Глава 10

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПУЧКОВ

Выберем декартову систему координат так, чтобы волновой вектор был направлен вдоль оси Oz: $\mathbf{k}=\{0,\ 0,\ k\}$. В этом случае в любой плоскости z = const (плоскость волнового фронта) компоненты вектора $\mathbf{E}$ будут изменяться во времени по закону:

$$E_x = E_{x0}\cos\omega t, \quad E_y = E_{y0}\cos(\omega t+\varphi), \tag{10.2}$$

причем $\varphi(t)$=const.

В соответствии с (10.2) уравнение траектории движения конца вектора $\mathbf{E}$ в плоскости волнового фронта имеет вид:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2-2\frac{xy}{ab}\cos\varphi=\sin^2\varphi, \tag{10.3}$$

где введены обозначения: $x = E_x$, $y = E_y$, $a = E_{x0}$, $b = E_{y0}$.

Уравнение (10.3) описывает эллипс (см. рис. 10.3), главные оси которого (Ox' и Oy') ориентированы под углом θ_0 к осям декартовой системы координат (Ox и Oy). Если φ = 0 или $\varphi=\pi$, то эллипс вырождается в отрезок прямой (*линейная поляризация*): плоскость поляризации такой волны ориентирована под углом α к оси $0x$:

$$\operatorname{tg}\alpha=\pm\frac{b}{a}. \tag{10.4}$$

Если $\varphi = \pm\pi/2$ и $a = b$, уравнение (10.3) описывает окружность (*круговая поляризация*).

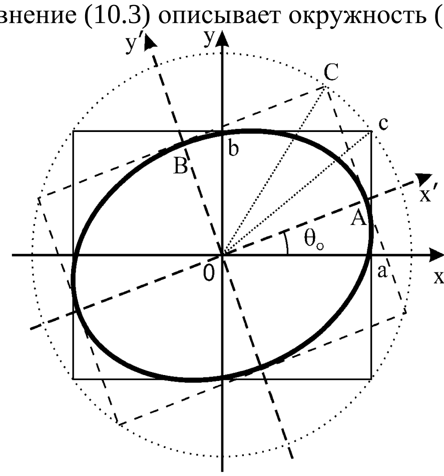

Рис. 10.3. Траектория движения конца вектора **E** в волне с эллиптической поляризацией

В полярной системе координат ($x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$) уравнение (10.3) имеет вид:

$$r^2\left[\left(\frac{\cos\theta}{a}\right)^2+\left(\frac{\sin\theta}{b}\right)^2-\frac{\sin 2\theta}{ab}\cos\varphi\right]=\sin^2\varphi. \tag{10.5}$$

Если продифференцировать обе части (10.5) по θ и учесть, что в направлении главных осей эллипса поляризации (θ_o и $\theta_o+\pi/2$) производная $\frac{\partial r}{\partial\theta}=0$, то получим:

$$\operatorname{tg}2\theta_0=\frac{2ab}{a^2-b^2}\cos\varphi, \tag{10.6}$$

или

$$\operatorname{tg}2\theta_0=\operatorname{tg}2\alpha\cdot\cos\varphi. \tag{10.7}$$

При переходе к системе координат $x'Oy'$, повернутой относительно xOy на угол θ_0, уравнение эллипса поляризации преобразуется к виду:

$$\left(\frac{x'}{A}\right)^2+\left(\frac{y'}{B}\right)^2=1, \qquad (10.8)$$

причем

$$A^2+B^2=a^2+b^2=c^2\sim I_0, \qquad (10.9)$$

$$AB=ab\left|sin\varphi\right|, \qquad (10.10)$$

$$\left(\frac{B}{A}\right)^2=\frac{1-\sqrt{1-\sin^2 2\alpha\cdot\sin^2\varphi}}{1+\sqrt{1-\sin^2 2\alpha\cdot\sin^2\varphi}}. \qquad (10.11)$$

Если обозначить:

$$\frac{B}{A}=\mathrm{tg}\alpha', \qquad (10.12)$$

то

$$\sin 2\alpha'=\sin 2\alpha\cdot\sin\varphi. \qquad (10.13)$$

10.2. Задачи с решениями

Задача 10.2.1. Один поляроид пропускает 30% естественного света. После прохождения света через два таких поляроида интенсивность падает до 9%. Найти угол θ между главными направлениями поляроидов.

Решение:

Поскольку идеальный поляроид пропускает 50% естественного света, то в случае использования неидеального поляроида интенсивность линейно поляризованного света на его выходе равна

$$I_1=0{,}5\cdot\gamma\cdot I_{\text{ест}},$$

где γ – коэффициент изотропного пропускания материала, из которого изготовлен поляроид. Так как по условию задачи

$$I_1=0{,}3\cdot I_{\text{ест}},$$

то $\gamma=0{,}6$.

С учетом закона Малюса (10.1) интенсивность света на выходе второго поляроида равна

$$I_2=\gamma\cdot I_1\cos^2\theta,$$

где θ – угол между главными направлениями поляроидов, а по условию задачи

$$I_2=0{,}09\cdot I_{\text{ест}}.$$

Таким образом, получаем

$$\cos^2\theta=0{,}5,$$

а искомый угол θ между главными направлениями поляроидов равен 45°.

Ответ: θ = 45°.

Задача 10.2.2. Смесь естественного света с линейно поляризованным анализируется с помощью николя (поляризационная призма). Определить степень поляризации света P, если при повороте анализатора на угол α=60° из положения, соответствующего максимуму пропускания, интенсивность света за николем уменьшается в η = 2 раза.

Решение:

С учетом свойств идеального поляризатора и закона Малюса (10.2) интенсивность света за николем равна

$$I(\theta)=0{,}5\cdot I_{\text{ест}}+I_{\text{л}}\cdot\cos^2\theta,$$

где $I_{\text{ест}}$ и $I_{\text{л}}$ – интенсивности соответственно неполяризованной и линейно поляризованной компонент, θ – угол между плоскостью поляризации линейно поляризованной компоненты и главным направлением николя.

Следовательно:

$$I_{\max}\equiv I(\theta=0)=0{,}5\cdot I_{\text{ест}}+I_{\text{л}},$$

$$I_\alpha \equiv I(\theta = \alpha) = 0{,}5 \cdot I_{\text{ест}} + I_{\text{л}} \cdot \cos^2\alpha$$

где α – угол, на который поворачивают анализатор.

Так как по условию задачи

$$I_{\max} = \eta \cdot I_\alpha ,$$

где $\eta = 2$, то

$$\frac{I_{\text{ест}}}{I_{\text{л}}} = \frac{2 \cdot \left(1 - \eta\cos^2\alpha\right)}{\eta - 1} = 1$$

и, в соответствии с (10.20), степень поляризации света:

$$P = \frac{I_{\text{л}}}{I_{\text{ест}} + I_{\text{л}}} = 0{,}5 .$$

Ответ: $P = 0{,}5$.

Задача 10.2.3. Некогерентная смесь линейно поляризованного света и света, поляризованного по кругу, рассматривается через поляроид. При повороте поляроида из положения, соответствующего максимуму интенсивности прошедшего света, на угол $\alpha = 30°$ интенсивность света уменьшается на 20%. Найти отношение интенсивностей $I_{\text{к}}$ и $I_{\text{л}}$ соответственно циркулярно и линейно поляризованных компонент.

Решение

С учетом свойств идеального поляризатора и закона Малюса (10.1) интенсивность света за поляроидом равна

$$I(\theta) = 0{,}5 \cdot I_{\text{к}} + I_{\text{л}} \cdot \cos^2\theta ,$$

где $I_{\text{к}}$ и $I_{\text{л}}$ – интенсивности соответственно циркулярно и линейно поляризованных компонент, θ – угол между плоскостью поляризации линейно поляризованной компоненты и главным направлением поляроида.

Следовательно:

$$I_{\max} \equiv I(\theta = 0) = 0{,}5 \cdot I_{\text{к}} + I_{\text{л}} ,$$

$$I_\alpha \equiv I(\theta = \alpha) = 0{,}5 \cdot I_{\text{к}} + I_{\text{л}} \cdot \cos^2\alpha$$

и по условию задачи

$$I_{\max} - I_\alpha = 0{,}2 \cdot I_{\max} .$$

Так как α=30°, то

$$I_{\text{к}} = 0{,}5 \cdot I_{\text{л}} .$$

Ответ: $\dfrac{I_{\text{к}}}{I_{\text{л}}} = 0{,}5$.