

Тепловое излучение.

(Бутиков, гл.9)

Любое тело обладает способностью излучать и поглощать электромагнитную энергию. Излучение за счет тепловой (внутренней) энергии называется **тепловым**.

Если в замкнутую вакуумную полость с полностью отражающими стенками поместить несколько тел с разными температурами, то через какое-то время система придет в равновесное состояние. Испускаемая телом энергия становится равной поглощаемой, плотность энергии достигает определенной величины, соответствующей установившейся температуре. Можно говорить, что излучение находится в термодинамическом равновесии с телами, такое излучение называют **равновесным**. Его плотность и спектральный состав не зависят ни от формы полости и тел, ни от свойств тел, а определяется только температурой. Равновесное излучение однородно, изотропно, неполяризовано, все направления распространения и направления колебаний напряженности поля равновероятны.

Экспериментальной моделью, на которой можно изучать свойства излучения, является та же полость с очень маленьким отверстием, через которое может выходить равновесное излучение. Объемную плотность энергии равновесного излучения U можно разложить по частотам ω или по длинам волн λ :

$$U = \int_0^{\infty} U_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} U_{\omega} d\omega,$$

где U_{λ} и U_{ω} - **спектральная плотность излучения**, т.е. плотность энергии, приходящаяся на единичный интервал по длине волны или по частоте. Все соотношения для нахождения характеристик теплового излучения выводятся из термодинамических законов.

$$(\text{единицы измерения: } [U] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}; [U_{\lambda}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^4}; [U_{\omega}] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{м}^3})$$

Если тело не помещено в замкнутую полость, то его способность излучать и поглощать будет зависеть уже не только от его температуры, но и от его свойств и характеристик. Вводится понятие **испускающей способности** тела или r_{ω} , т.е. спектральной плотности потока энергии излучения, испускаемого единичной площадкой по всем направлениям. Полный поток излучения всех длин волн называют **энергетической светимостью** поверхности

$$R = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} r_{\omega} d\omega.$$

$$(\text{единицы измерения: } [R] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}; [r_{\lambda}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}}; [r_{\omega}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2})$$

Любое тело обладает способностью поглощать падающее на него излучение, для характеристики этого свойства вводится понятие **поглощательной способности** тела α_{λ} или α_{ω} , как безразмерной величины, равной отношению поглощенной телом энергии к падающей, причем $\alpha_{\lambda} \leq 1$.

Между испускающей и поглощательной способностью существует связь, вытекающая из общих принципов термодинамики – **закон Кирхгофа**:

$$\frac{r_{\omega}}{\alpha_{\omega}} = \frac{1}{4} c U_{\omega}.$$

(Обоснование. Поместим в полость с равновесным излучением произвольное небольшое тело с параметрами r_{ω} и α_{ω} - оно придет в равновесие с излучением, т.е. будет поглощать столько же, сколько и излучать:

$$dP_{\text{ногл}} = dP_{\text{изл}} ;$$

$$dP_{\text{ногл}} = \alpha(\omega, T) \cdot dP_{\text{пад}} ; \quad dP_{\text{изл}} = r(\omega, T) \cdot d\omega \cdot d\sigma ;$$

При замене пробного тела на любое другое изменятся только r_ω и α_ω , следовательно

$$\frac{r_\omega}{\alpha_\omega} = \text{const.}$$

Спектральная плотность излучения U_ω является универсальной характеристикой всех тел, в отличие от величин r_ω и α_ω , которые индивидуальны для каждого тела.

Тело, полностью поглощающее падающее на него излучение ($\alpha_\omega = 1$), называют **абсолютно черным телом**. Из закона Кирхгофа следует, что его испускательная способность с точностью до коэффициента совпадает с плотностью равновесного излучения, которое называют также **черным излучением**. Абсолютно черных тел в природе не существует, но хорошей моделью такого тела можно считать рассмотренную выше замкнутую полость с отражающими внутренними стенками и маленьким отверстием (излучение, попадающее в отверстие, практически не выходит из отверстия после многократных отражений).

Для абсолютно черного тела на основе законов термодинамики выводится целый ряд законов:

1) **закон Стефана-Больцмана:**

$$R = \int_0^\infty r_\omega d\omega = \sigma T^4 ,$$

т.е. энергетическая светимость пропорциональна четвертой степени температуры.

2) **закон Вина:**

$$U_\omega(T) = \omega^3 \cdot f\left(\frac{\omega}{T}\right),$$

этот закон позволяет находить $U_\omega(T)$ для любой температуры T , если известно $U_\omega(T_0)$ для какой-то одной температуры T_0 . Закон Стефана-Больцмана является следствием закона Вина.

Закон Вина для $U_\lambda(T)$ можно получить из следующих соображений:

$$U_\omega(T) d\omega = U_\lambda(T) d\lambda ; \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda} ; \quad d\omega = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} ;$$

откуда

$$U_\lambda(T) = U_\omega(T) \frac{d\omega}{d\lambda} = \frac{(2\pi c)^4}{\lambda^5} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right).$$

3) **закон смещения:**

$$\lambda_m T = b ,$$

где λ_m - длина волны, соответствующая максимуму $U_\lambda(T)$, $b=0,29$ см К – константа, найденная из опытных данных. Этот закон вытекает из закона Вина и означает, что максимум излучения черного тела с ростом температуры смещается в более коротковолновую область. Из формулы

$$U_\lambda(T) = \frac{(2\pi c)^4}{\lambda^5} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) \cdot \frac{T^5}{T^5} = T^5 \cdot \frac{(2\pi c)^4}{(\lambda T)^5} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) = T^5 \cdot f_1(\lambda T),$$

следует, что спектральная плотность излучения $U_\lambda(T)$ в максимуме пропорциональна температуре в пятой степени.

При $T=3000\text{K}$ (лампа накаливания) $\lambda_m \approx 0,96 \text{ мкм}$ (инфракрасное излучение);

При $T=5500\text{K}$ (температура Солнца) $\lambda_m \approx 0,5 \text{ мкм}$ (зеленая область спектра).

Электромагнитная теория и термодинамика позволяют получить перечисленные выше законы, но не позволяют найти коэффициенты σ и b , а также вид функции $U_\omega(T)$. Применение законов статистической физики (на примере линейного гармонического осциллятора) позволило получить формулу, связывающую спектральную плотность U_ω равновесного излучения со средней энергией $\langle W \rangle$ осциллятора при температуре T :

$$U_\omega(T) = \frac{\omega^2 \cdot \langle W \rangle}{\pi^2 c^3}.$$

В классической физике $\langle W \rangle = kT$, в итоге получаем **формулу Рэлея-Джинса**:

$$U_\omega(T) = \frac{\omega^2 kT}{\pi^2 c^3},$$

которая хорошо согласовывалась с экспериментами в длинноволновой области спектра (для малых частот), но в соответствии с ней с ростом частоты плотность должна стремиться к бесконечности, что абсурдно (**«ультрафиолетовая катастрофа»**).

Формула, хорошо согласующаяся с экспериментальными данными, была получена Планком на основе квантовых представлений. В соответствии с ними энергия осциллятора может принимать не произвольные, а вполне конкретные дискретные значения, кратные определенной величине W_0 , называемой квантом энергии. Энергия осциллятора должна быть равной

$$W_n = nW_0,$$

где n – обязательно целое число. Кроме этого, нельзя исходить из равномерного распределения энергии по степеням свободы, необходимо использовать распределение Больцмана, в соответствии с которым вероятность p_n осциллятора находиться в состоянии с энергией W_n задается формулой:

$$p_n \sim e^{-\frac{W_n}{kT}}.$$

Вычисление среднего значения энергии приводит к формуле:

$$\langle W \rangle = \sum p_n \cdot W_n = \frac{\sum W_n \cdot e^{-\frac{W_n}{kT}}}{\sum e^{-\frac{W_n}{kT}}} = \frac{W_0}{e^{\frac{W_0}{kT}} - 1}.$$

Так как спектральная плотность равновесного излучения вычисляется по формуле:

$$U_\omega = \frac{\omega^2 \cdot \langle W \rangle}{\pi^2 c^3},$$

то в результате получаем **формулу Планка**, имеющую вид:

$$U_\omega(T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left[\frac{\hbar \omega}{kT}\right] - 1},$$

где \hbar – **постоянная Планка**, связывающая энергию W_0 осциллятора с его частотой ω :

$$W_0 = \hbar \omega.$$

Данная формула включает в себя все приведенные выше законы. В частности, для низких частот $\hbar \omega \ll kT$ формула Планка переходит в формулу Рэлея-Джинса:

$$\exp\left[\frac{\hbar\omega}{kT}\right] - 1 \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1;$$

$$\langle W \rangle = kT;$$

$$U_{\omega}(T) = \frac{\omega^2 kT}{\pi^2 c^3}.$$

Для высоких частот $\hbar\omega \gg kT$

$$\langle W \rangle \rightarrow 0;$$

$$U_{\omega}(T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \exp\left[-\frac{\hbar\omega}{kT}\right] = \omega^3 \cdot f\left(\frac{\omega}{T}\right)$$

- закон Вина.

Таким образом, сравнение энергии кванта $\hbar\omega$ с величиной kT определяет границы применимости классической теории.

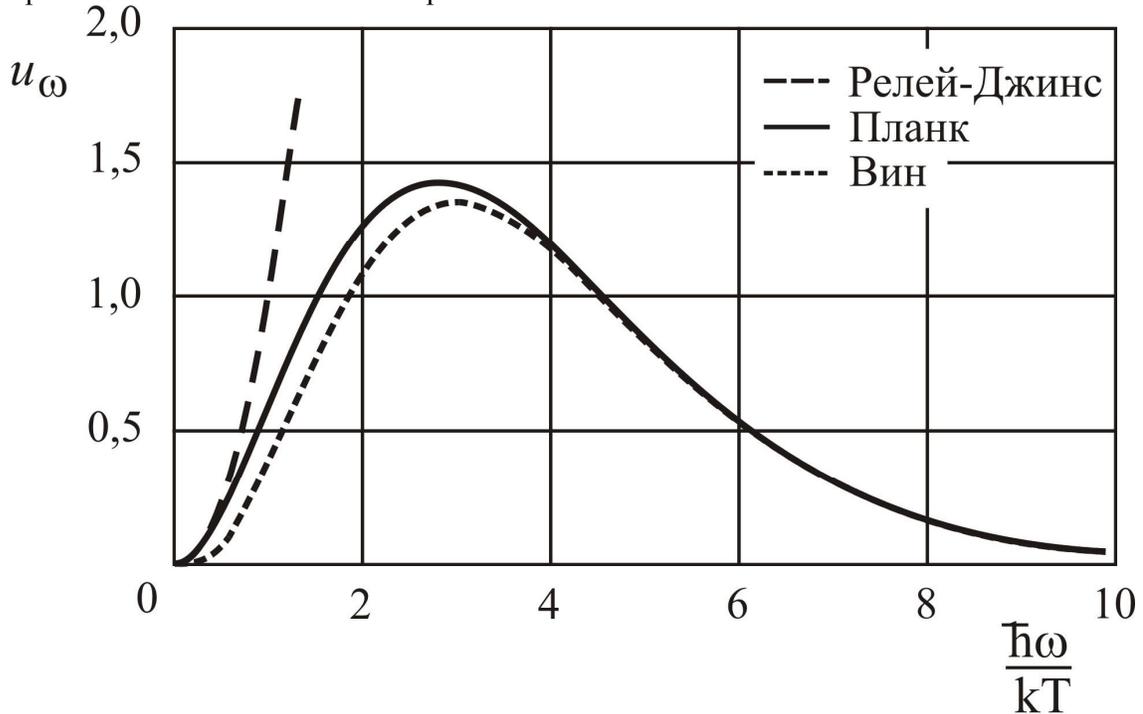


Рис. 1. Графики спектральной плотности равновесного излучения, вычисленные по различным формулам.

Формула Планка позволяет найти выражения для коэффициентов, входящих в законы теплового излучения:

$$b = 1,265 \frac{\hbar c}{k}; \quad \sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \hbar^3},$$

где $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

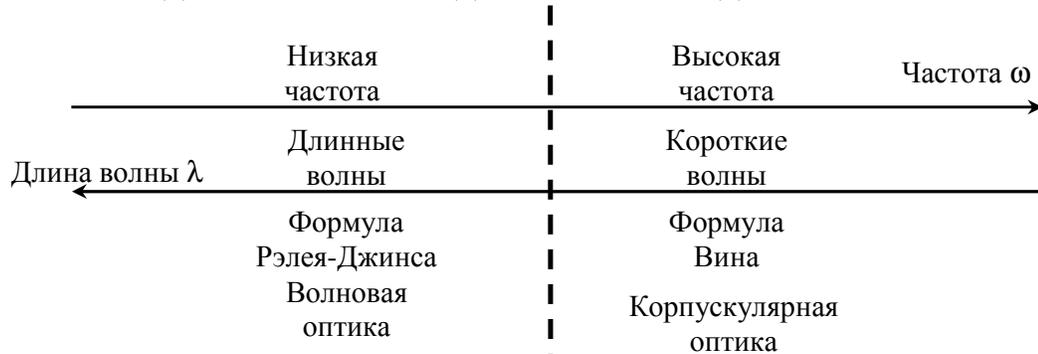


Рис. 2. Сопоставление различных приближений.

Квантовые свойства атомов. Постулаты Бора

Постулаты Бора - гипотеза Планка+модель атома Резерфорда.

1. Существуют стационарные состояния атомов, в которых они не излучают и не поглощают свет. В этих состояниях атомы обладают энергиями, образующими дискретный ряд значений W_i - уровни энергии.

2. Излучение, испускаемое или поглощаемое атомом при переходе с уровня энергии W_n на уровень W_m , монохроматично с частотой ν_{nm} , определяемой условием

$$\hbar\omega_{nm} = h\nu_{nm} = W_m - W_n$$

Гипотеза Эйнштейна (1905г) - электромагнитное излучение состоит из отдельных "корпускул" - квантов.

Квант света, фотон – элементарная неделимая порция света частоты ν , обладающая энергией и импульсом

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad \vec{p} = \frac{E}{c}\vec{n} = \hbar\vec{k}.$$

Свет частоты ν излучается атомом, распространяется в пространстве и вступает во взаимодействие с веществом как целое в виде локализованной порции света - **кванта света**.

Гипотеза о корпускулярных свойствах света позволила объяснить эксперименты по фотоэффекту, эффект Комптона (уменьшение частоты рентгеновского излучения при рассеянии на свободном покоящемся электроне). В результате сформировалась теория **корпускулярно-волнового дуализма**. Волновой подход отчетливо проявляется в области низких частот (справедлива формула Рэля-Джинса), корпускулярный – в области высоких частот (справедлива формула Вина).

Так как в разреженных газах и парах атомы практически не взаимодействуют друг с другом, то их спектры совпадают со спектрами отдельных атомов. Эксперименты показали, что спектры простейших атомов (водород, щелочные металлы) очень хорошо описываются на основе постулатов Бора.

Вывод формулы Планка основан в основном на классических представлениях. Существует и чисто квантовомеханический вывод формулы Планка, основанный на представлении самого электромагнитного поля как набора осцилляторов.

Теория излучения и поглощения Эйнштейна.

Будем считать, что у свободного (не подверженного внешним воздействиям) атома существует набор стационарных энергетических уровней E_1, E_2, E_3, \dots . Пусть атом находится в возбужденном состоянии с энергией E_2 . По классической теории он должен сразу же начать излучать, постепенно теряя энергию. По квантовой теории атом переходит из состояния E_2 в состояние E_1 мгновенно (скачком), испуская квант энергии (**спонтанное излучение**). Момент перехода невозможно указать точно, можно говорить лишь о вероятности перехода. Число переходов dN_{21} за время dt пропорционально числу атомов N_2 в возбужденном состоянии и времени:

$$dN_{21} = A_{21}N_2 dt,$$

где A_{21} - **коэффициент Эйнштейна** для спонтанного излучения.

Если нет процессов возбуждения, то

$$N_2(t) = N_{20}e^{-A_{21}t} = N_{20}e^{-t/\tau},$$

где $\tau = \frac{1}{A_{21}}$ - среднее время жизни в возбужденном состоянии.

Процесс спонтанного излучения носит случайный характер, следовательно, спонтанное излучение **некогерентно**.

Вспомним, что в волновой теории мы говорили о непрерывном радиационном затухании с характерным временем τ , что приводило к лоренцевой форме линии с шириной спектра $\Delta\nu \sim \frac{1}{\tau}$. При спонтанном излучении, которое происходит не непрерывно, а дискретно (скачками), говорят о среднем времени жизни на уровне $\tau = \frac{1}{A_{21}}$, следовательно, ширина спектра должна быть $\Delta\nu \sim \frac{1}{\tau} = A_{21}$. Вследствие статистического, случайного характера спонтанного излучения оно некогерентно.

При наличии внешнего излучения атом может переходить из основного в возбужденное состояние, поглощая квант света. Число таких переходов dN_{12} за время dt пропорционально числу атомов N_1 в основном состоянии и спектральной плотности энергии U_ω электромагнитного поля на частоте перехода ω :

$$dN_{12} = B_{12}N_1U_\omega dt,$$

где B_{12} - **коэффициент Эйнштейна** для поглощения излучения (не зависит от числа атомов N_1 и спектральной плотности U_ω).

Если система атомов находится в термодинамическом равновесии с излучением, то число переходов с излучением и число переходов с поглощением должны быть равны.

Для выполнения этого требования необходимо, чтобы существовал и переход, соответствующий **вынужденному** (индуцированному) **излучению** под действием внешнего поля. Это требование было впервые указано Эйнштейном. Аналогично поглощению, число таких переходов dN_{21} за время dt пропорционально числу атомов N_2 в возбужденном состоянии и спектральной плотности энергии U_ω электромагнитного поля на частоте перехода ω :

$$dN_{21} = B_{21}N_2U_\omega dt,$$

где B_{21} - **коэффициент Эйнштейна** для вынужденного излучения (не зависит от числа атомов N_2 и спектральной плотности U_ω).

В состоянии термодинамического равновесия баланс общего числа переходов, связанных с излучением и поглощением, имеет вид:

$$dN_{21} = N_2(A_{21} + B_{21}U_\omega)dt.$$

При этом для населенностей уровней N_1 и N_2 должно быть справедливо распределение Больцмана:

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right)} = e^{\left(-\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}.$$

При высокой температуре $\hbar\omega \ll kT$ можно пренебречь спонтанным излучением по сравнению с вынужденным, при этом $N_1 \approx N_2$. Тогда из условия равновесия следует равенство коэффициентов;

$$B_{21} = B_{12}.$$

В результате получаем:

$$dN_{12} = B_{12}N_1U_\omega dt = dN_{21} = N_2(A_{21} + B_{21}U_\omega)dt;$$

$$B_{21}N_2e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}U_\omega = N_2(A_{21} + B_{21}U_\omega);$$

$$U_{\omega}(T) = \frac{A_{21}/B_{21}}{\exp[\hbar\omega/kT] - 1},$$

т.е. спектральная плотность равновесного излучения совпадает с формулой Планка при условии связи между коэффициентами A_{21} и B_{21} :

$$A_{21}/B_{21} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}.$$

Таким образом, все три коэффициента Эйнштейна связаны между собой.

Отметим, что в отсутствие предложенного Эйнштейном вынужденного излучения условие равновесия имело бы вид:

$$dN_{12} = B_{12}N_1U_{\omega}dt = dN_{21} = A_{21}N_2dt,$$

откуда

$$U_{\omega} = \frac{A_{21}}{B_{12}} \cdot \frac{N_2}{N_1}.$$

Подставляя указанные выше выражения, получим классическую формулу Вина:

$$U_{\omega}(T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \exp\left[-\frac{\hbar\omega}{kT}\right],$$

справедливую в высокочастотной области спектра.

Отличительной особенностью вынужденного излучения является то, что испускаемый фотон неотличим от тех, которые вызвали его испускание, т.е. с точки зрения классической физики вынужденное излучение **когерентно** с исходным, которое вызвало его появление. Этот факт был доказан Дираком в 1927 году и нашел свое применение в **лазерах** - источниках мощного когерентного излучения.

Спектры различных веществ.

Как уже отмечалось, спектры разреженных газов и паров состоят из отдельных линий (**линейчатые** спектры). Излучение и поглощение возникает при переходах электронов с одного уровня на другой.

Для молекул спектры **линейчато-полосатые**. В молекулах, кроме электронных, существуют колебательные и вращательные переходы. В квантовой теории показывается, что энергия, приходящаяся на такие переходы, также квантуется (принимает дискретные значения). Энергия электронных переходов обычно больше энергии колебательных и вращательных, поэтому в системе энергетических уровней вблизи электронных располагаются ряд колебательных и вращательных уровней.

В твердых телах плотность вещества велика, атомы тесно связаны друг с другом, образуя, в частности, кристаллическую решетку. Вследствие взаимодействия отдельные атомарные уровни существенно расширяются, образуя зоны с очень близко расположенными уровнями. Поэтому, как и в классической теории, можно считать, что энергия изменяется непрерывно, а спектр излучения многих твердых тел – **сплошной**.

Люминесценция (по определению С.И.Вавилова) – свечение, представляющее собой избыток над тепловым излучением тела и продолжающееся в течение времени, существенно превосходящим период световых колебаний. Примеры люминесцентного излучения: северное сияние, свечение различных рыб и насекомых (особенно под действием ультрафиолетового излучения), минералов, гниющего дерева, различных красителей – **люминофоров**.

Человеческих глаз видит тепловое излучение только при температурах порядка 1000 К и выше, люминесценция возникает при любой температуре, поэтому ее часто называют холодным свечением.

При люминесценции между процессами поглощения и последующего излучения происходит целый ряд промежуточных процессов, сопровождающихся, как правило, поглощением энергии. По длительности свечения после прекращения воздействия различают **флуоресценцию** (быстрое затухание, $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-9}$ с) и **фосфоресценцию** (медленное затухание, τ от 10^{-8} до нескольких часов).

В люминесцирующих телах существует очень широкий набор энергетических уровней. При воздействии внешнего излучения атом переходит в возбужденное состояние, а затем с некоторой вероятностью может безизлучательно перейти на какой-либо другой энергетический уровень, и только после этого излучить квант. Как правило, при безизлучательных переходах осуществляется переход на более низкие уровни, поэтому спектр излучения сдвинут относительно спектра возбуждения в область более низких частот (**стоксова** люминесценция). Однако есть незначительная вероятность и получения возбужденным атомом энергии от соседних, в результате частота излучения может возрасти (**антистоксова** люминесценция).

Тушением называют уменьшение люминесценции при увеличении вероятности безизлучательных переходов по сравнению с излучательными. Такое тушение может произойти при повышении температуры, концентрации люминесцирующих молекул, добавление примесей.

Лазеры.

Для получения когерентного излучения лазера необходимо добиться, чтобы вынужденное излучение преобладало над

1) спонтанным излучением. Для этого необходимо создать в активной среде лазера высокую плотность излучения U_ω на частоте излучения лазера. Это достигается путем помещения активной среды в **оптический резонатор**, состоящий из двух параллельно установленных зеркал. Одно из них, называемое «глухим», имеет высокий коэффициент отражения (до 99 %), второе «полупрозрачное» - с меньшим коэффициентом отражения (от 50 % до 97 % в зависимости от активной среды), через которое выводится излучение.

2) поглощением света. Для этого необходимо создать в активной среде **инверсную населенность** рабочих уровней энергии, т.е. $N_2 > N_1$. Для этого используют такие механизмы **накачки**, как оптическое излучение, электрический разряд, электрический ток, химические реакции.

Лазер работает следующим образом. Сначала источник накачки, воздействуя на активное вещество, создает инверсную населенность, возникает спонтанное излучение во все стороны. Большая часть этого излучения покидает резонатор, но излучение, распространяющееся строго вдоль оси резонатора, в результате многократного отражения от зеркал, порождает вынужденное излучение, которое когерентно усиливается при прохождении через среду с инверсной населенностью.

Найдем условия возникновения **стационарной** (устойчивой) генерации лазера. Пренебрегая спонтанным излучением, получим для числа переходов между рабочими уровнями

$$dN = dN_{21} - dN_{12} = (N_2 B_{21} - N_1 B_{12}) U_\omega dt = (N_2 - N_1) B U_\omega dt,$$

где $B = B_{21} = B_{12}$.

Перейдем к привычному термину «интенсивность». Вспомним связь интенсивности I и объемной плотности энергии (в данном разделе обозначена U):

$$I = U \cdot c \quad (\text{размерность: } \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}).$$

Считая спектр излучения довольно узким ($\Delta\omega \ll \omega$), для спектральной плотности U_ω запишем:

$$U_{\omega} = \frac{U}{\Delta\omega}.$$

Так как N_1 - это концентрация атомов, измеряемая в (m^{-3}), то плотность энергии
 $dU = dN \cdot \hbar\omega$,

откуда

$$dI = dU \cdot c = dN \cdot \hbar\omega \cdot c.$$

$$\begin{aligned} dI &= (N_2 - N_1)B_{12} \cdot U_{\omega} \cdot \hbar\omega \cdot c \cdot dt = (N_2 - N_1)B_{12} \cdot \frac{U}{\Delta\omega} \cdot \hbar\omega \cdot c \cdot \frac{dz}{c} = \\ &= \frac{\hbar\omega}{c \cdot \Delta\omega} \cdot (N_2 - N_1)B_{12} \cdot I \cdot dz. \end{aligned}$$

Из приведенного соотношения следует, что приращение интенсивности dI света ($dI \sim dN$) пропорционально интенсивности I волны ($I \sim U_{\omega}$), длине активной среды dz ($dz \sim cdt$) и разности населенностей ($N_2 - N_1$). Отсюда следует закон изменения интенсивности

$$I(z) = I_0 \cdot e^{Gz},$$

где

$$G = \frac{\hbar\omega}{c \cdot \Delta\omega} \cdot (N_2 - N_1)B_{12}$$

- коэффициент, пропорциональный $(N_2 - N_1)$. Если длина активного элемента равна L , то коэффициент усиления k света за один проход резонатора равен

$$k = \frac{I(L)}{I_0} = e^{GL}.$$

При $G > 0$ (инверсная населенность) коэффициент усиления $k > 1$. Если коэффициенты отражения зеркал равны R_1 и R_2 , то амплитудное условие генерации лазера имеет вид

$$k^2 R_1 R_2 \geq 1.$$

Существует и фазовое условие генерации: чтобы в резонаторе возникла стоячая волна, на его длине L должно укладываться целое число длин полуволин

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2},$$

или в частотном представлении

$$\nu_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \frac{c}{2L} = n\Delta\nu,$$

где ν_n принято называть собственными частотами (или **модами**) резонатора, а $\Delta\nu$ - **межмодовым интервалом**. Обратим внимание, что собственные частоты ν_n резонатора дискретны и следуют с постоянным шагом $\Delta\nu$ по частоте – сравните с идеей Планка!

Ширина рабочего перехода лазера $\Delta\nu_{\text{лаз}}$ обычно много больше межмодового интервала $\Delta\nu$, таким образом, одновременно может генерироваться некоторое количество мод, называемых **продольными модами** резонатора.

Оценка параметров. При длине резонатора $L \approx 50\text{см}$ $\Delta\nu = \frac{c}{2L} = 3 \cdot 10^8$ Гц. Если

$\Delta\nu_{\text{лаз}} \approx 10^9 - 10^{10}$ Гц, то число продольных мод $N_{\text{прод}} \approx 3 - 30$. При длине резонатора $L \approx 10\text{см}$ лазер может работать в режиме генерации одной продольной моды (одночастотный режим).

Оценим ширину $\delta\lambda$ линии излучения для одной моды, используя ранее полученные формулы для интерферометра Фабри-Перо. Разрешающая способность A ИФП определяется по формуле:

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mF,$$

где резкость $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \approx \frac{\pi}{1-R}$, порядок $m \approx m_{\max} = \frac{2L}{\lambda}$.

Вспоминая определение добротности Q как $Q = \frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = A$, получим $Q \approx 10^5-10^6$, что приводит к длинам когерентности порядка нескольких метров.

Существуют и **поперечные моды** резонатора, наблюдаемые в поперечном сечении излучения лазера в виде отдельных пятен, расположенных регулярно. Если зеркала лазера плоские, то генерация обычно неустойчива – при малейшем отклонении от нормали пучок вследствие многократности отражений уходит за пределы резонатора. Поэтому чаще используют сферические зеркала, устанавливая их так, чтобы их фокусы совпадали (конфокальный резонатор). В этом случае возможны различные траектории хода лучей, удовлетворяющим фазовому условию генерации (см. рис.2), что приводит к возникновению поперечных мод.

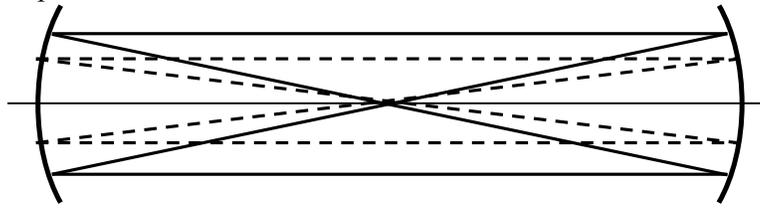


Рис. 2. Возможный ход лучей в конфокальном резонаторе.

Режим синхронизации (продольных) мод. Если в какой-то момент времени фазы всех мод одинаковы (или отличаются на величину, кратную 2π), то в результате сложения амплитуд получают значительную пиковую интенсивность:

$$I \approx N^2 \cdot I_0,$$

где N – число мод; I_0 – интенсивность каждой из мод. Через время $\tau = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{2L}{c}$ вновь все моды окажутся в фазе.

Нелинейные оптические явления.

(Бутиков, гл.10)

При распространении света в однородной изотропной среде обычно полагают, что поляризованность пропорциональна напряженности поля: $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$. Но такое материальное уравнение справедливо при напряженностях внешнего поля, существенно меньших напряженности поля в атоме.

В интенсивных лазерных пучках напряженность $E \approx 10^8-10^9$ В/м, т.е. сравнима с полями в атоме. В таких случаях поляризованность в рамках упрощенной модели можно считать равной

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\chi \vec{E} + \chi_2 E \cdot \vec{E} + \chi_3 E^2 \cdot \vec{E} + \dots) = \vec{P}_{\text{лин}} + \vec{P}_{\text{нелин}}.$$

где $\vec{P}_{\text{лин}} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$; $\vec{P}_{\text{нелин}} = \epsilon_0 (\chi_2 E \cdot \vec{E} + \chi_3 E^2 \cdot \vec{E} + \dots)$ –линейная и нелинейная части поляризованности.

(Механическая аналогия. Упругая сила, возвращающая осциллятор к положению равновесия, линейна по смещению лишь в первом приближении).

Так как $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, то из системы уравнений Максвелла следует волновое уравнение в виде:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}.$$

которое уже не является линейным. Следовательно, нарушается и принцип суперпозиции, что приводит к возможности возникновения различных нелинейно-оптических эффектов. (Поясняющий комментарий. Вспомним волновое уравнение в однородной изотропной немагнитной среде:

$$\Delta \vec{E} = \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Т.к в однородной среде. $\epsilon = 1 + \chi$, то

$$\begin{aligned} \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= \frac{\chi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \\ \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}. \end{aligned}$$

Воспользовавшись для нелинейной среды таким же обозначением $\epsilon = 1 + \chi$, получим:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}_{\text{нелин}}}{\partial t^2}$$

Одним из способов решения такого уравнения является метод последовательных приближений. В нулевом приближении $\vec{P}_{\text{нелин}} = 0$, решение имеет привычный вид плоской волны:

$$\vec{E}^{(0)}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}).$$

Данное приближение подставляется в выражение для $\vec{P}_{\text{нелин}}$:

$$\vec{P}_{\text{нелин}} = \epsilon_0 (\chi_2 E^{(0)} \cdot \vec{E}^{(0)} + \chi_3 E^{(0)2} \cdot \vec{E}^{(0)} + \dots).$$

В результате получают линейное, но неоднородное уравнение с известной правой частью. Их можно рассматривать как дополнительные источники волн, обусловленные нелинейной поляризованностью.

Рассмотрим отдельно явления, возникающие при квадратичной ($\chi_2 \neq 0$) и кубической ($\chi_2 = 0, \chi_3 \neq 0$) нелинейностях.

1. Квадратичная нелинейность ($\chi_2 \neq 0$).

В первом приближении, т.к.

$$\vec{P}_{\text{нелин}} = \epsilon_0 \chi_2 E \cdot \vec{E},$$

то, подставляя $\vec{E}(\vec{r}, t)$ из решения однородного уравнения, получаем для правой части неоднородного уравнения:

$$\vec{P}_{\text{нелин}} = \epsilon_0 \chi_2 E_0 \cdot \vec{E}_0 \cdot \cos^2(\omega t - \vec{k} \vec{r}) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi_2 E_0 \cdot \vec{E}_0 \cdot (1 + \cos 2(\omega t - \vec{k} \vec{r})).$$

Первое слагаемое не зависит от времени, что означает возникновение в такой нелинейной среде статической поляризованности, т.е. постоянного однородного

электрического поля, как в конденсаторе. Данный эффект называют оптическим детектированием, он позволяет получить информацию о форме сигнала (рис. 3).

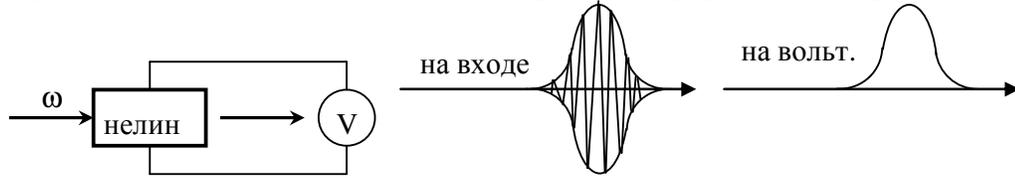


Рис. 3. Оптическое детектирование.

Второе слагаемое дает решение в виде волны на удвоенной частоте 2ω , т.е. в квадратичной нелинейной среде распространяются и первая, и вторая гармоники. Аккуратное решение волнового уравнения показывает, что по мере распространения амплитуда второй гармоники периодически изменяется, то получая, то отдавая свою энергию первой гармонике.

В первых экспериментах по генерации второй гармоники коэффициент преобразования был очень мал вследствие различных скоростей распространения гармоник из-за дисперсии. Однако в дальнейшем были подобраны анизотропные кристаллы, у которых показатели преломления обеих гармоник были одинаковы:

$$n(\omega) = n(2\omega)$$

- **фазовый** или **пространственный синхронизм**.

Такое возможно, в частности, в отрицательном одноосном кристалле KDP (читается: КДП), у которого $n_o(\omega) = n_e(2\omega)$. В результате на всей длине кристалла происходит перекачка энергии от первой гармоники ко второй.

В настоящее время в широко используемых зеленых лазерных указках происходит преобразование ИК ($\lambda=1,06$ мкм) излучения лазера на иттрий-алюминиевом гранате с неодимом во вторую гармонику ($\lambda_2=0,53$ мкм) с эффективностью в десятки процентов.

2. Кубическая нелинейность ($\chi_2 = 0, \chi_3 \neq 0$).

Из выражения для поляризованности

$$\vec{P} = \vec{P}_{лин} + \vec{P}_{нелин} = \epsilon_0 (\chi \vec{E} + \chi_3 E^2 \cdot \vec{E})$$

получаем для диэлектрической проницаемости:

$$\epsilon = 1 + \chi + \chi_3 E^2.$$

Вспоминая, что показатель преломления $n \sim \sqrt{\epsilon}$ и учитывая малость χ_3 , получим:

$$n = \sqrt{1 + \chi + \chi_3 E^2} \approx n_0 + n_2 E^2,$$

причем n_2 может иметь любой знак.

Если $n_2 > 0$, то в области высокой напряженности поля (на оси пучка) показатель преломления выше, что приводит к фокусировке пучка. Этот эффект был предсказан в 1962 году и впервые наблюдался в 1965 году.

Существует и эффект тепловой дефокусировки, когда на оси пучка происходит нагрев, вещество расширяется, и показатель преломления падает.