Атомная физика

Предмет и порядки величин атомной физики

Первые модели атома

Фундаментальные взаимодействия

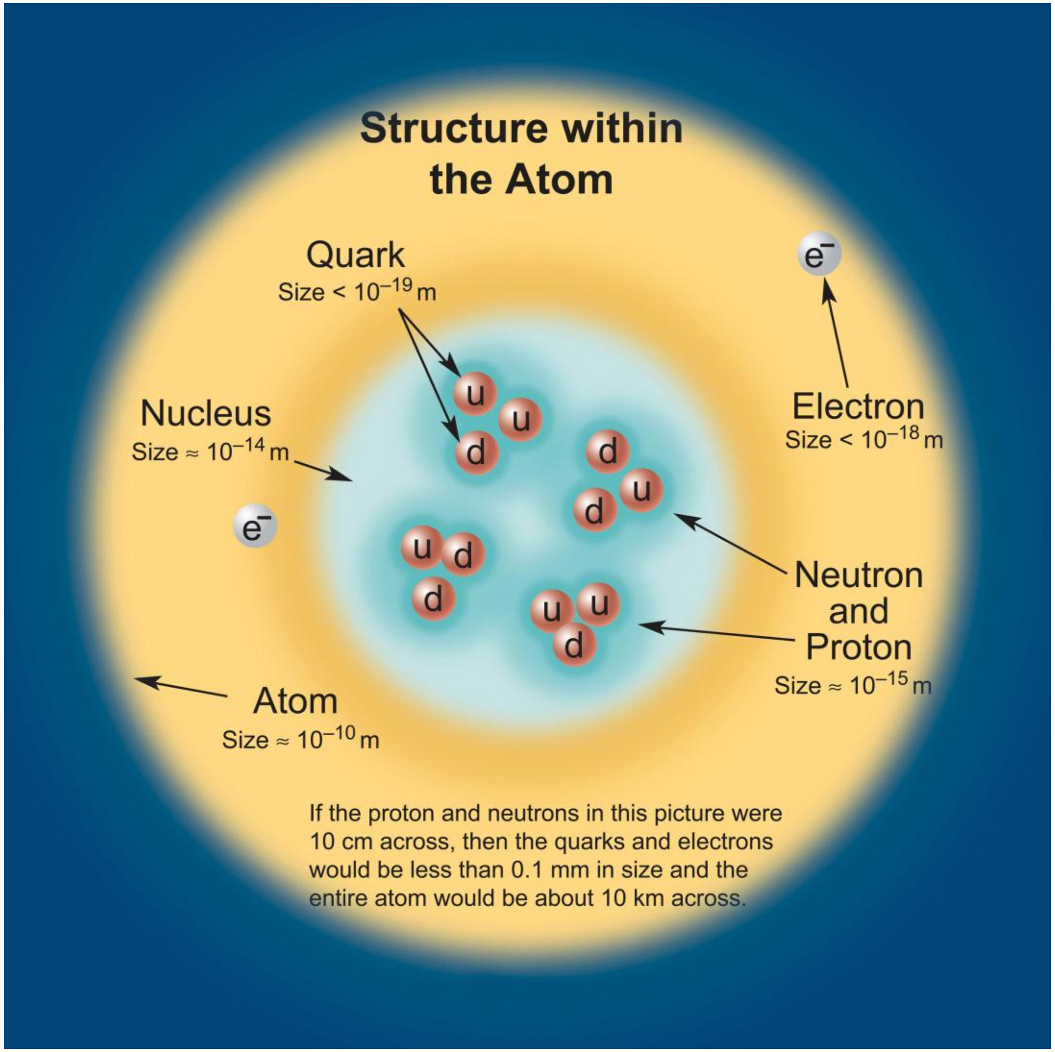
Properties of the Interactions

The strengths of the interactions (forces) are shown relative to the strength of the electromagnetic force for two u quarks separated by the specified distances.

Property	Gravitational Interaction	Weak Interaction (Electroweak)	Electromagnetic Interaction	Strong Interaction
Acts on:	Mass – Energy	Flavor	Electric Charge	Color Charge
Particles experiencing:	All	Quarks, Leptons	Electrically Charged	Quarks, Gluons
Particles mediating:	Graviton (not yet observed)	W^+ W^- Z^0	γ	Gluons
Strength at 10^{-18} m	10^{-41}	0.8	1	25
Strength at 3×10^{-17} m	10^{-41}	10^{-4}	1	60

http://www.cpepweb.org/ Предмет и порядки величин атомной физики.

Строение атома



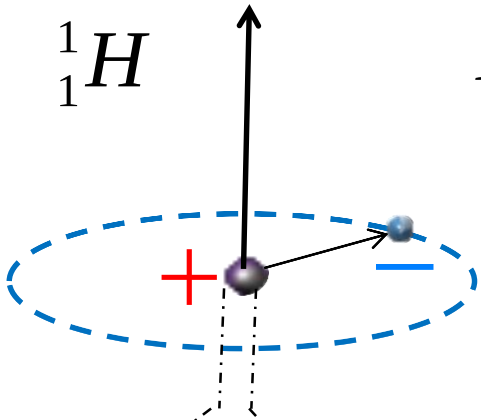
http://www.cpepweb.org/ Предмет и порядки величин атомной физики.

Порядки физических величин в атомной физике

$$СИ: e^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} e^2$$

Атом водорода

$${}_1^1H$$



$$R_{ядра} \approx r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 \approx 1.2 \cdot 10^{-15}\,м$$

$$10^{-15}\,м = 1\,Ферми$$

Момент импульса

$$L = r_1 p = \hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot с$$

$$r_1 = a_0 \approx 0.53 \cdot 10^{-10}\,м$$ **Первый Боровский радиус**

$$E_1 = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r_1} = -13.6\,эВ$$ **Энергия основного состояния**

Оценим размер атома водорода

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad r \approx \Delta x \quad p \approx \Delta p$$

$$E(r) = \frac{\hbar^2}{r^2 2m} - \frac{e^2}{r} \Rightarrow \frac{dE}{dr} = -\frac{\hbar^2}{r^3 m} + \frac{e^2}{r^2} = 0$$

$$r_1 = a_0 = \frac{\hbar^2}{e^2 m} \approx 0.53 \cdot 10^{-10}\,м$$

Порядки физических величин в атомной физике

Постоянная Планка	**h=6.63 10^{-34} Дж с**
	$\hbar$=1.05 10^{-34} Дж с
Элементарный заряд	e=1.60 10 $^{-19}$ Кл
Масса электрона	m=0.91 10^{-30} кг
Масса протона	M=1.67 10^{-27} кг
Постоянная Больцмана	k=1.38·10^{-23} Дж/К
Скорость света	c = 3.00 10^{8} м/с
Гравитационная постоянная	G = 6.67 10^{-11} $м^3/(кгс^2)$
Постоянная Авогадро	N_A=6.02 10^{23} $моль^{-1}$
Атомная единица массы	1 а.е.м. = 1.67 10^{-27} кг

Электронвольт $$1эВ = 1.6 \cdot 10^{-19}\,Дж$$

Тепловая энергия (T=293К) kT=0.025эВ=1/40 эВ

Энергия покоя электрона mc^2=0.51 МэВ

Естественные единицы атомной физики

Фундаментальные константы: $\hbar$, *m*, *e*, *c*

m — единица массы

mc^2 *— единица энергии* - энергия покоя электрона = 0.51 МэВ

$$\frac{\hbar}{mc}$$ *— единица длины* - Комптоновская длина волны электрона λ_c = 3.86 10^{-13} м

$$\frac{\hbar}{mc^2}$$ *— единица времени*

Электростатическая энергия отталкивания двух электронов, находящихся на единичном расстоянии :

$$\alpha = \frac{e^2 / \frac{\hbar}{mc}}{mc^2} = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

Постоянная тонкой структуры α характеризует величину электромагнитного взаимодействия

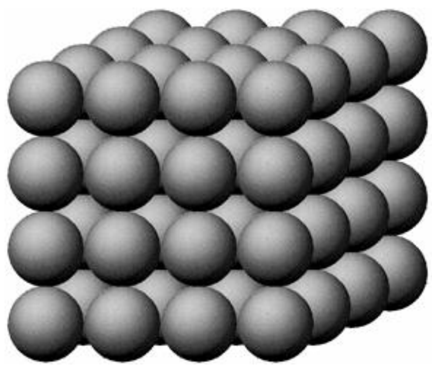
Проблема стабильности и размера атомов

Оценка размера атома

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{N_A V_0}$$

$$V_0 = (2R)^3$$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}$$



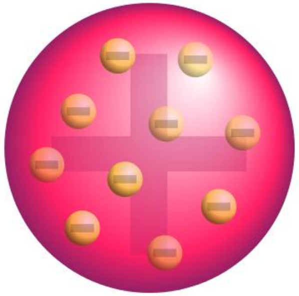
	ρ, г/см^3	A	R, нм
C	3.5	12	0.09
Al	2.7	27	0.13
Fe	7.8	56	0.12
Pt	21.4	195	0.12

Оценка размера электрона

$$mc^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_e}$$

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2} = 2.8 \cdot 10^{-15}\,м$$

Размеры атомов слабо зависят от плотности и атомного веса



Модель атома Томсона (1903)

Атом водорода: при отклонении электрона на расстояние *r* от центра равномерно заряженного шара возникает возвращающая сила $\vec{F}=-e\vec{E}=-k\vec{r}$. **Классический осциллятор!**

$$R\approx 10^{-10}\,м$$

$$Из\ теоремы\ Гаусса:\ 4\pi r^2 E=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{\varepsilon_0}\qquad \rho=\frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3}\qquad \vec{F}=-e\vec{E}=-k\vec{r}\qquad k=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

$$m\ddot{\vec{r}}=-k\vec{r}\qquad r=A\cos(\omega t+\varphi)\qquad \omega^2=\frac{k}{m}\qquad R\approx 0.5\cdot 10^{-10}\,м\ \rightarrow\ \omega=1.5\cdot 10^{16}\,c^{-1}\ \rightarrow\ \lambda\approx 125\ нм$$

Движущийся с ускорением *a* электрон должен терять энергию за счет излучения:

$$-\frac{dE}{dt}=\left\langle P_{излучения}\right\rangle=\left\langle\frac{2e^2}{3c^3}a^2\right\rangle\qquad E=\frac{m\dot{r}^2}{2}+\frac{m\omega^2 r^2}{2}=\frac{m\omega^2}{2}A^2$$

$$-\frac{dE}{dt}=\frac{e^2}{3c^3}\omega^4 A^2=\gamma E\quad\rightarrow\quad \gamma=\frac{2e^2\omega^2}{3c^3 m}$$

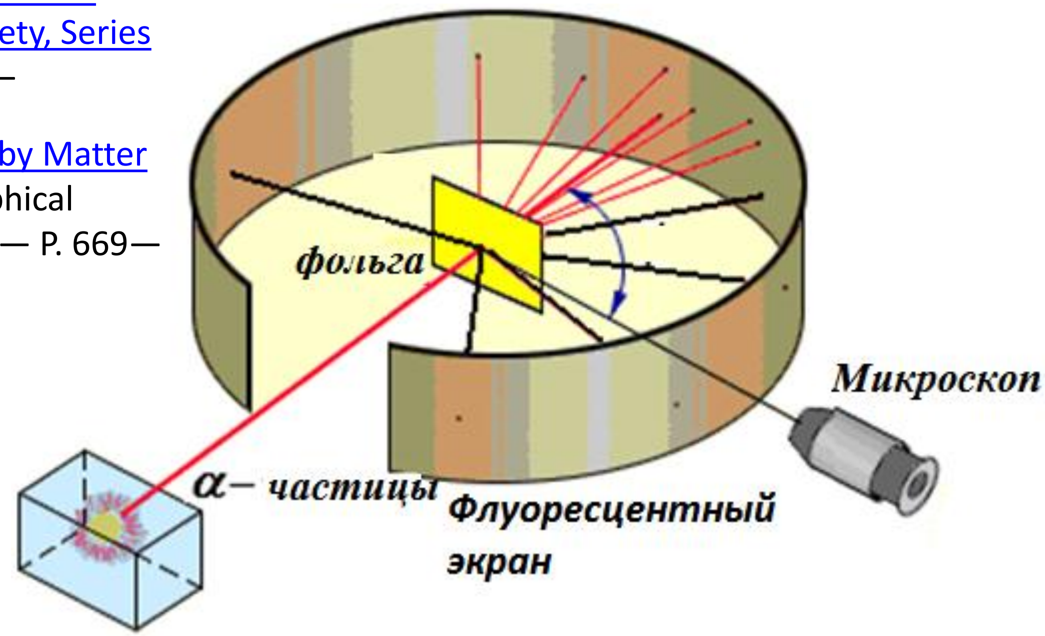
$$E(t)=E_0 e^{-\gamma t}\quad время\ жизни\ \tau=\frac{1}{\gamma}\approx 10^{-8}\,c$$

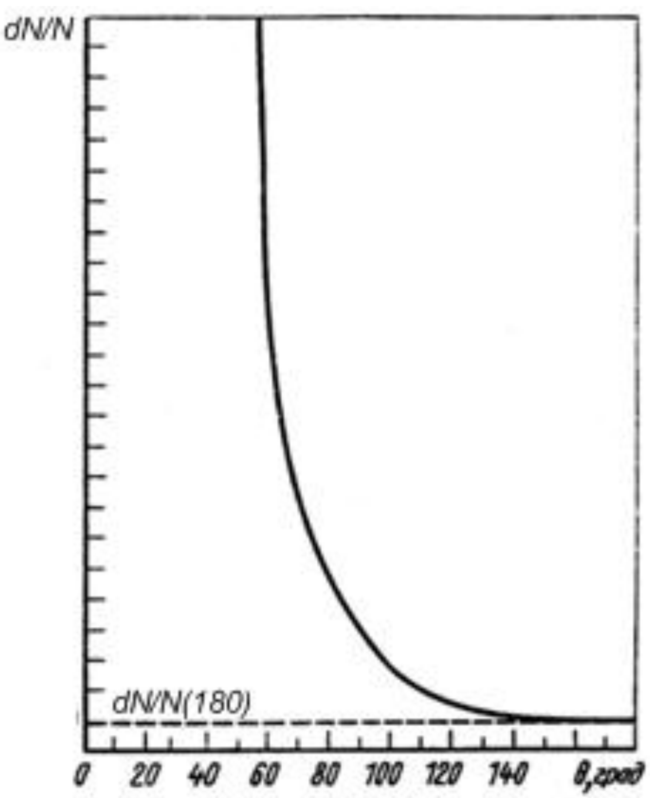
Атом Томсона стабилен: теряя энергию электрон возвращается в исходное состояние.

Несостоятельность модели атома Томсона

Geiger H., Marsden E. On a Diffuse Reflection of the α-Particles (англ.) // Proceedings of the Royal Society, Series A : journal. — 1909. — Vol. 82. — P. 495—500. —

Rutherford E. The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom (англ.) // Philosophical Magazine, Series 6 : journal. — 1911. — Vol. 21. — P. 669—688.

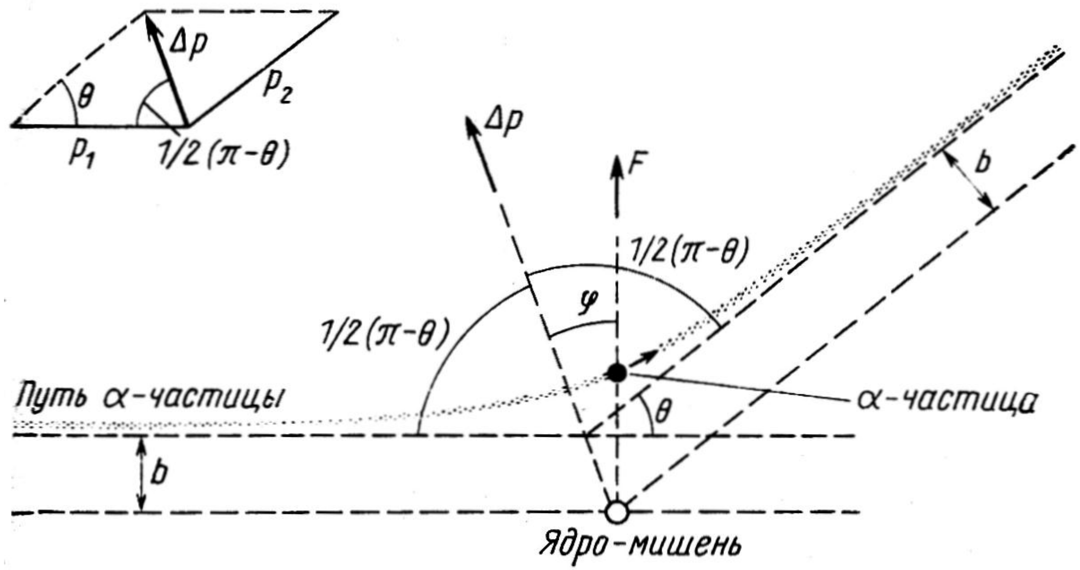




В 1909 году Ганс Гейгер и Эрнст Марсден (Hans Geiger and Ernest Marsden) обнаружили отклонение альфа-частиц на большие углы при их прохождении через тонкую (~1 мкм) золотую фольгу. На углы более 90^{o} рассеивалась приблизительно одна из 8000 альфа-частиц.

Отклонение на большие углы Резерфорд объяснил тем, что положительный заряд сконцентрирован в малой области (ядре), размером около 10^{-14} м.

Резерфордовское рассеяние



$$\Delta p = 2mv\sin\frac{\theta}{2} \qquad \Delta p = \int F\cos\varphi dt$$

$$2mv\sin\frac{\theta}{2} = \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{+\frac{\pi-\theta}{2}} F\cos\varphi \frac{dt}{d\varphi} d\varphi$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega \qquad mr^2\omega = mvb = const \qquad F = \frac{qq_0}{r^2}$$

$$2mv\sin\frac{\theta}{2} = \frac{qq_0}{vb}\int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{+\frac{\pi-\theta}{2}} \cos\varphi d\varphi = \frac{qq_0}{vb} 2\cos\frac{\theta}{2}$$

$$\boxed{tg\frac{\theta}{2} = \frac{qq_0}{2bK}}$$

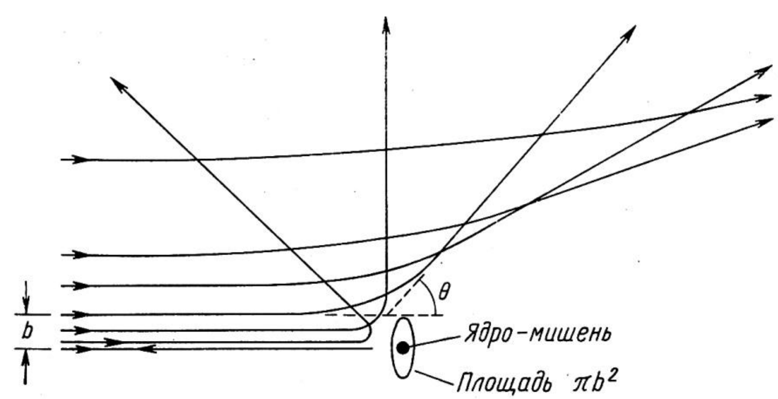
q, q_0 – заряд частицы и ядра,
K – начальная кинетическая энергия частиц (вдали от ядра)

Относительное число частиц, рассеянных на углы от 180 до θ

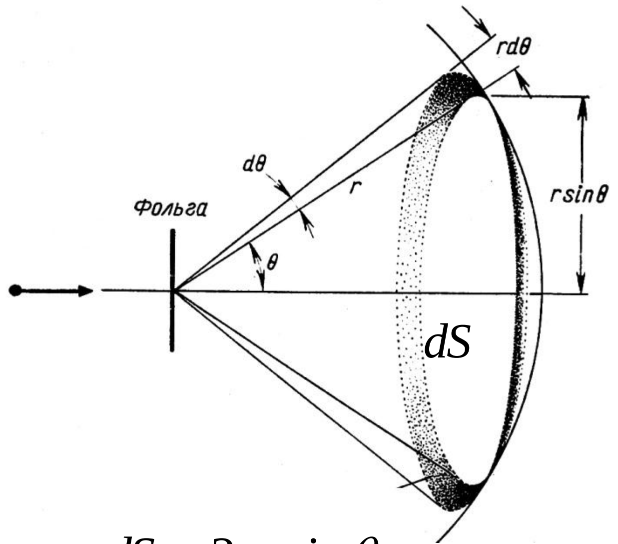
$$\frac{dN}{N} = n\sigma = n\pi b^2$$

σ - эффективное сечение рассеяния

n - число атомов на единицу поверхности



Формула Резерфорда



$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{2\pi r\sin\theta}{r^2} r d\theta = 2\pi\sin\theta d\theta$$

$$tg\frac{\theta}{2} = \frac{qq_0}{2bK} \Rightarrow b = \frac{qq_0}{2K} ctg\frac{\theta}{2}$$

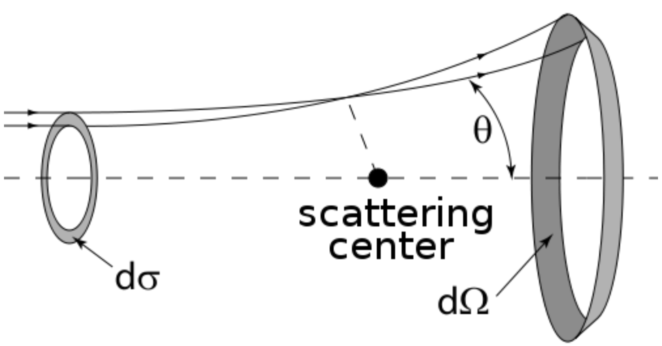
$$db = -\frac{qq_0}{2K}\frac{d\theta}{2\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

Относительное число частиц, рассеянных на углы от θ до θ+*d*θ

$$\frac{dN}{N} = nd\sigma = n2\pi b db = n\left(\frac{qq_0}{2K}\right)^2 \frac{2\pi\sin\theta d\theta}{4\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

$$2\pi\sin\theta d\theta = d\Omega$$

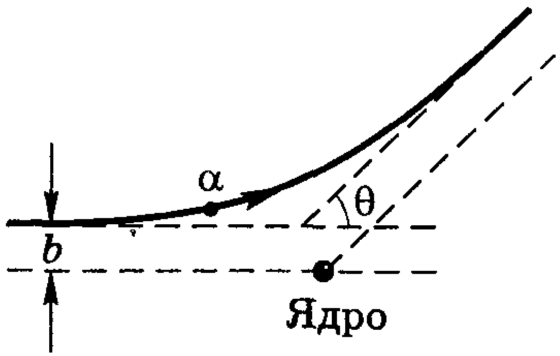
$$\boxed{\frac{dN}{N} = n\left(\frac{qq_0}{4K}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}} = n\frac{d\sigma}{d\Omega}d\Omega}$$



n-число атомов на единицу поверхности,
q, q_0 – заряд частицы и ядра,
K – начальная кинетическая энергия частиц (вдали от ядра),
dσ/dΩ – дифференциальное сечение рассеяния

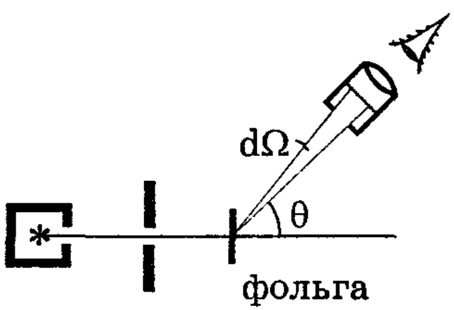
Модель атома Резерфорда. Экспериментальное доказательство существования атомного ядра (1911)

Относительное число рассеянных частиц в телесный угол dΩ:



$$\frac{dN}{N} = n\left(\frac{qq_0}{4K}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\theta/2)}$$

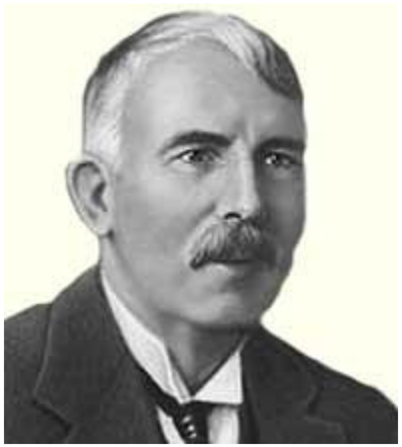
формула Резерфорда



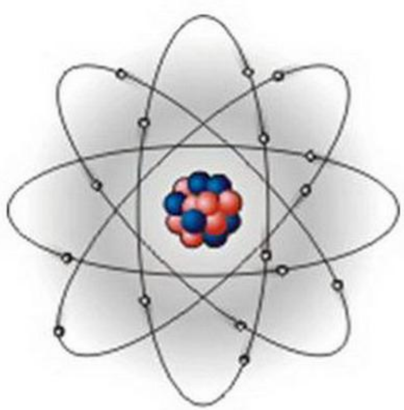
$$dN \cdot \sin^4(\theta/2) = \text{const.}$$

n-число атомов на единицу поверхности, q, q_0 – заряд частицы и ядра,
К – начальная кинетическая энергия частиц (вдали от ядра)

Проблема стабильности атома



Эрнест Резерфорд
1871-1937



Директор Кавендишской лаборатории (с 1919). Открыл (1899) альфа-лучи, бета-лучи и установил их природу. Создал (1903, совместно с Фредериком Содди) теорию радиоактивности. Предложил (1911) планетарную модель атома. Осуществил (1919) первую искусственную ядерную реакцию. Предсказал (1921) существование нейтрона. Нобелевская премия (1908).

Радиационная неустойчивость модели атома Резерфорда: по классической физике, движущийся с ускорением *a* электрон должен терять энергию за счет излучения и падать на ядро.

$$-\frac{dE}{dt} = P_{излучения} = \frac{2e^2}{3c^3}a^2$$

$$\boxed{СИ: e^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}e^2}$$

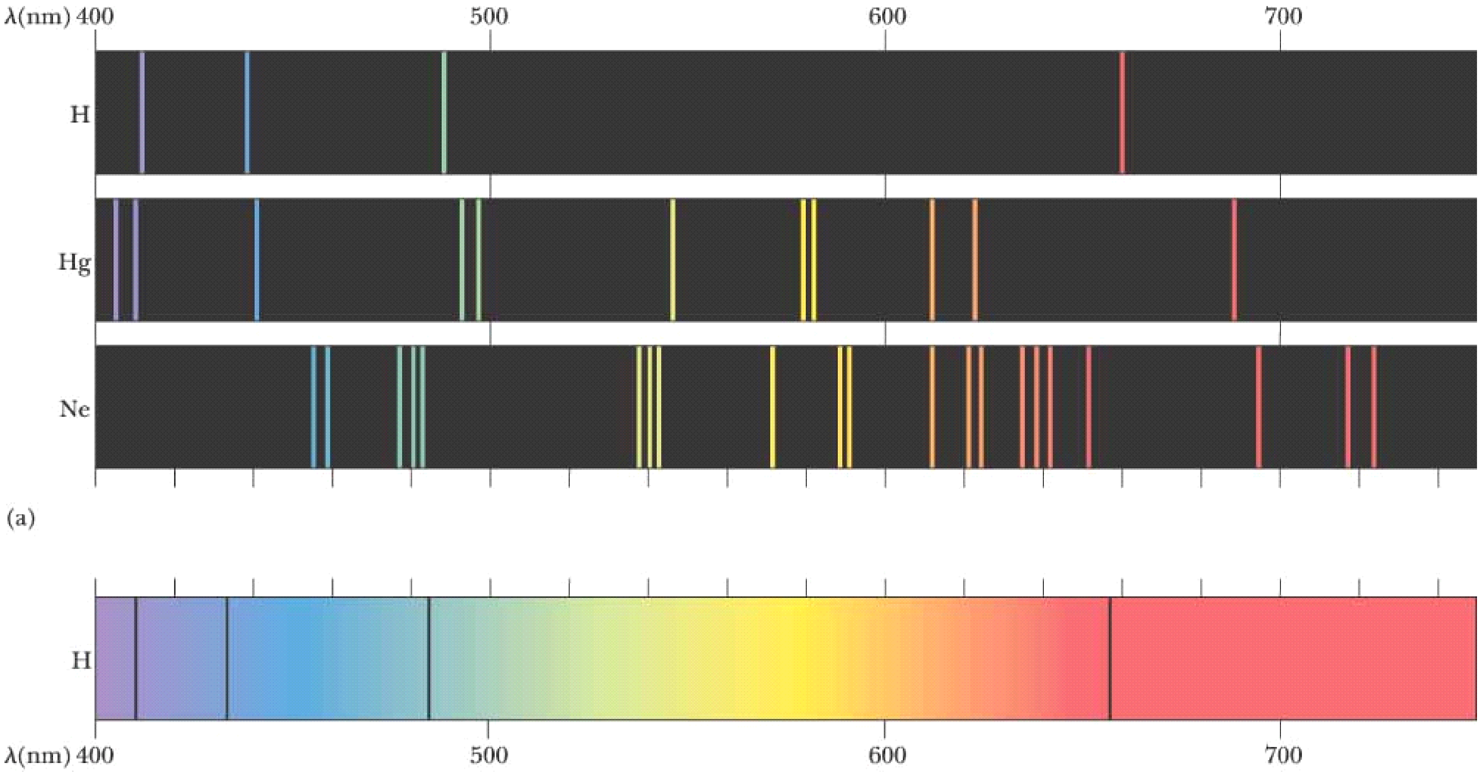
$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r}$$

$$-\frac{dE}{dt} = -\frac{dE}{dr}\frac{dr}{dt} = -\frac{e^2}{2r^2}\frac{dr}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3}\left(\frac{e^2}{mr^2}\right)^2$$

$$-r^2dr = \frac{4e^4}{3m^2c^3}dt \;\rightarrow\; интегрируя,\ получаем$$

$$время\ жизни\ \tau = \frac{m^2c^3r^3}{4e^4} \approx 1.3\cdot 10^{-11}c$$

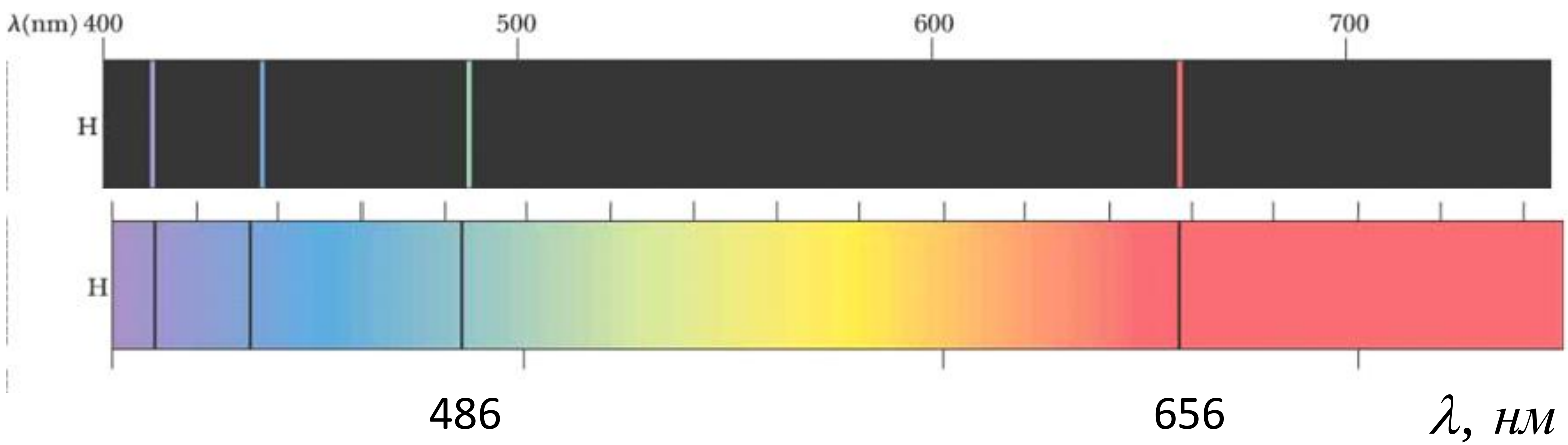
Дискретность атомных спектров



(a)
(b)

Дискретность атомных спектров

Спектры излучения и поглощения атомарного водорода в видимой области



$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 3, 4, \ldots$$

Формула Бальмера (1885)

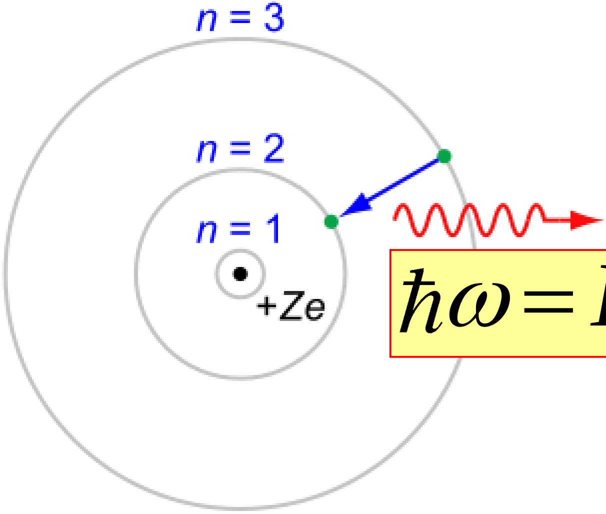
$$R \approx 109737\ см^{-1}$$

постоянная Ридберга

Постулаты Бора (1913)

1) Атом может находиться в определенных *стационарных состояниях*, которые характеризуются дискретными уровнями энергии $E_1, E_2, \dots$. В этих состояниях атом не излучает и не поглощает энергию.

2) При переходе атома из одного стационарного состояния в другое он излучает (поглощает) квант света (фотон) с энергией



$$\boxed{\hbar\omega = E_3 - E_2}$$

Правило квантования Бора

Принцип соответствия:

По классической физике, электрон , движущийся по круговой орбите с угловой скоростью ω, излучает на частоте ω.
По Планку, энергия излучателя квантуется.

Энергия электрона на орбите

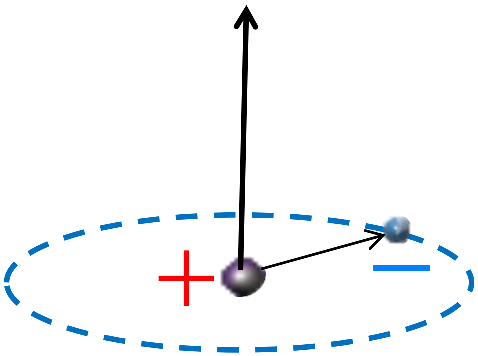
$$|E| = \left|\frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{r}\right| = \left|-\frac{e^2}{2r}\right| = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega r)^2$$

$$\textit{По Планку}: \; E_n = \alpha n\hbar\omega$$

$$\textit{Бор}: \; \textit{пусть} \; \alpha = \frac{1}{2} \; \textit{тогда}:$$

$$\boxed{L = rmv = n\hbar}$$

Боровский радиус орбиты и энергия электрона водородоподобных систем (H, He$^+$,Li^{++} …)



уравнение движения $m\dfrac{\mathrm{v}^2}{r}=\dfrac{Ze^2}{r^2}$

правило квантования $L=m\mathrm{v}r=n\hbar$

энергия $E=E_{кин}+U=\dfrac{mv^2}{2}-\dfrac{Ze^2}{r}=-\dfrac{Ze^2}{2r}$

$\boxed{СИ: e^2=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}e^2}$

$$\mathrm{v}_n=\frac{Ze^2}{\hbar n}=\frac{Z\alpha c}{n} \qquad \mathrm{v}_1(Z=1)\approx\frac{c}{137}$$

$$r_n=\frac{\hbar^2}{me^2}\frac{n^2}{Z}, \qquad r_1(Z=1)\approx 0{,}53\cdot 10^{-10}\,м=0{,}53\mathring{A}$$

$$E_n=-\frac{me^4}{2\hbar^2}\frac{Z^2}{n^2} \quad\Rightarrow\quad E_1(Z=1)=-13{,}6эВ$$

конец таблицы Менделееева: $\mathrm{v}_n=\dfrac{Z\alpha c}{n}\Rightarrow Z_{\max}=137$!

Основное состояние атома водорода

Естественные единицы атомной физики

m — единица массы

mc^2— единица энергии - энергия покоя электрона = 0.51 МэВ

$\frac{\hbar}{mc}$ *— единица длины* - Комптоновская длина волны электрона λ_c= 3.86 10^{-13}м

Постоянная тонкой структуры α характеризует величину электромагнитного взаимодействия и равна электростатической энергия двух электронов, находящихся на единичном расстоянии (в этих единицах):

$$\alpha = \frac{e^2 / \frac{\hbar}{mc}}{mc^2} = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

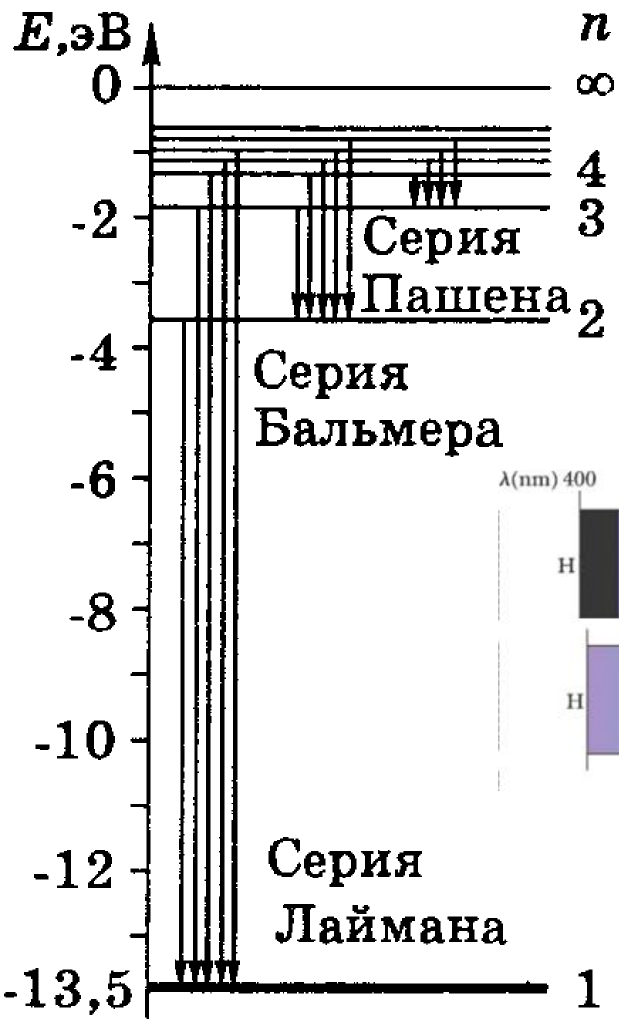
Основное состояние атома водорода

Скорость электрона $\mathrm{v} = \sqrt{e^2 / m a_0} = \alpha c$

Первый боровский радиус $a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2} = \frac{\lambda_c}{\alpha}$

Энергия ионизации $E_1 = \frac{e^2}{2a_0} = \frac{e^4 m}{2\hbar^2} = \frac{1}{2}\alpha^2 mc^2$

Спектральные серии атома водорода

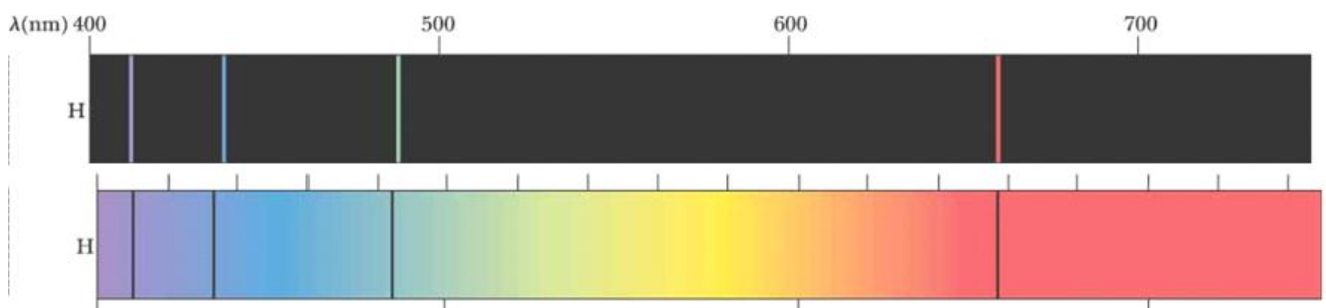


$$\hbar\omega = E_n - E_k = R_y\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right)$$

$$R_\infty = \frac{R_y}{\hbar 2\pi c} = 10973731\,м^{-1}$$

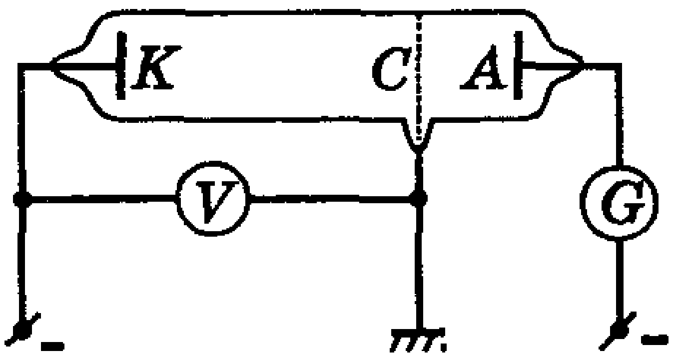
постоянная Ридберга

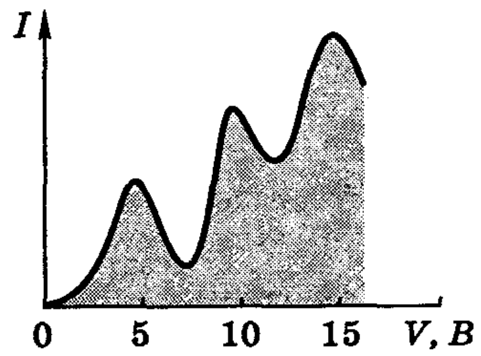


серия	граница, нм	головная, нм	диапазон
Лаймана	91,18	121,6	УФ
Бальмера	364,7	656,5	УФ, видимый
Пашена	820,6	1875,6	ИК

Эксперименты Франка и Герца (1913)

Экспериментальное доказательство дискретной структуры атомных уровней.





Пары Hg   1 мм рт. ст.

4.9эВ   λ=2536Å

Правило квантования Бора, как следствие волновых свойств электрона

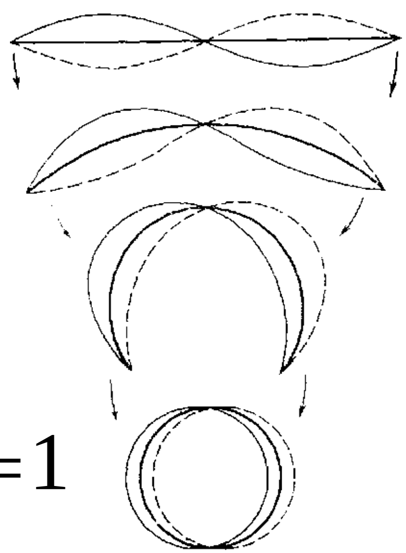
В атоме водорода электрон движется по круговым орбитам, для которых его момент импульса равен

$$L = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3\ldots$$

Правило квантования Бора по де Бройлю

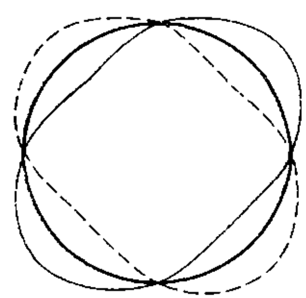
$$L = r_n p = n\hbar \quad \Rightarrow \quad 2\pi r_n = n\lambda$$

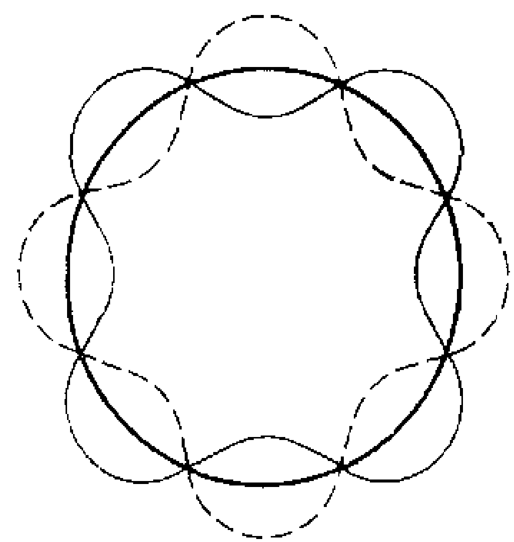
Длины орбит кратны длине волны $\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}}$



$n = 1$

$n = 2$





$n = 4$

Изотопический эффект

$$\hbar\omega = E_n - E_k = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\frac{me^4Z^2}{2\hbar^2}\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right) = Z^2 Ry\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right)$$

$$Ry = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\frac{me^4}{2\hbar^2} = 13.6 эВ \qquad E_{связи} = E_{ионизации} = Z^2 Ry$$

Для учета конечности массы ядра, вместо ***m*** подставляем приведенную массу

$$\mu = \frac{mM}{M+m} \qquad Ry\left(\frac{\mu}{m}\right) = \frac{Ry}{1+\frac{m}{M}} \approx Ry\left(1-\frac{m}{M}\right)$$

Сдвиг линий для изотопов водорода:

Для дейтерия $$Ry(D) - Ry(H) = Ry\frac{m}{2M} \approx 2.7\cdot 10^{-4} Ry$$

Для трития $$Ry(T) - Ry(H) = Ry\frac{2m}{3M} \approx 3.6\cdot 10^{-4} Ry$$

Открытие дейтерия

Содержание дейтерия в обычном водороде 1 к 6000, поэтому интенсивность линий дейтерия крайне мала. В 1932 году Г.К. Юри заметил в спектре обогащенного водорода новые, очень слабые линии. При этом сдвиг этих линий по отношению к линиям водорода соответствовал проведенному им квантово-механическому расчету для атома дейтерия. **Так был открыт дейтерий!**

Задача. Используя теорию Бора найдите разность длин волн $\Delta\lambda$ между головными линиями серии Бальмера для водорода и дейтерия.

Найдем постоянные Ридберга для водорода и дейтерия с учетом их масс, подставляя вместо массы электрона, соответствующую приведенную массу μ :

$$R_H = R_\infty \frac{\mu_H}{m} = \frac{R_\infty}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)} = \frac{10973731}{\left(1+\dfrac{1}{1836}\right)} = 10967758\ м^{-1}$$

$$R_D = R_\infty \frac{\mu_D}{m} = \frac{R_\infty}{\left(1+\dfrac{m}{2M}\right)} = \frac{10973731}{\left(1+\dfrac{1}{2\cdot 1836}\right)} = 10970741\ м^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_H} = R_H\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right) = R_H\frac{5}{36}$$

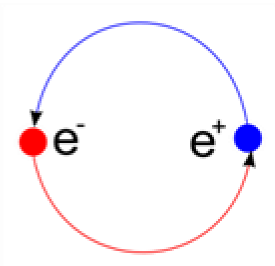
$$\frac{1}{\lambda_D} = R_D\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right) = R_D\frac{5}{36}$$

Откуда

$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{36}{5}\left(\frac{1}{R_H}-\frac{1}{R_D}\right) = 1{,}73\cdot 10^{-10}\ м}$$

Экзотические атомы

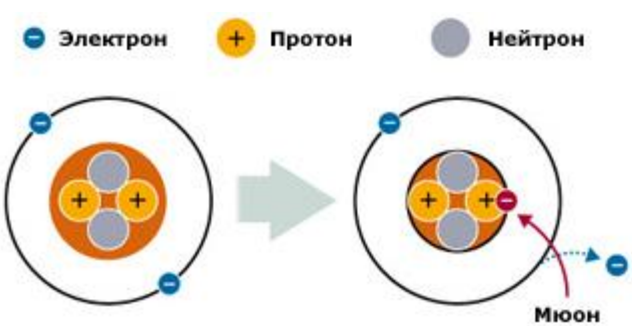
Позитроний Ps



$$E_n = -\frac{\alpha^2 \mu c^2}{2n^2} = -\frac{R}{2n^2} = -\frac{6{,}8}{n^2}\ \text{эВ}$$

$$R(Ps) = \frac{\hbar n^2}{\alpha \mu c} = 1{,}06 \cdot 10^{-8} n^2\ \text{см} = 2R(H) = 1{,}06\ \text{Å}$$

Мюонный атом



Размеры мюонного атома почти в 200 раз меньше размеров обычных атомов с тем же зарядовым числом,и могут быть сравнимы с размером ядра.

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_\mu e^2 Z} = 2{,}6 \cdot 10^{-11} Z^{-1}\ \text{см}$$

$$m_\mu = 206{,}769 m_e$$

[Элементарные процессы с участием экзотических атомов]

http://fas.pomorsu.ru/ltp/exotic.htm