

Излучение диполя

(Бутиков, стр. 40, раздел 1.5; Алешкевич, стр.30, Лекция 3)

Общие замечания. Покоящийся заряд создает электростатическое поле. При движении заряда возникает магнитное поле. По классической электродинамике излучение электромагнитных волн происходит только при ускоренном движении электрического заряда.

Если по проводнику протекает постоянный ток, то он создает вокруг себя магнитное поле. При этом такой проводник создает слабое электрическое поле, т.к. сумма зарядов на проводнике, как правило, очень мала. Поэтому особый интерес представляет излучение электромагнитных волн электрически нейтральной системой.

Простейшая модель излучателя – это диполь, момент которого изменяется по гармоническому закону.

В классической электродинамике показано, что волна, создаваемая колеблющимся диполем \mathbf{p} , имеет вид:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{c^3 r} [\ddot{\mathbf{p}}(t') \times \mathbf{e}_r]; \quad \mathbf{E} = c[\mathbf{B} \times \mathbf{e}_r],$$

где $\ddot{\mathbf{p}} = \frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2}$; $\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$ - единичный радиальный вектор, $t' = t - r/c$ - время с учетом запаздывания.

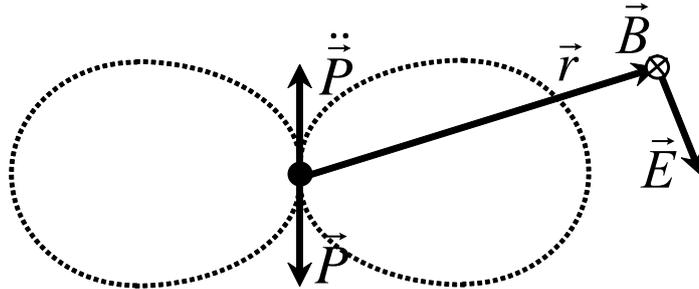


Рис. 1. Ориентация векторов волны, излучаемой диполем, и примерная диаграмма направленности излучения.

Вектор \mathbf{E} лежит в плоскости, образованной диполем \mathbf{p} и радиус-вектором \mathbf{r} , вектор \mathbf{B} перпендикулярен к ней. Излучение не обладает сферической симметрией: оно максимально в направлении, перпендикулярном к \mathbf{p} , и равно нулю вдоль направления \mathbf{p} . На рис.1 пунктирной линией показана (условно) диаграмма направленности излучения диполя. Она симметрична относительно направления \mathbf{p} , поэтому в трехмерном изображении похожа на бублик с бесконечно малой дыркой в середине.

Отметим также, что напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом, убывает как $\frac{1}{r^2}$, создаваемого диполем - как $\frac{1}{r^3}$. А поле волны, излучаемой

колеблющимся диполем, убывает как $\frac{1}{r}$.

Зная излучаемые диполем поля \mathbf{E} и \mathbf{B} , можно получить выражение для вектора Умова-Пойнтинга \mathbf{S} (плотности потока энергии), который в данном случае совпадает по направлению с радиус-вектором \mathbf{r} .

В случае гармонического изменения дипольного момента с частотой ω_0

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 \cdot \cos \omega_0 t ,$$

для второй производной получим:

$$\ddot{\mathbf{p}}(t) = -\omega_0^2 \mathbf{p}_0 \cdot \cos \omega_0 t.$$

Отметим, что среднее по времени значение проекции вектора \mathbf{S} на радиус-вектор \mathbf{r} (т.е. интенсивность) зависит от частоты ω_0 , расстояния r и угла θ между направлениями векторов \mathbf{p} и \mathbf{r} :

$$\langle S_r(r, \theta) \rangle \sim \frac{\omega_0^4 \cdot \sin^2 \theta}{r^2}.$$

Проинтегрировав плотность потока энергии по поверхности произвольной сферы, окружающей диполь (напомним, что в сферических координатах элемент площади $dS = r^2 \sin \theta \cdot d\varphi \cdot d\theta$), можно рассчитать полную мощность P , излучаемую диполем по всем направлениям:

$$P = \frac{\langle \ddot{\mathbf{p}}^2 \rangle}{6\pi \epsilon_0 c^3}.$$

Пусть дипольный момент изменяется с частотой ω_0 по практически гармоническому закону (затухание мало):

$$p(t) = p_0 \cdot e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t,$$

где τ - характерное время затухания. Уменьшение энергии диполя происходит за счет излучения электромагнитной волны, амплитуда волны изменяется по тому же закону, что и дипольный момент.

Считая затухание малым $\left(\tau \gg T = \frac{2\pi}{\omega_0} \right)$, для второй производной можно записать:

$$\ddot{p}(t) = -p_0 \cdot \omega_0^2 \cdot e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t.$$

Тогда излучаемая мощность изменяется по закону:

$$P(t) = \frac{\omega_0^4 \cdot p_0^2}{12\pi \epsilon_0 c^3} \cdot \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right).$$

Закон изменения энергии диполя можно получить из выражения для кинетической энергии осциллятора:

$$W(t) = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x_0^2}{2} \cdot \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) = \frac{m\omega_0^2 p_0^2}{2e^2} \cdot \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right).$$

где m и e - масса и заряд электрона; x_0 - амплитуда колебаний.

Используя закон сохранения энергии в виде:

$$\frac{dW}{dt} = -P,$$

получим выражение для постоянной радиационного затухания:

$$\tau = \frac{12\pi m \epsilon_0 c^3}{e^2 \omega_0^2}.$$

(в некоторых учебниках коэффициент 6)

Для видимого диапазона $\omega_0 \approx 10^{16} \text{ c}^{-1}$, отсюда $\tau \approx 10^{-8} \text{ c}$. Следовательно, любой уединенный атом после возбуждения излучает электромагнитную волну в течение времени τ .

Отметим, что зависимость $P \sim \omega^4$ объясняет голубой цвет неба в дневное время, т.к. короткие длины волн (или высокие частоты) рассеиваются сильнее. На самом деле, небо должно быть фиолетовым, но чувствительность человеческого глаза к фиолетовому существенно меньше, чем к синему.

Эта же зависимость объясняет и красный цвет заката, т.к. вследствие большой толщи атмосферы на закате голубые волны рассеиваются сильнее и не доходят до наблюдателя (рис. 2). Вследствие диаграммы направленности излучения диполя небо на закате является красным не только со стороны Солнца, но и с противоположной стороны. Кроме этого, на закате рассеянное излучение, идущее вертикально вниз, является поляризованным.

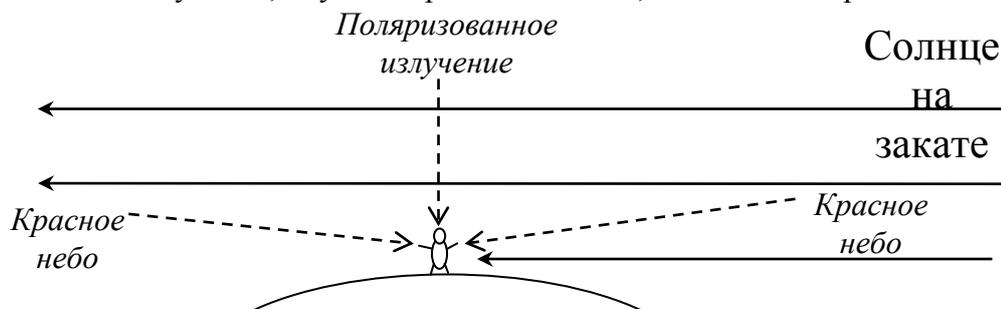


Рис. 2. Особенности рассеянного излучения на закате

Однородное и неоднородное уширение (Бутиков, стр. 57, раздел 1.8; Алешкевич, стр.43, Лекция 4)

Спектр одиночного затухающего цуга – лоренц. Радиационное затухание определяет **естественную** ширину спектральных линий излучения свободных (невзаимодействующих) атомов. Время жизни $\tau \sim 10^{-8}$ с, ширина линии $\Delta\nu \approx 10^8$ Гц.

Спектр большой группы невзаимодействующих атомов – такой же, как и у одиночного цуга, вследствие статистической независимости.

В реальности атомы непрерывно сталкиваются друг с другом, что приводит к резкому изменению фазы колебаний. Если время между соударениями существенно меньше времени радиационного затухания, то радиационный цуг разбивается на отдельные цуги, которые можно считать прямоугольными (изменением амплитуды за время между столкновениями можно пренебречь). Если промежутки времени между столкновениями распределены по Пуассону, то результирующий спектр - вновь лоренц с характерным временем соударений $\tau_{\text{соуд}} \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ с. Такое уширение называют **ударным** (столкновительным).

Хаотическое движение атомов с различными скоростями приводит к **доплеровскому** уширению. При низком давлении газа, когда столкновения редки, сдвинутые вследствие эффекта Доплера совокупность лоренцевских контуров дают гауссов контур с шириной, зависящей от температуры. При комнатной температуре доплеровская ширина примерно в 500 раз больше естественной.

Естественное и ударное (столкновительное) уширение называют **однородным**, т.к. излучению каждого атома соответствует весь профиль спектральной линии (рис. 3). Доплеровское уширение называют **неоднородным**, т.к. разным скоростям соответствуют различные участки спектра.

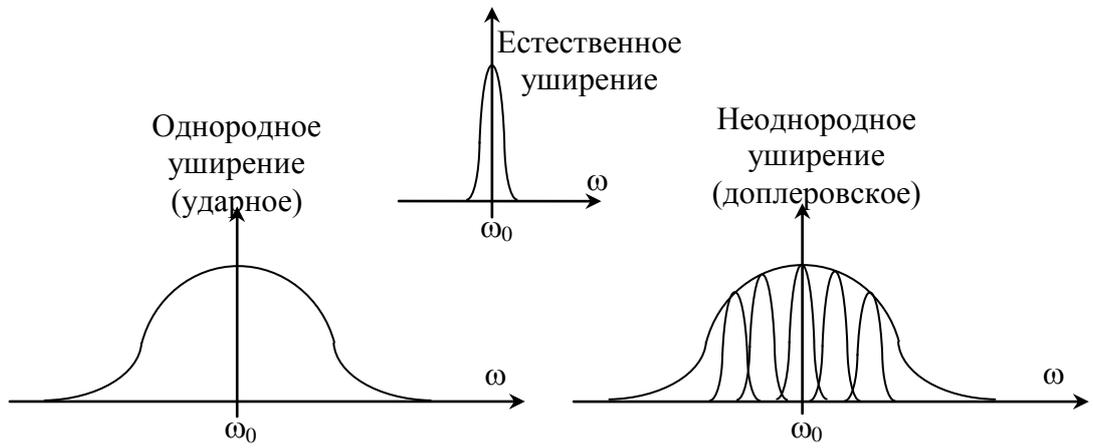


Рис. 3. Естественное, однородное и неоднородное уширения.

Если естественная ширина много меньше доплеровской, то усреднение по распределению Максвелла по скоростям дает для доплеровского уширения гауссову форму спектра с шириной линии (на полувысоте) $\Delta\omega_{don} = 2\sqrt{\ln 2} \frac{v_m}{c} \omega_0$, где $v_m = \sqrt{2kT/m}$ - наивероятнейшая скорость. Например, для линии неона 632,8нм при комнатной температуре доплеровская ширина на два порядка больше естественной.