4.3)

Наибольшее распространение получили анизотропные пластинки одноосных кристаллов, у которых оптическая ось лежит в плоскости поверхности пластинки (говорят, что она вырезана параллельно оптической оси). Направим нормально к поверхности пластинки линейно поляризованную волну (на рис.6 свет распространяется вдоль оси  $Z$ , а оптическая ось совпадает с осью  $X$ ). Пусть плоскость поляризации падающего света

составляет угол  $\alpha$  с главным сечением кристалла — плоскостью  $XOZ$  (в данном случае угол  $\alpha$  — это угол между направлением поляризации волны и оптической осью кристалла). В дальнейшем будем считать, что угол  $\alpha$  меняется в пределах от  $-\pi/2$  до  $+\pi/2$ . Разложим падающую волну на две составляющие - для одной соответствующая компонента вектора  $E$  будет параллельна оптической оси, для другой - перпендикулярна (рис.3). Амплитуда колебаний поля для первой волны будет задаваться выражением  $a = |E_0| \cdot \cos\alpha$ , а для второй -  $b = |E_0| \cdot |\sin\alpha|$  (заметим, что так как знак  $\sin\alpha$  зависит от знака  $\alpha$ , то при  $\alpha < 0$  следует учесть изменение фазы второй волны на  $\pi$ ). Таким образом, через кристалл в одном направлении, но с различной скоростью будут распространяться две волны, поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях, которые принято называть *главными направлениями* кристаллической пластинки.

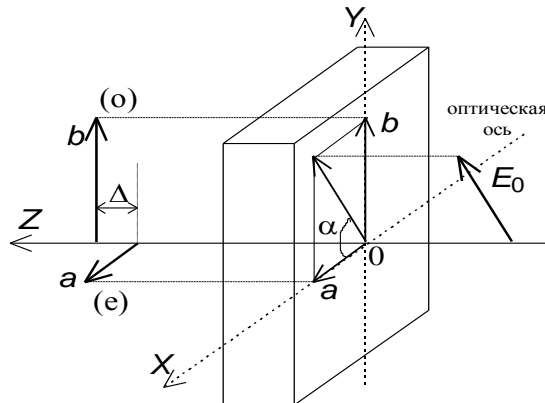


Рис.6. Прохождение линейно поляризованного света через кристалл.

В соответствии с вышесказанным, первая волна является необыкновенной (ее плоскость поляризации совпадает с главным сечением), а так как направление распространения волны перпендикулярно к оптической оси, то для нее показатель преломления будет равен  $n_e$ . Для второй волны - обыкновенной (ее плоскость поляризации перпендикулярна главному сечению) - показатель преломления равен  $n_o$ . Скорости распространения таких волн задаются формулами  $v_e = c/n_e$  и  $v_o = c/n_o$ . Если толщина пластины равна  $d$ , то оптическая разность хода  $\Delta$  на выходе из пластины будет равна  $\Delta = (n_e - n_o) \cdot d$ , и, следовательно, разность фаз  $\delta$  между двумя волнами, поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях, после выхода из пластинки (в вакууме) будет равна  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (n_e - n_o) \cdot d$ . При этом в отсутствии поглощения амплитуды каждой из волн останутся неизменными и равными  $a$  и  $b$ .

Предположим для определенности, что  $n_e - n_o > 0$  (примером такого вещества является кварц). В зависимости от угла  $\alpha$  и разности фаз  $\delta$  поляризация выходящей волны будет различной (при анализе учтем, что, так как разность фаз  $\delta$  может принимать любые значения, большие нуля, то с учетом периодичности для каждого  $\delta$  будем указывать соответствующее значение разности фаз  $\Delta\varphi$ , удовлетворяющего условию  $|\Delta\varphi| \leq \pi$ ).

1)  $\alpha = 0$  или  $\alpha = \pi/2$ ,  $\delta$  — любое.

В этом случае состояние поляризации и амплитуда волны после прохождения кристалла не изменятся, так как амплитуда одной из составляющих на входе в кристалл (либо  $a$ , либо  $b$ ) будет равна нулю.

2)  $0 < |\alpha| < \pi/2$ ,  $\delta = 2\pi m$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ),  $\Delta\varphi = 0$ .

Состояние поляризации и амплитуда волны также не изменятся, так как возникающая между двумя взаимно перпендикулярными составляющими волны разность фаз кратна  $2\pi$ .

$$3) 0 < |\alpha| < \pi/2, \delta = \pi + 2\pi m \ (m=0,1,2,\dots), \Delta\varphi = \pi.$$

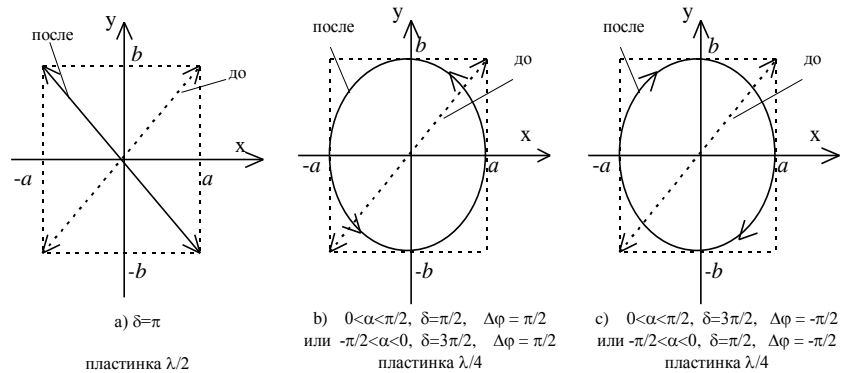


Рис. 7. Схема изменения состояния линейной поляризации волны при прохождении двулучепреломляющей пластинки

Выходящая волна останется линейно поляризованной, но плоскость поляризации повернется на угол  $2|\alpha|$  и составит угол  $(-\alpha)$  с оптической осью (рис.7а). Такую пластинку принято называть *пластинкой  $\lambda/2$* , так как разность хода  $\Delta$ , соответствующая заданной разности фаз  $\delta$ , будет равна  $\Delta = \lambda/2 \pm \lambda m$  ( $m=0,1,2,\dots$ ). Так как амплитуда волны не изменяется, то пластинка  $\lambda/2$  может использоваться для поворота плоскости поляризации исходной волны на любой наперед заданный угол.

$$4) 0 < \alpha < \pi/2, \delta = \pi/2 + 2\pi m \ (m=0,1,2,\dots), \Delta\varphi = \pi/2.$$

Необыкновенная волна «обгоняет» обыкновенную по фазе на  $\pi/2$ , поэтому на выходе будет наблюдаться эллиптическая лево поляризованная волна, причем оси эллипса будут ориентированы по направлениям поляризации исходных составляющих волны (рис.7б). Такую пластинку называют *пластинкой  $\lambda/4$*  (разность хода  $\Delta = \lambda/4 \pm \lambda m$  ( $m=0,1,2,\dots$ )). Если  $\alpha = \pi/4$ , то  $a = b = |E_0|/\sqrt{2}$ , и, следовательно выходящая волна будет иметь круговую поляризацию и амплитуду  $|E_0|/\sqrt{2}$ .

$$5) 0 < \alpha < \pi/2, \delta = 3\pi/2 + 2\pi m \ (m=0,1,2,\dots), \Delta\varphi = -\pi/2.$$

Хотя разность фаз  $\delta > 0$ , но соответствующее значение  $\Delta\varphi < 0$  (как отмечалось выше,  $|\Delta\varphi| \leq \pi$ ), в итоге необыкновенная волна «отстанет» от обыкновенной по фазе на  $\pi/2$ , и на выходе будет наблюдаться эллиптическая право поляризованная волна, и оси эллипса будут ориентированы по направлениям поляризации исходных составляющих волны (рис.7с). Такую пластинку также называют *пластинкой  $\lambda/4$*  (разность хода  $\Delta = -\lambda/4 \pm \lambda m$  ( $m=1,2,\dots$ )).

$$6) -\pi/2 < \alpha < 0, \delta = \pi/2 + 2\pi m \ (m=1,2,\dots), \Delta\varphi = -\pi/2.$$

В отличие от случая 4) значение  $\alpha$  отрицательно, что, как отмечалось выше, эквивалентно изменению фазы второй волны на входе в пластину на угол  $\pi$ . Это приведет и к соответствующему изменению  $\Delta\varphi$ . В итоге результирующая волна будет иметь, как и в случае 5), эллиптическую правую поляризацию. Эта пластинка также является *пластинкой  $\lambda/4$* .

$$7) -\pi/2 < \alpha < 0, \delta = 3\pi/2 + 2\pi m \ (m=0,1,2,\dots), \Delta\varphi = \pi/2.$$

Повторяя рассуждения, приведенные для случая 6), отметим, что результирующая волна будет иметь, как и в случае 4), эллиптическую левую поляризацию.

8) В общем случае, для произвольных значений  $\alpha$  и  $\delta$  на выходе из пластинки волна будет иметь, вообще говоря, эллиптическую поляризацию с различными значениями соотношения полуосей и их ориентации<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Для наглядного изучения вопросов прохождения поляризованного излучения через анизотропную среду можно воспользоваться интернет-иллюстрациями на сайте [genphys.phys.msu.ru](http://genphys.phys.msu.ru) в разделе «Демонстрации».

Пластинка  $\lambda/4$  широко используется в оптических исследованиях как для получения круговой поляризации, так и для анализа поляризационных свойств светового пучка. Как уже отмечалось выше, если на нее направить линейно поляризованный пучок света, то:

а) если плоскость поляризации совпадает с главной плоскостью кристалла или перпендикулярна к ней, то характеристики выходного пучка будут полностью совпадать с характеристиками входного;

б) если условие а) не выполнено, то на выходе пластинки  $\lambda/4$  всегда будет наблюдаться эллиптически поляризованная волна (которая при угле  $|\alpha|=\pi/4$  превратится в круговую) с полуосями  $a$  и  $b$ , причем одна из осей эллипса всегда будет совпадать с оптической осью кристалла, а направление вращения будет зависеть от угла  $\alpha$  и разности фаз  $\delta$ . Отметим, что получение круговой поляризации из линейной может быть достигнуто только с помощью пластинки  $\lambda/4$ .

Пластинка  $\lambda/4$  позволяет экспериментально определить направление вращения вектора поляризации в эллиптически поляризованной волне. Так как эллиптически поляризованный свет всегда можно представить как сумму двух волн, линейно поляризованных вдоль главных осей эллипса, то при таком представлении разность фаз между этими волнами равна  $\pm \pi/2$ , причем, как отмечалось ранее, знак «плюс» соответствует право поляризованной волне, а знак «минус» — лево поляризованной. Пропустим такой свет через пластинку  $\lambda/4$ , главные направления которой совпадают с осями эллипса. Пусть известно, что пластинка  $\lambda/4$  установлена таким образом, что вносимая ею разность фаз равна  $+\pi/2$ . Тогда суммарная разность фаз будет равна нулю для лево поляризованной волны или  $+\pi$  для право поляризованной. В результате после прохождения пластинки  $\lambda/4$  свет станет линейно поляризованным. Зная ориентацию выходящего линейно поляризованного луча по отношению к главным осям эллипса, можно ответить на вопрос о направлении вращения вектора поляризации в эллиптически поляризованной волне.

Отметим, что независимо от толщины пластинки, ее ориентации, состояния поляризации падающего пучка *интенсивность* пучка на выходе из пластинки *не изменится* (если поглощение и рассеяние света в пластинке пренебрежимо малы). Поэтому для определения характеристик выходного пучка необходимо использовать анализатор.

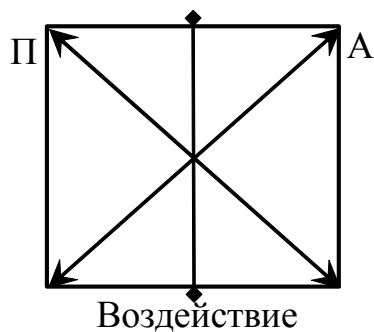
**Поляризационные приборы** (Бутиков, «Оптика», §4.4, Ландсберг, «Оптика», §108): призмы Николя, Волластона.

Основные анизотропные материалы:

- 1) Исландский шпат («отрицательный»,  $n_e=1,486$ ;  $n_o=1,658$ );
- 2) Кварц («положительный»,  $n_e=1,552$ ;  $n_o=1,543$ );

**Искусственная анизотропия** (Бутиков, «Оптика», §4.5):

Воздействие	Тип эффекта	Название эффекта
Механическое	Линейный	Фотоупругость
Электрическое	Линейный	Поккельса
	Квадратичный	Керра
Магнитное	Линейный	Фарадея
	Квадратичный	Коттон-Мутона



Обычно исследуемый объект помещают между скрещенными поляризатором  $\Pi$  и анализатором  $A$ , т.е. в отсутствии воздействия поле наблюдения затемнено. Анизотропия возникает именно по направлению воздействия. Для максимального эффекта воздействие осуществляется по биссектрисе угла между  $\Pi$  и  $A$  (на рис. пучок света распространяется перпендикулярно плоскости рисунка, т.е. «от нас» или «на нас»).